

L'enseignement des mathématiques à l'école obligatoire

1 Les mathématiques, un point de vue épistémologique

1.1 La modélisation

Les mathématiques se distinguent des autres sciences comme la physique ou la biologie, car elles ne tirent pas leur validité de la confrontation à l'expérience. Précisément, les mathématiques sont la seule science constituée à utiliser ce système de validation du *vrai* bien spécifique qu'est la méthode hypothético-déductive.

Cette différence de nature a des conséquences au niveau même de l'organisation de l'enseignement. Par exemple, la compétence 3 du socle commun s'intitule « Les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique » : les mathématiques sont ici présentées à côté des autres sciences, (il a même été envisagé à un moment que les deux compétences soient séparées). Ainsi, pour tout ce qui relève de la transversalité, les mathématiques doivent prendre toute leur place, mais leur positionnement restera original.

Sciences de la modélisation, les mathématiques permettent de décrire, d'expliquer et de maîtriser les phénomènes.

En 1960, le physicien Eugène Wigner¹ avait publié un article célèbre au titre provocateur : « La déraisonnable efficacité des mathématiques dans les sciences naturelles ». Ce titre est à peu de choses près repris par le philosophe Dominique Lambert dans un article de « La Recherche » de janvier 1999 : « L'incroyable efficacité des mathématiques ».

De ce qui vient d'être dit, les exemples foisonnent, bien au delà de ce qu'il est convenu d'appeler les *sciences dures*. En biologie, on arrive à expliquer et à classer les formes qui apparaissent sur les ailes de papillons ou sur le pelage des mammifères en utilisant des équations aux dérivées partielles. En économie, les divers types d'équilibre des marchés se caractérisent par des méthodes sophistiquées issues de la théorie des systèmes dynamiques, de la théorie des jeux ou de la topologie...

Ce qui est remarquable, entre autres, c'est que des théories construites pour expliquer certains phénomènes soient utilisées avec succès dans des domaines complètement étrangers, par exemple le mouvement brownien, inventé par Einstein pour modéliser le mouvement de particules dans un gaz, et utilisé depuis quelques années par les mathématiciens spécialistes de finances pour modéliser les cours de la bourse.

1.2 La construction de la capacité d'abstraction

Les mathématiques sont, par nature, une science abstraite, produisant des énoncés symboliques articulés par un jeu de règles précises constituant le langage mathématique. Leur enseignement se caractérise à la fois par l'acquisition de techniques et la construction de la capacité d'abstraction, qui constituent deux volets nécessaires pour résoudre des problèmes. La problématique de la *résolution de problèmes*, souvent présentée comme l'enjeu premier de

¹ Eugène Wigner (17 novembre 1902 – 1^{er} janvier 1995) est un physicien théoricien hongrois naturalisé américain. En 1963 il partage le prix Nobel avec Maria Goeppert-Mayer et Hans Daniel Jensen pour leur travail sur l'explication de la structure du noyau atomique et son développement de la théorie de la mécanique quantique concernant la nature du proton et du neutron.

l'enseignement des mathématiques, apparaît ainsi comme devant réaliser un équilibre entre deux types d'apprentissage :

- le premier régit la nécessaire acquisition de méthodes, de techniques et d'automatismes ;
- le second concerne la mise en place de la pensée abstraite.

C'est dans ce contexte de double finalité de l'enseignement des mathématiques qu'il faut comprendre les programmes de l'école primaire et du collège. Montrer l'efficacité des mathématiques à travers la résolution de problèmes (souvent contextualisés à ce niveau d'enseignement), y acquérir des méthodes, et en même temps développer l'abstraction indispensable à cette discipline. Tout le travail au primaire autour de la numération et du calcul s'inscrit dans cette perspective.

1.3 *Le contexte international*

La prise en compte du contexte international est relativement nouvelle. Dans les années 1970-1980 les programmes du collège étaient très formels avec une place importante donnée à la démonstration, les mathématiques « modernes » étaient enseignées à l'école primaire avec les systèmes de numération dans des bases autres que 10 et de la géométrie sur des ensembles finis de points.

L'évolution actuelle, qui s'appuie sur un certain nombre de constats notamment quant aux résultats des élèves français aux évaluations PISA (à partir des années 2000), inscrit notre École dans une logique internationale.

On a pu croire, au début de la construction européenne, que les systèmes éducatifs étaient des spécificités nationales relevant d'un principe de subsidiarité et que les systèmes éducatifs pouvaient se développer de façon autonome. Ce n'est plus le cas et divers exemples le montrent. Citons notamment : l'abandon du principe du redoublement, l'introduction du socle commun dans un enseignement français organisé autour de programmes, l'émergence de nouvelles segmentations de l'enseignement [bac - 3, bac + 3] et l'école du socle, la place accordée aux compétences dans la formation et l'évaluation des élèves.

2 Les mathématiques à l'école obligatoire

2.1 *Constats*

Que savons-nous de la réalité de l'enseignement des mathématiques à l'école obligatoire ? Que savons-nous de l'inscription des pratiques des enseignants dans les réformes actuelles ? Est-ce que les horaires dédiés à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire sont respectés ? Est-ce que les professeurs de collège consacrent un temps suffisant à la résolution de problèmes, à celle de tâches complexes ?

Les seules informations dont nous disposons sur la réalité des pratiques des professeurs proviennent des inspections individuelles assurées par les inspecteurs des premier et second degrés. Ces informations sont parcellaires et non structurées.

En revanche, nous disposons de nombreuses informations sur ce que savent les élèves :

- Par les évaluations PISA qui concernent les élèves de 15 ans. Les résultats de ces évaluations ont fait l'objet de nombreuses analyses. Retenons simplement la difficulté des élèves français à se lancer dans des démarches s'ils ne sont pas sûrs de leurs réponses, ou à résoudre un problème dont ils n'identifient pas l'origine disciplinaire.
- Par le cycle des évaluations disciplinaires réalisées sur échantillons (CEDRE) qui établissent des bilans nationaux des acquis des élèves en fin d'école et en fin de

collège. Ces évaluations se répètent sur un cycle de six ans ; les mathématiques ont fait l'objet d'une évaluation en mai 2008 et ont donné lieu à deux notes de la DEPP². Pour l'enseignement primaire, elle montre que 15% des élèves sont en difficulté, et même en grande difficulté pour 3% d'entre eux. Pour le collège, l'étude montre que 15% des collégiens en fin de troisième n'ont pas tiré bénéfice de l'enseignement des mathématiques au collège.

- Par la mesure annuelle (depuis 2008) de l'acquisition par les élèves des compétences de base en mathématiques en fin d'école et de collège aux fins d'alimenter les indicateurs de la LOLF dont on trouve l'analyse dans la publication de la DEPP, « Repères et références statistiques ». Si on tient compte des marges d'incertitude inhérentes à ce type d'enquêtes procédant par échantillonnage, aucune différence significative n'apparaît entre les résultats de 2010 et ceux des années précédentes.
- Par les évaluations CE1 et CM2, moins fiables que les évaluations précédentes, dont on connaît les résultats au niveau national, et qui, traitées au niveau des circonscriptions et des départements, permettent de mener des analyses, de dégager des pistes de formation, des points de vigilance.

2.2 Les objectifs de la formation en mathématiques

Comme toutes les disciplines, en lien avec les recommandations de l'OCDE, les mathématiques se doivent de :

- faciliter une formation tout au long de la vie ;
- Aider à mieux appréhender une société en évolution ;
- Au-delà du cadre scolaire, **s'inscrire dans une perspective de formation de l'individu.**

Si l'on se réfère au socle commun de connaissances et de compétences, dans chacun des quatre domaines que sont le calcul, la géométrie, les grandeurs et mesures et la gestion des données, les mathématiques fournissent des outils pour agir, choisir et décider dans la vie quotidienne. Elles développent la pensée logique, les capacités d'abstraction et de vision dans le plan et dans l'espace par l'utilisation de formules, de modèles, de graphiques et de diagrammes.

Les programmes visent à ce que les élèves puissent disposer de connaissances, de méthodes et d'automatismes de base, mais surtout qu'ils puissent exercer leur esprit d'initiative et une certaine autonomie dans le cadre de la résolution de problèmes. On perçoit bien ici qu'il est devenu indispensable de préciser un certain nombre de points :

- Qu'entend-on par résolution de problèmes ?
- Qu'entend-on par connaissances, méthodes ou automatismes de base ? On peut ici donner quelques critères comme par exemple la pérennité (une méthode mémorisée doit continuer à servir) ou la transférabilité (une méthode mémorisée doit pouvoir être utilisée dans un autre contexte).
- Comment les deux aspects ci dessus évoqués se renforcent-ils et s'équilibrent-ils ?

Enfin, il est souhaitable de construire chez les élèves, bien sûr dans la durée, quelque chose qui s'apparente à une aptitude à un retour réflexif : « De quoi suis-je capable ? », « Que dois-

² Les compétences en mathématiques des élèves en fin d'école primaire, note d'information DEPP 10.17
Les compétences en mathématiques des élèves en fin de collège, note d'information DEPP 10.18

je retenir ? », « De quoi ai-je besoin maintenant pour continuer à construire mon savoir ? »... Il s'agit là d'un domaine qui n'est pas exclusivement mathématique, mais dans lequel les mathématiques peuvent apporter une importante contribution.

2.3 Les enseignants

L'objectif en matière de gestion des ressources humaines est qu'une masse critique de professeurs soient capables de mener à bien cette mission multiforme de formation des élèves en se référant aux programmes et en s'appuyant sur les documents ressources élaborés par l'institution.

Qu'un petit nombre de professeurs maîtrisent ces différents aspects est essentiel pour créer une dynamique de changement mais n'est pas suffisant pour affirmer que les objectifs de l'enseignement des mathématiques au collège sont atteints.

Il apparaît absolument indispensable de se préoccuper des compétences professionnelles de l'ensemble des enseignants, de leur aptitude à prendre en compte les besoins des élèves, à mettre en œuvre une pédagogie différenciée, à trouver les justes équilibres, entre autonomie et initiative d'une part, automatismes et méthodes d'autre part, entre formation et évaluation, entre écrit et oral...

Tout cela plaide sans doute pour un renforcement de la formation des enseignants, formation continue mais surtout formation initiale, dont les exigences (et notamment les exigences disciplinaires) doivent être accrues, tout particulièrement dans le premier degré.

2.4 Les contenus

Les enseignants français sont trop attachés aux programmes pour que nous omettions d'en dire un mot ici. Il nous semble très important que les programmes laissent une part importante à l'autonomie pédagogique des enseignants et surtout des équipes disciplinaires. Pour autant, le cap doit être donné et l'essentiel doit être dit : les maîtres mots doivent être clarté, concision, hiérarchisation. Il s'agit de donner aux enseignants les moyens de faire des choix pertinents et non de faire tous les choix à leur place.

Pour ce qui est des contenus, il n'est bien entendu pas question d'en dresser ici la liste, mais plutôt de présenter les questions incontournables :

- la place du calcul ;
- la place de l'enseignement de l'algèbre et notamment de la valeur de vérité des égalités ; hors socle, ces thèmes peuvent-ils vraiment être reportés au lycée ? Si oui, il faut au moins se préoccuper de leur prise en charge effective par les enseignants de seconde.

Enfin, les manuels scolaires occupent une telle importance dans les pratiques professionnelles des enseignants qu'il semble indispensable que l'institution s'y intéresse d'assez près.