

## Prolongements, perspectives et commentaires

### I. Deuxième Niveau de propositions : aménagements didactiques des mathématiques

Les deux propositions qui suivent demandent un effort plus grand de la part des enseignants et de leurs encadrements pour définir les pratiques les plus utiles et les plus compatibles avec les usages actuels. Elles sont compatibles aussi avec toutes les méthodes pédagogiques empiriques.

1. Réintroduire ou améliorer l'enseignement de la manipulation des *applications linéaires naturelles puis rationnelles*, à l'école primaire.

Cette réforme permettrait de faciliter l'apprentissage du traitement mathématique des rationnels en rendant claire la parenté mathématique entre les divers usages et apparences des fractions, spécifiques de ses nombreux champs d'application (taux, échelles, grandeurs dérivées etc.) et de traiter ce sujet de façon aussi riche et plus économique. Le fait que les nombres, naturels, rationnels, etc. soient aussi des opérateurs a été trop longtemps occulté à l'école primaire et au collège<sup>1</sup>. Mais il ne serait pas raisonnable de faire payer davantage à nos enfants les nostalgies des restaurateurs de la pensée médiévale. Cet enseignement permettrait remplacer progressivement mais avantageusement celui des fractions.

Une seconde approche, dont il n'est pas question ici, conduirait à réformer divers aspects de l'enseignement des mathématiques des neuf ou dix premières années d'éducation. Il s'agirait de réformer par exemple les usages erronés ou obsolètes du symbolisme mathématique, (voir un exemple en annexe) ou la répartition des efforts des enseignants et des élèves entre des branches des mathématiques plus adaptée aux études et aux préoccupations de la société (statistiques, informatique, ...)

2. Réorganiser l'introduction au primaire et au collège des symboles et des termes propres à l'algèbre de façon à éliminer les erreurs et les mésusages.

Il est bien connu des professeurs que l'emploi des signes *algébriques en arithmétique* à l'école est aujourd'hui faux ou inadéquat du point de vue logique, mathématique et informatique.

- Ou bien il faut supprimer l'usage du signe « = » en attendant une introduction correcte avec son milieu naturel, l'algèbre (qui pourrait être plus précoce qu'il ne l'est aujourd'hui. C'est difficile mais on pourrait n'introduire qu'un signe non algébrique : «  $\rightarrow$  » avec le sens de « je trouve alors », « font » ou « on fait ensuite »<sup>2</sup>, « 3 et 2 font 5 » s'écrit alors : «  $3+2 \rightarrow 5$  ». Les élèves peuvent enchaîner les opérations par leurs résultats

<sup>1</sup> La contre performance d'un ministre de l'éducation dans l'exercice public de la règle de trois à montré le limites de cette conception médiévale.

<sup>2</sup> Par exemple  $3+4 \rightarrow 7$  se lirait « en calculant  $3 + 4$  je trouve 7 » ou retrouver l'original «  $3 + 4$  sont 7 »

comme les étapes successives d'un programme (l'algèbre n'y perdra rien et l'informatique s'en trouvera mieux)

- Ou bien on peut introduire tout de suite l'usage du signe égal,
- mais d'abord avec un sens et un usage correct (c'est possible aussi).
- Et pour des raisons sémiologiques, en introduisant en même temps que lui, au moins un ou deux autres symboles relationnels dont il doit se distinguer. Par exemple (si ce n'est déjà fait), introduire les signes « < » et « > ».
- Enfin en corrigeant la lecture des égalités : «  $3 + 2 = 5$  » se lit « 3 plus 2 est égal à 5 ». Mais on peut aussi énoncer  $5 = 3 + 2$  « cinq c'est trois plus deux » ou même « cinq c'est deux plus trois ». Ou alors restaurer l'énonciation ancienne originale<sup>3</sup> : « 3 et 2 sont 5 »

Remarquons que l'introduction de l'égalité dans les raisonnements arithmétiques soulève des types de difficultés similaires à celles que les élèves rencontrent dès l'apprentissage de la lecture :

- distinguer le mot de la chose : Paul a cinq ans, 'Paul' a quatre lettres. Il faut le faire sans le dire formellement et en particulier sans introduire des notations méta : ` , ' , « , » , ou " .
- distinguer les dénominations ou les propriétés qui concernent une même chose : un même objet peut être désigné par des mots et par des expressions différentes en référence à des connaissances générales ou contextuelles : « Louis XIV », « le roi soleil » ou bien « Pierre » « le frère de Mathilde ». Ex. Dans la phrase « Je prends la louche et je la trempe dans la soupière ». Il faut bien, à l'école primaire, distinguer le second « la » du premier et pour le dire introduire un peu de grammaire.
- L'égalité est une relation entre des signes ou des mots. Elle informe qu'ils désignent un même objet unique. On devrait écrire : « Louis XIV » = « le roi soleil » et non « Louis XIV = le roi soleil »
- Introduire le signe égal dès la première année de l'école primaire comme on le fait actuellement, implique qu'il faut introduire un minimum de grammaire et de logique au cours de la scolarité pour préserver son sens. Autant alors lui donner un environnement de connaissances grammaticales et une sémantique mathématique limitée mais correcte comme cela se fait en langue. Encore faut-il que cet effort soit poursuivi au collège
- D'autres difficultés similaires viennent de l'utilisation, selon l'usage, du même terme pour désigner selon les cas un objet précis ou une catégorie d'objets : « Le loup est un animal sauvage » et « Pierre à attrapé " le Loup »

L'introduction à l'algèbre en primaire peut se faire très tôt et avec fruit, mais à la condition d'utiliser correctement la langue que l'on veut enseigner et non pas en utilisant prématurément un argot d'utilisateurs peu soucieux d'enseignement.

L'étude de cette question à été polluée par les excès dus à l'impatience et à la naïveté didactique des années 60, puis par les excès d'un repentir parfaitement hypocrite et suffisant. Ces perspectives sont des sujets de débats où les conflits d'intérêts ne sont pas maîtrisés. Des recherches sérieuses et enfin désintéressées pourraient être entreprises avec fruit pour préparer l'avenir.

---

<sup>3</sup> (le « j » était anciennement un « s », qui a été confondu avec le « f » nouveau au moment de la normalisation typographique alors que les anciennes tables étaient toujours reproduites)

## II. Troisième niveau de propositions Didactiques

Une autre approche concernerait la conduite des leçons et des apprentissages spécifiques des mathématiques et impliquerait l'usage de connaissances scientifiques plus précises, mieux répandues, plus techniques et plus complexes, dans une stratégie plus fine d'enseignement. Il s'agirait de permettre aux enseignants de distinguer et de mettre en œuvre les diverses stratégies possibles adaptées aux innombrables circonstances de l'enseignement, car aucune méthode n'est universellement préférable et aucune n'est universellement rejetable. Cette approche pourrait aboutir à la détermination de « protocoles » permettant d'opposer à des exigences infondées et à une mythique liberté pédagogique, une légitime exigence de moyens.

Mais leur mise en œuvre ne sera possible que lorsqu'elle pourra s'appuyer sur des connaissances et sur une culture didactique et pédagogique du public plus appropriée. La persistance de la faveur que le public accorde à des procédés manifestement et obstinément inadaptés à leurs objectifs et les contradictions des contrats sociaux et techniques qui en découlent et qui sont imposés à l'enseignement est très inquiétante.

## III. A propos de l'évaluation de masse automatisées et des échecs de leurs interprétations

La réussite des projets de deuxième et de troisième niveau dépend d'une évolution non seulement de la formation des professeurs et des connaissances produites par les recherches, mais surtout de modifications profondes dans les connaissances du public et dans les postures des pouvoirs publics relativement aux phénomènes de didactique. Actuellement les difficultés viennent d'une inadaptation totale des croyances et des exigences de la société vis-à-vis de son enseignement face à de très puissants mouvements d'investissement du bassin de profits que représente le territoire de l'enfance.

L'erreur la plus grave consiste à interpréter directement et naïvement, les évaluations scolaires automatisées comme un indicateur global pertinent et complet des résultats de l'enseignement, suffisant pour former un jugement et prendre des décisions.

La collation des grades et l'appréciation des résultats par des professionnels du savoir et de son enseignement tendent à être remplacées ou contrôlées par des évaluations de masse, préparées par des spécialistes et interprétées par une gouvernance (managers) de techniciens et de politiques. Le but proclamé est d'homogénéiser les décisions, de favoriser les comparaisons et d'assurer la « transparence » des politiques d'éducation ! Les deux systèmes ont leurs avantages et leurs défauts... mais plus précisément les remarques suivantes s'imposent.

Les comptes rendus des épreuves d'évaluation des résultats scolaires qui se succèdent depuis le début 70, sont toujours à peu près les mêmes : les résultats sont déclarés de plus en plus décevants voire alarmants.

Malgré cette permanence des résultats, les conclusions, les orientations et les conseils aux acteurs de l'éducation sont eux, toujours identiques. Et les conclusions des politiciens incriminent toujours seulement les acteurs du système : les élèves et les professeurs.

Ce système conduit certains à appliquer à l'éducation le modèle behavioriste essais - erreurs - sanctions. Mais il semble convenu que seuls acteurs de l'école peuvent être soumis à ce traitement primitif : jamais les connaissances des analystes ne sont vraiment mises en doute, pas plus que l'adéquation des décisions pratiques qui en sont tirées.

Ainsi même le modèle qui semble servir de théorie à ce système - prétendument « scientifique » et rationnel est lui-même violé. Il reste une idéologie scandaleusement primitive, brutale, aveugle, et inefficace.

Quels sont ses résultats scolaires après 40 ans d'utilisation ?

Les objectifs opérationnalisés dans ces épreuves ont poussé les professeurs

- a) à appliquer des méthodes plus simplistes et inefficaces que celles qu'ils utilisaient précédemment,
- b) à faire disparaître le subtil travail des connaissances avec les élèves,
- c) à rompre l'équilibre essentiel du dit et du non dit, au profit de la récitation de savoirs convenus
- d) à émettre ce savoir jusqu'à le rendre impropre à tout autre usage qu'au contrôle de bonne réception, autrement dit à réduire les activités des élèves à un « quiz » universel.
- e) A rendre les meilleurs, meilleurs, par rapport à leurs camarades, ceux qui ne rétablissent pas une partie de la fonction des savoirs et qui rejoignent ainsi les moins bons

Ces recommandations ont le mérite d'être crédibles pour la population mais elles ont conduit les professeurs

- f) à gaspiller un temps précieux dans des interactions individuelles et plutôt symboliques avec les élèves,
- g) à s'égarer dans l'attente de mystérieux effets de technologies sophistiquées mais douées d'un didactisme frivole...

Quand le système réagit, il ne peut le faire qu'avec une lourdeur prétendument respectueuse de la rationalité supposée rustique. L'évaluation des savoirs est aujourd'hui « complétée » par celle des « compétences ». Bonne idée, qui semble orienter les professeurs vers les causes et non vers les effets. Mais le mode d'interrogation conservé ne peut « voir » que des savoirs. Les professeurs ne peuvent qu'essayer d'appliquer les méthodes behavioristes prônées aux compétences et d'ajouter les compétences à leur programme d'activités. Le résultat sera une déperdition supplémentaire de temps et un éloignement toujours plus grand de ce qui fait l'activité mathématique et l'apprentissage des élèves et des professeurs. Je ne vois dans cette « innovation » qu'une caricature d'application de nos travaux.

J'insiste sur un point, je ne critique pas les analystes ni les décideurs qui participent à la réalisation et à l'interprétation de ces épreuves, ils sont eux aussi des acteurs captifs. Je critique l'état de la science à propos de l'éducation, et les préjugés de la société à son propos, la lenteur que l'obstination dogmatique oppose à la prise de conscience des efforts à faire pour comprendre d'abord les phénomènes qui s'y produisent et peut être ensuite pour intervenir sur l'enseignement.

## Conclusions

L'école pour tous, est le moyen d'acculturation par lequel une société accueille ses nouveaux entrants et affirme ainsi sa cohésion perpétue son identité. En imposant à cette école des contraintes incompatibles ou concrètement impossibles, la société fait échouer le dispositif mais surtout se discrédite et se détruit elle-même. Ce processus est aggravé par l'absence d'une culture didactique commune qui laisse la discussion aux aléas des intérêts et des passions. Dès qu'une alternative se présente elle est abordée sous l'angle de son utilité politicienne, ou sociale ou religieuse et deux partis se reforment. Les deux partis ont beau s'accorder pour présenter l'école comme un instrument indispensable de la cohésion sociale, chaque parti croit avoir le droit d'imposer ses choix sans l'accord de l'autre. Comme ils ne parviennent pas à résoudre les questions qui ont pollué le débat initial et qu'ils n'avouent jamais que le choix ne peut pas être le fait de l'école elle-même, leurs dissensions se conjuguent et ils se retrouvent, de fait, ensemble, dans le camp des détracteurs de l'école et des ennemis de la société. En fait les deux partis ne dissimulent pas leur désir commun de mettre l'école à leur service particulier. Le nombre de ceux qui profitent de la faiblesse du système éducatif est incomparablement plus élevé que le nombre de ceux qui voudraient la combattre.

### *Exemple 1 Objectifs sociaux et éthique didactique*

Certains reprochent au système scolaire de ne pas obtenir les meilleurs résultats possibles pour chacun de ses élèves. Respecter cette condition fait partie de l'éthique pour les professeurs. Ce choix conduit en principe à une distribution gaussienne de la population des élèves sur l'échelle des résultats. Mais d'autres veulent que l'école donne à chacun les meilleures chances de trouver du travail. Or la distribution des emplois « offerts » par le marché est multimodale (les postes ne sont pas également disponibles pour les élèves de tous les niveaux de sortie), et variable dans le temps. Les deux demandes ne sont donc pas conciliables et ce n'est pas l'école qui doit choisir.

### *Exemple 2. Culture ancienne et acculturation honnête*

Certains reprochent à l'Ecole de « reproduire » les erreurs, les travers et les inégalités de la société. Ils attendent d'elle qu'elle corrige les erreurs du passé, qu'elle bannisse les maladroites et les erreurs dénoncées par les progrès de la science ou celles résultant de leur transposition maladroite... Par contre d'autres exigent que l'école reproduise exactement toutes les « connaissances » du passé, même les plus absurdes ou les plus néfastes.

En mathématiques il faut concilier les pratiques anciennes encore utilisées par la population entière avec les connaissances considérées comme actuellement nécessaires aux activités aux arts et aux industries et aussi avec les nécessités et les meilleurs usages actuels dans la discipline elle-même, meilleure entrée dans les usages à venir. Ce dilemme est particulièrement surprenant en mathématiques. Les connaissances fondamentales que l'école doit enseigner à ses élèves devraient être les plus exactes, les plus fécondes et celles qui seront le plus universellement utiles, à tous les élèves et à chacun... Il faut arbitrer de façon raisonnable entre ce qui doit être enseigné des anciennes connaissances et ce qui doit être enseigné des nouvelles. Le propre des nouvelles connaissances, en sciences, c'est de modifier ou même de disqualifier les anciennes. Elles ne sont donc compatibles dans l'enseignement que dans une perspective génétique ou historique.

Il est surprenant que l'enseignement des mathématiques soit aujourd'hui un des domaines où ces arbitrages sont bloqués le plus fermement depuis trente ans. Il s'y manifeste les oppositions les plus vives contre ceux qui souhaitent adapter et résoudre ces contradictions et ceux professent un très fort mépris pour leur nécessaire résolution. Cet attachement pour des usages inappropriés, pour des objets d'enseignements manifestement faux, dépassés et/ou inadaptés, et pour des modes d'apprentissage et d'enseignement extrêmement différents de ceux en usage chez les mathématiciens eux-mêmes est surprenant.

Le tableau se complique quand ceux que l'on peut penser les plus capables de « dire » les mathématiques parce qu'ils s'y sont montrés les meilleurs, croient naïvement pouvoir résoudre le problème sans aucun intermédiaire en s'affranchissant par l'autorité des contradictions et des difficultés didactiques.

L'exemple le plus patent est celui de l'étude de la métamathématique à l'école primaire. Les instituteurs ont depuis longtemps compris que l'enseignement de la langue écrite ne pouvait pas se borner des simples usages et qu'il fallait structurer ces usages par un enseignement de la grammaire. Certes les mises à jour de la « grammaire des professeurs » par la Linguistique scientifique rencontrent les mêmes difficultés de mise à jour que les mathématiques, sans parler des questions liées aux évolutions divergentes de la langue elle-même. La tentative d'introduire un modeste contingent de notions de logique et de raisonnement et de bannir ainsi les erreurs les plus dommageables s'est heurté à une opposition sans précédent. Pourtant la comparaison entre la quantité et la complexité des connaissances du programme de grammaire et celui des mathématiques est éloquente. De plus, les élèves peuvent apprendre plus facilement des lois que des exceptions. Quand le rapport du public aux mathématiques s'enferme dans des rites immuables, les mathématiciens apparaissent comme une secte mystérieuse, gardienne d'un savoir ésotérique puissant mais hostile, et les efforts des professeurs apparaissent comme des recruteurs sectaires. Les efforts des médias tendent à promouvoir cette nouvelle religion. La présentation du discours brillant d'un prestigieux savant dans un exercice d'enseignement réputé exemplaire suffit à appuyer les jugements les plus inconsidérés sur le travail besogneux et obscur des enseignants.

### *Exemple 3 Sciences entre elles et Science didactique*

Les connaissances communes sur l'éducation doivent permettre à un grand nombre d'institutions savantes (ou non) qui y ont un intérêt légitime, à participer aux débats. Ainsi la faiblesse et même l'inconsistance des connaissances mobilisées dans les débats sur l'enseignement sont à la fois une conséquence et une condition ; Elles répondent à une sorte de nécessité macro-didactique.

Faire avancer les formes de connaissances qui sont mobilisées dans chacun de ces domaines, pour qu'elles puissent s'adapter au développement dans autres est une tâche dont on ne mesure pas la complexité. Pour que cette tâche reste supportable il ne faut pas avancer beaucoup. Cette situation épistémologique est comparable à celle de l'émergence de la théorie de l'évolution. Elle réclamait des résultats en rupture avec la culture de l'époque, dans de trop nombreux domaines. Le cas de la théorie de la diffusion éducative des connaissances me paraît encore beaucoup plus complexe et surtout se heurte à des intérêts plus puissants.

Il reste qu'il faut arrêter la machine infernale qui nous fait casser nos systèmes éducatifs