Ressources pour l'enseignement des mathématiques : conception, usage, partage

Actes des journées mathématiques INRP
INRP, Lyon, 13 et 14 juin 2007

Sous la direction de

Jana TRGALOVA, Gilles ALDON,
Ghislaine GUEUDET et Yves MATHERON

INSTITUT NATIONAL DE RECHERCHE PEDAGOGIQUE

ISBN : 978-2-7342-1105-1
Réf. BR 062

Sommaire

Préface de Michèle Artigue

Professeur à l'Université Paris VII

C'est avec plaisir que j'ai accepté de faire la préface de ces Actes des deuxièmes journées d'étude sur l'enseignement des mathématiques qui se sont tenues à Lyon en juin dernier. Bien qu'impliquée dans les travaux de l'une des équipes de l'INRP : l'équipe e-CoLab dans le cadre de la coopération mise en place entre l'INRP et les IREM de Lyon, Montpellier et Paris 7 pour l'expérimentation de la nouvelle calculatrice TI-nspire, je n'avais pu assister à ces journées mais je me sentais tout à fait concernée par elles.

Indépendamment de cette implication personnelle dans un projet INRP, j'étais aussi particulièrement sensible au thème de ces journées : échange, réflexion, bilan autour des travaux réalisés par les équipes INRP sur la question des ressources pour l'enseignement des mathématiques, leur conception, leur usage et leur partage. On sait le rôle crucial que jouent les ressources mises à disposition des élèves comme des enseignants dans tout effort fait pour améliorer l'enseignement et l'apprentissage et les mathématiques n'y échappent bien sûr en rien. On sait aussi la difficulté que nous avons à assurer à travers des ressources adaptées une interface efficace entre le monde de la recherche et celui des acteurs du terrain. La question des ressources est donc à la fois une question ouverte et une question sensible. Pour des raisons diverses, la recherche lui a généralement accordé une attention limitée alors même qu'elle requiert des recherches et des élaborations théoriques spécifiques, tout en s'étonnant du peu d'impact de ses résultats sur les pratiques effectives, du peu d'enthousiasme des enseignants à s'emparer de ses productions, voire en stigmatisant ces derniers. La réflexion sur ce thème conduite par les équipes INRP, une institution où justement la rencontre entre les deux mondes est structurelle, est donc particulièrement bienvenue.

Les Actes de ces deuxièmes journées reflètent bien, me semble-t-il, la richesse du travail mené sur ce thème au sein de l'INRP et la difficulté des questions à l'étude. Après la reprise des allocations d'ouverture des journées, ils commencent par le texte issu de la conférence de Maggy Schneider, une conférence magistrale qui se situe en quelque sorte en amont de la thématique des journées. Elle pose de façon percutante la question de l'ingénierie curriculaire, montrant l'importance de lui assurer des fondements épistémologiques solides, et la façon dont ce besoin épistémologique est pris en charge en mathématiques, de façon différente mais complémentaire, par des théories didactiques comme la théorie des situations didactiques ou la théorie anthropologique du didactique.

Les Actes se poursuivent ensuite par la présentation des travaux des ateliers organisés autour de quatre thèmes et regroupant chacun plusieurs équipes INRP. Sur chaque thème, la réflexion collective a été préparée par un questionnaire spécifique, et les actes nous donnent à voir une synthèse des réponses, des discussions menées en atelier et des leçons qui en sont tirées. La diversité des équipes comme des contributeurs s'y exprime tant dans le fond que dans la forme, reflétant des traits des travaux INRP que tout ceux qui ont eu l'occasion de travailler avec cette institution ont pu ressentir. Cela donne envie d'aller sur le site de l'INRP pour connaître avec plus de détail les réalisations des différents groupes et les relier aux conclusions qui en sont tirées. On y voit bien une réflexion en mouvement sur des questions difficiles et que l’évolution technologique renouvelle substantiellement. On y voit affirmée la nécessité de penser le développement des ressources en interaction étroite avec ceux qui en sont les utilisateurs potentiels. On y voit des essais divers de structuration des ressources, d’optimisation délicate entre le trop et le trop peu, on sent aussi comment notre connaissance accrue des logiques qui sous-tendent les pratiques enseignantes, de l’économie du travail de l’enseignant peuvent aider à sortir des visions inadéquates qui ont longtemps porté la conception et la diffusion des ressources pour l’enseignement. On y voit enfin la confirmation de la nécessité d’une recherche spécifique.

On l’aura compris, ces actes soulèvent des questions importantes, apportent des pistes pour les travailler, fournissent des exemples de réalisations. Ils font avancer la réflexion. J’espère qu’ils auront de nombreux lecteurs et susciteront de nombreuses réactions sur le site de l’INRP.

Introduction

Jana Trgalová, équipe EducTice, INRP

Les 13 et 14 juin 2007 ont eu lieu à l'INRP, site de Lyon, les deuxièmes journées d'étude sur l'enseignement des mathématiques. Ces journées s'adressaient aux équipes qui développent leurs activités de recherche dans la perspective de conception, d'utilisation ou de mutualisation de ressources pour l'enseignement des mathématiques, soit en relation avec l'équipe mathématique de l'INRP ou dans le cadre d'UMR liées à l'INRP (ADEF et ICAR), et souvent dans le cadre de partenariats avec des IREM, des IUFM, des CRDP, des rectorats…

Les journées d'étude de juin ont été une occasion d'affirmer ces partenariats, ce qui s'est traduit par la présence, à ces journées, des différents partenaires de l'INRP, aux niveaux académique et national : Xavier Sorbe, Inspecteur Général de l'Education Nationale (groupe mathématiques) et René Cori, Président de Assemblée des Directeurs d'IREM, qui ont ouvert les journées, avec Serge Calabre, Directeur de l'INRP et Luc Trouche, directeur de l'équipe EducTice, organisatrice de ces journées (voir les interventions d'ouverture, pp. xxx).

Ces journées ont été organisées sous l'égide d'un comité scientifique composé de Gilles Aldon, Ghislaine Gueudet, Mariam Haspékian, Yves Matheron et moi-même. Ce comité scientifique a proposé un thème général « Ressources pour l'enseignement des mathématiques : conception, usage, partage » qui s'inscrivait dans le prolongement des discussions entamées lors des journées d'étude précédentes[1].

Il s'agissait donc d'interroger à la fois le processus de *conception* des ressources (quel support, quelle réflexion didactique a priori), l'*usage* des ressources (quelle analyse des usages et des apprentissages) et le processus de *partage* des ressources (quelle condition pour un partage des ressources, quelles difficultés, quels transferts, quelle formation, quelle assistance).

Le point de départ scientifique des journées a été donné par la conférence présentée par Maggy Schneider de l'Université de Liège en Belgique, intitulée « Entre recherche et développement : quel choix de valeurs pour l'ingénierie curriculaire ? » (voir le texte de cette conférence, page 21).

Pour l'organisation des journées, quatre thèmes ont été distingués, permettant de fédérer chacun plusieurs équipes (3 ou 4 équipes par thème) :

- enseignement des sciences, démarche scientifique ;
- conception et/ou usage d'outils technologiques ;
- production de ressources/documents pour enseignants ;
- usages et mutualisation de ressources.

Le travail de chaque thème, préparé en utilisant le support du site EducMath, a donné lieu lors des journées à un atelier. Ces ateliers ont constitué le cœur des journées ; ils ont été suivis d'une session plénière où les synthèses des travaux par thèmes ont été présentées. Une synthèse commune a clôt ces journées tout en ouvrant des pistes pour un travail qui se poursuivra et donnera lieu aux troisièmes journées d'étude les 18 et 19 juin 2008.

---

[1] Les premières journées ont eu lieu les 14 et 15 juin 2006. Les actes de ces journées sont disponibles sur le site de l'INRP http://www.inrp.fr/INRP/publications/editions-electroniques/br059.pdf/view?searchterm=ressources%20math%C3%A9matiques
.

Comité scientifique des journées

Gilles ALDON

INRP et IREM de Lyon

Ghislaine GUEUDET

IUFM Bretagne et CREAD[2]

Mariam HASPEKIAN

IUFM Versailles et DIDIREM (Université Paris 7)

Yves MATHERON

IUFM Midi-Pyrenées et ERT GRIDIFE[3]

Jana TRGALOVA

INRP et LIG (Université de Grenoble)

Secrétariat des journées

Marie-Noëlle ROUYER, INRP

Isabelle COUSTON, INRP

Mathieu MONTIBERT, INRP

[2] Centre de Recherche sur l'Education, les Apprentissages et la Didactique
[3] Groupe de Recherche sur les Interactions DIdactiques et Formation des Enseignants

Intervention de Serge Calabre

Directeur de l'INRP

Chers amis, chers collègues,

Je suis très heureux de vous accueillir dans ces locaux pour ces deux journées mathématiques sur le sujet qui vient d'être introduit « Conception, usage et partage des ressources pour les mathématiques », un sujet combien intéressant, ainsi que je le soulignerai en quelques mots dans un instant. Je souhaite d'abord renouveler mes remerciements à Monsieur l'Inspecteur général Xavier Sorbe et à Monsieur René Cori, Président de l'Assemblée des Directeurs d'IREM. Je veux aussi remercier l'ensemble des intervenants. J'ai bien noté le mode de fonctionnement en ateliers qui a été retenu, ainsi que la conférence de Madame Maggy Schneider. Je remercie vivement les membres du comité scientifique et les organisateurs, notamment l'équipe EducTice qui intègre dorénavant l'ancienne équipe EducMath, pilier de l'organisation de ces journées, seconde édition si j'ai bien compris puisqu'il y avait eu déjà des journées l'an dernier, à la même période de l'année, je crois, en juin.

Le sujet qui vous intéresse aujourd'hui illustre clairement les missions qui sont confiées à l'Institut national de recherche pédagogique, les orientations qui lui sont données par le ministère et qui ouvrent, pour l'Institut, de riches perspectives. L'institut est invité à travailler en relation plus étroite avec le ministère et avec les acteurs institutionnels intervenant dans le champ de l'éducation ; il est invité à renforcer son rôle d'appui au pilotage de l'évolution, des réformes, de la modernisation du système éducatif français. Il est demandé à l'Institut de renforcer son rôle, de développer cette mission en s'appuyant sur son métier, sur son potentiel, sur ses réseaux et sur les différents interlocuteurs avec lesquels il a déjà des relations de travail très étroites. Le sujet des ressources en mathématiques entre clairement dans les domaines sur lesquels l'Institut va s'investir particulièrement. Les trois domaines qu'il investit à la fois, en combinant réflexion sur les pratiques et sur les dispositifs, avec le recul nécessaire de la recherche, concernent le socle commun, l'égalité des chances et le renouvellement des outils de formation, notamment par les TICE. Il est clair que le sujet qui nous intéresse aujourd'hui se trouve à l'intersection de ces trois champs. Par ailleurs, dans la structuration du dispositif et des activités de l'Institut, ce sujet entre naturellement dans le cadre de ses quatre grands programmes qui structurent dorénavant les activités de l'établissement : « Apprentissages, curriculum, didactiques », « Professionnalité », « Culture numérique, TIC et éducation » et « Politiques et dispositifs publics de l'éducation et de la formation ». Vous noterez que ces programmes concernent l'élève, l'enseignant, qu'ils sont évidemment orientés vers la formation des formateurs et qu'ils recouvrent à la fois la recherche, la formation des formateurs, la production et le transfert des ressources.

Avec le thème de ces journées, nous sommes clairement dans le champ d'action de l'établissement, puisque l'Institut doit savoir se mobiliser, réagir et s'investir sur les enjeux majeurs de l'éducation nationale, en particulier dans le champ sur lequel vous allez réfléchir. Par rapport à ce champ, je ne peux m'empêcher de faire le lien avec une réunion que j'ai eu hier et au cours de laquelle un défi important a été abordé, qui ne concerne pas simplement la France, même s'il est important chez nous d'après les statistiques : c'est le problème de l'attrait insuffisant des sciences pour les élèves, notamment pour les filières universitaires. On parle de désaffection : ce terme, même s'il est fort, montre que le chemin est difficile, comme l'indiquent les résultats. Pour attirer notamment les élèves vers les filières scientifiques, les efforts qui ont été faits pendant cinq ans ont conduit à une augmentation en valeur absolue, mais à une stagnation, voire à une diminution de la proportion des élèves qui vont vers la carrière scientifique par rapport à l'ensemble des effectifs. Cette réunion d'hier, à l'Académie des sciences, était celle du comité de parrainage de la Main à la pâte. Vous connaissez certainement cette opération : La Main à la Pâte est portée par l'Académie des sciences avec un fort support de l'INRP, qui assure l'encadrement et l'accompagnement administratif, accueille le site, mais doit aussi apporter sa contribution aux réflexions sur une expérience qui est maintenant en phase de fort développement, des réflexions sur ce qui se passe sur le terrain et sur des comparaisons internationales, les démarches pouvant être différentes dès lors que les dispositifs éducatifs nationaux sont très différents, par exemple s'il s'agit de dispositifs d'Etats fédéraux comme en Allemagne, ou de dispositifs à principe de liberté pédagogique.

Il y a donc là, effectivement, un sujet de réflexion sur la pédagogie qu'illustre justement un rapport qui a été sous embargo jusqu'à hier 11h, un rapport rédigé ou coordonné par Michel Rocard sur l'éducation de la science pour une pédagogie renouvelée, pour le futur de l'Europe, rapport qui a été officiellement présenté à Strasbourg, hier, à 11h. Le document n'est plus sous embargo et aborde précisément ce problème de la désaffection des étudiants pour les sciences. C'est vrai pour les mathématiques, dont nous parlons aujourd'hui, mais le problème est tout à fait transversal aux champs des MST (les Mathématiques, les Sciences et la Technologie) ; l'une de vos collègues, Florence Robine, a travaillé sur le sujet au niveau de l'Europe, notamment en s'intéressant à la question de la parité filles-garçons, qui pose aussi un défi car, pour le moment, les résultats ne sont pas encore très encourageants. Il y avait aussi dans cette réunion Serge Feneuil qui a présenté avec conviction un rapport qu'il a réalisé sur le sujet pour le Président de la République. Ainsi, sur une telle question, il relève de la mission de l'Institut de mobiliser son potentiel de réflexion et ses relations amicales pour aborder des sujets qui, d'une part, sont préoccupants mais, d'autre part, sont porteurs d'avenir car ils invitent à une réflexion prospective. Ce que l'Institut peut apporter, c'est la réflexion dans le temps long, celui de la recherche, sur des problèmes pour lesquels on n'a pas de réponse immédiate, mais qui s'inscrivent dans des perspectives de moyen terme, à l'échelle des années.

J'étais un petit peu sorti du sujet de ces journées, « Conception, usage et partage des ressources » mais, finalement, les questions méthodologiques de conception, de pratique et d'accès aux ressources pour les mathématiques renvoient à la question de l'attirance, de l'attractivité pour les élèves, à la façon dont on peut capter non seulement leur attention mais aussi leur intérêt, et j'imagine que cela sera l'une des toiles de fond de vos réflexions.

Voilà donc les quelques mots que je voulais dire en ouverture de ces deux journées que je vous souhaite laborieuses et ensoleillées.

Intervention de Xavier Sorbe

Inspecteur Général de l'Education Nationale, groupe mathématique

Je tiens à remercier l'INRP d'avoir bien voulu associer l'inspection générale à ces journées et je souhaite vivement que celles-ci soient fructueuses.

1. Les évolutions récentes de l'enseignement des mathématiques alimentent naturellement la recherche pédagogique

La modification de la définition de l'épreuve de mathématiques au **baccalauréat** vise à dépasser le stade d'exercices stéréotypés risquant d'engendrer en amont un enseignement de même nature. Les activités proposées dans les classes évoluent progressivement pour se rapprocher de l'esprit du texte officiel d'avril 2003.

Le projet d'**épreuve pratique** au baccalauréat doit permettre d'apprécier les compétences dans la maîtrise des outils informatiques et des calculatrices (tableur, géométrie dynamique). Cette épreuve induit un rapport différent à la discipline, en mettant l'accent sur une démarche d'investigation. Elle est aussi porteuse de relations différentes entre l'enseignant et l'élève dans l'évaluation de celui-ci, à travers une relation constructive ne se limitant pas à l'écrit (argumentation orale, production informatique).

La mise en place du **socle commun** pose encore à ce stade des questions de mise en œuvre. Elle doit constituer une étape importante vers une évaluation par compétences et le développement de pratiques mieux adaptées aux besoins des élèves.

À un moment où se pose de façon aiguë, la question de l'attractivité des filières scientifiques, il convient d'analyser ces évolutions afin de mieux les accompagner.

2. Les résultats de la recherche doivent être diffusés

Une recherche pédagogique de qualité est indispensable. Faut-il rappeler qu'on a gagné plusieurs années dans les apprentissages fondamentaux à partir du moment où l'on a compris qu'il n'était pas nécessaire de savoir lire avant d'apprendre à écrire ?

Lorsqu'il n'existe pas une recherche de qualité, le terrain est occupé par des discours rétrogrades, se ramenant peu ou prou à dire que ce qui se faisait avant était mieux, faisant le lit d'une conception dangereuse de l'enseignement.

Il n'est évidemment pas question de rêver à une recherche fondamentale qui déboucherait sur des consignes pratiques s'imposant aux praticiens. La pédagogie est une science humaine complexe mettant en jeu de nombreux paramètres. Chacun sait que la pratique doit être ajustée en fonction du contexte et que cet ajustement ne va jamais de soi. Personne ne serait d'ailleurs prêt à recevoir des conclusions catégoriques et définitives.

Il faut à la fois se donner les moyens d'une véritable objectivité et prendre appui sur une recherche concertée qui servira les pratiques des acteurs du système éducatif à travers la formation des enseignants.

La recherche ne peut se contenter de décrire les représentations des élèves ou d'expliquer les conséquences de certaines actions. Elle doit être en mesure d'indiquer, sur des bases statistiquement valables et clairement affichées, si une façon de faire se révèle particulièrement efficace dans une situation donnée.

Il faut sortir d'un schéma où les chercheurs ne se soucient pas de la diffusion de leurs travaux au-delà du cercle restreint de leurs pairs et où les acteurs n'ont pas l'usage direct des conclusions des chercheurs. Si les apports de la recherche ne sont pas destinés à être davantage opérationnels, on risque de demeurer longtemps dans des rapports de déception et de frustration.

3. Pour être pertinente, la recherche doit s’appuyer sur une meilleure collaboration entre l’institution et les unités de recherche

Il ne s’agit pas uniquement de faire connaître les résultats de la recherche par des publications ou des sites en ligne. En prise directe avec les préoccupations du terrain, ils peuvent être réellement profitables, s’ils sont « digérés » et accompagnés, en particulier dans le cadre de la formation.

Pour l’instant, le recours à l’INRP par les services du ministère ou par les corps d’inspection demeure ponctuel et marginal.

Une collaboration étroite entre l’institution, les universités et l’INRP, non seulement à l’échelon national mais aussi au sein de chaque académie en liaison avec les inspecteurs, doit permettre de rendre les recherches en éducation davantage fondées sur l’observation des classes de façon à être plus scientifiques et donc plus utiles à la société.

La connaissance de ces travaux peut aider chaque enseignant à s’engager dans sa propre démarche de recherche, en vue d’instaurer les meilleures conditions pour que les élèves dont il a la charge soient en situation d’apprendre.

Cette collaboration ne peut se concrétiser de façon efficace que si elle fait l’objet d’un véritable pilotage. L’expression de cette volonté doit conduire à un rapprochement entre chercheurs et décideurs, aussi bien au niveau national qu’académique.

Enfin, l’ouverture européenne peut permettre à la recherche française de ne pas vivre repliée sur elle-même, d’être plus ouverte aux influences extérieures.

Ce rapprochement avec l’institution et cette volonté de diffusion des travaux constituent deux conditions indissociables pour développer une recherche d’avenir.

Intervention de René Cori

Directeur de l'IREM de Paris 7 et Président de l'Assemblée des directeurs d'IREM

Chers collègues,
Merci de votre invitation et de votre accueil.

1. Quelles relations entre les IREM et l'INRP ?

J'étais il y a seulement deux jours encore près de Bordeaux au séminaire annuel de l'ADIREM (Assemblée des directeurs d'IREM) et je n'y étais pas tout seul, au moins trois autres personnes dans cette salle y étaient présents (Gilles Aldon, Michel Mizony, Viviane Durand-Guerrier). Tout le monde sait qu'entre les IREM et l'INRP c'est une vieille histoire, et j'ai de bonnes nouvelles à vous donner de cette histoire : elle continue et elle continue bien. Lors de la conférence inaugurale du séminaire de l'ADIREM qui a été faite par notre collègue Laurence Magendie, formatrice en IUFM et responsable de la COPIRELEM, nous avons eu une conférence, où, par exemple les travaux de l'équipe ERMEL ont été cités un très grand nombre de fois. Plus tard nous avons eu une communication de Gilles Aldon et Gérard Kuntz dont l'objet essentiel était le site EducMath. Puis, Viviane Durand-Guerrier nous a parlé en émaillant son discours d'un très grand nombre de citations et d'évocations de travaux communs entre l'INRP et les IREM. Il s'agit donc d'une vieille histoire, d'une collaboration étroite et fructueuse. En ce moment au moins 5 IREM sont engagés dans des travaux avec l'INRP. Ces recherches communes ont la caractéristique d'être toujours des recherches qui s'avèrent efficaces, qui donnent lieu à des résultats, des publications ; le fait que beaucoup d'entre nous sont à la fois investis dans des groupes IREM et dans des équipes INRP est un signe ; et puis je voudrais surtout souligner ce qui à mes yeux est une caractéristique essentielle de ces deux institutions et qui distingue ces institutions de toutes les autres, à ma connaissance ; c'est la possibilité qu'offrent ces deux institutions à des enseignants, des chercheurs venant d'ordres et d'horizons très différents de travailler ensemble. Permettre à des professeurs d'école, des professeurs de collège ou de lycée, des inspecteurs, des professeurs d'université, des chercheurs en mathématiques ou en didactique des mathématiques de travailler ensemble, justement les IREM et l'INRP sont des lieux où c'est possible ; et je crois essentiel de préserver cette singularité. Dans le groupe que j'anime à l'IREM de Paris 7, et dans lequel travaillent ensemble des professeurs de mathématiques et des professeurs de français, je peux vous dire que systématiquement les professeurs de français nous envient cet outil qu'est l'IREM, et la raison principale qu'ils avancent c'est la possibilité de faire collaborer sur un pied d'égalité des professeurs de l'enseignement secondaire, des chercheurs, etc. Cela, c'est une chose absolument essentielle, il faut absolument la préserver. Alors là, j'avoue que je ne sais pas à qui m'adresser, alors je vais lever les yeux au ciel, ceux qui ont entre les mains le pouvoir de décision : il faut absolument qu'ils aient conscience de l'importance qu'il y a à préserver cette possibilité de poursuivre les collaborations entre enseignants de divers ordres et chercheurs. Avoir des équipes qui soient strictement composés de chercheurs, si brillants soient ils, ne remplacera jamais ce travail en commun sur le terrain et dans les laboratoires de recherche qui fait avancer la recherche pédagogique.

2. Rôle des IREM dans la recherche pédagogique

Je voudrais aussi compléter les conditions que vient de décrire Xavier Sorbe pour l'efficacité de la recherche pédagogique : il en a énoncé deux et je voudrais en ajouter au moins une : je trouve essentiel que les travaux de recherche pédagogique soient faits en liaison avec notre discipline, les mathématiques.

C'est actuellement un axe fort du travail du réseau des IREM que de se situer dans la liaison la plus étroite possible avec la communauté mathématique, avec la recherche en mathématiques. Rien ne serait plus grave que de se couper de la communauté mathématique et dans les universités il est indispensable, partout, de conserver le contact. Pour cela, lorsque nous diffusons nos travaux de recherche (nous sommes très bons pour les écrire, nous avons appris à les écrire) nous devons nous assurer que nos collègues sachent les lire et puissent les lire sans trop peiner. Je crois que c'est une condition essentielle et nous ne pourrons pas aller de l'avant si nous nous sommes isolés entre chercheurs en pédagogie. La rupture entre recherche pédagogique et activité disciplinaire serait à mon avis une catastrophe et je crois que beaucoup de gens en sont conscients et que des efforts sont faits dans beaucoup d'endroits pour un rapprochement avec nos collègues mathématiciens, à tous les niveaux. A ce sujet je voudrais dire, et ça rejoint le discours du directeur au sujet de la désaffection des études scientifiques, la préparation, l'éducation aux sciences ça commence très tôt, notamment au niveau de la formation des professeurs d'école. C'est un domaine qui doit faire l'objet de toute notre attention, de tous nos efforts. Je sais qu'à Lyon, les choses se passent plutôt mieux que dans d'autres académies. À Paris la situation est catastrophique, le recrutement des professeurs d'école se fait avec une proportion énorme d'étudiants qui n'ont eu aucune formation scientifique : pour les années 2005-2006 et 2006-2007, 85% des PE1 et PE2 de l'IUFM de Paris avaient une licence en dehors des licences scientifiques et pluridisciplinaires. C'est tout de même une situation préoccupante si on veut que les professeurs d'école transmettent ne serait-ce que le goût pour les sciences aux jeunes. Les efforts du réseau des IREM vont aussi actuellement dans cette direction.

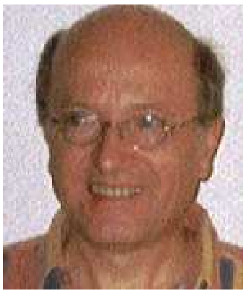
3. Partage de la ressource humaine pour l’enseignement des mathématiques

Enfin, je ne voudrais pas être trop long, j'en viens au thème de vos journées : "Ressources pour l'enseignement des mathématiques : conception, usage, partage" ; les ressources pour l'enseignement des mathématiques sont nombreuses mais il y en a une qui m'est particulièrement chère, c'est la ressource humaine ! Je ne dirai rien de la conception, ce n'est pas de ma compétence. L'usage, ma foi, il est ce que nous en ferons. Mais ce qui est important c'est le partage, et ça rejoint ce que je disais tout à l'heure, le partage de la ressource humaine pour l'enseignement des mathématiques et la recherche sur l'enseignement des mathématiques est une chose absolument essentielle. Je ne voudrais pas terminer sans insister sur la façon dont est ressenti dans la communauté mathématique, éducative et des chercheurs le succès absolument spectaculaire et foudroyant qu'a été la création du site EducMath. Il est rare de voir un outil s'imposer en si peu de temps. Aujourd'hui c'est une référence incontournable. Je suis entouré de gens qui, lorsqu'ils cherchent des renseignements, une ressource particulière, se précipitent spontanément sur le site EducMath qui est réalisé dans des conditions tout à fait épatantes. Il faut rendre hommage à l'équipe qui assure l'animation de ce site.

Je terminerai, comme mes collègues en vous souhaitant d'excellentes journées.

Intervention de Luc Trouche

Responsable de l'équipe EducTice, INRP



Un nouveau départ pour la réflexion sur l'enseignement des mathématiques à l'INRP

1. Diversité des recherches sur l'enseignement des mathématiques à l'INRP

La réflexion sur l'enseignement des mathématiques a toujours été très présente à l'INRP. En témoignent les nombreuses publications, rapports de recherche, ressources pour les enseignants, les formateurs et les chercheurs qu'ont produits les équipes de l'INRP. Ces équipes sont composées d'enseignants-chercheurs et d'enseignants de collège ou de lycée ou de formateurs IUFM. C'est cette diversité qui permet de développer une *intelligence collective des savoirs mathématiques* et des *pratiques d'éducation*. Cette richesse, propre à l'INRP, bénéficie de surcroît d'un contexte favorable propre aux mathématiques, l'existence des IREM (Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques), qui regroupent en leur sein cette même diversité d'enseignants. Les équipes de professeurs associés aux recherches de l'INRP reposent ainsi sur des partenariats particulièrement fructueux : IREM, laboratoires de recherche universitaires, IUFM…

La diversité des recherches menées à l'INRP est aussi un reflet de la diversité des défis que doit relever l'enseignement des mathématiques : celui de l'évolution rapide des environnements d'apprentissage (par exemple les calculatrices complexes, ou la multiplicité des sites de ressources pour professeurs ou élèves), celui de l'évolution des curriculums (par exemple le développement de la statistique), celui de l'évolution des approches pédagogiques (par exemple les approches expérimentales), celui des interactions avec les autres disciplines scientifiques, celui du socle commun des connaissances… Certaines recherches reposent sur des dispositifs expérimentaux, les autres reposent sur le suivi de classes « ordinaires ». Toutes partagent des objectifs communs :

- tenter de mieux comprendre la *complexité du travail des enseignants* et la *complexité du travail des élèves* ;
- tenter de *concevoir des ressources* exploitables par les formateurs et les enseignants, mais aussi les responsables institutionnels.

Il est donc tout à fait nécessaire que ces recherches puissent trouver des lieux et des moments de rencontre.

2. Une équipe, des journées d'étude et un site

Depuis deux ans, une équipe mathématique existe, sur le site INRP de Lyon, avec deux objectifs liés : favoriser *une meilleure synergie* entre les recherches « à mathématiques » menées par les équipes de professeurs associés et *développer un site de ressources* à destination des enseignants, des formateurs et des chercheurs :

- les premières journées d'études mathématiques INRP, en juin 2006, répondaient au premier objectif. Pendant deux jours, une cinquantaine d'enseignants, représentant une dizaine d'équipes, avaient confronté leurs interrogations, leurs méthodologies de recherche, leurs résultats, autour d'une question commune : de quelles ressources pédagogiques les enseignants de mathématiques ont-ils besoin ?

- le développement du site EducMath, les collaborations qui se nouent autour de ce site entre les mathématiciens de la SMF, les didacticiens des mathématiques de l’ARDM, les professeurs de l’APMEP et les animateurs des IREM, répondent au deuxième objectif.

Ces deuxièmes journées mathématiques, qui s’ouvrent aujourd’hui, sont un nouveau jalon dans le processus de rencontre et d’enrichissement mutuel des équipes associées à l’INRP. Leur thème se situe dans le prolongement des dernières journées, regardant plus particulièrement les questions – essentielles – *d’usage* et de *partage* de ressources pour et par les enseignants.

3. Eclairer le pilotage du système éducatif

Ces journées s’ouvrent dans un nouveau contexte pour l’INRP, marqué par la « lettre d’orientations stratégiques » que le Ministère a envoyée à l’établissement. Cette lettre précise le cadre des missions de l’INRP : il s’agit d’ « éclairer le pilotage du système éducatif » sur trois questions essentielles : le socle commun de connaissances, l’égalité des chances et l’usage des TICE. Cet éclairage ne peut se faire bien sûr qu’en développant au mieux ce pour quoi l’INRP a été constitué : la recherche. Il s’agit donc d’articuler les attentes institutionnelles en matière de pilotage du système, qui reposent sur le temps plus court des politiques éducatives, et les travaux des équipes de l’INRP, qui vivent sur le temps plus long de la recherche. Pour réaliser cette articulation, l’INRP a mis en place quatre grands programmes d’activité, centrés respectivement sur « culture numérique, TIC et éducation », « curriculum et didactique », « professionnalité enseignante » et « politiques éducatives ». Les recherches sur l’enseignement des mathématiques ont leur place dans chacun de ces quatre programmes (en fait, les recherches actuelles se situent principalement dans les deux premiers programmes, les interactions entre ceux-ci étant évidemment naturelles).

Cette volonté d’articuler les attentes de l’institution et la dynamique propre de la recherche est manifeste dans ces journées, en témoigne notamment leur ouverture par un représentant de l’Inspection générale de mathématiques et par le président de l’Assemblée des directeurs d’IREM. Cette articulation suppose un travail commun sur la formulation de questions de recherche, un respect des spécificités de chaque partie (certaines recherches ont des applications immédiates, d’autres sont plus prospectives). Ces journées seront un temps fort de cette réflexion, qui se prolongera sans doute dans des partenariats de recherche noués dans chaque académie.

4. Une évolution de la structure des équipes INRP

L’équipe INRP en charge de ces journées mathématiques et du site EducMath (3 personnes aujourd’hui) se renforcera l’année prochaine, avec le détachement d’un nouveau maître de conférences. Cela donnera de nouveaux moyens de développement, à la fois pour la coordination des équipes de professeurs associés et pour le site.

Ce groupe « mathématiques » s’intègre aussi désormais dans une équipe plus vaste, EducTice, qui rassemble sur le site de Lyon une douzaine de chercheurs dans des disciplines variées (didactique de la géologie, de la géographie, sciences de l’éducation et informatique). Ce rassemblement est cohérent avec les orientations de recherche qui sont celles de l’équipe mathématique de l’INRP, essentiellement tournées vers les questions posées par l’intégration des TICE. Il permettra de traiter de questions communes dans un cadre élargi : quelles interactions entre les disciplines scientifiques, quelles potentialités des environnements de simulation, comment articuler conception et usages de ressources numériques, comment concevoir des scénarios facilitant l’appropriation de nouvelles ressources par les enseignants ?

Bien entendu, ces questionnements communs ne mettront pas un terme aux questions proprement disciplinaires : toute recherche sur les processus de construction de connaissances suppose d’interroger les savoirs en jeu, dans leur organisation même. La réflexion proprement mathématique continuera donc à se développer, comme en témoignent ces deuxièmes journées. Elle sera animée à la fois par la composante mathématique de l'équipe EducTice et par les autres chercheurs de l'INRP qui sont dans ce champ, en particulier de l'équipe ADEF[4].

Le site EducMath restera le pivot de cette recherche plurielle, instrument pour la confrontation des travaux en cours et la mise à disposition de ressources. Ce doit devenir un instrument de travail pour tous les professeurs associés à l'INRP : proposer des notes de lecture, participer aux forums ouverts sur le site, se servir du site comme espace commun de travail (en mettant en ligne par exemple des ressources en cours de conception pour bénéficier de retours critiques de la part des lecteurs du site) : un objectif pour l'année à venir !

[4] ADEF (Apprentissage, Didactique, Evaluation, Formation) est une unité mixte de recherche qui dépend de l'INRP, de l'IUFM et de l'Université de Provence.

Conférence de Maggy Schneider

Université de Liège, Facultés de Namur (Belgique)

Entre recherche et développement, quel choix de valeurs pour l'ingénierie curriculaire ?

Ce texte est la forme écrite d'un exposé fait à l'INRP à Lyon le 13 juin 2007 et pâtit des défauts d'un tel genre littéraire. Certains aspects y sont, tantôt plus développés qu'à l'oral, tantôt moins.

Mon intention est d'illustrer d'abord qu'on ne peut pas faire l'économie d'un choix de valeurs dès que l'on aborde des questions d'ingénierie curriculaire pour mettre à plat ensuite les implicites idéologiques sur base desquels j'ai conçu des formations pour professeurs de mathématiques, m'inspirant à une certaine époque de ma carrière du regard de la socio-épistémologie qui me tenait lieu alors de didactique. Je le ferai en montrant comment les théories majeures du didactique, la théorie des situations didactiques (TSD) et la théorie anthropologique de la didactique (TAD), me permettent aujourd'hui d'analyser et de mettre à distance les choix faits jadis. J'en conclurai la nécessité d'un « arrière fond épistémologique » conséquent que ce soit au niveau de la recherche qu'à celui du développement ou au niveau de la formation. Je terminerai enfin par un inventaire des tensions auxquelles toute tentative d'ingénierie curriculaire se heurte en affichant ma position personnelle à propos de plusieurs d'entre elles.

1. Un choix de valeurs incontournable

Lors des journées d'études mathématiques organisées par l'INRP en juin 2006, C. Margolinas et al. (2006) ont questionné une manière implicite et naturalisée de penser le lien entre recherche, développement et enseignement : par une sorte de « *chaîne descendante de la recherche fondamentale à l'ingénierie, au développement et à l'enseignement qui, pour sa part, fournit en retour une partie des questions pour la recherche fondamentale* ». Pour ma part, je commencerai par soulever assez brièvement une question liée à celle-là : celle d'une tension entre ce que M. Crahay (2002) nomme démarche prescriptive, d'une part, et démarche prescriptive, d'autre part, pour argumenter l'improbable autonomie de l'une et de l'autre. Voici tout d'abord deux propos dont le choix vous paraîtra sans doute provocant mais qui me permettront de situer ma position, au-delà de tout jugement de valeurs. Le premier propos est extrait de la préface d'un livre 'grand public', publié chez Ellipses et dont le sujet est *Nombres, grandeurs et proportions* : « *Notre livre n'est pas […] un ouvrage de didactique, s'occupant des phénomènes observés en classe ou cherchant les <u>meilleures</u> façons d'enseigner* » (N. Rouche, 2007). Dans l'autre propos, Y. Chevallard (1992) situe la TSD de G. Brousseau (1998) comme l'étude de conditions « premières » qui rendent possibles les apprentissages, étude faisant abstraction de conditions plus générales, « de second degré », lesquelles favorisent la réalisation des premières conditions. Ce propos est donc à considérer dans une perspective d'écologie des systèmes : « *Guy Brousseau me paraît « obsédé » par les conditions du <u>bon</u> fonctionnement des systèmes didactiques; je suis, quant à moi, davantage fasciné par l'étude des conditions de possibilité de leur fonctionnement, tout court - bon ou moins bon* ». Dans ces propos, je me suis évidemment plue à souligner les qualificatifs 'meilleures' et 'bon' : y aurait-il de meilleures façons d'enseigner ou un bon fonctionnement des systèmes didactiques ? Cela nous renvoie à la distinction évoquée *supra* et que fait M. Crahay (Ibid.), à la suite de E. Durkheim, entre démarche prescriptive et démarche descriptive. La première se situe dans une perspective d'action, d'intervention pour améliorer l'enseignement : il s'agit de « *transformer l'école ou, plus modestement, aider les enseignants à résoudre les problèmes qui se posent à eux* ». Quant à la démarche descriptive, elle relève d'une recherche d'intelligibilité qui tente d' « *élucider le phénomène éducationnel en analysant le fonctionnement des écoles et de tous les acteurs qui les habitent ou gravitent autour d'elles* ».

Mais comment les théories didactiques se positionnent-elles, de ce point de vue ? La TSD se prête, en fait, à deux lectures dont l'une est plus idéologique ainsi que je l'ai montré ailleurs (M. Schneider, 2006b). Personnellement, je préfère considérer cette théorie dans une perspective descriptive en tant que réseau conceptuel propre à analyser des phénomènes d'enseignement/apprentissage y compris dans les classes « ordinaires ». Il n'empêche qu'elle a émergé de l'étude de dispositifs didactiques particuliers et d'ingénieries fonctionnant bien sûr comme méthodologies de recherche mais dont on a également étudié les conditions de transmission et de reproductibilité. On est donc en droit de questionner le choix *a priori* du type de dispositifs didactiques étudiés, ainsi que les raisons de ce choix dont on ne doute pas qu'il suppose une certaine déontologie avec laquelle les décideurs ont engagé toute une école, fût-elle « expérimentale », dans une perspective donnée. Quant à la TAD (Chevallard 1992), elle se situe, comme je l'ai dit plus haut, dans une étude de l'écologie des systèmes didactiques qui fait une de ses spécificités. En ce sens, elle est résolument ancrée dans une démarche descriptive. On peut cependant s'interroger, de ce point de vue, sur l'émergence d'une position plus prescriptive – qui me semble se voir profiler dans des développements plus récents de cette théorie qui opposent, à une perpective « monumentaliste » de l'enseignement des mathématiques, des « processus d'étude et de recherche » (les parcours d'étude et de recherche (P.E.R.) et activités d'étude et de recherche (A.E.R.)) constitués sur base de couples (Q, R) où les savoirs sont des réponses R données par des institutions (la classe en étant une) à des questions Q identifiées comme objets dignes d'étude par ces mêmes institutions. Ceci n'est en aucune façon un jugement négatif de ma part, estimant que la didactique se doit de prendre position sur ce que les chercheurs repèrent comme étant des « dysfonctionnements » du système pour en proposer des « pistes de rémédiation » : il y va de sa crédibilité auprès des décideurs politiques, du moins si j'en juge par la situation en Belgique francophone.

Je conclurais cette section en adoptant le point de vue de M. Crahay (Ibid.) selon lequel « *la confusion des genres est inacceptable* » sans aller, comme lui, jusqu'à souhaiter une séparation drastique des approches descriptive et prescriptive, une « *autonomie entre recherche et pratique* » (Ibid.), arguant que le discours pédagogique ne peut être scientifique sans être érigé en norme et sans empêcher un débat relatif au choix de valeurs. Il me semble plutôt que ce choix est inévitable non seulement dans les options d'enseignement, mais aussi dans la définition même des objets de recherche : peut-on d'ailleurs s'engager dans un travail de thèse prenant s'il en est et supposant l'étude de dispositifs d'enseignement particuliers, sans être convaincu intimement du bien-fondé de ces dispositifs et ce, même si certains sujets de recherche échappent à cette dynamique. Pour autant, bien sûr, qu'on soit capable d'adopter une posture quasiment schizophrénique en adhérant, d'une part, à son sujet de recherche et, d'autre part, en explicitant d'éventuels implicites idéologiques et en les mettant en doute systématiquement. De par leur caractère systémique et leur consistance épistémologique, les théories didactiques majeures autorisent, de ce point de vue, cette prise de distance nécessaire.

2. Dénombrer des automorphismes de solides : un exemple de situation fondamentale au sens large porteuse d'un regard à fort pouvoir démultiplicateur

J'en viens à présent aux valeurs qui sont les miennes tant en ce qui concerne l'enseignement que la recherche. Je les dévoilerai au travers de situations que j'ai choisi de travailler de façon récurrente en formation initiale ou continuée des professeurs de mathématiques. La première de ces situations est celle que j'avais choisie à l'époque où j'entamais un enseignement de didactique des mathématiques, il y a 28 ans de cela, sans avoir connaissance d'aucune théorie en la matière. Travaillant alors à l'instinct, en toute empirie comme c'était et c'est toujours la tradition dominante en Belgique, il m'avait plu de proposer aux élèves-professeurs une situation relative à la recherche des automorphismes de solides telle que présentée par F. Buekenhout et J. Doyen (1977) enseignant tous deux en première année universitaire en mathématiques.

2.1. Description de la situation

D'entrée de jeu, ces professeurs exposent la question : il s'agit de déterminer tous les automorphismes du graphe d'un solide, d'un cube par exemple. Un graphe est donné par un ensemble d'éléments, appelés *sommets*, et une structure déterminée par des paires de sommets qu'on nomme *arêtes*. Un *automorphisme* est alors une permutation des sommets qui laisse invariante la structure c'est-à-dire qui envoie une arête sur une autre arête (et réciproquement) et non pas, par exemple, une arête sur une diagonale du cube ou d'une de ses faces. Ainsi, on peut envoyer *a priori* le sommet *a* sur n'importe quel autre sommet, *c'* par exemple (Fig. 1) mais, une fois ce choix fait, *b*, sommet adjacent à *a*, ne peut être envoyé que sur *d', b'* ou *a*, c'est-à-dire un sommet adjacent à *c'*.

Ces automorphismes sont précisés par une écriture en cycles. Par exemple, l'automorphisme noté *(a, b) (c, d) (a', b') (c', d'*) envoie le premier élément de la parenthèse, soit *a* sur le second *b* (Fig. 1) et ce dernier est envoyé sur *a ; a'* va sur *b'* et vice-versa : il s'agit donc d'une symétrie bilatérale par rapport au plan médiateur du segment *[a, b]*. L'automorphisme *(a, b, c, d) (a', b', c', d')* envoie *a* sur *b*, *b* sur *c*, *c* sur *d* et *d* sur *a ;* il envoie aussi *a'* sur *b'*, *b'* sur *c'*, *c'* sur *d'* et *d'* sur *a'* : il s'agit d'une rotation dont l'axe est la droite qui joint les centres des faces *abcd* et *a'b'c'd'.* En composant ces deux premiers automorphismes, on trouve une symétrie par rapport au plan diagonal *dbd'*, soit *(a, c) (b) (d) (a', c') (b') (d').* Quant à la permutation *(a) (b) (c) (d) (a') (b') (c') (d'),* c'est tout simplement l'identité.

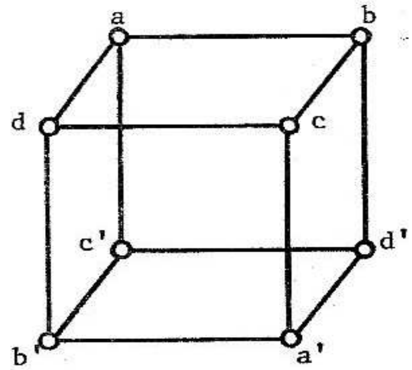


Figure 1.

Le seul fait de composer des automorphismes nous en fournit de nouveaux et parfois ceux-ci sont difficilement interprétables en termes géométriques. Ainsi en est-il de la permutation *(a, d', c, b') (b, a', d, c')* dont le lecteur vérifiera qu'elle conserve bien la structure du graphe du cube. On pressent alors qu'il n'est peut-être pas si facile de décrire de manière exhaustive l'ensemble des automorphismes du graphe du cube, ni même d'en déterminer le nombre total. *A fortiori* est-il malaisé de dénombrer et de déterminer les automorphismes d'un graphe plus compliqué, tel celui de l'icosaèdre (12 sommets, 20 faces) représenté à la Fig. 2.

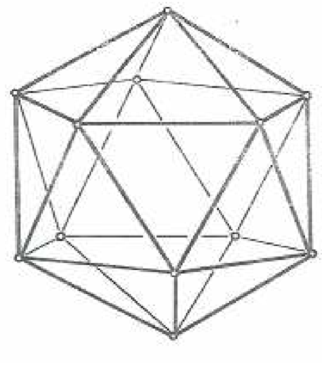


Figure 2.

Le problème général est ainsi posé : dénombrer et décrire les automorphismes du graphe d’un solide quelconque. Cette question est ardue, ainsi que le montre notre première exploration. Elle suppose, en fait, un regard nouveau que nous allons à présent décrire. Il consiste à se polariser sur la structure algébrique que forment les automorphismes du graphe d’un solide et qui est une structure de groupe. Comme le soulignent F. Buekenhout et J. Doyen (Ib.) : « Les groupes d’automorphismes vont jouer un rôle déterminant dans la suite de notre travail. […] Nous verrons comment on peut élaborer à l’aide des groupes, une technique permettant de résoudre de manière quasi mécanique non seulement le problème du cube mais aussi beaucoup d’autres ».

A partir de là s’enclenche une théorie dont les retombées pratiques procurent des techniques conviviales pour résoudre le problème, quel que soit le solide considéré : d’abord ce que les auteurs appellent une « formule magique » qui fournit le nombre total des automorphismes, ensuite la technique dite « des classes latérales » qui permet de les décrire. Illustrons ces techniques sur l’exemple du cube.

Soit $G = Aut\ E$ où E est le graphe du cube. On détermine le cardinal de G au moyen de celui d’un sous-groupe G_a dont les éléments laissent a fixe et la formule magique donne :

$$|G| = 8\ |G_a|$$

où 8 est le nombre le nombre d’éléments de l’orbite de a pour G, correspondant aux 8 sommets du cube où a peut être envoyé par un élément de G.

Ensuite, la même formule conduit à

$$|G_a| = 3\ |G_{ab}|$$

où 3 est le nombre d’éléments de l’orbite de b pour G_a, c’est-à-dire le nombre de sommets adjacents à a sur lesquels b peut être envoyé et où G_{ab} est composé d’automorphismes laissant fixes *a et b.*

Enfin,

$$|G_{ab}| = 2\ |G_{abc}|$$

où 2 est le nombre de sommets adjacents à b et non à a (l’orbite de c pour G_{ab}) et

$$|G_{abc}| = 1.$$

De là, on conclut

$$|G| = 8.3.2.1 = 48.$$

Une fois déterminé le nombre d’automorphismes, on les décrit grâce à la technique des classes latérales qui s’appuie sur le partitionnement des groupes ou sous-groupes d’automorphismes. Ainsi, le sous-groupe G_a est partitionné en trois sous-groupes, ainsi qu’illustré par la Fig. 3: le sous-groupe G_{ab}, l’ensemble $G_a(b,c')$ des automorphismes qui laissent a fixe et qui envoient b sur c' et l’ensemble $G_a(b,d)$ des automorphismes qui laissent a fixe et qui envoient b sur d (rappelons que b ne peut être envoyé que sur b, c' ou d, soit un sommet adjacent à a). Qui plus est, les deux derniers sous-groupes sont ce qu’on appelle des classes latérales de G_{ab}, leurs éléments étant obtenus en composant un de leurs éléments avec ceux de G_{ab}.

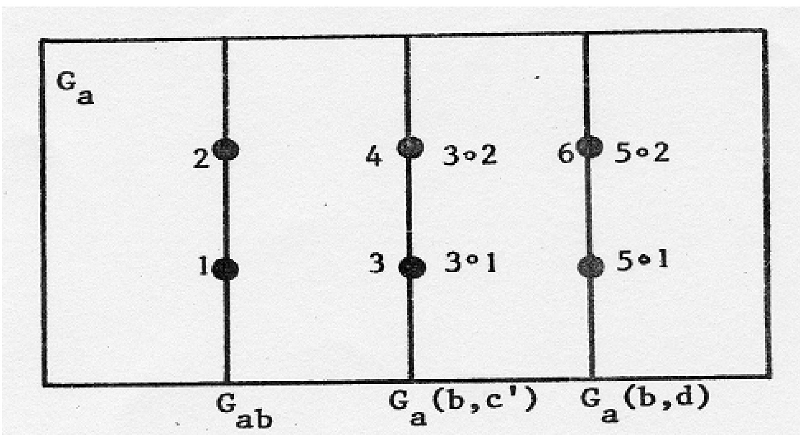


Figure 3.

Or, on sait que G_{ab} est composé de 2 automorphismes : 1 = *(a) (b) (c) (d) (a') (b') (c') (d')* et 2 = *(a) (b) (a') (b') (c,d') (c',d)*. Il reste donc à déterminer 3 = *(a) (b,c') (d') (a') (b',c) (d)* et 5 = *(a) (c) (b,d) (a')(c') (b',d')* et le reste s'obtient par composition. Le gain n'est peut être pas si grand à ce stade mais devient plus évident dans la description de *G*, d'ordre 48, que l'on obtient au prix de la détermination de 7 automorphismes supplémentaires : 7, 13, … ainsi que suggéré par la Fig. 4 où l'on voit *G* partitionné en 8 sous-groupes dont G_a et 7 de ses classes latérales.

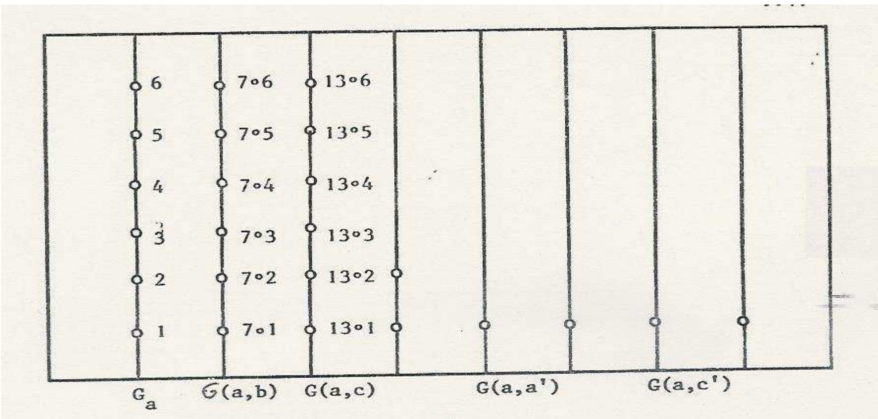


Figure 4

Bien sûr, en arriver à des techniques aussi systématiques pour répondre à des questions aussi « touffues » *a priori* suppose de payer le prix de la théorisation. Nous ne pouvons ici en rendre compte d'une manière complète, celle-ci formant un syllabus de cours entier. Contentons-nous d'établir une liste des principaux théorèmes ainsi que les définitions sur lesquelles ils s'appuient :

- ✓ Les *orbites* de *Aut (E)* regroupent les points de *E* ayant les mêmes propriétés (sommets, milieux arêtes, centres de symétrie, …) ;
- ✓ Pour tout groupe de permutations *G* d'un ensemble *E* et tout point *p* de *E*, le *stabilisateur* G_p, composé des permutations de *G* qui laissent *p* fixe, est un sous-groupe de *G ;*
- ✓ Soient un groupe de permutations de *E*, *p* un point de *E* et *g* un élément de *G*. Si *g(p) = q*, alors l'ensemble *G(p, q)* des éléments de G qui transforment *p* en *q* est la *classe latérale* gauche $g \circ G_p$;
- ✓ Les classes latérales de *H*, sous-groupe de *G*, ont le même cardinal et forment une partition de *G ;*
- ✓ Si G est un groupe de permutations fini, Θ une orbite de *G* et *p* un point de Θ, alors $|G| = |\Theta|\ |G_p|$ (la « formule magique »).

Des mathématiciens reconnaîtront, dans ces résultats, des spécifications de résultats plus généraux de l'algèbre « moderne », dont on voit donc ici une « concrétisation ».

2.2. Les valeurs sous-jacentes au choix de cette situation

Le moment est venu de m'expliquer sur les valeurs que j'associe à une telle situation laquelle me tient décidément à cœur puisque j'avais éprouvé le besoin de la travailler au moment de débuter un enseignement de didactique, il y a 28 ans, et dont je me sers encore à l'heure actuelle pour illustrer la rupture épistémologique qui spécifie, aux yeux de M. Bosch et Y. Chevallard (1999) la didactique des mathématiques par rapport aux autres sciences de l'éducation et qui est résumée par ce propos : « le mystère est dans les mathématiques ».

Une première raison qui me fait apprécier cette situation est qu'elle illustre le concept de situation fondamentale de la TSD en un sens strict : on a bien affaire ici à une tâche - dénombrer et décrire les automorphismes d'un solide - par rapport à laquelle le savoir étudié fournit une technique optimale : la formule magique et la technique des classes latérales. On est donc en présence d'un couple *(Q, R)* par rapport auquel un savoir *S* est fonctionnel. J'ai utilisé ici le vocabulaire des praxéologies mais vous remarquerez que la tâche envisagée a un caractère fondamental par rapport à un savoir donné. C'est un choix délibéré de ma part par lequel je me distingue de plusieurs chercheurs, didacticiens ou ergonomes pour lesquels une tâche, définie par ses finalités et « ce qu'il y a à faire », peut être à peu près n'importe quoi. Que ce soit au niveau de la recherche ou à celui de l'enseignement, je ne m'intéresse qu'à des praxéologies dont les tâches possèdent un certain caractère fondamental. C'est ce qui donne aux premières une dynamique qui illustre l'économie de pensée qu'offrent les mathématiques, réduisant des problèmes complexes à une manipulation réglée et souvent algorithmisable d'écritures symboliques.

Je précise ici que fondamentale ne signifie pas susceptible d'être déclinée en situations adidactiques, une autre de mes valeurs est que je suis prête à sacrifier le caractère adidactique d'une situation à son caractère fondamental mais non prête à faire le contraire. Telle que travaillée ici, la situation des automorphismes ne comporte pas de dimension adidactique : tout au plus, peut-on dévoluer aux étudiants la prise de conscience que le problème de départ ne va pas de soi. Après, c'est le professeur qui fait la théorie. Reste aux étudiants une responsabilité réduite dans la mise en œuvre de la technique, ce qui est un défaut de cette situation laquelle prête le flanc à certaines difficultés de l'évaluation : évaluer l'habileté à utiliser la technique est de peu d'intérêt ; demeure celui de « cuisiner » les étudiants sur la compréhension de la théorie ce qui, à l'ère des compétences, est peu politiquement correct en Belgique. Bref, dans cette situation, le poids du bloc « logos » est sans doute fort grand par rapport au bloc « praxis » et c'est là sûrement un gros défaut.

Mais c'est sur un autre aspect que je voudrais insister ici : la situation des automorphismes illustre non seulement, en un sens strict, le concept de situation fondamentale mais aussi ce que j'appellerais une situation fondamentale au sens large, en donnant deux sens différents mais complémentaires à cette expression. Tout d'abord, il s'agit d'une situation fondamentale d'entrée dans une nouvelle institution qui se définit, pour moi, par rapport à des individus dont on cherche à rendre adéquat au rapport institutionnel leur rapport personnel à certains objets identifiés par cette institution. La situation des médiatrices de G. Brousseau est de ce type. Rappelons ce dont il s'agit. « Le professeur demande « sérieusement » à ses élèves débutants de tracer les trois médiatrices d'un triangle ABC très aplati et prétend donner des noms appropriés A', B', C' aux sommets du petit « co-triangle » [Fig. 5] qu'ils « doivent » ainsi obtenir. Devant la trop petite taille de ce triangle le professeur prétend avoir choisi un triangle ABC particulier et incommode. Il demande aux élèves de trouver un triangle dont le co-triangle sera le plus grand possible. Les élèves s'acharnent et doivent finalement émettre l'hypothèse que ces trois points pourraient n'en représenter qu'un seul et en apporter la preuve contre « l'évidence » de la figure et non pas avec. Pour cela il faut s'accorder sur la définition de la médiatrice comme lieu. Le professeur explique alors la différence entre « voir » et « démontrer ». La géométrie ne consiste pas à décrire ce qu'on voit mais à établir ce qui « doit » être vu ». (G. Brousseau, 2000).

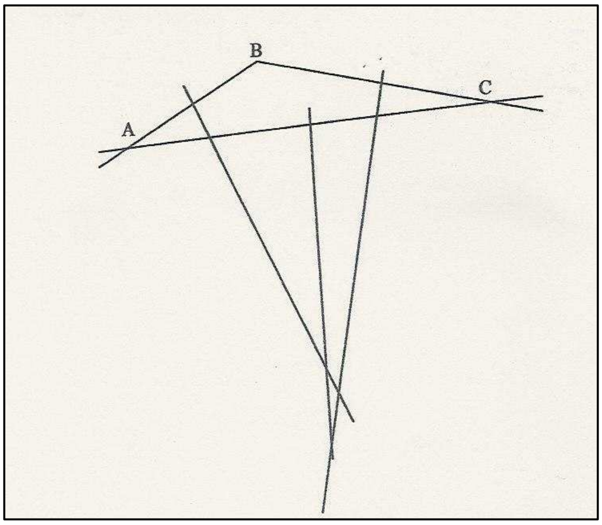


Figure 5.

Cette situation n'est pas à proprement parler une situation fondamentale d'un savoir donné, au sens strict du terme. Car, que serait ce savoir, sinon la propriété de concourance des médiatrices d'un triangle. Mais, on sent bien que l'enjeu majeur n'est pas là mais plutôt dans l'évolution souhaitée du rapport des élèves à de mêmes objets qui, ayant le statut de simples dessins dans l'institution « collège », deviennent de véritables figures géométriques dont les propriétés donnent prise au raisonnement déductif dans l'institution « lycée ».

La situation des automorphismes constitue, elle aussi, une entrée vers une nouvelle institution dans laquelle il s'agit de considérer des objets anciens en un sens nouveau : pour des élèves qui passent de l'enseignement secondaire à l'enseignement universitaire, il s'agit de leur faire regarder autrement les symétries internes d'une figure géométrique, ainsi que la figure elle-même, en un sens que je préciserai ci-après. Et pour les élèves-professeurs qui vivent en quelque sorte la transition inverse, ceux-ci sont confrontés, pour la première fois depuis longtemps sans doute, à un développement mathématique de niveau universitaire qui répond à une question préalable, ce qui leur demande de changer de regard sur les mathématiques elles-mêmes et leur enseignement.

Mais il est une autre acception large du concept de situation fondamentale permettant de préciser le premier sens qui vient d'être donné. Cette autre signification recouvre et dépasse à la fois le point de vue développé par C. Margolinas et al. (2006) à propos de l'activité « encadrement de miroir » qui « doit être pensée non pas comme ouvrant sur un problème, mais comme permettant de définir une situation didactique initiale, génératrice d'une étude à long terme, relative aux usages puis aux propriétés d'un outil mathématique (le travail des relations numériques par tableaux, puis par formules), la dimension théorique nécessaire à la résolution du problème générique n'étant pas l'enjeu de l'étude ». Je pense qu'on peut étendre ce sens large, non seulement en évoquant le concept de question à fort pouvoir générateur d'étude, mais aussi en parlant de **« regard à fort pouvoir démultiplicateur ».** Il s'agit, dans la situation des automorphismes, de :

- Penser les solides non pas en termes d'idéalisation d'objets matériels mais comme des graphes qui sont des ensembles structurés de « points » et de « liens » orientés ou non : c'est bien là un regard fécond dans la théorie des graphes et la combinatoire au sens large ;
- Penser les transformations géométriques, non en termes de mouvements ou même de bijections entre points de l'espace, mais plutôt en termes de groupes et d'orbites. Ce regard nouveau a favorisé une relecture de la géométrie inspirée du programme d'Erlangen de F. Klein qui permet de dégager le raisonnement géométrique de l'intuition spatiale et qui classifie les propriétés géométriques dans des géométries emboîtées, caractérisées par des ensembles structurés de transformations et de leurs invariants ;
- Voir les structures mathématiques, non pas seulement comme éléments de synthèse des mathématiques, mais surtout comme des outils d'action et de pensée au sens où l'entendent les Bourbakistes, l'économie venant du caractère « multi-sens » des structures : « Une structure est un outil pour le mathématicien. Une fois qu'il a discerné, entre les éléments qu'il étudie, des relations satisfaisant aux axiomes d'une structure de type connu, il dispose aussitôt de tout l'arsenal des théorèmes généraux relatifs aux structures de ce type, là où, auparavant, il devait péniblement se forger lui-même des moyens d'attache dont la puissance dépendait de son talent personnel, et qui s'encombraient souvent d'hypothèses inutilement restrictives, provenant des particularités du problème étudié ».

L'intérêt de la situation des automorphismes ne réside donc pas dans la tâche elle-même qui n'est pas forcément considérée par des mathématiciens d'aujourd'hui comme une tâche fondamentale. Tout au plus peut-on signaler qu'un sous-groupe du groupe des automorphismes intéresse les cristallographes qui en font grand cas dans leur domaine de compétences. Mais, ce qui me paraît important, c'est précisément ce nouveau regard qui vient d'être décrit et dont la portée s'étend bien au-delà de la situation décrite. Cette dernière soulève, de plus, une interrogation sur laquelle je reviendrai plus loin et qui relève d'un choix de valeurs : sont-ce les questions ou les réponses - ou un croisement des deux - qui doivent constituer le principe organisateur des curricula ?

3. Un P.E.R. en didactique qui illustre la nécessité d'un « arrière-fond épistémologique »

La description d'une deuxième situation me permettra de préciser ce que j'entends par une autre valeur qui me tient à cœur, à savoir la nécessité d'un « arrière-fond épistémologique » au fondement de toute recherche ou de tout dispositif de développement ou d'enseignement.

3.1. Question à l'étude : « Quelle géométrie enseigner au collège ? »

On peut dire qu'il s'agit d'un parcours d'étude et de recherche didactique réalisé, sous ma direction, par un groupe de huit professeurs enseignant les mathématiques, les uns au collège et les autres au lycée. Ce parcours était pensé de manière à éclairer la question : « Quelle géométrie enseigner au collège ? » (COJEREM, 1995a et 1995b). Les professeurs avaient soulevé la question de manière assez passionnelle, en incriminant un enseignement basé sur l'étude des transformations du plan (isométries et similitudes) « dont on ne fait plus rien au lycée ». Voici quelques-uns de leurs arguments : « Les invariants des isométries tombent comme un cheveu dans la soupe », « les élèves ne comprennent rien aux démonstrations basées sur les isométries : ils se réconcilient avec la démonstration en 3ème lorsqu'on étudie les cas d'isométrie et de similitude des triangles. ».

Partant de là, nous avons étudié, d'une part, la classification des géométries, et, d'autre part, des transformations qui déforment « beaucoup », en particulier les inversions. Le but était non seulement de montrer comment les invariants se perçoivent du moment qu'ils disparaissent d'une géométrie à l'autre, englobant plus de transformations et donc moins d'invariants, mais surtout de soulever la question : « Que fait-on avec ces transformations qui déforment ? ». Plusieurs exemples ont permis d'illustrer comment la méthode « par rayons vecteurs réciproques », basée sur l'utilisation d'inversions, permet de simplifier la résolution de certains problèmes. Ainsi, le problème d'Apollonius (Fig. 6) qui consiste à construire un cercle tangent à trois cercles donnés. L'idée est de transformer deux de ces cercles en droites, via une inversion, de résoudre alors le problème devenu plus simple : construire un cercle tangent à un cercle donné et à deux droites données et traduire la solution trouvée dans le contexte initial au moyen de l'inversion réciproque.

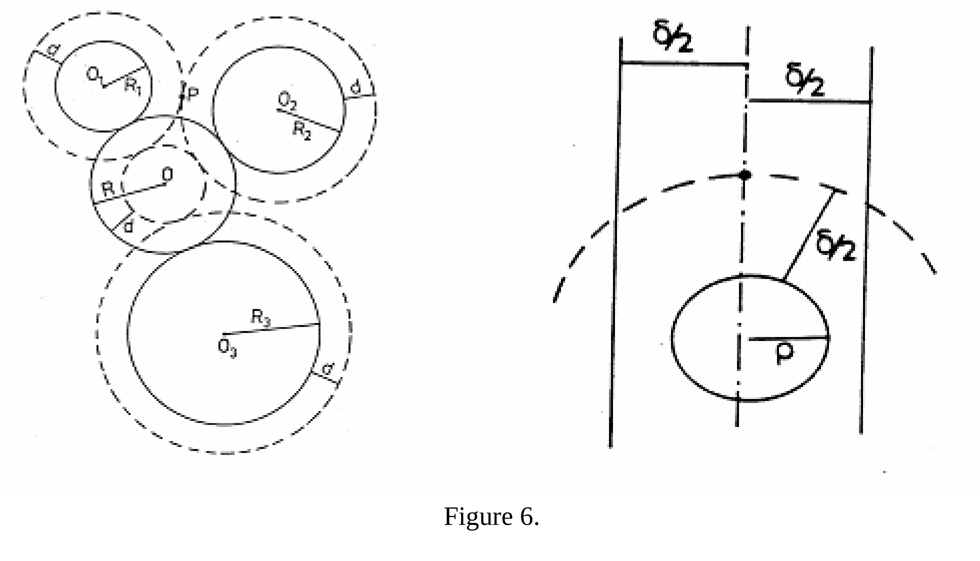


Figure 6.

Le point de vue de géomètres professionnels, D. Lehman et Bkouche R. (1988), F. Borceux (1985) nous avait beaucoup éclairé, en particulier, deux sections écrites par les deux premiers auteurs et dont les titres significatifs sont « Géométrie dont relève une théorie. Pourquoi en sortir ? » et « Géométrie dont relève un problème. Pourquoi y rester ? » que nous avons cherché à illustrer, à l'adresse de collègues enseignants, au moyen d'exemples plus simples que ceux choisis par les auteurs. Le premier titre nous a suggéré un parcours, farfelu si on le comprend au niveau d'un enseignement de collège, mais qui avait le mérite d'illustrer l'idée en jeu : en fait, dans la géométrie moderne, on peut considérer qu'il n'est pas nécessaire de démontrer la concourance des médianes d'un triangle parce que cette propriété découle *ipso facto* de la concourance des hauteurs. En effet, ce deuxième théorème relève de la géométrie angulaire (la plus globale qui conserve la notion de hauteur et la concourance de droites). Dès lors, considérant un triangle quelconque, il existe une affinité qui envoie ce triangle sur n'importe quel autre, en particulier sur un triangle équilatéral, affinité qui conserve bien sûr la notion de médiane et la concourance de droites (Fig. 7). Dans ce dernier triangle, les médianes sont aussi des hauteurs et sont, à ce titre, concourantes. La propriété, vérifiée dans ce cas particulier, se transpose alors au cas du triangle quelconque par l'affinité réciproque. On est donc ici sorti d'une géométrie pour plonger un théorème de géométrie angulaire dans une géométrie plus globale, la géométrie affine en l'occurrence.

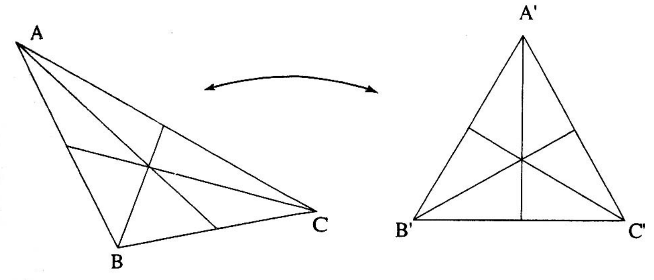


Figure 7.

Cette démarche permet de comprendre, en outre, pourquoi on peut démontrer analytiquement la propriété de concourance des médianes d'un triangle en choisissant les points (0,0), (1,0) et (0,1) comme sommets : le cas n'est pas particulier malgré les apparences. Il correspond en effet au choix d'un repère affine adapté à la situation, une démarche importante pour ce type de propriété.

Quant au 2$^{\text{ème}}$ titre (« Géométrie dont relève un problème, pourquoi y rester ? »), nous l'avons illustré d'une manière plus banale, au moyen du théorème de Pascal : *les paires de côtés opposés d'un hexagone inscrit à une conique se rencontrent en des points alignés* (Fig. 8). Il s'agit là d'une propriété projective. Or, on sait que toutes les coniques sont équivalentes les unes aux autres, à une projectivité près. Il suffit donc de démontrer cette propriété dans le cas plus simple où la conique considérée est un cercle, soit en manipulant des distances ce qui peut-être considéré comme une faute de goût, la distance étant un invariant métrique, soit en choisissant le rapport anharmonique (rapport de deux rapports de distances, au signe près), invariant projectif par excellence.

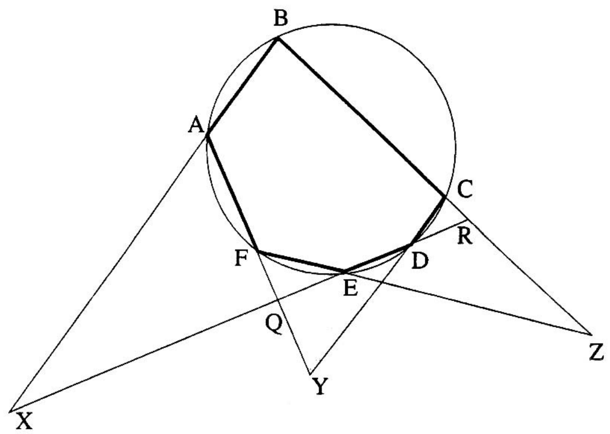


Figure 8.

Cet exemple illustre une démarche importante en géométrie qui consiste à démontrer un résultat dans un cas plus simple pour autant que celui-ci ait une valeur générique au sens de la géométrie concernée par la propriété en question.

Mais la fonctionnalité des transformations pour étudier des propriétés de figures ne peut être assurée sans des théorèmes dits de « structure » concernant :

- La détermination du nombre de points dont il faut connaître l’image pour déterminer les transformations à partir de leurs invariants ;
- La caractérisation économe des transformations en jeu à partir d’une définition en termes d’invariants, caractérisation qui suppose de considérer les transformations comme bijections du plan entier, plutôt que comme mouvements agissant sur des figures ;
- L’étude du caractère transitif du groupe ou la caractérisation des orbites d’ensembles privilégiés. Un groupe G opérant sur un ensemble E est transitif s’il peut envoyer n’importe quel élément de E sur n’importe quel autre ; ainsi le groupe des affinités sur l’ensemble des triangles puisque, comme nous l’avons vu plus haut, il existe toujours une affinité qui envoie un triangle quelconque sur un autre. Et, si le groupe n’est pas transitif, on caractérise ses orbites, par exemple en se demandant quels sont les triangles images l’un de l’autre pour une isométrie ou une similitude. C’est précisément le rôle des fameux cas d’isométrie et de similitude qui, par ailleurs, sont des outils privilégiés pour réduire les problèmes des macro et méso espaces à des propriétés de figures tracées sur une feuille de papier.

Ce parcours – dont je ne vous livre ici que quelques aperçus schématiques - a été fait dans l’esprit de la socio-épistémologie qui, à l’opposé de l’épistémologie normative « entend étudier les rationalités humaines d’un tout autre point de vue. Au lieu de prétendre dire comment les êtres humains *devraient* raisonner, ces approches essayent de *décrire comment les humains raisonnent*. On y examine les scientifiques comme un anthropologue regarde des sorciers : sans se prononcer sur la valeur que ceux-ci donnent à leurs pratiques (et donc, sans y croire nécessairement) » (G. Fourez, 1988). Cela mérite d’être souligné : l’intention étant de questionner une approche naturalisée de la géométrie au collège, de manière intellectuelle et non plus affective cette fois. Soit dit en passant, la réponse « poinçon », c’est-à-dire labellisée par l’institution scolaire, à la question *Quelle géométrie enseigner au collège ?*, réponse qui fait la part belle d’entrée de jeu aux transformations, apparaît alors comme sujette à caution, en ce qu’elle relègue très tard – avec la seule raison du politiquement incorrect - ces outils fameux que sont les cas d’isométrie et de similitude. Mais l’enjeu de la formation consistait surtout en une mise à distance, par les enseignants concernés, de certaines pratiques liées aux transformations (telle la tâche de dessiner l’image d’un point par rapport à une symétrie orthogonale) qui, pendant plusieurs années de scolarité, sont vouées à une instrumentalité assez proche du néant : il s’agissait surtout de comprendre les raisons mathématiques et historiques de cet état de faits.

3.2. Penser la réflexion épistémologique à un haut niveau de co-détermination didactique

Comme l’illustre le parcours d’étude et de recherche (P.E.R.) en didactique que je viens de décrire, cette mise à distance suppose un travail de type épistémologique qui se situe à un haut niveau de co-détermination didactique, ici au niveau de ce domaine mathématique qu’est la géométrie dans son historicité. C’est aussi ce travail que se doivent de partager enseignants et membres de la noosphère[5] si l’on veut que les seconds dépassent les injonctions normatives à l’adresse des premiers. En outre, je ne pense pas que ce travail soit nécessaire seulement à des fins d’enseignement ou de développement : bien des chercheurs pourraient relativiser l’intérêt de leur objet de recherche s’ils s’étaient donné la peine de construire cet arrière-fond épistémologique.

Ma conclusion provisoire à ce stade de l’exposé sera laconique et facile : l’épistémologique est partout dense dans le didactique ; c’en est le ferment même si le didactique ne se réduit pas à l’épistémologie. Encore faut-il s’entendre sur ce qu’on appelle l’épistémologique car il serait étonnant que ce concept échappe à la relativité institutionnelle de toute chose qui est un des credo de la TAD.

4. Diverses tensions qui pèsent sur l’ingénierie curriculaire

La dernière partie de mon exposé consiste en une balade « à l’estime », enivrante ou angoissante selon, dans l’univers des multiples contraintes et des tensions auxquelles ne peut échapper toute

---

[5] Chevallard (1991) appelle « la noosphère » le lieu où l’on pense le fonctionnement didactique. En font partie par exemple les porte-parole de l’institution scolaire, les représentants du pouvoir politique ou certains spécialistes de la discipline qui s’intéressent de plus près à son enseignement.

proposition curriculaire qu'elle provienne d'un milieu de chercheurs ou de personnes plus impliquées dans des décisions « de terrain ». Construire un curriculum suppose en effet de négocier plusieurs finalités « souhaitables » ou, en tout cas, annoncées comme telles par des membres de la noosphère.

4.1. Les finalités « généreuses »

Je commencerais par les finalités « généreuses » devenues étendards de la mouvance des compétences en Belgique : l'important est d'apprendre aux élèves à apprendre, leur apprendre à résoudre des problèmes, à communiquer, … Finalités souvent soutenues par une pédagogie « active », justifiée elle-même - à tort ou à raison - par des références socio-constructivistes. Sur les activités à proposer aux élèves, je me contenterai de rappeler mon souhait de subordonner un quelconque caractère adidactique d'une situation à son caractère fondamental. Serait-ce pour cette raison qu'il me plaît que l'on envisage les A.E.R. au sein de P.E.R. ? Mais ce que j'ai à dire ici est autre. Outre les questions d'opérationnalité, l'optique des compétences, telle qu'envisagée dans la réforme belge, soulève la question du lieu de la transversalité. Après avoir développé l'idée que les compétences transversales sont des chimères jouant le rôle de factotum face aux problèmes cruciaux de l'enseignement aujourd'hui, B. Rey (1996) situe ce lieu dans ce qu'il appelle les intentions et qu'il illustre par les exemples 'd'intention rationnelle' et 'd'intention scripturale'. Sur la première, je reviendrai plus loin. La seconde consiste en l'appréhension de l'écriture, non pas seulement comme message adressé à l'autre, mais comme instrument intellectuel pour « ramener le divers du monde à des regroupements dominables ». Ne rejoint-on pas là l'essentiel de la culture mathématique : l'algèbre comme modélisation ultime par des ostensifs performants de divers systèmes mathématiques ou extra-mathématiques ? Aussi en conclurai-je brièvement ce que j'ai déjà développé ailleurs (Schneider, 2004), à savoir qu'on ne peut exercer des compétences transversales sans les arrimer à un travail proprement disciplinaire respectant l'épistémologie propre de la discipline concernée.

Parmi les finalités généreuses, se trouvent les finalités dites « citoyennes » à travers lesquelles on redit la nécessité de choisir les disciplines ou activités scolaires en fonction de leur potentialité à former « l'honnête citoyen de demain ». Les mathématiques ont-elles un rôle à jouer à ce niveau ? Par leur instrumentalité au « quotidien » ? On pense bien sûr à l'étude des indices pour consommateurs, aux biais graphiques qui orientent l'information dans les média … Et pourquoi pas ? On pense aussi aux questions d'interdisciplinarité, socialement sensibles de préférence. Mais les mathématiques y sont-elles vraiment prises en considération ou laissées « boîte noire » ? Comment éviter une approche qui laisse aux élèves la possibilité de « parler autour » des différents aspects sous-jacents à la question étudiée sans en approfondir vraiment un ? Ne faut-il pas également trouver un équilibre entre des mathématiques mixtes et des mathématiques « multi-sens » dont le propre est d'abstraire de divers contextes un aspect qui leur est commun : pensons au concept d'intégrale définie, limite d'une somme de « produits élémentaires », ces derniers pouvant représenter indifféremment des aires de rectangles, des volumes de cylindres, ou les calculs du travail d'une force sur des espaces où on la considère constante … ? Comme vous le voyez, j'ai plus de questions que de réponses. Emerge quand même une conviction : c'est que la finalité citoyenne la plus utile à travailler au cours de mathématiques, c'est une posture rationnelle (c'est là que je rejoins l'intention rationnelle de B. Rey) des élèves vis-à-vis des mathématiques qui consiste simplement, à défaut de plaisir et d'engouement, à ne pas avoir peur face à la moindre écriture symbolisée ou le moindre ostensif mathématique. Du travail reste à faire pour ne pas entretenir le gâchis de tant d'adultes tétanisés devant le moindre emblème mathématique…

4.2. Organiser le curriculum à partir des réponses ou à partir des questions ?

D'autres tensions liées au travail curriculaire m'interpellent. Faut-il croiser et comment une entrée par les questions et une entrée par les réponses ? Privilégier les réponses « poinçons » ou les réponses « cœur »? Posées en toute généralité, ces questions n'ont évidemment pas de réponse. Je me contenterai donc de quelques exemples qui me semblent avoir quelque vertu dans une perspective de brainstorming. En ce qui concerne la première question, je dirais qu'il n'existe pas de correspondance biunivoque entre réponses et questions : par exemple, le calcul des dérivées permet d'optimiser des grandeurs aussi bien que de déterminer des vitesses variables et certains problèmes d'optimisation relèvent de la programmation linéaire et non du calcul des dérivées. Se crée alors un entrelas de tâches et de techniques qui offre un espace d'apprentissage privilégié à la résolution de problèmes sans qu'il faille aller chercher du côté de problèmes inédits et complexes. Quant à la deuxième question, je décrirai un exemple où il y a vraiment peu de chances que la réponse des élèves « selon leur cœur » coïncide avec la réponse « poinçon », pourtant si conviviale. Soit à calculer, de la manière la plus précise possible, une aire « sous une courbe ». L'idée d'y loger des morceaux rectilignes, les plus petits et nombreux possible et même d'envisager un processus qui relève d'une manière ou d'une autre d'un « passage à la limite » est à la portée du premier élève venu. Mais non pas celle qui consiste à regarder cette aire comme l'image d'une fonction-aire, primitive de la fonction-courbe, à supposer qu'elle existe. Et, pourtant, on ne renoncera pas au calcul des primitives lorsqu'on peut y recourir ! Tout au plus peut-on dans ce cas mettre à distance la réponse « poinçon » par un discours technologique qui a pour fonction de délimiter son champ d'action …

4.3. L'évolution des mathématiques et celle de la technologie

L'évolution des mathématiques elles-mêmes apporte son lot de tensions pour qui s'intéresse à l'ingénierie curriculaire, ainsi qu'analysé dans le « rapport Kahane » (CREM, 2002). Désormais, le raisonnement probabiliste pénètre d'autres domaines mathématiques, les mathématiques discrètes se développent, … Mais, depuis la réforme des mathématiques modernes, on a appris à se méfier de prescriptions curriculaires par trop inspirées des derniers développements mathématiques. Y aurait-il des valeurs intemporelles ? La géométrie d'Euclide par exemple ? Mais pourquoi ? Et pourquoi reléguer la géométrie analytique au rang des vieilleries alors que c'est une excellente occasion d'offrir à l'algèbre une certaine fonctionnalité ? C'est précisément cette idée de fonctionnalité que je choisis de retenir en revenant à cette valeur d'économie de pensée que j'ai défendue plus haut et dont rend si bien compte le concept d'instrumentalité des ostensifs.

A cette évolution des mathématiques s'ajoute l'évolution de l'environnement technologique qui offre de nouvelles opportunités d'expérimentation, de questionnement et d'illustration et donc d'accès à des savoirs nouveaux mais dont on peut craindre aussi une recrudescence des pratiques ostensives là où elles ne sont ni incontournables, ni souhaitables.

N'oublions pas enfin les phénomènes d'écologie, mis en évidence par la TAD, et qui risquent de rendre caduques *a priori* des propositions de changements curriculaires importants. Faut-il pour autant y renoncer ? Quel prix les payer ? Impuissante à répondre à ces questions, j'ai tendance à miser sur des changements sans doute moins importants mais qui modifieraient peut-être plus qu'on ne le pense l'enseignement des mathématiques. Je pense surtout, pour l'enseignement secondaire, à des décisions qui restaureraient les « vraies raisons d'être » des concepts et théories, à l'origine de leur émergence. Je consacre à ce point toute la section suivante, ce qui est révélateur de l'importance que je lui accorde, arrêtant ici cette balade au paysage des contraintes, en étant bien consciente du caractère non exhaustif des tensions énumérées ici, à quelque niveau que ce soit, à commencer par les jeux d'influences personnelles dans les commissions de programmes ou d'influences d'un niveau d'enseignement sur d'autres … qu'on aurait tort de négliger.

4.4. Admettre deux niveaux praxéologiques[6]

J'en arrive donc à une valeur à laquelle je tiens énormément et qui me paraît devoir structurer toute organisation curriculaire précédant une formation proprement liée aux mathématiques dites supérieures. Elle s'exprime par le souhait d'existence de deux types de praxéologies, existence qui devrait permettre, à mes yeux, d'articuler deux traits saillants de la TAD : d'une part, la modélisation didactique de l'activité mathématique en termes de praxéologies et, d'autre part, l'importance

[6] La notion de praxéologie désigne une organisation mathématique qui associe à un *type de tâches* T donné une *technique* τ dont la mise en œuvre permet l'accomplissement d'une tâche t du type T. Le bloc « pratico-technique », noté $[T/\tau]$, représente ce que l'on nomme dans la langue courante un *savoir-faire*. La technique τ appelle en principe une justification qu'on nommera une *technologie* θ de τ. Une telle justification appellera à son tour une justification assumée par un discours de niveau supérieur dont l'ambition est de justifier la technologie θ. Un tel discours Θ sera appelé une *théorie*.

accordée dans cette dernière activité à la modélisation proprement mathématique de systèmes tant intra qu'extra-mathématiques.

Le premier type de praxéologies concerne la modélisation mathématique de systèmes constitués d'objets que l'on peut considérer comme des objets préconstruits au sens d'Y. Chevallard (1991), c'est-à-dire d'objets dont l'existence résulte, aux yeux de personnes assujetties à une même institution, d'un « croisement d'énoncés du langage et de situations surdéterminées ». Un tel objet « n'est pas construit mais *présenté*, par une *deixis* qui est un *appel à la complicité* dans la reconnaissance ontologique ; l'existence de l'objet apparaît alors comme *évidente, non douteuse*, plus justement *non susceptible de doute* ; l'objet est installé, par la monstration qui le désigne dans son existence entêtée, dans un état qui échappe au questionnement, parce que tout questionnement le suppose : il est un point d'appui inattaquable de la réflexion » (Ibid.). De tels objets préconstruits jouent un rôle indéniable dans l'apprentissage, pouvant constituer des objets mentaux au sens de H. Freudenthal (1973) que j'ai retravaillé personnellement (Schneider, 1988) comme « substituts de concepts » auxquels sont associés des convictions, des « images » qui peuvent soit faciliter, soit entraver l'apprentissage des concepts mathématiques correspondants. De fait, et mes travaux en analyse l'ont largement montré, il ne faut pas négliger une phase d'apprentissage au cours de laquelle, les objets préconstruits, existant d'abord par le truchement d'une désignation, se mettent à exister par le truchement d'une définition au sein d'une théorie, cette définition donnant prise à une organisation véritablement déductive. Et ce serait là le rôle des praxéologies de type 1. Précisons les ingrédients de telles praxéologies au moyen de quelques exemples. En analyse, il s'agira de déterminer des objets préconstruits tels que des aires, des volumes, des vitesses variables, des tangentes en un point d'une courbe. En géométrie analytique à 3 dimensions, ces objets seront des points, des droites, des plans qui sont, à un certain stade du cursus, des objets tantôt préconstruits, tantôt définis par des axiomes au sein de la géométrie synthétique déjà constituée comme théorie axiomatique. Les techniques sont les modes de détermination ou de modélisation « standard » de tels objets : dans le cas de l'analyse, le calcul des limites dans un état embryonnaire comme techniques consistant à supprimer des éléments de calcul, au moment opportun et sans jeu de compensations comme en algèbre, ou encore, le calcul plus performant des dérivées et des primitives. En ce qui concerne la géométrie analytique, je pense aux caractérisations paramétriques, cartésiennes et vectorielles des droites et des plans. Comme ces objets n'existent pas encore comme objets d'une théorie et que le but est précisément de les constituer comme tels, le discours qui justifie ces techniques et les rend intelligibles eu égard à la tâche visée ne peut être théorique, au sens où l'entendraient des mathématiciens. Et, c'est ce qui rend nécessaire, me semble-t-il, l'existence d'un niveau de discours qu'Y. Chevallard appelle discours technologique. Dans nos exemples, il s'agira de justifier qu'un calcul de limite fournit bien la valeur exacte d'une aire curviligne ou d'une vitesse instantanée, contrairement à l'intuition « commune » qui se constitue en obstacle épistémologique ainsi que je l'ai montré. Il s'agira aussi de « justifier » telle ou telle caractéristique algébrique de la droite ou du plan dans l'espace à partir de caractéristiques proprement géométriques, par exemple, le fait qu'un plan est déterminé par deux droites sécantes, et/ou de savoirs propres à la géométrie analytique du plan. Et c'est là un travail dont l'une de mes thésardes montre la nécessité (Lebeau et Schneider, à paraître). Au terme de telles praxéologies, les préconstruits se constituent en concepts mathématiques par le truchement d'une définition pour se prêter à une théorie déductive : les aires sont définies comme intégrales définies, les vitesses comme des dérivées et les plans comme lieu de points dont les coordonnées vérifient une équation cartésienne ou un système particulier d'équations paramétriques.

Entrent en jeu alors les praxéologies de type 2 dont les tâches diffèrent considérablement de celles des praxéologies de type 1. Elles sont en effet propres à la constitution d'une organisation déductive. Il s'agit de reformuler certains concepts pour en faire des proof-generated concepts au sens de Lakatos (1985), l'exemple typique étant celui du concept de limite, formulé en termes de quantificateurs et d'inégalités et inspirant un modèle de preuve faisant abstraction de toute considération géométrique ou cinématique. Il peut s'agir aussi de déduire tel résultat théorique d'axiomes et/ou de théorèmes antérieurement démontrés, d'établir un système d'axiomes « simple » et non redondant, de conjecturer un ordre d'agencement des théorèmes, etc. Les techniques sont à la fois des règles d'inférence du calcul propositionnel et de celui des prédicats telles que le *modus ponens* et le *modus tollens* mais aussi des techniques de réfutation comme celle qui consiste à chercher le « lemme coupable », au sens d’I. Lakatos, dans une inférence invalide. Quant à la théorie, il s’agit en quelque sorte d’une théorie des théories ou ce que K. Popper (1977) appelle « la logique de la connaissance scientifique » qui soulève des questions épistémologiques concernant la nature des concepts scientifiques, la falsifiabilité des théories, le problème méthodologique de la simplicité, la hiérarchie des disciplines scientifiques, le refus du mélange des genres dans l’établissement de la causalité, … On peut aussi y trouver la théorie des preuves et réfutations d’I. Lakatos.

Ces deux types de praxéologies conduisent à des développements mathématiques presque étrangers les uns aux autres. Si une praxéologie de type 2 peut conduire à une théorie mathématique standardisée, plus ou moins globale, il n’en va pas de même des praxéologies de type 1 qui débouchent sur des argumentations non assimilables à des théories canoniques plus ou moins locales. En effet, s’il peut y avoir interpénétration entre les deux, c’est au niveau des tâches ou des techniques mais pas à celui des discours qui valident les secondes en regard des premières. En général, les tâches des praxéologies de type 1 deviennent des applications des théories résultant des praxéologies de type 2, ce que Y. Chevallard nomme « une déconnexion franche du cœur théorico-technologique de l’œuvre d’avec ses applications ». Et ce sont les techniques des premières praxéologies qui définissent les objets premiers de ces mêmes théories. Par contre, les praxéologies de type 1 autorisent des modes de validation plus pragmatiques qui seront récusés dans les secondes, tel celui qui consiste tester la pertinence d’une technique nouvelle pour résoudre un problème dont la solution est déjà connue par ailleurs. C’est bien une telle démarche que fait Fermat lorsqu’il exploite sa méthode d’adégalité, dans laquelle on peut voir une forme embryonnaire du calcul des dérivées, pour retrouver des résultats connus depuis l’Antiquité, comme la détermination de la tangente en un point quelconque de la parabole. N’est-ce pas de tels tests qui légitimeront ultérieurement de définir l’objet préconstruit – ici une tangente – comme résultat de la mise en œuvre de la technique des dérivées ?

Cette distinction de deux types de praxéologies permet de penser en d’autres termes la dialectique outil/objet de R. Douady (1984). Elle permet aussi d’éclairer la transition secondaire/université. En effet, on sait, depuis la réforme des mathématiques modernes, qu’une entrée trop abrupte dans les praxéologies de type 2 se solde par des apprentissages creux. Et, comme le montrent les travaux d’E. Rouy (à paraître), les praxéologies de type 1 constituent un niveau de rationalité soit non identifié, soit négligé, ce qui prive les élèves à un moment donné de leur apprentissage, d’une entrée dans une rationalité de leur niveau, les poussant ainsi à privilégier une approche des mathématiques exclusivement procédurale. En tout cas, il est clair que, à propos de certaines de leurs interrogations qu’ils formulent dès que le climat de la classe se prête au questionnement, « l’école les abandonne » pour reprendre une expression d’Y. Chevallard (2004).

En guise de conclusion

Ma conclusion prendra la forme d’injonctions schématiques que j’aimerais formuler sans prétendre vouloir donner des leçons à qui que ce soit :

- Privilégier des recherches qui éclairent les choix curriculaires en intégrant, d’une manière ou d’une autre, des dimensions fondamentales du savoir dont on étudie l’apprentissage et/ou l’enseignement
- Concevoir des outils de formation qui coordonnent davantage aspects didactiques et aspects épistémologico-mathématiques ; L. Ma (1999) a clairement montré le rôle joué par les connaissances mathématiques des professeurs dans la qualité de leur enseignement. Aussi peut-on accorder *a priori* du crédit à toute tentative d’approfondissement des mathématiques que l’on enseigne, fussent-elles considérées – à tort – comme élémentaires. Déjà F. Klein (1939) avait travaillé dans ce sens et je pense que les pistes qu’il avait ouvertes ne sont pas assez exploitées.
- Distinguer le temps d’action et le temps de formation qui répondent à des logiques tout à fait différentes, pour favoriser la mise à distance que les professeurs devraient avoir par rapport aux pratiques devenues « transparentes » parce que « naturalisées » comme dirait Y. Chevallard.
- Et enfin, pour terminer de manière plus humoristique, pratiquer la méthode des lieux en matière d’ingénierie curriculaire. Celle-ci consiste, de manière générale, à chercher un objet répondant à plusieurs contraintes à l’intersection de lieux, chacun étant obtenu en faisant jouer une contrainte à

la fois. L'objet peut être un point, un triangle, une fonction, la signification d'un mot dans un dictionnaire, une maison à acheter, un homme à épouser … mais aussi un contenu mathématique à proposer dans un programme scolaire. Encore faut-il espérer que les divers lieux permis par l'ensemble des contraintes en jeu n'aient pas une intersection vide !

BIBLIOGRAPHIE

BORCEUX F. (1985), *Invitation à la géométrie*. Louvain-la-Neuve : Ciaco éditeur.

BOSCH M., CHEVALLARD, Y. (1999), La sensiblilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique. *Recherches en Didactique des Mathématique,* 19(1), 77-124.

BOSCH M., GASCON J. (2002), Organiser l'étude. 2. Théories & empiries, in *Actes de la XIème Ecole d'été de Didactique des Mathématiques*.

BOSCH M., ESPINOZA L., GASCON J. (2003), El profesor como director de procesos de estudio : analisis de organizaciones didacticas espontaneas. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 23(1) 79-135.

BROUSSEAU G. (1998), *Théorie des situations didactiques.* Grenoble : La Pensée Sauvage.

BROUSSEAU G. (2000), Les propriétés didactiques de la géométrie élémentaire, in *Actes du Séminaire de Didactique des Mathématiques de l'Université de Crète*. Rethymon.

BUEKENHOUT F., DOYEN J. (1977), *Groupes de symétries.* Presses universitaires de Bruxelles.

CHEVALLARD, Y. (1991), *La transposition didactique : du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble : La Pensée Sauvage Editions.

CHEVALLARD, Y. (1999), L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 19(2), 221-266.

CHEVALLARD Y. (1992), Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 12(1) 73-111.

CHEVALLARD Y. (2004), *La place des mathématiques vivantes dans l'éducation secondaire : transposition didactique des mathématiques et nouvelle épistémologie scolaire*, 3e Université d'été Animath, Saint-Flour (Cantal), 22-27 août 2004.

CRAHAY M. (2002), La recherche en éducation : une entreprise d'intelligibilité de faits et de représentations ancrées dans l'histoire sociale, in Leutenegger F. & Saada-Robert M. (Eds), *Expliquer et comprendre en science de l'éducation*. Bruxelles : De Boeck-Wesmael.

CREM, sous la direction de J.-P. Kahane (2002), *L'enseignement des sciences mathématiques, Rapport au ministre de l'Education nationale*. Paris : Odile Jacob.

COJEREM (1995a), *Des situations pour enseigner la géométrie (1e/4e guide méthodologique),* Bruxelles : De Boeck-Wesmael.

COJEREM (1995b), *Géométrie en situations (1e/4e notions pour l'élève),* Bruxelles : De Boeck-Wesmael.

DOUADY R. (1984), *Jeux de cadres et dialectique outil-objet dans l'enseignement des mathématiques.* Paris: Université de Paris 7.

FOUREZ G. (1988), *La construction des sciences : introduction à la philosophie et à l'éthique des Sciences*. Bruxelles : De Boeck Wesmael.

LAKATOS I. (1985), *Preuves et réfutations*, Paris, Hermann.

LEBEAU C., SCHNEIDER M. (à paraître), Genèse d'une modélisation algébrique du système « points, droites, plans » in *Actes de la 14e école d'été de didactique des mathématiques de Ste Livrade*, 17-24 août 2007.

LEHMANN D., BKOUCHE R. (1988), *Initiation à la géométrie*. Paris : PUF.

FREUDENTHAL H. (1973), *Mathematics as an educational task.* Dordrecht : D. Reidel.

KLEIN F. (1939), *Elementary Mathematics from an advanced Standpoint*, Dover Publications.

MA L. (1999), *Knowing ant Teaching Elementary Mathematics*. London : Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

MARGOLINAS C, MERCIER A., RENE DE COTRET S. (2006), Les développements curriculaires dans l'enseignement obligatoire, in L. Trouche, V. Durand-Guerrier, C. Margolinas et A. Mercier (Eds.), *Actes des journées mathématiques INRP, Lyon, 14 et 15 juin 2006* http://www.inrp.fr/INRP/publications/editions-electroniques/br059.pdf.

POPPER K. (1977), *La connaissance objective*, Edition Complexe.

REY B. (1996), *Les compétences transversales en question*. Paris : ESF.

ROUCHE N. (2007), *Nombres, grandeurs et proportions*. Paris : Ellipses.

ROUY E. (2007), *Formation initiale des professeurs (du secondaire supérieur) et changements de posture vis à vis de la rationalité mathématique.* Thèse de doctorat, Université de Liège.

SCHNEIDER M. (1988), *Des objets mentaux 'aire' et 'volume' au calcul des primitives.* Louvain-la-Neuve : Université catholique de Louvain.

SCHNEIDER M. (2004), Viser le « transversal » à travers du « bon disciplinaire » ou trois compétences transversales contextualisées au sein des mathématiques. *Repères-IREM*, 55, 51-70.

SCHNEIDER M. (2006a), Quand le courant pédagogique « des compétences » empêche une structuration des enseignements autour de l'étude et de la classification de questions parentes. *Revue française de Pédagogie,* 154, 85-96.

SCHNEIDER M. (2006b), Comment des théories didactiques permettent-elles de penser le transfert en mathématiques ou dans d'autres disciplines ? *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 26(1), 9-38.

Ateliers : descriptif du dispositif

Dix-sept équipes[7], qui développent leurs activités de recherche en relation avec l'équipe mathématique de l'INRP ou dans le cadre d'UMR liées à l'INRP, ont été conviées à participer à ces journées d'étude. Pour organiser le travail sous forme d'ateliers, les quatre thèmes suivants ont été distingués permettant de fédérer chacun 4 ou 5 équipes :

Thème 1 : *Enseignement des sciences, démarche expérimentale*, qui regroupait les équipes EXPRIME, Option sciences, SESAMESMaths, ECCEMath et Résolution collaborative ;

Thème 2 : *Conception et/ou usage d'outils technologiques*, regroupant les équipes Aplusix, 3Dgeom, CROME et Casyopée ;

Thème 3 : *Production de ressources/documents pour enseignants*, regroupant les équipes DéMathE, ERMEL, Ressources ZEP et AMPERES ;

Thème 4 : *Usages et mutualisation de ressources*, qui regroupait les équipes ECUM, EMULE, e-CoLab et Statistix.

Afin de permettre des échanges riches et fructueux entre les équipes au sein de chaque thème lors des deux journées, le comité scientifique a proposé un travail préalable dont l'objectif a été pour chaque équipe de prendre connaissance des problématiques de recherche des autres équipes relevant du même thème et de faire émerger des points de convergence autour desquels une discussion pouvait se mettre en place lors des journées. Ce travail, qui s'effectuait via les forums ouverts dans ce but sur le site EducMath et dédiés à chacun des quatre thèmes, consistait en plusieurs étapes :

- pour chacun des quatre thèmes, un membre du comité scientifique a élaboré un questionnement qui a été envoyé aux équipes participant à ce thème ;
- les équipes ont rédigé une réponse à ce questionnement et l'ont publiée sur le forum correspondant ;
- le membre du comité scientifique a élaboré une synthèse des réponses au questionnement qu'il avait proposé, en faisant émerger les problématiques communes autour desquelles les discussions lors des journées pouvaient s'organiser. Cette synthèse a également été publiée sur le forum correspondant et tous les participants ont été invités à en prendre connaissance avant le début des journées.

Le travail en ateliers a commencé par les présentations des différentes équipes qui ont été préparées dans la perspective d'apporter des éclaircissements sur leur positionnement par rapport aux problématiques communes dégagées dans la synthèse du travail préalable. Ces discussions ont été suivies d'échanges et dans chaque atelier, un participant a été chargé d'en élaborer une synthèse qui a été présentée lors d'une session plénière.

Dans ce qui suit, les travaux de chacun des quatre ateliers sont présentés en reprenant naturellement la structure qui vient d'être décrite : questionnement a priori, contribution des équipes avant les journées, synthèse des contributions des équipes et synthèse des discussions lors des journées.

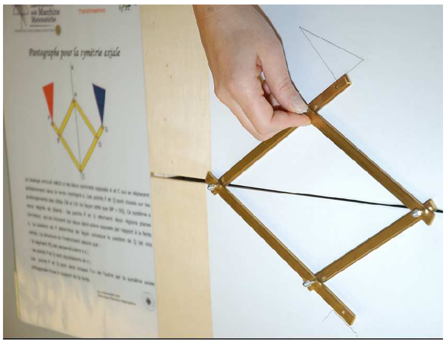
---

[7] Voir les descriptifs de ces recherches sur le site EducMath http://educmath.inrp.fr/Educmath/partenariat/equipes_associees/.

Atelier du thème 1

Enseignement des sciences, démarche expérimentale

Modérateur : Gilles Aldon



Dans ce thème sont regroupées des équipes dont les travaux mettent en avant la résolution de problèmes comme étant centrale dans l'apprentissage des mathématiques. En s'appuyant sur les discussions des journées mathématiques 2006, il ressort que les questions renvoient à la double approche épistémologique et didactique plus ou moins mis en avant selon le questionnement premier.

Nous proposons alors de partager la discussion en nous appuyant sur deux questions, dont l'une porterait sur l'activité mathématique des élèves et l'autre sur la dimension expérimentale dans la recherche de problèmes en mathématiques.

Les questions proposées pourront être abordées en privilégiant l'approche spécifique de chaque équipe, la discussion portant alors sur les points de convergence des différentes approches.

1. Questionnement a priori des groupes

Q1. Comment s'articule l'enseignement et l'apprentissage à travers la résolution de problèmes ?

Quel sens pour les élèves ?

Quel est le rôle de l'écrit, de la nominalisation, du symbolisme dans l'activité de recherche de problèmes ?

Quel est le rôle des définitions et comment elles peuvent être construites par/avec les élèves ?

Quelles validations, entre justifications, preuves et démonstrations ?

Qu'est ce qui garantit une véritable activité mathématique des élèves dans une situation de recherche de problèmes ? Quel lien peut-il être fait avec les écrits ? l'évaluation ?

Q2. Quelle est la part d' « expérimental » dans la recherche de problèmes ?

Que recouvrent les termes et expressions démarche expérimentale/expérience/dimension expérimentale ; expérience versus heuristique ?

Quel est le rôle des outils dans l'expérimentation ?

2. Contributions des groupes avant les journées

2.1. Equipe EXPRIME (Expérimenter des Problèmes de Recherche Innovants en Mathématiques à l'Ecole)

Contexte

Le travail de l'équipe EXPRIME s'est prolongé cette année par la mise au point d'un prototype de ressources s'appuyant sur le questionnement suivant : en quoi les problèmes de recherche et la dimension expérimentale qu'ils contiennent permettent-ils des apprentissages mathématiques (et pas seulement transversaux) ?

L'ensemble des ressources sur ce thème sera à terme disponible sur le site EducMath de l'INRP, et il sera possible par une navigation simple d'approfondir et de prolonger de très nombreuses notions abordées. Seront à disposition : des textes théoriques sur la dimension expérimentale en mathématiques, des ressources concernant le problème ouvert, des textes similaires à celui présenté ici mais concernant d'autres situations mathématiques, des approfondissements concernant cette situation.

Concernant ce document, son objectif premier est de faciliter la mise en oeuvre d'un problème particulièrement riche en mettant en particulier en évidence ses potentialités et celles qu'il dévoile chez les élèves.

Dans ce but, nous proposons une vue de l'ensemble des objets mathématiques que l'on peut espérer travailler lors de la mise en oeuvre de ce problème dit ici des « fractions égyptiennes ». Cette vue a pu être obtenue par une analyse approfondie s'appuyant sur de nombreuses expérimentations à tous les niveaux du collège et du lycée.

Cette situation peut irriguer plusieurs séances de mathématiques et ses prolongements permettre encore de nombreuses heures de découvertes mathématiques.

Une situation mathématique étudiée : Décomposer l'unité en somme de fractions de numérateurs 1

Cette situation mathématique a été déclinée en une situation de classe dont l'énoncé était le suivant :

> Peux-tu trouver deux entiers naturels distincts a et b tels que
>
> $$1 = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \ ?$$
>
> Peux-tu trouver trois entiers naturels distincts a, b et c tels que
>
> $$1 = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \ ?$$
>
> Peux-tu trouver quatre entiers naturels distincts a, b, c et d tels que
>
> $$1 = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} \ ?$$
>
> Continue …

Quelques éléments d'analyse

Résumé de l'analyse mathématique

La réponse à la première question est donc non, il n'existe pas deux tels entiers.

La réponse à la deuxième question est oui, avec une unique solution : (2,3,6).

La réponse aux questions suivantes est ensuite toujours oui avec 6 puis 72 puis 2320 puis 245765 puis 151182379 solutions avec des entiers tous distincts. Voici par exemple des n-uplets solutions à différents rangs : (2,3,10,15) ; (2,3,7,42) ; (2,4,5,6,20) ; (2,5,6,10,30) ; (2,3,7,43,1806)...

Résumé de l'analyse didactique

Nous ne développerons pas ici d'analyse sur les compétences liées à l'activité de résolution de problème proprement dite (savoir mettre en oeuvre une démarche scientifique, savoir oser, réaliser des essais avec ou sans outils, dégager des sous-problèmes, changer de cadres, conjecturer, se poser le problème de la démonstration, de la preuve...). On renverra le lecteur intéressé à des ouvrages comme celui de Gilbert Arsac et Michel Mante sur le problème ouvert[8].

L'objectif ici est de proposer une liste d'objets, de propriétés, de raisonnements mathématiques que l'on sait susceptibles d'être mis en oeuvre lors d'une telle activité. Tous les éléments de cette liste ont été observés lors d'expérimentations dans de vraies classes, dans des conditions de fonctionnement habituel.

Réponses aux questions

Une des hypothèses forte sur laquelle repose le travail du groupe est que la recherche de problèmes en classe de mathématiques est fondamentale dans l'apprentissage des mathématiques en ce sens qu'elle permet aux élèves de faire fonctionner des notions et participe à une naturalisation des objets manipulés qui entraînent un élargissement du champ d'expériences et participe à la construction de connaissances nouvelles. La deuxième hypothèse forte réside dans le fait que dans un problème de recherche ne sont pas uniquement travaillées les compétences transversales mais il permet aussi de travailler des notions, des concepts des programmes de mathématiques.

Il s'agit de prendre en compte le difficile passage de la situation mathématique intéressante (pour le mathématicien, pour le professeur, pour l'élève ?) à une situation de classe intéressante pour les enseignants dans le cadre de leur enseignement et pour les élèves dans le cadre de leur apprentissage.

Devant une situation mathématique, l'analyse mathématique permet de mettre en évidence les liens entre différentes notions qui sont repérées et la robustesse de la situation. Suivant les niveaux de connaissances, une même situation peut s'appuyer sur des leviers différents et développer des apprentissages variés.

L'analyse didactique permet de transposer les spécificités de la situation mathématique à un niveau de connaissance en créant le milieu favorable à l'émergence des notions qui seront travaillées. Elle s'attache à dégager les aspects de la situation favorisant l'entrée dans une dimension expérimentale au sens d'un va et vient entre les notions en cours de construction, le monde réel et le monde mathématique du sujet.

C'est ce que nous avons essayé de mettre en place en construisant un prototype de présentation de ressources prenant en compte, à partir d'une situation mathématique, ces différentes analyses.

La spécificité des mathématiques fait que l'expérience qui peut être menée ne se limite pas à une confrontation entre la réalité et la théorie mais à un va et vient permanent entre les théories, les autres sciences et la réalité que le modèle mathématique veut porter.

Cette démarche « expérimentale » n'est qu'une partie du travail du mathématicien, mais c'est une partie qui ne doit pas être occultée derrière les phases nécessaires de rédaction et de communication des résultats de la recherche qui masquent d'une certaine manière la façon dont le résultat est apparu.

2.2. Equipe Résolution collaborative de problèmes

Problématique particulière de nos travaux en 2006-2007

Nos travaux de recherche sont toujours associés à un stage de formation continue qui regroupe une vingtaine d'enseignants. Le travail collaboratif effectué dans les classes a été organisé autour de deux problèmes dont vous trouverez les énoncés en annexe.

Notre équipe a accueilli cette année un nouveau membre, Jérôme Droniou, professeur à l'UM2 de Montpellier, et nous avons décidé de donner une nouvelle orientation aux choix de nos problèmes ouverts. Ces choix répondent à la préoccupation suivante :

---

[8] Arsac G., Mante M., 2007, *Les pratiques du problème ouvert*, Scéren et IREM de Lyon.

> *« Il faut que les élèves sachent remettre en cause les mathématiques qu'on leur enseigne, et qu'ils comprennent qu'on ne leur enseigne pas qu'une discipline abstraite mais aussi un langage et des outils pour comprendre le monde ».*

Nous sommes partis du constat que les problèmes des années précédentes étaient pour la plupart basés sur des questionnements purement mathématiques, et le travail des élèves consistait donc à trouver une réponse mathématique à une question mathématique ; bref, tout à fait le genre de jeu intellectuel auquel n’adhèrent que certains élèves.

Nous avons donc choisi des problèmes ayant une base plus « concrète », plus axée sur des situations réelles, en espérant que les élèves voient d'eux-mêmes que des questions non mathématiques peuvent avoir des réponses mathématiques. Bref, que les mathématiques s'invitent d'elles-mêmes, y compris quand elles n'ont pas forcément reçu de carton d'invitation. Qui plus est, il paraît important que le côté « ouvert » des problèmes considérés pousse les élèves à questionner à la fois leur méthode de résolution mathématique du problème (étape standard d'un travail collaboratif comme celui réalisé dans le groupe), mais aussi, avant et après cela, leur modélisation même du problème.

Ces deux problèmes présentent des caractéristiques bien particulières dans leur énoncé, dans les choix de modélisation. L’analyse des travaux d’élèves met en évidence leurs démarches expérimentales d’investigation, nous y trouvons la nécessité de définir et redéfinir les objets étudiés, le problème à résoudre. Les échanges entre classes provoquent des questionnements mathématiques et hors mathématiques, et l’élaboration de nombreuses conjectures.

De plus, les situations concrètes de ces problèmes nécessitent et facilitent des allers-retours indispensables dans leur résolution. Le modèle initial doit être remis en jeu (ex : pb des Lemming), la confrontation de la solution mathématique obtenue au monde réel est nécessaire.

A partir de l’analyse de ces deux problèmes, nos travaux de recherche s’orientent donc vers la question suivante :

> « *Comment choisir des problèmes de modélisation qui, à partir de situations concrètes, donnent la possibilité aux élèves de s'impliquer dans une véritable démarche scientifique ?* »

Premier problème : **L’écologie des Lemmings**

Le lemming est un petit rongeur qui vit dans les régions nordiques (Suède, Finlande, Sibérie, Canada...). C’est un animal extrêmement prolifique : il devient mature quelques semaines à peine après sa naissance, et les femelles peuvent avoir plusieurs portées par an. Il a divers prédateurs naturels: renards, hermines, loups, faucons... . Au Canada, le lemming vit en particulier dans l’archipel arctique, constitué d’une centaine d’îles principales (un peu plus de 1 km^2 chacune) et de milliers d’îles secondaires.

On cherche justement à prévoir l’évolution de la population d’une de ces îles. On sait qu’il y avait, en 2005, 3000 individus (environ) sur l’île en question, et on a constaté que le lemming a un taux de natalité (nombre de naissances par an divisé par nombre d’individus) égal à 110% et un taux de mortalité (nombre de décès par an divisé par nombre d’individus) égal à 60%. Peut-on prévoir la population dans les années futures ?

Que peut-on en conclure ? Est-il possible de prévoir la population au milieu (ou au quart, au tiers...) d’une année donnée ? Et si l’on s’intéresse à la même espèce de Lemmings qui vivent en Sibérie, le problème change-t-il de nature ?

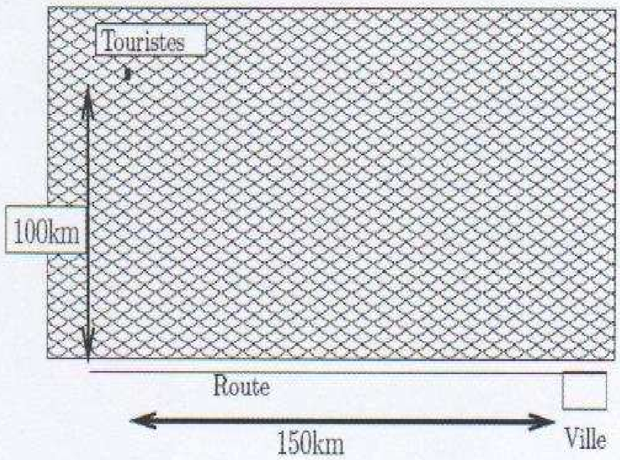
Deuxième problème : Perdu dans le désert

Problème ouvert

2006-2007

Perdu dans le désert... pas trop longtemps (?)

Un groupe de touristes qui faisait une ballade dans le désert s'est égaré et se retrouve, à midi, en plein milieu d'une zone rocailleuse difficile. Le point sur la position a cependant pu être fait et le groupe sait où il se trouve, ainsi que la ville qu'il devait rallier et une route qui y mène.



La voiture consomme 12l/100km sur route et deux fois plus dans la rocaille, et ses vitesses respectives sur ces sols sont de 80km/h et 30km/h. Il reste 40l d'essence dans le réservoir. Qu'en pensez-vous?

Réponses aux questions

Nous nous sommes particulièrement intéressés aux questions suivantes :

Quel sens pour les élèves ?

Quel est le rôle des définitions et comment peuvent-elles être construites par/avec les élèves ?

Pour donner sens aux recherches de problèmes, nous travaillons dans deux directions :

- la motivation et l'émulation créées entre des classes de niveaux différents lors de la recherche collaborative d'un même problème ouvert. Au travers d'échanges sous la forme de questions-réponses, les élèves appréhendent la nécessité de s'entendre entre eux sur les choix à effectuer afin de chercher le même problème, sur les définitions communes des objets étudiés et sur l'intérêt de comparer les outils de résolution, qui peuvent être différents suivant les niveaux ;

- le choix des énoncés de problèmes ; nous privilégions des situations concrètes qui font l'objet de problèmes ouverts où les mathématiques sont impliquées, sans y avoir été forcément invitées.

Dans les problèmes issus de situations concrètes que nous avons étudiés, la part expérimentale apparaît principalement dans les allers-retours nécessaires entre les résultats mathématiques obtenus et le monde réel. La confrontation au réel nécessite des changements de modélisation ou des redéfinitions d'objets. Cette confrontation au réel amène aussi une réflexion sur les outils utilisés (ex : représentations graphiques, théorèmes de géométrie et calculs ?)

2.3. Equipe SESAMES Algèbre (Situations d'Enseignement Scientifique : Activités de Modélisation, d'Evaluation, de Simulation)

Pour la recherche SESAMES algèbre, nous rappelons quelques mots du projet : il s'agit pour nous de proposer des documents pour la classe pour les professeurs (et les formateurs) de mathématiques. Une grande partie de ces documents est composée de séances ou séquences de classe portant sur l'enseignement de l'algèbre au collège et en seconde.

Des questions de recherche importantes pour nous :

- quelle forme doivent prendre ces propositions de séances (fiche prof, fiche élève ou autre) ?

- dans ces propositions de séance, quels autres éléments peuvent être indiqués notamment sur la gestion de classe, sur les procédures des élèves, sur l'analyse de l'activité, etc. afin de permettre une meilleure appropriation par les professeurs ?

- quels autres documents peuvent accompagner ces propositions de séances pour permettre de mieux comprendre le sens des choix faits ?

Nous proposons une liste de 7 principes qui visent à expliciter nos choix.

Un de ces principes affirme la place importante de la résolution de problèmes dans les apprentissages. Toutes les séances que nous proposons s'appuient sur un problème qui est analysé et dont les choix sont explicités. Comme ces problèmes sont relativement ouverts dans le sens où peu d'indications sur les procédures sont données, nous indiquons aux professeurs ce que les élèves peuvent faire ou produire. Ceci est assez inhabituel car on constate que les problèmes proposés dans les manuels sont souvent au contraire très fermés et ne permettent pas aux élèves de faire des conjectures ou des essais. La procédure attendue est souvent imposée par le texte et non par le problème lui-même.

Actuellement nous orientons notre réflexion non plus sur la résolution d'un seul problème mais d'une classe de problèmes qui se distinguent par un jeu sur les variables didactiques.

Un autre de nos principes est de ne pas donner la lettre a priori à l'élève mais de lui laisser la possibilité (ou l'obligation) de la produire et de l'utiliser. Là encore, nous tentons par un jeu sur les variables de permettre à l'élève de recourir à la symbolisation.

Pour chaque séance nous proposons une institutionnalisation en lien avec le problème (ou la classe de problèmes), mais encore une fois, ces institutionnalisations ne sont pas celles données par les manuels.

Une autre piste de travail de l'équipe est de trouver des problèmes qui intègrent plusieurs connaissances, qui évoluent. Nous rejoignons là les activités d'étude et de recherche développées par Chevallard. Pour nous c'est une façon de donner à l'activité mathématique une ouverture sur l'étude de questions et non sur l'apprentissage de notions les unes à la suite des autres. Cela pose donc la question du lien avec les programmes tels qu'ils sont rédigés et avec l'évaluation telle qu’elle est pratiquée.

En conclusion du travail actuel et des questions qu'il soulève, il nous semble qu'il y a une certaine distance (ou une distance grandissante) entre les activités proposées et leur gestion et ce qui est proposé dans les manuels. Or nous savons que les professeurs sont attachés aux manuels et que ceux-ci influencent largement ce qui se fait dans les classes. Les questions d'appropriation de nos documents et de leur utilisation dans les classes deviennent donc des questions vives.

2.4. Equipe ECCE Maths (Écrire–Chercher–Concevoir–Échanger des mathématiques)

Qu’est-ce que chercher un problème de mathématiques pour un élève ? Quelle(s) place(s) et quel(s) rôle(s) y ont l’écriture, les outils, les destinataires ? Quels types d’écrits sont produits ? Telles sont les questions posées actuellement dans notre groupe avant un travail sur les narrations de recherche en mathématiques et les écrits de mathématiciens.

Cette année, nous avons proposé à des élèves de Terminale ou de L1 trois problèmes et trois questionnaires (cf. annexe 1) élaborés au sein du groupe. Nous avons décidé de préciser aux élèves que leurs productions seront analysées dans le cadre d’une étude sur la manière dont les élèves cherchent. Il ne s’agit pas de proposer des problèmes ouverts ou des narrations de recherche : nous avons demandé aux élèves de chercher les problèmes et de rendre à leur professeur le résultat de leur travail. En fin d'année, une séance de restitution est proposée à propos du premier problème : les élèves sont invités à prendre connaissance d'une copie d'élève, à l'analyser et exposer la méthode de résolution utilisée à la classe. L'échange de mathématiques entre élèves s'effectue au cours de cette dernière phase.

L'analyse des copies d'élèves et des réponses au questionnaire 1 nous conduit à des résultats, que nous formulons partiellement ici. Seules les réponses au premier questionnaire sont prises en compte car, pour l'instant, les réponses aux deux autres, plus partielles, nous semblent plus difficiles à interpréter.

A. Chercher et écrire

Qu'est-ce que chercher un problème pour les élèves ?

Pour la majorité des élèves chercher un problème, dans le contexte exposé précédemment, reste une activité d'une durée courte mais raisonnable (entre 1h et 2h30 pour la moitié d'entre eux) qui apparaît le plus souvent comme une activité scolaire : un seul élève déclare avoir cherché 2 - 3 jours, ce qui signifie que le problème lui a « trotté » en tête. Pour la moitié des élèves, la recherche s'effectue en 2 - 3 reprises (2 reprises correspond à la fréquence la plus importante et à 50% des réponses, 3 reprises à 25% des réponses) ; cela leur permet d' « avoir de nouvelles idées », de « laisser reposer » le problème, de « prendre du recul ». Cet intermède est souvent l'occasion pour les élèves de discuter du problème, le plus souvent avec leurs camarades. La moitié des élèves explorent une seule piste lors de la recherche du problème, les autres n'exploitent pas longtemps d'autres pistes, mais ils ne disent pas pourquoi ils les abandonnent. De rares élèves cherchent au-delà du problème proposé (pour un autre chemin dans le cas du cône).

Quel rôle joue l'écrit dans cette recherche ? A quoi sert le brouillon ?

L'écriture est présente dès le début de la recherche pour la quasi-totalité des élèves, d'abord au brouillon puis au « propre ». Mais plus de la moitié des élèves n'ont pas écrit au brouillon de choses qu'ils n'ont pas réussi ensuite à mettre au propre. Cela recoupe le fait qu'ils n'explorent pas, en général, des pistes différentes, ni des pistes au-delà que celles proposées dans le problème. Par ailleurs, malgré un encouragement de la part des enseignants, les élèves ne rendent pas en général leur brouillon qui semble demeurer un écrit privé. Enfin, beaucoup (la moitié) d'élèves expriment qu'ils ont eu des difficultés à transcrire certaines idées. Le fait que le brouillon soit ressemblant avec le propre nous oriente aussi peut-être vers cette difficulté. Le passage par le brouillon nous semble donc plus lié à une volonté de rendre un écrit lisible par l'enseignant qu'à une pratique de la recherche.

B. Chercher et concevoir

Quels outils utilisés lors de la recherche ? Lien avec l'idée d'expérimenter.

D'après le questionnaire sur le problème du cône, la recherche d'un problème est associée pour les élèves à la réalisation de traces non-verbales de type dessin, schéma, figure, ainsi qu'au test de certains exemples. Mais les schémas et dessins se limitent le plus souvent à la visualisation de Pythagore ou de Thalès. Peu d'élèves ont utilisé pour ce problème des outils technologiques (calculatrices…). Pour les élèves qui déclarent majoritairement –et cela est confirmé par l'étude des copies- que cela les a aidé, ces démarches relèvent moins de l'expérimentation dans la recherche que de l'heuristique. Notons qu'un élève a réalisé une maquette du cône, ce qui s'apparente probablement plus à une forme d'expérimentation.

Raisonner sur un cas particulier, ou un exemple numérique, peut-il fournir une démarche générale ?

C'est parfois le cas, mais les élèves ne procèdent pas ainsi et la plupart du temps n'exploitent pas ce travail « préalable ». Pour le problème du cône, certains disent avoir essayé d'abord sur des exemples numériques, mais cela n'apparaît pas du tout dans leurs « démonstrations » ; d'autres se contentent d'un raisonnement sur un exemple numérique particulier, et croient pouvoir conclure ; d'autres à l'aide d'un logiciel présentent un tableau avec un nombre très important d'exemples numériques et ne vont pas plus loin. Pour le problème de la fonction, ils sont nombreux à traiter trois cas : la fonction définie sur [0 ; 1] par $f(x) = x$; puis f telle que $f(x)$ = a ; puis un schéma qu'ils pensent « général » (où la fonction est souvent monotone, ou bien dont l'ensemble image est [0 ; 1] ; puis ils concluent. Les élèves interrogés ne voient pas de rapport entre ce qu'ils appellent de façon courante « expérience » en physique ou en SVT, et ces essais qui pourraient être faits en mathématiques. Ils pensent d'ailleurs qu'en physique on a des formules que l'on applique dans les « applications numériques », ou que l'on vérifie dans des « expériences ». Autrement dit pour eux, l'expérience vient après, pour valider, ce qui est exact.

C. Chercher et justifier

Nous avons obtenu deux genres d'écrits, d'une part des explications et d'autre part des démonstrations [Hannah 1989, Mancosu et *al.* 2005]. Par démonstrations, il faut entendre ici des écrits stéréotypés ayant par leurs structures et leurs termes le statut de démonstration, c'est-à-dire similaires à ceux que les professeurs montrent aux élèves et que les élèves produisent dans le cadre scolaire habituel. Ces écrits ont pour destinataire le professeur, et les élèves, dans leurs fonctions d'élèves, s'adressent à lui dans son langage. Parfois, la forme et la structure de l'écrit semblent alors primer sur le contenu mathématique. L'obtention de textes à visée justificatrice peut être liée au contexte non entièrement scolaire et au destinataire particulier de l'écrit [Bakhtine 1984]. En effet, le destinataire de l'élève-individu était aussi une équipe inconnue de professeurs s'intéressant à la manière dont les élèves-individus cherchent. Parfois, la forme de l'écrit utilise alors le « je ».

Quoi qu'il en soit, le contexte particulier de l'expérience a permis l'obtention de textes où la variabilité des genres a été plus importante que d'ordinaire. Cette variabilité dépend aussi fortement des problèmes posés. Du côté des écrits explicatifs, le problème 2 a donné lieu à des réécritures de l'énoncé par lesquelles l'élève vise à expliquer comment il a compris l'énoncé. Il a donné lieu à l'intrusion de mots qui ne sont pas directement connectés à ceux du problème, comme le mot « chance ». Dans le problème 1, nous trouvons aussi des termes non usuels liés à l'explication visuelle, comme « vue de profil », « vu de face », etc. Du côté des écrits démonstratifs, l'élève introduit des lettres ou des symboles qui produisent un effet mathématique, même si cela s'avère inefficace, voire même perturbant. Plusieurs élèves terminent leur démonstration en utilisant le mot « obligatoirement », ce qui indique qu'ils ont compris le caractère nécessaire de la démonstration même si rien d'obligatoire ne permet de conclure.

D. Chercher et apprendre

Les recherches de problèmes permettent de donner pleinement aux savoirs leurs statuts d'instruments de compréhension et de maîtrise de situations mathématiques ou mathématisables. Il est donc clair que l'adéquation ou l'inadéquation des savoirs des élèves aux problèmes est source de conflits et de difficultés. Nous avons trouvé des erreurs ou des difficultés récurrentes dans les nombreuses copies à notre disposition, que nous mentionnons ici. Dans le problème 1, il était demandé de « comparer » des chemins. Ce terme a deux sens usuels. Dans le premier sens, on cherche si deux choses sont ou non assimilables, donc en termes mathématiques si elles sont ou non égales. Dans le second sens, on cherche à établir un rapport ou une différence entre deux choses, donc en termes mathématiques si l'une dépasse l'autre et laquelle. Beaucoup d'élèves ont utilisé le premier sens. Le problème 2 a conduit certains d'élèves dans des considérations sur l'infini, qui indiquent, s'il en était besoin, les difficultés épistémologiques avec cette notion. Certains élèves proposent de « considérer l'infini comme un nombre » ou de « prouver que l'infini est un réel ». Les réponses au problème 3 montrent les difficultés liées à la notion de fonction. Les élèves assimilent une fonction à une courbe ou à une portion de courbe, la courbe représentative d'une fonction étant toujours représentée par une courbe continue, bien souvent monotone croissante.

Références

Bakhtine, M. (1984), Les genres du discours, in *Esthétique de la création verbale*, Gallimard, Paris.

Hanna, G. (1989). Proofs That Prove and Proofs That Explain. in G. Vergnaud, J. Rogalski, and M. Artigue (Eds.), *Proceedings of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Paris, Vol II, pp. 45-51.

Mancosu, P., Jørgensen, K.F. and Pedersen, S.A. (Eds.). (2005). Visualization, Explanation and Reasoning Styles in Mathematics. Series : Synthese Library, Vol. 327. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 6(2), 201-205.

Annexe 1

Problème 1 : le cône

Nous sommes une équipe de recherche composée d'enseignants de mathématiques et de chercheurs de l'Université de Nantes qui s'intéressent à la résolution de problème de mathématiques par les élèves et les étudiants. Pour nous aider, merci de bien vouloir chercher ce problème et de rendre à votre professeur le résultat de votre travail.

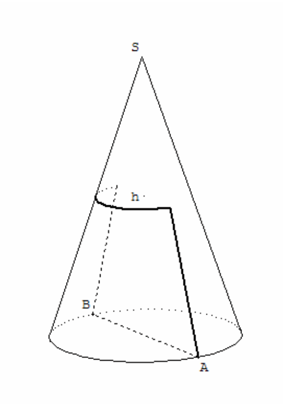
Vous avez 15 jours pour chercher ce premier problème. Au bout de cette période, votre professeur vous demandera de répondre par écrit à des questions sur la façon dont vous avez cherché. Il importe donc que vous vous souveniez des « grands » moments de la recherche de ce problème.

Nous vous proposerons ensuite, par l'intermédiaire de votre professeur, de résoudre deux autres problèmes dans les mêmes conditions.

Merci de votre participation et bon courage !

On donne un cône dont le rayon de la base est 1 et la hauteur est h. Les points A et B, diamétralement opposés sur la base du cône, peuvent être reliés par trois types de chemins. Le premier contourne la base, le second monte vers le sommet S, tourne autour du cône à l'altitude x, et redescend vers B, le troisième passe par le sommet S. Quel est le plus court des chemins reliant A et B ?

(d'après les Olympiades de Mathématiques Nice)



Problème 2 : le dépassement

Voici le deuxième problème de la série. Comme pour le premier, vous avez 15 jours pour chercher. Au bout de cette période, votre professeur vous demandera de répondre par écrit à des questions sur la façon dont vous avez cherché. Il importe donc que vous vous souveniez des « grands » moments de la recherche de ce problème. Le troisième problème viendra ensuite.

Merci de votre participation et bon courage !

Pierre choisit un réel et le garde secret. Par ailleurs, Paul ajoute autant qu'il le veut des réels positifs de son choix. Etes-vous sûr que la somme obtenue par Paul finira par dépasser le nombre choisi par Pierre ?

Problème 3 : la fonction

Voici le dernier problème de la série. Comme pour les précédents, vous avez 15 jours pour chercher. Au bout de cette période, votre professeur vous demandera de répondre par écrit à des questions sur *la façon dont vous avez cherché. Il importe donc que vous vous souveniez des « grands » moments de la recherche de ce problème.*

Merci de votre participation et bon courage !

Soit f une fonction définie et continue sur [0;1] telle que pour tout x dans [0;1], $0 \leq f(x) \leq 1$. Comment justifier qu'il existe a dans [0;1] tel que $f(a)=a$?

Questions sur la résolution du problème « Le cône »

Voici maintenant le questionnaire associé au problème « Le cône ». Merci d'y répondre aussi précisément que possible, sur une feuille, en précisant bien le numéro des questions. Si, pour certaines questions, vous ne pouvez pas répondre parce que vous ne vous souvenez pas de la façon dont vous avez procédez, indiquez le. Merci de votre contribution.

1. Combien de temps avez-vous consacré à la recherche de ce problème ?
2. Vous y êtes-vous pris à plusieurs reprises ? Combien ? Pourquoi ?
3. Est-ce que vous avez écrit quelque chose ? Au bout de combien de temps ?
4. Est-ce que vous en avez discuté avec d'autres personnes ? Qui ? Au bout de combien de temps ?
5. Avez-vous cherché de la documentation ? Laquelle (cours, manuel, livre, Internet, autre) ? Où ? Au bout de combien de temps ? Pourquoi ?
6. Avez-vous testé un ou des exemples ?
7. Avez-vous fait des dessins ou des figures ou des schémas ? Si oui, précisez. Est-ce que cela vous a aidé ?
8. Avez-vous utilisé votre calculatrice ? Un logiciel de mathématiques et lequel ? Est-ce que cela vous a aidé ?
9. Vous souvenez-vous avoir déjà résolu ce genre de problème ? Est-ce que cela vous a aidé ? Comment ?
10. Avez-vous emprunté plusieurs pistes ? Au bout de combien de temps les avez-vous abandonnées ?
11. Avez-vous écrit au brouillon des choses que vous n'avez pas réussi à mettre au propre ?
12. Est-ce qu'il y a des idées que vous avez eu du mal à transcrire ?
13. Avez-vous pensé à ce problème sans le vouloir ?
14. Avez-vous tout de suite pensé à une réponse ?
15. Avez-vous testé différentes valeurs pour h ? D'emblée ou plus tard ? Lesquelles ?
16. Avez-vous commencé votre recherche avec un logiciel de mathématiques ?
17. Avez-vous cherché avec d'autres chemins que ceux proposés ?

3. Synthèse des contributions des groupes

Les groupes qui sont constituants de ce thème s'appuient tous fortement sur la place importante de la résolution de problèmes dans les apprentissages. Beaucoup des questions évoquées tournent autour de la nature des problèmes et des relations entre les problèmes et les connaissances.

Durant les journées, il nous semble important de confronter les approches des problèmes en liens avec les apprentissages visés (connaissances, heuristiques, modélisation…)

Articulation Enseignement/Apprentissage à travers la résolution de problèmes

- EXPRIME : dans l'approche des problèmes de recherche, l'équipe met en évidence les contenus mathématiques et les objets potentiellement travaillés pour proposer des situations de recherche de problèmes aux élèves à partir de situations mathématiques analysées.
- SESAMES : développement d'activités d'études et de recherche permettant de donner à l'activité mathématique une ouverture sur l'étude de questions et non sur l'apprentissage de notions les unes à la suite des autres.
- ECCE Maths : en s'appuyant sur des questionnaires et l'analyse de copies, l'équipe dégage des éléments sur la façon dont les élèves cherchent, écrivent, justifient dans une démarche de recherche de problèmes.
- Résolution collaborative : le rôle des échanges dans la dévolution d'un problème, le choix des énoncés de problèmes (« *problèmes dans lesquels les mathématiques sont impliquées sans y avoir été forcément invitées* »).

La part d' « expérimental » dans la recherche de problèmes

La part expérimentale dans la recherche de problèmes est perçue différemment suivant les problèmes étudiés :

- pour l'équipe de Résolution collaborative, elle apparaît dans les allers-retours nécessaires entre les résultats mathématiques obtenus et le monde réel. La confrontation au réel nécessite des changements de modélisation ou des redéfinitions d'objets ;
- pour EXPRIME, la spécificité des mathématiques fait que l'expérience qui peut être menée ne se limite pas à une confrontation entre la réalité et la théorie mais à un va et vient permanent entre les théories, les autres sciences et la réalité que le modèle mathématique veut porter ;
- pour ECCE Maths, les démarches constatées des élèves relèvent moins de l'expérimentation que de l'heuristique.

4. Synthèse des discussions lors des journées

Rédigée par Claire Tardy (équipe EXPRIME)

Partir de problèmes de recherche

- Situation et problème : les équipes ont distingué les situations (ou questions) mathématiques et les problèmes que l'on pose aux élèves à partir de ces questions. Pour une question (ou situation) plusieurs problèmes, plusieurs énoncés pour ces problèmes sont possibles, et donnent des situations de classe et des savoirs travaillés différents.
- Problèmes de recherche de natures différentes : suivant les groupes, seront travaillés des problèmes « ouverts » au sens de l'IREM de Lyon, des problèmes de recherche au sans large, des situations à modéliser, des situations-problèmes.
- Quels critères pour un problème « riche »?
  – c'est un problème fécond pour les mathématiques (épistémologie)
  – c'est un problème fécond pour les apprentissages mathématiques
- Nécessité d'une typologie qui articule ces deux aspects : elle reste à faire.

Qu'apprennent les élèves?

Lors des recherches de problèmes dans les quatre groupes de ce thème, les élèves ont pu travailler :

- Le raisonnement, des outils de modélisation et de preuve, des compétences heuristiques. Ils sont appliqués sur des objets mathématiques, dans des domaines bien spécifiés, éventuellement interdisciplinaires
- Des notions mathématiques et « outils pour agir » (cf. socle commun pilier 3)

- L'autonomie et l'initiative (socle commun: pilier 7)
- La communication et la socialisation

Les groupes soulignent l'importance de mettre en perspective les outils sur la durée : outils nouveaux, et réinvestissement, approfondissement, mises en lien.

Plus précisément, voici comment s'articulent enseignement et apprentissage à travers la résolution de problème, pour chacun des quatre groupes :

- SESAMESMaths: propose des P.E.R. qui permettent l'apprentissage de l'algèbre au collège (et en seconde) qui s'oppose à l'émiettement (cf. programmes et manuels) ; pour chaque séance est proposée une institutionnalisation en lien avec le problème (ou la classe de problèmes)
- Résolution collaborative: Au travers d'échanges sous la forme de questions-réponses, les élèves appréhendent la nécessité de s'entendre entre eux sur les choix à effectuer afin de chercher le même problème, sur les définitions communes des objets étudiés et sur l'intérêt de comparer les outils de résolution, qui peuvent être différents suivant les niveaux.
- ECCEMaths: Les recherches de problèmes permettent de donner pleinement aux savoirs leurs statuts d'instruments de compréhension et de maîtrise de situations mathématiques ou mathématisables. L'adéquation ou l'inadéquation des savoirs des élèves aux problèmes est source de conflits et de difficultés. En s'appuyant sur des questionnaires et l'analyse de copies, l'équipe dégage des éléments sur la façon dont les élèves cherchent, écrivent, justifient dans une démarche de recherche de problèmes.
- EXPRIME: Propose une liste d'objets, de propriétés, de raisonnements mathématiques que l'on sait susceptibles d'être mis en oeuvre lors d'une telle activité et s'appuyant sur des expérimentations en classes, dans des contextes variés.

Le rôle des échanges

- Entre professeurs : cette pratique de recherche de problèmes nécessite ce type d'échanges, qui portent à la fois sur l'organisation mathématique et aussi sur l'organisation didactique.
- Entre professeur et élèves : le contrat didactique est modifié, les élèves résolvent le problème pour lui-même et non pas pour le professeur, donc les interactions entre professeur et élèves existent, mais ne sont pas de même nature que dans une séance dans laquelle le professeur fait une synthèse de cours, ou dans laquelle les élèves effectuent un travail de la technique.
- Entre élèves: ils sont très nombreux, riches en général, et fondamentaux. On les rencontre lors :
  – du travail de groupe, voire même de la résolution collaborative entre plusieurs classes
  – de la mise en commun qui s'appuie sur (et élabore) des références partagées

La diffusion vers les enseignants

Elle se fait des façons suivantes :

- Les équipes sont pluricatégorielles. Donc les travaux de chaque groupe diffusent dans les réseaux d chacun des membres.
- La formation initiale dans les IUFM utilise les travaux de ces groupes.
- Des stages de formation continue également
- Des groupes ont créé des plate-formes de mutualisation et d'échange en lien avec la FC (communauté de pratiques)
- Des groupes ont créé des sites Internet sur lesquels ils déposent des ressources à destination de tous les enseignants
- Les groupes constituent des ressources

Les questions vives à propos de la diffusion vers les enseignants sont les suivantes :

- quels contenus dans les ressources et quelle structuration de ces contenus ?
- comment les enseignants vont-ils s'en emparer ?
- quels liens entre les ressources créées et la formation continue des enseignants ?

Le souci d'insérer ces recherches de problèmes dans le curriculum officiel.

Tous les groupes insistent sur :

- L'importance attribuée à la résolution de problèmes dans les instructions officielles
- Le fait que les problèmes s'insèrent naturellement dans le travail sur les notions mathématiques, dans un niveau donné

Expérience et heuristique

- Expérience: les élèves utilisent des **objets naturalisés** pour eux pour expérimenter dans la recherche d'un problème; ils font des conjectures sur de nouveaux objets, sur une réponse au problème; on constate des allers et retours entre objets théoriques et expérience. Les outils sont ces objets naturalisés, et aussi des outils sensibles (matériel, outils géométriques, outils informatiques)
- Heuristique: elle est plus large que l'expérience et ne se réduit pas à elle.

Réciproquement, lors d'une recherche de problème, l'expérience permet

- de formuler des conjectures
- de les tester
- de construire un raisonnement en donnant des pistes pour la preuve, en fournissant des contre-exemples.
- d'avoir des « idées mathématiques ».

L'expérience contribue donc à l'heuristique.

Atelier du thème 2

Conception, usage d'outils technologiques

Modérateur : Jana Trgalova

Ce thème regroupait les équipes dont la recherche porte sur des outils technologiques pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques, à savoir Aplusix, Casyopée, CROME et 3Dgeom. Certaines de ces équipes développent elles-mêmes un tel outil. C'est pourquoi nous avons souhaité questionner le processus même de la conception et son articulation éventuelle avec l'usage, potentiel ou effectif, de cet outil (ensemble de questions Q1). Toutefois, ce questionnement s'adressait à toutes les équipes qui pouvaient le considérer soit du point de vue des concepteurs, du point de vue des usagers ou encore des deux.

Toutes les équipes de ce groupe s'intéressent à l'intégration d'outils technologiques dans les classes de mathématiques sous divers angles : impact sur les pratiques des enseignants, sur les apprentissages des élèves, sur les activités mathématiques à mettre en place… L'ensemble des questions Q2 interroge ces différents aspects.

1. Questionnement a priori des groupes

Q1. Comment s'articule la conception d'un outil technologique avec ses usages ?

Est-il souhaitable/nécessaire que les usagers potentiels d'un outil technologique participent à la conception de cet outil ? De quelle manière cela est-il envisageable ? Dans quelle mesure les usages/les usagers peuvent-ils influencer la conception de l'outil ? De l'autre côté, les concepteurs d'un outil peuvent-ils suggérer/influencer l'usage de cet outil ? De quelle manière ?

Q2. Quels impacts de l'usage d'outils technologiques sur le système didactique ?

Nous nous référons ici au système didactique « classique » constitué de trois pôles : l'élève, l'enseignant et le savoir. Cette question interroge l'impact de l'usage d'outils technologiques sur chacun de ces trois pôles, ainsi que sur les relations entre ces pôles.

- Pôle « élève » : l'usage d'un outil influence-t-il l'activité/l'attitude/le comportement de l'élève ?
- Pôle « enseignant » : dans quelle mesure les pratiques de l'enseignant se trouvent-elles modifiées avec l'usage d'outils technologiques ? L'enseignant a-t-il besoin de nouvelles compétences ? Quel accompagnement peut-on mettre en place à l'enseignant pour l'aider à développer ces compétences ?
- Pôle « savoir » : y a-t-il un impact de la technologie sur le savoir mathématique ? Sur les activités mathématiques ? Sur les situations didactiques ?
- Axe « élève-enseignant » : l'usage d'un outil nécessite-t-il d'instaurer un nouveau contrat didactique en classe ?
- Axe « élève-savoir » : quel est l'impact de l'usage d'un outil technologique sur les apprentissages de l'élève ? Sur le rapport de l'élève aux mathématiques ?
- Axe « enseignant-savoir » : l'usage d'outils technologiques peut-il avoir de l'influence sur le rapport de l'enseignant aux mathématiques à enseigner ?

2. Contributions des groupes

2.1. Equipe Aplusix

Articulation de la conception d'un outil technologique avec ses usages

En 2002, le projet Aplusix s'est orienté vers la conception et le développement d'un logiciel utilisable dans des classes pour l'apprentissage de l'algèbre. Il s'est inscrit dans une politique de diffusion de commercialisation. Pour cela sa conception s'est appuyée sur une collaboration étroite entre les développeurs, qui sont des chercheurs en informatique, et des chercheurs en didactique des mathématiques dont la recherche porte sur les EIAH ; elle s'est faite aussi en interaction avec des enseignants qui ont utilisé le logiciel dans leurs classes.

Interactions entre didacticiens et informaticiens

Cette interaction a été faite à trois niveaux de la conception du logiciel :

- *Premier niveau* : les didacticiens participent à la conception avec un regard didactique, c'est ce qui a été fait dans le cadre du développement d'une carte d'exercices (voir à ce propos Bouhineau et al. 2005).
- *Deuxième niveau* : les didacticiens ne participent pas à la conception du logiciel mais les choix de développements de certains aspects sont pris en amont par des informaticiens en concertation avec les didacticiens, ce qui a été le cas pour le choix de certains types de paramètres. Un autre exemple est celui de développement d'un nouveau type de représentation des expressions algébriques sous forme d'arbre. Ce développement est réalisé dans le cadre d'un projet européen où les didacticiens ont été associés pour définir certains choix de conception de ce nouveau mode de représentation.
- *Troisième niveau* : les didacticiens sont en position d'utilisateurs et font des retours aux concepteurs. Dans ce niveau, les didacticiens étudient et analysent le logiciel comme objet d'étude didactique en vue de son intégration dans l'enseignement comme élément de situations d'apprentissage. Par exemple, des fonctionnalités ont été développées spécifiquement pour la conduite de certaines expérimentations et qui ont montré leur intérêt pour leur usage dans la classe. Cela a été le cas de l'éditeur d'exercice, du magnétoscope et des commentaires. Ainsi, le magnétoscope a été utilisé par les didacticiens pour analyser les productions des élèves, ensuite il a été intégré dans le logiciel comme outil de visualisation par le professeur ou l'élève. Actuellement, dans le cadre d'un travail de conception de séquences d'apprentissage par des didacticiens, il est envisagé d'utiliser le magnétoscope pour de nouvelles fonctionnalités (outil pour illustrer la résolution d'un exercice avec des commentaires). Cela amène à modifier l'outil au niveau de la conception pour l'adapter à cette nouvelle fonctionnalité.

Interactions entre enseignants et informaticiens

Les enseignants qui utilisent Aplusix dans le cadre des expérimentations ou dans le cadre du fonctionnement habituel de la classe, font des retours sur le logiciel, soit en proposant des modifications des fonctionnalités existantes, soit en demandant des nouvelles fonctionnalités. Par exemple, développement d'un compagnon qui conseille l'élève qui bloque sur un exercice, ou pouvoir accéder à des rappels de règles…

Enfin, soulignons que les principaux choix sont faits en amont des usages dans des classes. Ils sont pris par rapport à des hypothèses ou des principes sur l'usage du logiciel pour l'apprentissage de l'algèbre. On trouve par exemple le principe de "manipulation directe" qui permet aux élèves de manipuler les expressions algébriques sans passer par des commandes, ou le principe de "micromonde" qui permet aux élèves de construire et manipuler librement des expressions algébriques. L'exemple cité plus haut sur l'introduction d'un autre mode de représentation des expressions algébriques sous forme d'arbre répond à une hypothèse d'apprentissage selon laquelle il est important de manipuler un concept dans différents registres de représentation.

Impacts de l'usage d'outils technologiques sur le système didactique

Les différents retours reçus de la part des enseignants nous permettent d'apporter des éléments de réflexions suivants :

Pôle "élève"

La présence des rétroactions du logiciel sur la validité du travail de l'élève a été un facteur de motivation des élèves en difficulté à faire des exercices. Les élèves font des essais et ne restent pas bloqués.

Pôle "enseignant"

Les enseignants ont souligné des apports du logiciel quant à leurs pratiques. En particulier, la présence d'une carte d'exercices leur permet d'organiser plus facilement les modules d'aide individualisée en choisissant, pour chaque élève, la famille d'exercices la mieux adaptée. Ceci a facilité le travail de la différentiation qui est souvent difficile à mettre en place.

Soulignons que les enseignants disposent d'un outil "Editeur d'exercices" qui leur permet de construire des exercices et des problèmes. Mais le constat est que les enseignants ne l'utilisent pas et préfèrent le recours à la carte d'exercices qui propose des activités prêtes à l'emploi. Deux raisons peuvent expliquer ce comportement : la première est que les enseignants préfèrent des situations clés en main, la deuxième est du côté de la difficulté que peuvent avoir les enseignants à utiliser l'éditeur. Pour cela, cette année, nous nous sommes intéressés à étudier comment les enseignants peuvent utiliser l'éditeur d'exercices. Ce travail est en cours d'analyse.

Axe "élève – enseignant"

Les élèves sollicitent moins le professeur lorsqu'ils travaillent sur Aplusix. Ils sont autonomes dans la résolution des problèmes. Les élèves avancent à leur rythme et l'enseignant est plus disponible pour travailler avec des élèves en difficulté.

Axe "élève – savoir"

Les différentes expérimentations montrent l'impact de l'outil sur les apprentissages de l'élève en algèbre. Un autre point important est lié à ce que les contraintes de l'interface obligent une rigueur dans la résolution des élèves, car le système ne peut accepter que des expressions égales ou des équations équivalentes. Par exemple, pour la résolution des systèmes de deux équations linéaires à deux inconnues, les élèves de la classe de seconde ne travaillent pas, dans l'environnement papier-crayon, en réécriture du système en conservant les équivalences surtout lorsqu'ils utilisent la technique de substitution. Pour étudier l'impact d'Aplusix sur la résolution des systèmes par équivalences, nous avons suivi trois classes de seconde. Les élèves ont travaillé sur les systèmes d'équations avec Aplusix en mode de vérification permanente. Au début, la majorité des élèves n'ont pas résolu par équivalence. Mais la sanction du milieu les a obligés à travailler par équivalence.

Nous avons analysé les copies de ces élèves dans des devoirs surveillés sur les systèmes afin de mesurer le transfert vers le milieu papier-crayon. Le résultat est que 95% des élèves travaillent par équivalence avec un taux de réussite de 70%.

Axe "enseignant – savoir"

Sur cet axe, on peut apporter un témoignage sur l'impact du logiciel sur le rapport des enseignants à la notion d'équivalence entre les équations (ou inéquations ou systèmes). Plusieurs enseignants nous ont fait part de la présence d'un "bogue" dans le logiciel suite à des situations où ils ne savaient quoi répondre à des élèves qui leur montrent que pour Aplusix les équations $x^2=-2$ et $x^2=-5$ sont équivalentes. C'est suite à des échanges avec eux sur la notion d'équivalence entre les équations qu'ils acceptent cette équivalence.

Cette année nous avons introduit, en formation initiale des enseignants, une réflexion sur la notion d'équivalence des équations à l'occasion d'un module sur Aplusix.

Référence

Bouhineau D., Bronner A., Chaachoua H., Nicaud J.F. (2005) Informaticiens et didacticiens peuvent-ils travailler ensemble ? *Actes de la conférence EIAH* 2005.

2.2. Equipe CASYOPEE

Articulation de la conception d'un outil technologique avec ses usages

Tout d'abord une *introduction*, pour inscrire l'ensemble de ces questions dans la dynamique du projet Casyopée. Depuis 2 ans, ce projet est l'un des 6 Didactic Digital Artefacts (DDA) du projet européen ReMath (http://remath.cti.gr). Cette nouvelle appartenance a modifié la dynamique du projet ainsi que les relations entre usagers et concepteurs.

Intéressons-nous à la *première partie de l'histoire de Casyopée, de 2001 à 2005*. A l'origine, le projet visait à concevoir un environnement destiné aux élèves de lycée et dédié à l'étude de fonctions dans les cadres graphique, numérique et formel. Il ne proposait pas d'exercices clé en main, mais se concevait comme un environnement ouvert, offrant des facilités pour étudier les fonctions. Casyopée intégrait, dès l'origine, un noyau de calcul formel et permettait d'apporter des réponses à la difficulté d'utilisation des systèmes de calcul formel en classe.

Autour du projet, s'est créée dans cette période une communauté *d'usagers* dont les remarques ont été prises en compte dans le développement. Les retours sur les usages de Casyopée ont en effet permis d'améliorer l'interface, d'expliciter certaines connaissances, d'affiner certains gestes, de mettre au point des fonctionnalités nouvelles. L'objectif était de s'inscrire dans le curriculum des classes de lycée et les propositions des usagers ont permis d'approcher cet objectif. La possibilité de poser des conjectures a été développée (sur les sens de variations ou les signes de fonctions par exemple). La conduite de justifications et de preuves a également été rendue possible à l'aide d'un ensemble de théorèmes disponibles dans l'environnement.

Dans cette première partie de la vie du projet (Le Feuvre & al. 2006), concepteurs et usagers partageaient le même objectif, développer un ensemble d'outils et de fonctionnalités permettant une étude satisfaisante des fonctions.

Depuis 2005, Casyopée est entré dans une *seconde phase de son développement.* Dans le cadre de sa nouvelle appartenance au projet ReMath, un module de géométrie dynamique spécifique lui a été adjoint. La raison de ce choix réside dans le fait que les différents usages de Casyopée proposés jusqu'ici étaient essentiellement de nature algébrique (par exemple, en se centrant sur des réécritures d'expressions). L'existence du module de géométrie dynamique permet à présent d'ouvrir l'environnement à des situations de modélisation, dans lesquelles les fonctions se présentent comme des outils de résolution.

Le développement du projet procède par cycles dont les principales étapes sont : (1) une tâche clairement inscrite dans le curriculum est identifiée (généralement plutôt par les concepteurs, même si les usagers peuvent émettre des propositions) ; (2) des situations sont conçues et sélectionnées, en interaction entre concepteurs et usagers ; (3) des expérimentations sont organisées et conduites par les usagers ; (4) des analyses conduisent à intégrer des éléments issus des bilans et orienter l'évolution du projet.

Cette année, les tâches sélectionnées étaient essentiellement relatives à des situations de modélisations dans le domaine de la géométrie, conséquence du développement du nouveau module de géométrie dynamique de Casyopée.

D'une façon générale, *l'initiative du développement du projet* est du côté des *concepteurs*. En effet, ce sont des hypothèses liées à la recherche sur l'usage des TICE au lycée qui motivent les directions de travail arrêtées.

Par exemple, Casyopée a été conçu pour répondre aux difficultés d'intégration dans les classes des logiciels de calcul formel, que le côté ouvert rendait problématique à exploiter. Le projet se présentait à l'origine comme une réponse possible à l'exploitation en classe du calcul formel. Il faisait l'hypothèse de la nécessité d'un environnement d'apprentissage, illustrait cette démarche dans le domaine des fonctions et donnait des statuts clairement identifiés aux littéraux (variables de fonctions, inconnues des équations, paramètres des situations qui permettent des généralisations).

Un autre exemple est fourni par le développement actuel du projet. Les concepteurs sont à l'origine du développement du module de géométrie dynamique. Ce choix fut motivé par le fait que l'environnement initial, qui proposait des facilités d'étude graphiques, numériques et formelles des fonctions, confinait pour partie l'élève dans un contexte algébrique. L'hypothèse posée fut celle qu'une meilleure appropriation, par les élèves, de la notion de fonction, passe par des situations de modélisation, où les fonctions apparaissent comme des outils de résolution. De nombreuses situations, dans le curriculum, proposent, dans des figures géométriques qui comportent des points mobiles (sur un segment ou une droite par exemple), l'étude des variations d'aires (ou plus généralement de calculs géométriques, produits ou sommes de distances par exemple) lorsqu'une distance donnée varie.

Ces situations sont l'occasion pour les élèves de construire des fonctions (à partir de leur domaine de définition) et de les exploiter pour conduire les études demandées (recherche de sens de variations, d'extrema, de limites, d'égalités…).

Le projet ReMath aborde en ce moment une *nouvelle phase de son évolution*, celle des *expérimentations croisées*. Le projet prévoit que les équipes des différents pays en jeu échangent leurs logiciels pour les expérimenter. Ainsi, Casyopée sera proposé à des collègues italiens qui l'utiliseront dans leurs classes. Cet état de fait a déjà eu une première conséquence sur l'environnement Casyopée. L'équipe italienne a en effet souhaité disposer de cercles dans la géométrie dynamique, cercles qui n'avaient pas été prévus jusqu'ici pour des raisons de coût de développement. D'autres points apparaîtront certainement au fil des expérimentations, les relations entre ces nouveaux usagers et les concepteurs infléchiront sans nul doute l'évolution de l'environnement.

Impacts de l'usage d'outils technologiques sur le système didactique

Dans la première partie du développement du logiciel, c'est-à-dire avant son intégration dans ReMath, l'objectif était de procéder à des expérimentations avec Casyopée et d'analyser son intérêt didactique. Lors de cette phase, des réalisations concrètes furent rédigées, qui relataient des exemples d'usages, avançaient des analyses sur le plan des apprentissages pour les élèves et sur le plan des pratiques de classe pour les enseignants. Le projet ReMath attache une grande importance aux théories impliquées dans les différents logiciels qui le composent. En conséquence, dans la seconde phase de son développement, le projet Casyopée porte une attention particulière aux théories, en particulier en lien avec la conception du nouveau module de géométrie dynamique et des nouvelles fonctionnalités qui en découlent. Notre objectif est d'évaluer les équilibres que l'usage de l'environnement modifie auprès des élèves, ainsi que ses apports sur le plan des représentations, des situations, des tâches et des techniques possibles. Le point de vue retenu est celui de l'élève mais aussi de l'enseignant qui doit accompagner l'appropriation par les élèves de l'instrument et la construction des gestes nécessaires à son exploitation.

Pour mener à bien ces analyses qui sont en cours de construction, nous nous référons à des cadres théoriques que nous évoquons ci-dessous, illustrons à l'aide d'exemples et qui visent à penser l'utilisation de Casyopée, en cerner la pertinence, en situer les enjeux, en repérer les limites ou les manques.

Kieran distingue *trois catégories d'activités algébriques* : (1) générationnelles, c'est à dire relevant de la dépendance fonctionnelle, de la mise en relation entre variables indépendante et dépendante, (2) « global-meta », qui se réfèrent à la modélisation et la généralisation, à l'aide de paramètres par exemple ; (3) transformationnelles, qui se rapportent aux expressions symboliques et à leurs différentes écritures équivalentes. Les travaux développés cette année au sein de l'équipe s'inscrivent dans ce cadre. L'axe majeur du développement du projet consiste à permettre, au sein de l'environnement, le traitement d'activités « global-meta » dans le domaine géométrique en veillant à leur articulation avec d'autres activités qui leur font suite.

Comme on le voit, dans la conception d'un environnement d'apprentissage ou l'étude de son impact dans les pratiques, la *question des représentations* est cruciale. De ce point de vue, le concept de *transposition informatique*, développé par *Balacheff* (1994) nous permet d'expliciter nos choix, d'en débattre, de rendre tangibles les implicites que nous pouvions avoir. Cet aspect de notre projet, en cours d'étude, aborde l'articulation entre les représentations internes, en machine, des objets en jeu et les choix de leur représentation à l'interface. Il concerne également les façons, pour un utilisateur, d'agir sur ces représentations, de les définir à partir de gestes déterminés, de les modifier, les transformer, de les faire évoluer.

La question se pose par exemple à propos des domaines de définition des fonctions, que traite et gère l'environnement Casyopée. Ils sont incontournables et indissociables de la définition des fonctions et leur présence au sein du logiciel est affirmée à de multiples reprises. La création de fonctions à partir de grandeurs géométriques impose de statuer sur le traitement réservé à la spécification de leur domaine de définition. Il a fallu trouver un équilibre entre les possibilités offertes par le système de calcul formel sous-jacent (lequel ne parvient pas toujours à déterminer ce domaine), la nécessaire initiative que l'on doit laisser à l'utilisateur et les capacités de contrôle que l'environnent peut exercer sur les propositions d'un utilisateur.

Cette approche nous permet également de mettre en évidence les effets induits par l'usage de Casyopée sur le plan des connaissances. Par exemple, des expérimentations ont montré que les élèves de seconde butaient, dans des situations de modélisation en géométrie, sur la définition, avec Casyopée, de domaines de définition de fonctions. Leurs pratiques usuelles en classe les amènent en effet habituellement à définir les domaines de définition à partir des expressions algébriques qui leur sont fournies et non à les inférer des contraintes de la situation et du champ d'appartenance de la grandeur géométrique indépendante. D'une certaine façon, Casyopée a déplacé des connaissances habituellement travaillées par les élèves, a permis de les approcher dans des configurations nouvelles, de leur donner sens par des moyens d'action et de contrôle dans ces contextes.

Les concepts de *situations didactiques* de *Brousseau* (1998) et de *praxéologies* développées par *Chevallard* (1992) nous permettent de mieux penser à la fois l'activité de l'élève et les choix des situations. La distinction entre tâches données aux élèves, techniques disponibles pour les résoudre et discours sur ces techniques permet de se défaire d'approches naïves selon lesquelles un environnement informatique offrirait un accès direct aux savoirs. Plus particulièrement, les techniques constituent, à nos yeux, un niveau d'étude intéressant qui aide à prendre la mesure des apports d'un logiciel, en mettant en regard les techniques habituellement proposées aux élèves et celles que fournit l'environnement. Par exemple, des expérimentations conduites en seconde avec Casyopée ont montré la difficulté pour les élèves de faire le lien entre la détermination de l'extremum d'une fonction et l'étude de la différence, par factorisation, entre cette fonction et sa valeur particulière en cet extremum. Cette technique générale, étude d'une différence pour déterminer un extremum, trouve parfaitement sa place au sein de Casyopée et permet même de l'aborder dans des contextes plus difficiles qu'en papier/crayon, par exemple en présence de paramètres destinés à généraliser des propriétés. De ce point de vue, notre environnement donne du poids et une nouvelle vie à des techniques précises qui trouvent les fonctionnalités nécessaires à se réaliser. De même, les facilités de justifications disponibles au sein de Casyopée (par exemple pour déterminer, à l'aide de fonctions de référence, des sens de variations ou de signes de fonctions) sont autant de techniques existantes qui trouvent dans le logiciel une expression et une importance particulières. Signalons au passage que d'autres techniques présentes dans l'environnement n'ont pas d'équivalents en papier/crayon, telles celles qui sont relatives à la recherche d'une fenêtre graphique adaptée à l'étude en cours.

Notre réflexion se porte actuellement sur la place et le rôle de l'activité expérimentale que pose avec acuité le nouveau module de géométrie dynamique disponible dans Casyopée. Des techniques spécifiques sont à délimiter et définir, pour accompagner chez l'élève la construction de concepts liés aux fonctions, par exemple au travers de tâches de modélisation de situations géométriques où l'on vise à étudier des variations de grandeurs en fonction d'autres grandeurs. Notre environnement offre aux élèves et aux enseignants l'opportunité de dégager, à partir d'une exploration en acte de la situation géométrique, un ensemble de techniques à repérer dans les pratiques des élèves, à choisir et exprimer afin qu'elles s'inscrivent dans le discours de l'enseignant et participent d'une véritable technologie. Ces techniques concernent par exemple la spécification d'un domaine de définition d'une fonction définie à partir des grandeurs géométriques, spécification qu'il est possible d'obtenir par exploration du domaine d'évolution de la variable indépendante (ce qui peut être fait par déplacement des points de la figure). Ces techniques peuvent intégrer des prises d'informations numériques en des points particuliers, en valeurs exactes ou approchées. Elles peuvent procéder d'une approche « en acte » de la future fonction et de premières conjectures sur ses variations et de ses extrema.

Un autre cadre théorique retient notre attention, celui de *l'approche instrumentale* développée par *Rabardel* (1995). Nous souhaitons analyser avec soin l'ensemble du processus qui permet à l'élève de passer de l'artefact à l'instrument, de mettre en place des schèmes d'actions instrumentées. Les expérimentations que nous avons conduites en terminale s'attachent à expliciter l'accompagnement de la genèse instrumentale chez les élèves, à suivre les instrumentalisations que ceux-ci peuvent mettre en place. Les contraintes existantes dans le logiciel, les liens entre représentations, les gestes ou actions nécessaires pour créer et définir des fonctions à partir de grandeurs géométriques imposent une construction avancée de l'instrumentation chez l'élève.

Par exemple, la compréhension par les élèves des messages renvoyés par le logiciel lors d'un refus de création de fonctions à partir de grandeurs géométriques, ne peut être assurée que si l'élève dispose d'une habileté suffisante pour expliciter au sein du logiciel les informations nécessaires. Un refus de création de fonction peut par exemple provenir du fait que la grandeur pressentie comme image dépende en réalité, non seulement de la grandeur variable supposée, mais également d'une seconde grandeur non identifiée par l'élève dans un premier temps. L'impossibilité d'exprimer de façon univoque la grandeur indépendante dans l'expression de la grandeur dépendante peut être une autre cause d'échec d'inférence de fonction. L'appropriation des retours et réactions de l'environnement passe par une maîtrise de l'environnement en tant qu'instrument pour définir par exemple des gestes d'explorations numériques qui, en déplaçant les points sur la figure géométrique, vont permettre, en acte, de repérer le comportement de l'expression géométrique supposée dépendante ou les effets d'autres grandeurs sur celui-ci.

Références

Balacheff N. (1994), La transposition informatique, un nouveau problème pour la didactique des mathématiques, In Artigue et al. (Eds.), *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*, La pensée sauvage éditions, Grenoble, 364-370.

Brousseau G. (1998), *Théorie des situations didactiques.* Grenoble : La Pensée Sauvage.

Chevallard Y. (1992), Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12(1) 73-111.

Le Feuvre B., Meyrier X., Vincent P., Lagrange J.B. (2006), Un logiciel utilisant le calcul formel pour le lycée, *Bulletin de l'APMEP*, n° 466, 714-760.

Rabardel P. (1995), *Les hommes et les technologies - approche cognitive des instruments contemporains*, Série psychologie, Armand Colin.

2.3. Equipe CROME (Calculatrices en Réseau : Orchestrations et Mutualisation dans un nouvel Environnement)

Durant l'année 2006-2007, le travail de l'équipe s'est orienté vers une utilisation plus régulière du dispositif de calculatrices en réseau TI Navigator sur les niveaux Terminale et Seconde. Par ailleurs, nous avons pu participer à plusieurs séminaires et colloques où elle a pu faire état de l'avancée de ses travaux. En cette seconde année d'expérimentation, de nouvelles situations de classe ont été mises en place dans les niveaux Seconde et terminales S - ES.

L'évolution de la recherche depuis septembre 2005 s'est écartée *d'une première approche technocentrée* pour évoluer vers un point de vue *anthropocentré.*

Sous l'impulsion de Luc Trouche, l'étude de TI Navigator s'est développée dans le cadre des processus de genèse instrumentale.

Ce cadre a permis de développer deux aspects du TI Navigator :

- étude d'une communauté de pratique dans la classe,
- étude du travail collaboratif.

L'expérience dans son cadre théorique

L'étude autour de TI Navigator a pour cadre les processus de genèse instrumentale développé par Rabardel (1995) et Trouche (2004).

L'évolution de la recherche

D'une recherche technocentrée vers une recherche anthropocentrée

L'évolution de la recherche depuis septembre 2005 est issue *d'une première approche technocentrée (*étude du dispositif et intégration dans le système scolaire français, installation et découverte du dispositif, premières activités spécifiques au TI Navigator) pour évoluer vers un point de vue *anthropocentré (*problématique des ENT, étude d'un système multi-agents dans la classe). Cette évolution s'est faite en particulier sous l'influence grandissante des systèmes dits multi-agents tels que les ENT. En effet, l'un des membres du groupe CROME a durant cette année participé à la mise en place d'ENT dans certains établissements de l'académie. Il nous est apparu que TI Navigator permettait d'étudier un tel système dans un micro-milieu : la classe.

Quelques éléments de l'étude

Tl Navigator : une communauté de pratique dans la classe

TI Navigator permet de concevoir la classe comme une communauté de pratique dont on peut distinguer les trois aspects fondamentaux : participation, réification, existence d'un répertoire partagé :

- *la participation :* les situations mathématiques, la construction collective d'objets mathématiques et enfin le débat mathématique sont les éléments les plus visibles de cet aspect,
- *la réification :* l'exemple de la construction collective de la notion de courbe représentative d'une fonction qui devient progressivement un objet concrètement identifiable illustre un processus collectif de réification,
- *le répertoire partagé :* l'espace public où s'exprime l'ensemble des productions élèves joue pleinement le rôle de répertoire partagé, même si dans cette expérience son existence est de courte durée en se limitant à la durée de la séance.

Tl Navigator et travail collaboratif

Rappelons la différence entre travail coopératif et travail collaboratif telle qu'elle est communément définie : si dans le cas de l'apprentissage coopératif, il y a division et partage des tâches, dans le travail collaboratif, il y a confrontation et débat pour réaliser une tâche commune.

Par ailleurs, le travail collaboratif nécessite un regard réflexif sur ses propres pratiques et une relation avec les autres apprenants.

Tl Navigator et la réflexivité sur ses pratiques

Un facteur d'apprentissage est l'analyse de son action, la prise de distance par rapport à sa propre activité. TI Navigator permet à chaque élève d'être confronté à la production et à la participation de ses camarades dans l'élaboration de son propre savoir grâce à l'utilisation d'un espace public de production.

Dans un dispositif plus "traditionnel", le vecteur d'expression de l'élève est essentiellement la parole (ou l'écrit quand il passe au tableau). Ici, l'élève semble détaché de sa production qui est portée sur la place publique par le dispositif : il y a une distanciation entre l'acteur et l'expression de sa production. Ici, l'élève s'engage différemment : l'outil lui permet de garder une certaine distance avec les résultats qu'il propose à la classe, et avec le professeur.

Ce processus demandera à être étudié plus précisément. On pourrait par exemple envisager l'influence de deux facteurs :

- l'éloignement géographique entre l'auteur et l'expression de sa production : la proximité (personne-écrit ou personne-voix) est ici beaucoup moins marquée. Elle pourrait favoriser l'expression mathématique,

- la "dépersonnalisation" de la forme de la production : chaque production est dissociée d'une grande partie de la forme que lui donne l'élève (voix ou support écrit manuel). Son expression graphique semble alors porter la production sans la supporter.

Il a été ainsi observé que le retour à l'usage d'une expression traditionnelle réduit considérablement cette distanciation, par exemple lors d'interventions d'élèves au tableau.

Il semble s'établir une nouvelle forme d'interactivité entre l'artefact et l'utilisateur due à la modification d'environnement : l'élève instrumentalise l'artefact en le faisant passeur de son message tandis que l'artefact agit sur l'utilisateur en lui permettant de s'extraire de sa production et de s'inclure plus facilement dans un échange entre pairs.

Tl Navigator dans la relation entre les apprenants

Les échanges se déroulent essentiellement dans un espace commun de production ce qui facilite une interaction forte entre les élèves. Chacun prend part à la construction du savoir commun et donc à celui de chacun de ses camarades.

L'espace commun est de plus objet de débats et d'échanges, qui tendent à l'élaboration d'une vérité mathématique sociale (Legrand 1993).

Quelques éléments de conclusion ; perspectives

Les premières conclusions quant à l'utilisation du dispositif TI Navigator semblent faire état d'un renouvellement complet des relations et échanges dans la classe.

Toutefois, d'autres éléments doivent être pris en compte :

- les moments d'utilisation sont encore trop rares mais marquent la mémoire collective de la classe,
- la relative lourdeur matérielle du dispositif en freine l'utilisation quotidienne,
- ses conséquences sur les orchestrations modifient en profondeur la gestion de la classe,
- la mise en place du projet a profondément renouvelé les relations entre les enseignants participant au travail de recherche.

Il est toutefois important de souligner que ce type de dispositif permet d'étudier une première approche des bouleversements que ne manqueront pas d'introduire les systèmes multi-agents de type ENT par exemple.

Références

Legrand M. (1993), Débat scientifique en cours de mathématiques, *Repères-IREM* n°10.

Rabardel P. (1995), *Les hommes et les technologies* - *approche cognitive des instruments contemporains*, Série psychologie, Armand Colin.

Trouche L. (2004), Environnements Informatisés et Mathématiques: quels usages pour quels apprentissages?, Educational Studies in Mathematics, 55(1-3), 181-197.

2.4. Equipe 3Dgeom

Présentation

Ce projet constitue la réponse, acceptée, à l'appel à propositions du projet ministériel Schéma de l'édition numérique pour l'enseignement (Schene) qui « *vise à mieux prendre en compte les demandes exprimées par les enseignants et à assurer aux éditeurs la visibilité nécessaire pour produire les contenus dont l'Éducation nationale a besoin* ».

L'objectif du projet 3Dgeom est de concevoir un cahier des charges pour un logiciel de géométrie dynamique dans l'espace accessible en ligne et organiser une phase de test en relation avec la constitution d'un vivier de ressources. Ce projet part du logiciel Geospace dont il propose une évolution en un outil plus moderne et plus performant, adapté à l'utilisation en ligne et à tous les systèmes d'exploitation. Toutes les ressources existantes pour Geospace pourront être réexploitées.

La particularité du projet réside dans le fait que la conception du logiciel doit répondre à une demande du terrain, à un besoin réel « en terme d'objet(s) numérique(s) » qui permettrait de répondre à la problématique de l'enseignement de la géométrie dans l'espace. De ce fait, le projet se développe en collaboration étroite avec les utilisateurs potentiels du logiciel : des enseignants du second degré ont participé à la définition du cahier des charges du logiciel et participent évidemment également à l'étape expérimentale.

Articulation de la conception d'un outil technologique avec ses usages

La définition du cahier des charges du futur logiciel s'est appuyée d'une part sur une étude critique de l'existant, et d'autre part, sur l'étude des attentes institutionnelles à travers une analyse des programmes et des documents d'accompagnements. Dans le cadre de ce projet, les usagers potentiels participent donc activement à la conception de l'outil et ceci dès la définition a priori des fonctionnalités de celui-ci. De plus, les premiers retours de la première phase expérimentale, actuellement en cours avec le logiciel Geospace, mettent en relief des aspects au niveau de l'interface et des fonctionnalités du logiciel existant qui pourraient être améliorés par rapport à ce qui existe actuellement. Ceci peut nous amener à revoir le cahier des charges défini a priori.

Impacts de l'usage d'outils technologiques sur le système didactique

Nous ne prétendons pas ici de répondre de manière exhaustive aux questions posées. Nous donnerons seulement quelques éléments de réponse concernant les trois pôles du système didactique : élèves, enseignant et savoir. Ces éléments s'appuient sur l'expérimentation actuellement en cours et dont les résultats n'ont pas encore été analysés. Précisons d'abord que le logiciel a été utilisé exclusivement en vidéo-projection, c'est l'enseignant donc qui a manipulé la figure la plupart du temps.

En ce qui concerne le pôle « élève », il semblerait que l'outil technologie influence l'attitude des élèves, ne serait-ce que par la motivation. L'aspect dynamique de la figure facilite la vérification des conjectures (on fait bouger les éléments libres de la figure et on observe si la propriété conjecturée est conservée), ce qui fait que les élèves font plus facilement des propositions et sont autonomes vis-à-vis de la vérification de celles-ci. De ce fait, ils s'engagent davantage dans la démarche de recherche. Il apparaît également que la vidéo-projection favorise l'investissement des élèves dans l'activité mathématique, notamment dans les moments de discussion collective.

Quant au pôle « enseignant », nos observations laissent penser que les enseignants ont besoin de nouvelles compétences liées à l'intégration des technologies dans leurs classes. La gestion de la classe et de l'activité mathématique médiée par la technologie nécessite de la part de l'enseignant de prendre d'autres décisions : à quel moment est-il pertinent d'utiliser l'ordinateur ? qu'est-il judicieux de montrer ou de ne pas montrer aux élèves ? Une vidéo-projection mal gérée peut priver de sens et d'intérêt une activité mathématique bien construite et pertinente en soi.

Du côté du « savoir », un regard rapide sur les ressources que nous avons testées montre que l'introduction de la technologie modifie l'activité mathématique à plusieurs niveaux :

- Déplacement du « centre d'intérêt » de l'activité mathématique : le fait qu'avec un logiciel de géométrie dynamique, il soit aisé d'obtenir rapidement de nombreux cas de figures par simple déplacement de points libres, l'activité des élèves peut être centrée davantage sur le raisonnement mathématique, la recherche de démonstration ;
- Nouveaux types d'activités : la géométrie dynamique permet de concevoir des activités qui ne seraient pas envisageables sans la technologie. Par exemple, il est possible d'observer l'évolution du volume d'eau dans deux récipients, conique et cylindrique, ayant pour base un cercle de même rayon, en fonction de la hauteur de l'eau, ceci en faisant communiquer deux fenêtres du logiciel, l'une représentant les deux récipients avec la hauteur d'eau variable, l'autre contenant une représentation graphique de la variation des deux volumes en fonction de la hauteur de l'eau.

3. Synthèse des contributions des groupes

Les quatre équipes qui participent aux discussions de ce thème développent leurs recherches autour de différents aspects concernant les outils technologiques pour l'enseignement des mathématiques, que ce soit leur conception, leurs usages ou l'impact de ces usages sur le système didactique. Trois équipes, Aplusix, Casyopée et 3Dgeom, sont impliquées dans la conception de logiciels de mêmes noms, tandis que l'équipe CROME étudie les usages de TI-Navigator, un réseau de calculatrices.

Comment s'articule la conception d'un outil technologique avec ses usages ?

Dans le cas des trois équipes qui développent leurs outils technologiques, la conception et le développement de l'outil se réalisent en collaboration plus ou moins étroite entre les informaticiens, les didacticiens et les enseignants.

Les enseignants, considérés comme usagers principaux d'outils technologiques par les 3 équipes « développeuses », contribuent au développement des logiciels grâce aux retours après l'utilisation dans leurs classes, à titre expérimental ou non, sur les améliorations de certaines fonctionnalités, voire des ajouts de nouvelles fonctionnalités. Les enseignants peuvent parfois être associés aux prises de décisions principales sur le futur logiciel en amont de son développement, ce qui est le cas du logiciel 3D-geom.net.

L'équipe Aplusix propose, au lieu de distinguer concepteurs et utilisateurs, de distinguer développeurs qui sont des chercheurs en informatique, didacticiens qui peuvent être considérés à la fois comme concepteurs lorsqu'ils participent à la prise de décisions concernant les principaux choix du développement du logiciel ou de certains de ses aspects, et comme utilisateurs lorsqu'ils analysent le logiciel « *comme objet d'étude didactique en vue de son intégration dans l'enseignement comme élément de situations d'apprentissage* ».

L'équipe CROME considère que les élèves sont également des usagers de la technologie, en concevant « *la classe comme une communauté de pratique* » qui se constitue autour de l'usage d'un outil technologique.

Le point qui nous paraît intéressant à approfondir lors des journées est celui des communautés d'usagers (enseignants, didacticiens) ou de pratique (élèves) : comment se constituent-elles ? quels rôles ont-elles à jouer dans les différentes phases du développement d'un outil technologique pour l'apprentissage des mathématiques ?

Quels impacts de l'usage d'outils technologiques sur le système didactique ?

L'ensemble des réponses des équipes permet de relever les points suivants :

- quant au pôle « *élève* », les équipes reconnaissent l'impact sur la *motivation* grâce notamment aux rétroactions sur la validité du travail produit, ce qui est un aspect important en particulier dans le cas des élèves en difficulté ou en échec scolaire (équipes Aplusix, 3Dgeom). Certains dispositifs semblent favoriser les interactions et échanges entre élèves menant à une *construction collective* de notions mathématiques (calculatrices en réseau, mode de vidéoprojection) ;
- en ce qui concerne le pôle « *enseignant* », il semble que si d'un côté, la technologie peut faciliter l'organisation du travail de l'enseignant et la mise en place de la différentiation, par exemple en lui fournissant des exercices tout prêts à proposer aux élèves (Aplusix), de l'autre côté, elle peut modifier « *en profondeur la gestion de la classe* » par son impact sur les orchestrations (CROME) ;
- au niveau du pôle « *savoir* », les équipes soulignent un impact de l'utilisation de la technologie sur les *activités mathématiques* qui peuvent être *centrées davantage sur le travail mathématique* (raisonnement, conjectures, validation, démonstration), la technicité étant prise en charge par l'environnement (3Dgeom). L'usage d'outils technologiques permet également de *re-visiter les connaissances traditionnelles* dans de nouveaux contextes ce qui contribue à la construction du sens de ces connaissances « *par des moyens d'action et de contrôle dans ces contextes* » (équipe Casyopée). Enfin, de *nouvelles techniques* se développent parfois dans l'interaction avec un

environnement informatisé, dont certaines n'ont pas d'équivalent dans l'environnement usuel de papier-crayon (ex. recherche d'une fenêtre graphique adaptée à l'étude en cours avec Casyopée) ;

- concernant l'axe « *élève-enseignant* », les équipes remarquent les changements dans le comportement des élèves qui « *sont autonomes dans la résolution de problèmes* » ce qui leur permet d'avancer à leur rythme et « *l'enseignant est plus disponible pour travailler avec les élèves en difficulté* » (équipe Aplusix). La gestion de la classe se trouve profondément modifiée par l'intégration de la technologie qui nécessite de la part de l'enseignant un *accompagnement de la genèse instrumentale* chez l'élève, et par conséquence, une organisation particulière de la classe, appelée *orchestration instrumentale* (équipe CROME) ;
- par rapport à l'axe « *élève-savoir* », mise à part des impacts certains sur les apprentissages attestés par des études expérimentales menées par les équipes, l'équipe Aplusix souligne les progrès observés chez les élèves utilisant leur logiciel au niveau de la *rigueur* dus aux *contraintes de l'interface* du logiciel. L'équipe CROME met en avant la contribution certaine du TI Navigator à l'*analyse* par l'élève *de sa propre action* et à la *prise de distance par rapport à sa propre activité* qui sont des *facteurs d'apprentissage* ;
- concernant l'axe « *enseignant-savoir* », l'équipe Aplusix apporte le témoignage de « *l'impact sur le rapport des enseignants à la notion d'équivalence entre les équations* ». En effet, le logiciel Aplusix considère les équations $x^2 = -2$ et $x^2 = -5$ comme équivalentes ce qui a été difficile à accepter par de nombreux enseignants et a nécessité quelques échanges entre eux et les concepteurs sur la notion d'équivalence entre les équations.

Il aura été bien évidemment impossible d'aborder tous ces aspects lors des échanges des équipes pendant les deux journées mathématiques. Compte tenu à la fois de la thématique des journées et des préoccupations des équipes participant à ce thème, il a été suggéré de centrer les discussions sur l'enseignant : l'évolution de ses pratiques et les nouvelles compétences exigées par l'intégration de la technologie dans les classes de mathématiques.

4. Synthèse des discussions lors des journées

Rédigée par Jean-Michel Gélis (équipe Casyopée)

Introduction

Le thème « Conception, usage d'outils technologiques » regroupait des équipes qui conçoivent et expérimentent des environnements d'apprentissage. Plus précisément, ces équipes participantes étaient (cf. figure 9) :

- APLUSIX, dont l'objet d'étude est essentiellement constitué des expressions algébriques et des transformations qui leur sont applicables ;
- Casyopée qui propose des outils d'étude de fonctions et de modélisation à partir de situations de géométrie plane ;
- 3DGeom qui organise des situations d'apprentissage à partir d'un logiciel de géométrie dans l'espace en cours d'élaboration ;
- CROME dont les propositions s'appuient sur un dispositif de calculatrices en réseau.

Les échanges ont essentiellement concerné les 3 premières équipes citées ci-dessus, le représentant de la dernière équipe ayant eu un empêchement de dernière minute.

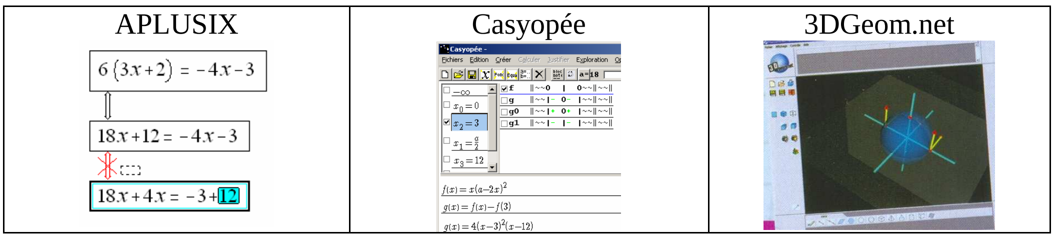


Figure 9 : Quelques vues d'interface représentant les différents projets.

Pour organiser les échanges, les deux problématiques suivantes avaient été retenues au préalable. Elles s'organisaient autour des questions suivantes :

- Comment s'articule la conception d'un outil technologique avec ses usages ?
- Quels sont les impacts de l'usage d'outils technologiques sur le système didactique (élève – savoir - enseignant) ?

L'objectif était de confronter les propositions, plus ou moins formalisées ou partielles, que chaque équipe avait apportées en réponse à chacune de ces problématiques.

La discussion a intégré un temps de présentation réciproque des projets afin d'expliciter leur dynamique, leurs enjeux, leurs orientations actuelles. Les débats relatifs aux problématiques se sont ensuite déroulés en confrontant les réponses construites au sein des différents projets, en évaluant leurs différences et leurs similitudes.

Afin de rendre compte des débats, la présente synthèse se propose d'aborder : (1) les hypothèses communes aux différents projets ; (2) les éléments de réponses aux problématiques du thème ; (3) des éléments de compréhension destinés à mieux appréhender les différences observées entre les réponses précédentes.

Dans cette synthèse, nous utiliserons le terme d'environnement d'apprentissage (ou plus simplement environnement) en prenant en compte le point de vue de l'approche expérimentale et intégrant dans notre réflexion l'ensemble des représentations, interactions et schèmes d'action nécessaires pour la résolution par les élèves des situations d'apprentissage proposées.

Hypothèses communes aux projets du thème

Les projets représentés dans ce thème ont en commun de s'être clairement positionnés sur différents points, sans que leurs réponses soient nécessairement identiques. La discussion a mis en évidence l'importance de ces positionnements, qui conditionnent fortement les réponses aux problématiques débattues par le groupe.

Donnons quelques exemples de telles hypothèses :

Des thèmes d'étude clairement identifiés

Chacun des projets de ce groupe a parfaitement délimité un domaine mathématique d'intervention, exprimé en termes d'objets d'étude mathématiques. APLUSIX s'intéresse en tout premier lieu aux expressions et à leurs transformations applicables, Casyopée vise à l'apprentissage des fonctions et à leur exploitation pour la modélisation de situations géométriques, 3DGeom porte sur la géométrie dans l'espace.

Des groupes de travail constitués

Les projets de ce thème sont portés par des groupes de travail qui ont leur histoire propre. APLUSIX et Casyopée sont des projets anciens, autour desquels différentes équipes se sont constituées et ont évolué. Ces deux projets bénéficient actuellement du soutien de l'INRP et sont membres du projet européen ReMath qui définit pour partie l'orientation de leurs travaux, tant en termes d'évolution de leurs environnements respectifs, d'explicitation des cadres théoriques en jeu, que de conduites d'expérimentations.

Le projet 3DGeom, pour sa part, est un projet initié en 2006 en réponse à l'appel à propositions du projet ministériel Schene (Schéma de l'édition numérique pour l'enseignement). Ce contexte induit certaines des orientations de ce projet, telles que la constitution d'un cahier des charges pour un logiciel de géométrie dans l'espace accessible en ligne, son articulation avec le terrain, la constitution des ressources et les interactions à établir avec un éditeur chargé de produire l'environnement voulu.

Des dispositifs d'utilisation de l'environnement arrêtés

Les projets de ce thème se caractérisent par des positions affirmées sur la place, le rôle et le niveau d'intégration des environnements dans les situations d'apprentissage proposées. Il s'agit ici de définir et de caractériser la part d’apprentissage prise en charge par l’environnement, ainsi que le moment, dans l’acquisition du concept, où se place le travail avec celui-ci.

Les exercices que propose APLUSIX constituent un exemple de dispositif particulier. L’élève se voit proposer une suite de tâches à réaliser à l’aide des fonctionnalités disponibles au sein du logiciel (par exemple, factorisation d’expressions polynomiales, problème à résoudre par une mise en équation). L’environnement fournit à l’élève des rétroactions (évaluation de ses réponses, solution à la demande) destinées à accompagner, de façon graduée, la maîtrise des concepts visés. L’essentiel de l’apprentissage se produit lors de l’interaction de l’élève avec l’environnement. Les élèves sont censés être autonomes lors du travail avec l’environnement et les rétroactions de celui-ci sont supposées suffisantes à sa réussite. Le rôle de l’enseignant se borne à suivre individuellement le travail des élèves ou à organiser des temps de synthèses collectives, partielles ou non, pour reprendre des points qui auraient été défaillants.

D’autres configurations sont possibles. Par exemple, aucun énoncé de situation n’est disponible au sein de l’environnement Casyopée. Ce dernier constitue un milieu dans lequel l’élève peut définir des objets et agir sur eux, sans que l’environnement puisse évaluer la cohérence entre les actions de l’élève et le problème donné. C’est ainsi que, dans l’environnement Casyopée, il est possible à l’élève de définir une figure de géométrie dynamique, des calculs géométriques (une aire par exemple), des fonctions ou des représentations qui peuvent être non pertinents par rapport à la situation donnée, et sans que l’environnement ne puisse juger de cette pertinence. L’enseignant devra alors organiser des temps de recherche ainsi que des temps de synthèse, hors environnement, qui seront autant de temps forts d’apprentissage.

Les projets représentés dans ce thème ont pour la plupart pensé ou expérimenté des contextes d’utilisation de leur environnement. Ces usages peuvent s’appuyer sur un travail individuel entre l’élève et l’environnement (que ce soit en classe ou à la maison), se dérouler en salle informatique ou donner lieu à des situations collectives, avec un dispositif de vidéo-projection.

Eléments de réponse aux problématiques

Articulation entre la conception et les usages d’un outil technologique

La première problématique aborde la question de l’articulation entre la conception et les usages d’un outil technologique.

Les débats ont en premier lieu porté sur l’identification des acteurs en jeu, en second lieu, sur les spécificités des points de vue conception et usages.

Plusieurs catégories d’usagers ont été recensées. Les enseignants membres des différents projets constituent des usagers avertis, qui intègrent dans leurs pratiques de classe l’environnement développé selon des modalités qu’ils ont généralement eux-mêmes construites. Ces collègues sont très au fait des potentialités de l’environnement dont ils accompagnent l’évolution et connaissent les enjeux. D’autres enseignants, usagers « anonymes », utilisent l’environnement obtenu généralement par l’intermédiaire de membres des projets ou par téléchargement sur les sites destinés à leur diffusion. Les groupes présents disposent généralement de très peu de retours sur les usages retenus, sur les difficultés rencontrées, sur les analyses et points de vue partagés. La difficulté à atteindre ces usagers « anonymes » prive les membres des projets d’un matériel précieux dont la connaissance infléchirait certainement les évolutions de l’environnement. Les élèves constituent enfin une dernière catégorie d’usagers, à laquelle s’intéresse particulièrement le projet CROME qui considère la classe comme une communauté de pratique.

Côté conception, les participants constatent la variété des acteurs qui apportent leur contribution à différents niveaux. Les trois projets présents intègrent actuellement des développeurs professionnels, qui travaillent sur la base d’un cahier des charges établi sous la responsabilité du groupe. Des enseignants, des formateurs ou chercheurs peuvent également intervenir dans l’écriture du code, en apportant ainsi au projet leur expérience propre. L’initiative appartient cependant généralement aux chercheurs qui définissent les axes de travail et orientations fortes des projets autour desquelles s’organise le développement.

Certaines phases de travail se centrent sur les usages et sont l'occasion de concevoir et de mettre en œuvre des situations qui intègrent l'environnement et offrent des potentialités intéressantes du point de vue des apprentissages. Cette approche nécessaire assure que l'utilisation de l'environnement permet de s'inscrire dans le curriculum. Ce travail permet également de proposer et d'étudier différentes instrumentations, ainsi que de proposer, le cas échéant, de nouvelles fonctionnalités.

Les phases de conception sont orientées par des hypothèses qui fondent les différents projets. Le projet 3GGeom répond à des demandes exprimées par les enseignants et relatives à l'utilisation en ligne d'un logiciel de géométrie dynamique. Les environnements APLUSIX et Casyopée sont, quant à eux, des projets anciens dont le développement actuel s'organise autour d'extensions préalablement définies : la représentation sous forme d'arbre des expressions algébriques pour APLUSIX, l'intégration d'un module de géométrie dynamique pour Casyopée. Le projet CROME se centre sur l'organisation d'un travail collaboratif entre élèves et l'étude de la communauté de pratiques qui en résulte. Le point de vue usage n'est naturellement pas absent de ces phases de conception. Il permet par exemple d'affiner les fonctionnalités développées (dialogues entre élève et environnement, retours de l'environnement, organisation des dialogues, actions et gestes possibles…) et de penser les processus d'instrumentation.

Les participants de ce thème ont noté la variété des outils utilisés pour mettre en lien les aspects usages et conception au sein des différents projets. La rédaction d'un cahier des charges (utilisée par 3DGeom) est une première façon d'articuler ces deux aspects. Il permet de retenir des priorités, d'étudier leur faisabilité informatique, de prendre en compte les contraintes logicielles dans l'évolution du projet. Les questionnaires constituent un autre moyen de relier usages et conception. Les questionnaires initiés par l'équipe APLUSIX visaient à mieux appréhender le processus de conception d'exercices par des enseignants dans le but d'améliorer l'environnement de l'éditeur d'exercices. De même, l'équipe 3DGeom s'appuie sur des questionnaires à destination des enseignants (avant et après la mise en œuvre des séances étudiées), d'observateurs et d'élèves pour orienter ses propositions de ressources. D'autres dispositifs permettent d'organiser les phases de conception et d'usages. Les travaux de l'équipe Casyopée, par exemple, se déroulent en cycles dont les principales étapes sont : (1) identification de facilités à adjoindre au système de calcul formel pour le rendre plus accessible aux élèves ; (2) détermination d'un domaine de tâches à résoudre ; (3) spécifications de fonctionnalités à développer dans l'environnement ; (4) développement d'une maquette ; (5) mise en œuvre et analyses d'expérimentations ; (5) retour à l'étape (1).

Impacts de l'usage d'outils technologiques sur le système didactique

Elève, enseignant, savoir sont les différents pôles interrogés par cette problématique. Les participants au thème n'ont pas cherché à dresser un état de l'art exhaustif sur cette question, ni à recenser les différents cadres théoriques adaptés. Plus pragmatiquement et plus modestement, les échanges ont mis en lumière certains points qui apparaissent d'importance au sein des projets représentés. Ces points concernent, entre autres :

- le choix des représentations des objets mathématiques : ce choix détermine les actions de l'élève sur les objets et détermine pour partie ses interactions avec l'environnement. APLUSIX, par exemple, propose les expressions algébriques sous la forme usuelle d'écriture bidimensionnelle, mais également sous forme d'arbres (cf. figure 10). Ce nouveau mode de représentation donne lieu à de nombreuses tâches et actions de l'élève (création d'un arbre représentant une expression algébrique, de façon libre ou contrôlée par exemple).

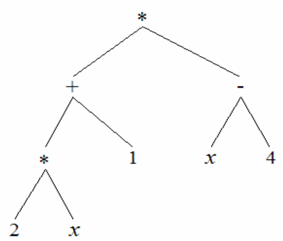


Figure 10 : Représentation d'une expression algébrique sous forme d'arbre dans APLUSIX.

- la possibilité de procéder, dans l'environnement, à des explorations et des recherches : certains environnements permettent à l'élève de procéder à de véritables activités expérimentales, de faire appel à l'intuition et de multiplier les expériences pour construire une solution. L'environnement 3DGeom permettra, par exemple, une telle approche.
- les choix relatifs à la « réification » des concepts en jeu : ce point recouvre non seulement les représentations proprement dites des objets, mais aussi l'ensemble des actions possibles de l'élève

et des retours de l’environnement, tout le système cohérent d’interaction qui participe de la construction chez l’élève du concept visé. Dans l’environnement Casyopée, par exemple, de nombreux choix déterminent la « vie », dans l’environnement, du concept de fonction : actions de l’élève lors de leur définition (expression et domaine de définition), de leur modification, création des fonctions provenant de modélisations de situations géométriques, gestion, visualisation et actions exigées de la part de l’élève, dans ce dernier cas, lors des interactions qui portent sur l’expression et le domaine des fonctions créées….

- les relations parfois complexes entre les contextes de travail papier/crayon et environnement : la question est d’évaluer, étant donnée une tâche, la part d’activité papier/crayon et la part d’interaction avec l’environnement qui sont nécessaires à sa résolution. Une session de travail avec APLUSIX, par exemple, peut se réaliser presqu’en totalité avec l’environnement (pour les exercices de calculs algébriques et les problèmes de modélisation algébrique). En revanche, avec Casyopée, la résolution d’une situation nécessitera des phases de travail papier/crayon pendant lesquelles l’élève concevra sa démarche, analysera ses résultats, réorientera sa recherche de façon individuelle ou après des échanges collectifs avec la classe. D’une façon plus générale, la question des différences ou correspondances entre types de tâches et techniques de résolution disponibles dans les deux contextes papier/crayon et environnement peut être posée.

Quelques éléments de compréhension pour aller plus loin

Les échanges ont fait apparaître des convergences et des différences dans les réponses apportées aux deux problématiques proposées par les différents projets. Les participants ont voulu aller plus loin et dégager des raisons qui expliquent ces différentes positions. Ces éléments sont développés ci-dessous.

Vie du projet

Un projet connaît, tout au long de son existence, une « vie » propre et différentes phases. Sa dynamique n’est pas la même s’il est en phase initiale, où il s’agit de prouver la validité des hypothèses fondatrices du projet, ou en phase de maturité, où l’objectif est d’enrichir, généraliser et pérenniser des démarches de résolution et d’exploration. Les équipes qui portent ces projets évoluent au fil des soutiens et des cadres institutionnels qui leur permettent d’exister, l’orientation générale du projet est également dépendante des objectifs professionnels de chacun de ses membres.

Il est remarquable que les trois projets présents à ce thème n’en soient pas tous au même stade de leur développement. L’équipe 3DGeom connaît sa première année d’existence au cours de laquelle les besoins exprimés par les enseignants et les résultats des premières expérimentations fondent les premières spécifications de l’environnement en cours de création. Casyopée est un projet déjà ancien mais qui n’a pas encore totalement articulé les différents modules disponibles. Les travaux actuels portent sur une meilleure intégration à l’environnement de la géométrie dynamique, différentes fonctionnalités sont développées et expérimentées. APLUSIX est un projet également ancien, dont l’objectif initial et fondateur est maintenant clos (résolution de tâches liées au calcul algébrique). Ce projet est à présent en phase d’extension, d’autres représentions des expressions algébriques sont abordées, des outils de gestion du travail avec l’environnement au niveau de la classe sont proposées, un travail conséquent de diffusion de l’environnement est organisé.

Positionnement des concepts visés

Si un environnement ne peut se réduire à un seul concept, il n’en reste pas moins qu’un concept principal peut caractériser un environnement. L’objectif, ici, est de situer la maîtrise, par les élèves, de ce principal concept visé, de déterminer s’il s’agit d’un concept nouveau pour les élèves et qui sera construit grâce à l’environnement, ou si ce concept déjà familier sera étendu et consolidé par l’interaction avec l’environnement. Ce point induit fortement les réponses du projet aux problématiques données, l’étude de l’impact sur le système didactique et des relations entre usages et conception ne seront pas identiques dans tous les cas.

De ce point de vue, une opposition existe, par exemple, entre APLUSIX et 3DGeom d’une part et Casyopée de l’autre. Ce dernier environnement vise à l’apprentissage du concept de fonction, dans ses aspects de modélisation de situations, en particulier géométriques. Cette compétence est difficile à appréhender pour les élèves de lycée, l'exploitation de l'environnement dans des situations d'apprentissage doit donc composer avec des connaissances mathématiques complexes et élevées. Tel n'est pas le cas des environnements APLUSIX et 3DGeom.net. Sans que cela ne retire ni de leur pertinence ni de leur intérêt, les concepts qu'ils visent (expressions et transformations algébriques pour APLUSIX, figures de géométrie dans l'espace pour 3DGeom.net) sont bien plus anciens et familiers aux élèves. Les interactions proposées à l'élève font donc l'hypothèse d'une plus grande autonomie de la part de l'élève.

Part de l'apprentissage prise en charge par l'environnement

Les différents environnements ne prennent pas tous en charge l'apprentissage de la même façon. Nous avons vu plus haut qu'APLUSIX pouvait proposer à l'élève, dans l'une de ses options, des exercices dans lesquels l'élève est censé être autonome et l'enseignant peu intervenir. En revanche, l'intervention de ce dernier est nécessaire avec les environnements Casyopée et 3DGeom.net. Il revient en effet à l'enseignant de lancer la situation, d'organiser des temps de recherche, avec et/ou sans l'environnement. Dans l'environnement Casyopée, par exemple, l'ensemble des élèves ne sera pas nécessairement capable de finaliser seul un travail de modélisation de situations géométriques à l'aide des fonctions, ce qui impose, de la part de l'enseignant, une organisation de l'apprentissage qui ménage des temps de recherche avec l'environnement parfaitement délimités et des temps de synthèse et d'analyse collective ou individuelle hors environnement. Le « coût » de conception de situations d'apprentissage varie donc en fonction des environnements, de la part d'apprentissage qu'il prend en charge, de l'autonomie prévisible des élèves face aux retours de l'environnement.

Evolution du projet

Les projets ont leur dynamique propre et leur évolution s'inscrit en cohérence avec leur histoire. Par exemple, dans le projet APLUSIX, le point de vue transformationnel a longtemps été prédominant, les interactions avec l'élève concernaient essentiellement des transformations applicables aux expressions algébriques. Actuellement, le point de vue structural est également pris en compte (cf. figure 11). L'expression est ainsi prise comme objet d'étude en elle-même, au moyen de la représentation des expressions en arbre et de toutes les tâches et actions qui s'y rapportent.

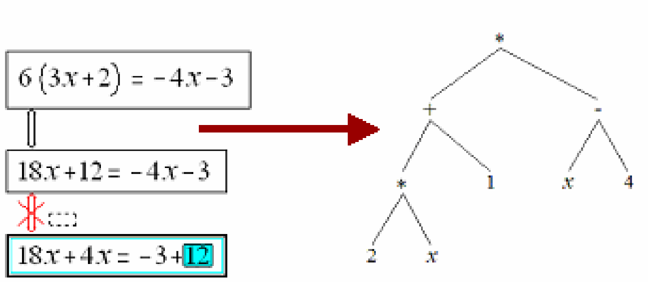


Figure 11. Evolution de l'environnement APLUSIX : le point de vue transformationnel de l'algèbre n'est plus le seul traité, le point de vue structural l'est également avec des représentations en arbres des expressions.

De façon similaire, le développement antérieur de Casyopée (sans le module de géométrie dynamique) avait montré ses limites, en ce sens que beaucoup de situations conduisaient à des traitements algébriques avec l'environnement, au détriment d'une approche relevant davantage de l'analyse (cf. figure 12). L'intégration d'un module de géométrie dynamique fut donc une réponse à ces usages constatés et permet, par le biais des situations de modélisation, d'aborder pleinement le point vue de l'analyse.

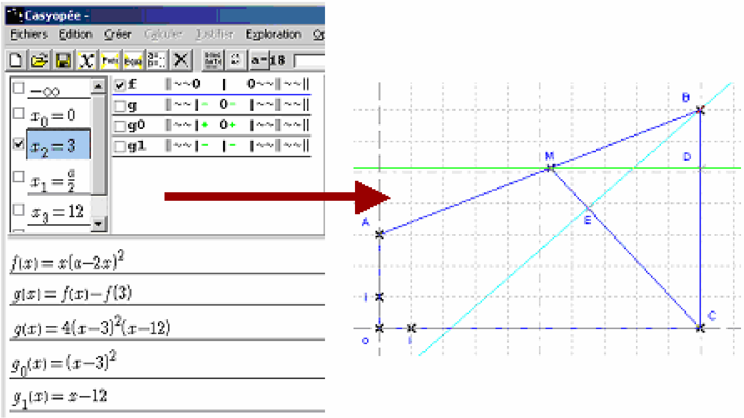


Figure 12. Evolution de l’environnement Casyopée : le module de géométrie dynamique permet de prendre en charge la modélisation de situations géométriques à l’aide de fonctions et de mettre en avant le point de vue de l’analyse et non celui de l’algèbre.

Il semble que les projets ayant un certain temps d’existence soient à la recherche d’une certaine « complétude ». Lorsqu’un point de vue initial est traité et pris en charge par l’environnement, une évolution naturelle consiste à prendre en compte d’autres aspects (le point de vue structural pour APLUSIX) ou mettre mieux en évidence des aspects qui sont finalement apparus insuffisamment valorisés (le point de vue de l’analyse dans Casyopée). Malgré sa jeunesse, le projet 3DGeom entre également dans ce processus, par exemple en rééquilibrant les spécifications d’usage initiales et en adoptant un regard critique sur l’utilisation de l’environnement comme simple visionneuse. Cette recherche de complétude et d’équilibre influence les relations usages/conception et l’analyse de l’impact de l’environnement sur le système didactique.

Conclusion

Ce thème réunissait des équipes et des projets qui ont leur histoire, leur dynamique et sont dans des temps de développement différents.

Les débats, organisés autour des problématiques proposées, ont permis de confronter les projets, de les situer les uns par rapport aux autres, d’évaluer leur convergence et d’apprécier leurs différences. Ce temps d’échanges fut donc, pour chaque participant, l’occasion de prendre du recul par rapport à son travail, de mieux situer la « partie vive » de son projet, d’en dresser une « carte » selon des axes partagés par tous. La discussion n’est pas arrêtée à l’affirmation de principes généraux mais a permis d’aborder le cœur des projets, leurs orientations et objectifs précis. Les choix des équipes, les directions de travail retenues ont ainsi été opposées et mises en cohérence.

Chacun a pu ainsi, en s’inscrivant dans le point de vue de l’autre, s’interroger sur la dynamique de son propre projet, et bénéficier, à la lumière des démarches des autres équipes, d’une intelligence sur l’évolution de son environnement.

Atelier du thème 3

Production de ressources, documents pour enseignants

Modérateur : Yves Matheron

Dans ce thème sont regroupées les équipes dont le travail porte sur la production de ressources pour les enseignants. Aussi bien les niveaux du cursus scolaire auxquels ces ressources s'adressent que les supports choisis pour leur diffusion peuvent être différents. Certaines de ces productions sont devenues des références utiles aux enseignants, d'autres n'en sont encore qu'au stade de la conception. Au-delà de leurs différences, toutes semblent néanmoins vouloir répondre à des besoins, identifiés ou non par le milieu enseignant, mais qui apparaissent non satisfaits par les outils traditionnellement mis à la disposition des enseignants de mathématiques : manuels pour les élèves, livres du professeur, ouvrages sur l'enseignement des mathématiques, revues pédagogiques et didactiques, outils s'appuyant sur les TICE, etc.

C'est pourquoi nous avons souhaité questionner ce qui fonde la démarche consistant à concevoir et diffuser des outils originaux, souvent non disponibles pour l'ordinaire de l'exercice de la profession enseignante : y a-t-il un manque que ces productions d'équipes pourraient éventuellement combler ? Et si oui, qu'est-ce qui fait leur originalité didactique, sur quels fondements reposent-elles ?

Nous proposons de partager la discussion en s'appuyant sur deux questions qui renvoient à la fois aux spécificités des productions citées, à leur originalité du point de vue de leur conception, et aux réponses qu'elles ont choisies d'apporter à la question de leur diffusion et réception par le milieu enseignant. Les réponses des équipes peuvent varier en fonction de l'avancement des projets de recherche, ou de leur spécificité. Elles peuvent inclure des considérations théoriques, méthodologiques, susceptibles d'apporter des éclaircissements. Sans nier les différences, on tentera néanmoins de dégager les points de convergence entre les différents projets.

1. Questionnement a priori des groupes

Q1. A quels besoins professionnels enseignants éventuellement non satisfaits répond la production de ces ressources et documents ?

Quel constat tire-t-on sur l'état actuel de la professionnalité enseignante en mathématiques ? Quels sont les médias existants pour les enseignants en mathématiques et quel usage en font-ils ? A quels besoins professionnels répondent-ils et quels sont les besoins professionnels qu'ils ne satisfont pas ? Quels sont alors les besoins auxquels sont sensées répondre les productions des équipes du thème 3 ? Sur quelles bases théoriques s'appuient-ils ? Sur quelles méthodologies ? Que peut-on en attendre ?

Q2. Comment faire pour que ces productions soient effectivement utilisées par les enseignants ?

Des études ont montré que les manuels des élèves constituent les principales ressources sur lesquelles s'appuient les enseignants pour concevoir leur enseignement. Les ouvrages destinés aux professeurs, les ouvrages rendant compte des recherches menées sur l'enseignement des mathématiques et les développements qu'elles peuvent engendrer dans les classes diffusent peu. Comment pallier cette difficulté ? Quelles dérives envisager lors de la mise à disposition des documents et ressources élaborés par les équipes du thème 3 ? Comment y faire face et les anticiper ?

2. Contributions des groupes

2.1. Equipe AMPERES (Apprentissages Mathématiques et Parcours d'Etudes et de Recherches pour l'Enseignement Secondaire)

Projet de recherche

Dynamiser l'étude des mathématiques dans l'enseignement secondaire (collège et lycée) par la mise en place de séquences d'enseignement organisées autour d'AER (activités d'étude et de recherche) et de PER (parcours d'étude et de recherche).

Il y a urgence à redonner du sens aux mathématiques que l'on enseigne dans le second degré, en Collège ou en Lycée !

Nécrose des objets enseignés !

Certains contenus de programme se retrouvent dans le curriculum actuel parce que cela est dans la tradition, dans l'héritage scolaire… et ainsi va-t-il de soi qu'il est juste et bon de les enseigner. Or les questions que ces contenus scolaires contribuaient à résoudre sont souvent perdues de vue. La place importante accordée à l'étude du triangle au Collège en est un exemple typique : qui, y compris parmi les professeurs de mathématiques, peut encore donner les raisons qui justifient d'attacher tant d'importance à la géométrie du triangle dans le secondaire ? Difficile dans ces conditions de motiver, de dynamiser l'étude de notre discipline, et d'attendre des élèves qu'ils y trouvent du sens ! Une part importante de notre travail consiste à bâtir des séquences d'enseignement fondées et motivées par des questions problématiques ayant un fort pouvoir générateur d'études et de recherches. Ainsi « Comment représenter un programme de calcul ? Deux programmes de calcul donnent-ils toujours le même résultat ? Un programme de calcul peut-il produire telle valeur, et si oui pour quelles valeurs de la variable ? » sont des questions motivant le calcul littéral, et justifiant l'étude des transformations des expressions algébriques. « Comment déterminer une longueur, une distance, une aire, un volume ? » sont des questions déterminant un parcours d'étude et de recherche depuis la sixième jusqu'à la terminale.

Cette orientation de notre recherche s'actualise dans la production, l'expérimentation effective d'AER et de PER. Voici quelques exemples de thèmes ainsi traités : le calcul littéral et les débuts de l'algèbre au Collège, les triangles isométriques en 5^{e}, les triangles semblables en 4^{e}, le cercle circonscrit à un triangle en 5^{e}, la géométrie dans l'espace en 2de, le produit scalaire et le barycentre en 1re S, l'exponentielle et les équations différentielles en TS, la statistique au Collège, etc.

Former des esprits libres et éclairés !

C'est une injonction paradoxale, exigeante et fondamentale qui est ainsi faite aux enseignants. Sans imposer leurs points de vue, leurs façons de penser, les réponses à une question, les maîtres doivent cependant faire adhérer les élèves à des manières de pensée déjà là, car données par héritage culturel, même si celui-ci peut être remodelé par l'ajout de nouveaux instruments, comme les calculatrices, ou la venue de savoirs nouveaux à enseigner dans les programmes (statistique inférentielle, graphes). Cette injonction comporte en elle l'exigence de conduire l'élève à accepter en raison une façon de pensée, et non par soumission ; cette exigence étant au cœur d'un enseignement qui se veut républicain et laïque !

Mais alors, une question problématique à fort pouvoir générateur d'étude étant posée, comment en négocier l'étude dans la classe sans que le professeur en impose des solutions ?

Une première piste pour répondre à cette question consiste à "dédidactifier" la situation, c'est-à-dire à faire en sorte que la question soumise à l'étude puisse l'être à partir d'un problème présentant des caractéristiques comme les suivantes :

- les élèves peuvent, en recourant seulement à leur répertoire de connaissances, en élaborer une solution,

- ils peuvent faire plusieurs essais et vérifier la justesse de leurs réponses.

On peut pointer ici une question vive, un problème didactique qui fait l'objet de débats parfois vifs, mais courtois, au sein de notre équipe de recherche : comment articuler questions à fort pouvoir générateur d'études et de recherches et conditions de dédidactification ? Si une question est à fort pouvoir générateur d'études, alors les élèves n'ont pas nécessairement dans leur répertoire de connaissances les éléments permettant l'élaboration d'une réponse ! Il apparaît cependant qu'un critère pour qu'un élève puisse juger en raison, et non par soumission, de la pertinence d'une réponse, est à rechercher dans le fait qu'il en connaisse la question associée ! Condition qui est bien loin d'être satisfaite dans l'enseignement par "activités" actuel. Restaurer des questions nous paraît être un travail fondamental pour redonner du sens aux mathématiques enseignées et faire ainsi que celles-ci "éclairent" les élèves mais aussi, dirons-nous, les enseignants ! Précisons néanmoins que les questions à dévoluer aux élèves ne sont pas forcément celles qui ont historiquement donné naissance au savoir mathématique à enseigner, car on sait que pour être enseigné, le savoir doit être didactiquement transposé.

A quels besoins professionnels enseignants éventuellement non satisfaits répond la production de ces ressources et documents ?

Il nous apparaît que la culture professorale actuelle n'est pas satisfaisante pour penser un enseignement des mathématiques dynamique et fonctionnel. C'est un problème de la profession, et il convient d'armer les enseignants à l'aide de nouveaux outils leur permettant de penser différemment leur métier : ne plus se centrer sur des objets mathématiques et leurs propriétés, mais savoir motiver l'étude par des questions problématiques et l'élaboration de réponses à ces questions. Il y a là une véritable révolution épistémologique à réaliser. Les théories didactiques, théorie des situations et théorie anthropologique, donnent des outils pour ce faire. Nous les avons utilisées dans notre recherche avec succès, même s'il reste bien des difficultés à surmonter, comme celle de la maîtrise d'une dialectique des médias et des milieux pour assurer la résolution du paradoxe cité ci-dessus.

Comment faire pour que ces productions soient effectivement utilisées par les enseignants ?

Changer la culture professorale courante est bien sûr un vaste programme, bien ambitieux. Il est pour cela nécessaire d'expliciter ce que la profession a à gagner à ce changement, de donner des outils de pensée aux professeurs pour qu'ils puissent concevoir des AER et PER, d'exemplifier en quoi l'usage de tels outils contribue à redonner du sens à l'étude de notre discipline. Il nous semble qu'un des moyens pour y contribuer est d'envisager des publications "grand public". Le réseau de diffusion des travaux didactiques est aujourd'hui trop confidentiel. L'équipe AMPERES envisage une publication de ses travaux, bien sûr sur le site EducMath si cela est possible, mais aussi chez un grand éditeur comme Hatier. Saurons-nous relever ce défi ? Les journées que nous devons tenir à Toulouse les 1er et 2 juin devraient nous permettre de nous situer par rapport à cet objectif. En tout cas, c'est ce défi que nous devons essayer de relever en 2007 – 2008.

2.2. Equipe DEMOZ (Démonstration : Expérience de Méthodes Originales en ZEP)

A quels besoins professionnels enseignants éventuellement non satisfaits répond la production de ces ressources et documents ?

La base du travail de l'équipe est de proposer des ressources (terme à définir) utilisables en classe pour tenter de répondre à des difficultés constatées de l'enseignement des mathématiques dans le cadre spécifique de l'enseignement prioritaire. L'apprentissage de la démonstration en quatrième est compliqué : tous les élèves de quatrième confrontés à cette approche éprouvent peu ou prou des difficultés ; les élèves de ZEP accumulent les difficultés :

- dans le domaine de la maîtrise du langage : aussi bien de par les énoncés à comprendre que par les démonstrations à produire ;

- dans le domaine de la culture mathématique, il apparaît que c'est plus un jeu de l'école qui s'éloigne des préoccupations des élèves plutôt qu'une nécessité ; d'autant plus que la démonstration formelle qui est souvent enseignée confond l'apprentissage des règles de la démonstration et l'apprentissage de la démonstration.

Notre but est donc de mettre en place des ressources s'appuyant sur des activités dont le but seraient de :

- donner aux élèves l’envie de chercher ;
- les sensibiliser sur l’utilité d’expliquer et de transmettre aux autres un travail de recherche ;
- leur permettre de mobiliser leurs connaissances.

Et ce, en prenant en compte les conditions d'apprentissage particulières, notamment, l'impossibilité pour le professeur de pouvoir compter sur un travail extérieur à la classe : la grande majorité des élèves des zones d'éducation prioritaire ne travaillent pas à la maison pour des motifs variés ; il y a donc une nécessité pour les professeurs de trouver dans le cadre de la classe des ouvertures permettant aux élèves de rentrer dans un jeu mathématique, de s'engager dans une réflexion personnelle au sein de la classe. Il nous semble essentiel que l’énoncé de telles activités soit bref et exprimé « simplement » afin de ne pas paralyser un public qui, avant tout, a des difficultés de compréhension de la langue française, sans toutefois perdre les exigences d'enseignement des programmes de mathématiques.

Le travail porte également sur l'élaboration de critères d’évaluation prenant en compte d'autres aspects que ceux traditionnellement envisagés : la qualité de la recherche (interrogation sur l’énoncé, essais, vérifications, cohérence des résultats, argumentation, esprit critique). Les médias existants (manuels, brochures, livres, sites) ne prennent pas forcément le public en compte. Les approches concernant l'enseignement prioritaire sont souvent sociologiques ; l'équipe s'attache à avoir une entrée didactique dans sa réflexion et les productions visées cherchent à être opérationnelles dans une classe. Autrement dit, la recherche s'appuie fortement sur la réalité des classes pour lesquelles les documents en cours de préparation seront réalisés. L'analyse a priori des situations exploitées s'appuie sur les références classiques de la théorie des situations (Brousseau 1998) et sur les travaux concernant les problèmes de recherche en classe (Aldon et Tisseron 1998, Payan et Grenier 2002, Arsac et Mante 1997) et les narrations de recherches (Sauter 2000). Par ailleurs, l'information disponible est excessivement dispersée : les manuels, les documents associatifs (IREM, APMEP…), les livres de pédagogie, les documents personnels, Internet... L’Internet n’amplifie pas l’éparpillement, sans doute, mais en augmente paradoxalement l’impression.

C’est aussi une source de frustrations que d’y trouver des références mais pas accessibles en ligne. Les entrées dans le champ de l’enseignement des mathématiques sont innombrables (psycho-affectif, psycho-sociologique, psycho-cognitif, didactique, communication, sociologie…), ce qui multiplie d’autant les références. Dans un premier temps, la construction des ressources s'appuie sur une recherche bibliographique (vers une bibliographie commentée) et une analyse de situations existantes et leur expérimentation en classe. Dans un deuxième temps, l'équipe s'attachera à produire des scénarios critiques concernant le thème d'étude choisi : les premières approches de l'enseignement et de l'apprentissage de la démonstration. Les ressources produites pourront alors être une présentation d'activités analysées, observées et scénarisées.

Comment faire pour que ces productions soient effectivement utilisées par les enseignants ?

Le côté pratique, testé et analysé des propositions peut peut-être constituer un élément de réponse à ces questions. L'hypothèse que nous faisons, c'est que devant la multitude de ressources et le manque de temps, les enseignants adoptent un média pour la souplesse d'utilisation qu'ils y trouvent. L'idée est de proposer des ressources possédant plusieurs entrées peut procurer cette souplesse d'utilisation. La forme numérique peut alors être un bon moyen de provoquer une lecture non linéaire des ressources. Pour diffuser plus largement nos recherches aux enseignants, nous utiliserons, par exemple un espace de diffusion accessible à tous sur le site EducMath en partage, éventuellement avec l’APMEP ou les IREM.

Premiers éléments de bibliographie

Aldon G., Tisseron C. (1998), Des situations pour mettre en œuvre une démarche scientifique au lycée, *Colloque Recherche et Formation*, Actes, IUFM de Grenoble.

Arsac G., Mante M. (1997), Situations d'initiation au raisonnement déductif. *Educational Studies in Mathematics* 33, 21-43.

Brousseau G. (1998), *Théorie des Situations Didactiques*, La Pensée Sauvage.

Payan C. & Grenier D. (2002), Situations de recherche en « classe ». Essai de caractérisation et proposition de modélisation, in Durand-Guerrier, V. & Tisseron, C. (Eds.) *Actes du séminaire national de Didactique des Mathématiques*, année 2002, IREM de Paris 7.

Sauter M. (2000), Formation de l'esprit scientifique avec les narrations de recherche au cycle central du collège, *Repères* 39, 7-20.

2.3. Equipe ERMEL (Ressources mathématiques pour l'école et le collège)

Les besoins enseignants à l'origine des recherches de l'équipe

Les recherches récentes menées en didactique des mathématiques par l'équipe ERMEL ont pour origine des questions posées sur les apprentissages géométriques à l'école primaire (articulation de ces apprentissages avec l'acquisition antérieure de connaissances spatiales et avec la construction progressive d'une géométrie déductive au collège), mais aussi des constats sur des difficultés que pose aux maîtres l'enseignement de la géométrie qui est souvent réduit à celui d'un vocabulaire et de tracés ; en effet, peu de problèmes sont proposés pour la géométrie dans les dispositifs d'enseignement auxquels les maîtres ont recours. L'ouvrage ERMEL « Apprentissages géométriques et résolution de problèmes au cycle 3 » (Hatier), publié en septembre 2006, tente de répondre à ces besoins ; il présente une problématisation des apprentissages, des progressions et des situations.

La méthodologie

Elle comporte plusieurs composantes :

1. Une analyse du savoir géométrique (problèmes, propriétés, représentations, preuves…), ainsi que des connaissances des élèves (notamment les connaissances spatiales qu'ils ont pu développer avant le cycle 3). Par exemple la construction de connaissances en géométrie à l'école élémentaire suppose que la validation des productions s'appuie sur une critique des procédures spatiales ou géométriques. Des obstacles créés par la perception ou par le recours à une validation pratique peuvent aboutir à des productions apparemment satisfaisantes, qui ne remettent pas en cause des procédures erronées. Il est donc nécessaire de développer des débats portant sur la justification et la critique de procédures qui supposent la prise en charge par les élèves du cycle 3 de la nécessité de prouver, la prise de conscience des insuffisances des simples vérifications pratiques ou perceptives, l'appréhension d'éléments de preuve et de rationalité mathématique. La construction de situations didactiques appropriées nécessite préalablement l'analyse des capacités des élèves à développer des raisonnements faisant appel à des savoirs géométriques.
2. L'organisation de l'étude des différentes notions géométriques (relations et objets), en un ensemble structuré sur les trois années du cycle.
3. L'élaboration de situations didactiques et leur expérimentation dans de nombreuses classes situées dans plusieurs académies. Ces analyses et propositions s'appuient sur les travaux menés par d'autres chercheurs, relatifs aux situations didactiques, ou spécifiques au champ de la géométrie. Ces différentes composantes étant en interaction : l'identification des potentialités des élèves étant aussi issue des expérimentations menées.
4. La rédaction de ces propositions pour les enseignants.

Questions actuelles

La recherche menée depuis septembre s'inscrit dans la continuité de la précédente, mais son objet porte sur l'analyse de ce que des dispositifs s'appuyant sur des outils informatiques (logiciels de géométrie dynamique en particulier) permettent de développer comme savoirs géométriques à l'école élémentaire, en complément où à la place de dispositifs existants. En effet des environnements de géométrie dynamique apportent d'autres modalités de réalisation ou de validation dans les problèmes de géométrie. Mais ils posent des questions nouvelles comme celle de l'articulation avec des situations d'apprentissage conduites dans l'environnement papier-crayon, ou dans le méso-espace.

Cette année, notre travail de recherche a porté sur deux niveaux, en relation avec la production de ressources pour les enseignants :

1. Au cycle 3, où nous pouvons prendre en compte les dispositifs publiés dans ERMEL, des situations de géométrie dynamique avaient été déjà élaborées dans le cadre de cette précédente recherche et d'autres ont été mises au point cette année. Nous analysons l'apport de ces situations dans les apprentissages : quelles acquisitions nouvelles en termes de procédures, de langage, de propriétés permettent-elles ?
2. Pour le cycle 2, où nous travaillons pour la première année dans le domaine de la géométrie, nous élaborons conjointement des situations papier-crayon, des situations proposées dans le méso-espace et des situations de géométrie dynamique. A ce niveau, la méthodologie est celle décrite au paragraphe précédent.

Comment faire pour que ces productions soient effectivement utilisées par les enseignants ?

Les résultats des recherches de notre équipe, notamment les problèmes et situations, constituent une ressource pour les enseignants et sont largement diffusés et discutés en formation initiale et continue où ils sont une référence.

Toutefois la question de l'appropriation par les enseignants de ces propositions se pose, comme plus largement celle des résultats de recherches en didactique. En particulier l'activité mathématique réelle des élèves dans les classes ayant recours à nos dispositifs d'enseignement peut être différente de celle qui est proposée dans nos publications.

Aussi nous nous sommes plus particulièrement intéressés, dans le cadre d'une recherche antérieure, à la gestion par des enseignants en début de carrière de phases de mise en commun pour des apprentissages dans le domaine numérique (à des niveaux où les publications étaient déjà à la disposition des enseignants). Nous avons constaté que les difficultés rencontrées par ces enseignants n'avaient pour cause ni une analyse préalable insuffisante des productions des élèves, ni une appréhension de la gestion des interactions orales, mais plutôt le fait que ces phases de validation, contrairement aux phases de recherche, n'étaient pas pensées par ces maîtres comme pouvant faire l'objet de choix différents tant dans leurs finalités que dans leur organisation, les maîtres suivant plutôt une coutume personnelle (Douaire & al. 2003).

Bibliographie

Douaire J., Argaud H.-C., Dussuc M.-P, Hubert C., (2003) Gestion des mises en commun par des maîtres débutants, in *Faire des maths en classe ? Didactique et analyse de pratiques enseignantes*, (coordination Colomb J., Douaire J., Noirfalise R.), ADIREM/INRP.

2.4. Equipe DéMathE (Développement des Mathématiques à l'Ecole)

Présentation

L'équipe *Développement des Mathématiques à l'Ecole* de l'INRP a commencé ses travaux en septembre 2003, sous la direction de Claire Margolinas. Nous développons des ressources, en mathématiques, pour les professeurs de l'école élémentaire. Notre démarche se situe en complémentarité de la documentation à la disposition des professeurs.

Parmi les caractéristiques de notre travail, nous pouvons citer le lien que nous entretenons avec les recherches en didactique des mathématiques. L'originalité de notre démarche concerne le type de lien que nous établissons : nous partons plus spécifiquement des réflexions épistémologiques de ces recherches, sans chercher à développer des situations « clé en main » (Margolinas et al. 2006).

Les recherches qui sont à l'origine des travaux de notre premier ouvrage (cédérom, parution prévue chez Hatier en 2008, peut-être sous le titre « Les dessous du numérique ») sont ceux de (Briand, 1999), ces travaux ont déjà donné lieu à une diffusion grand public (Briand et al. 2004) sous forme d'un cédérom, mais dans une optique différente de la nôtre.

A quels besoins professionnels enseignants éventuellement non satisfaits répond la production de ces ressources et documents ?

Nous avons réalisé une enquête en 2003-2004, sous forme d'entretien semi-directif d'une heure auprès de 11 professeurs des écoles non débutants (Margolinas & al. 2006).

Ces entretiens portaient sur les ressources utilisées, en mathématiques, par ces professeurs, dans tous les aspects de leur enseignement (conception de leur enseignement des mathématiques, planification de l'année, détermination des dominantes de l'année, programmation et progression selon des thèmes mathématiques et des chapitres, projet de leçon particulière, conduite des situations, observation des difficultés des élèves).

Les professeurs considèrent que les valeurs et les conceptions de l'enseignement sont en quelque sorte personnelles, il ne s'agit pas de les discuter, il s'agit d'un déjà-là, très fortement déterminé par le genre professionnel et les doxas les plus audibles depuis la place du professeur – ce qui peut être parfois assez local, différent selon les académies ou les circonscriptions, par exemple. Implicitement, les manuels scolaires et les formes d'enseignement sont choisis en partie en fonction de ces valeurs.

De même, contrairement à ce qui sous-tend parfois la relation entre l'innovation et les professeurs, les professeurs interrogés ne sont pas vraiment demandeurs de nouveaux projets de leçon. Il faut développer un peu cette affirmation. Chaque professeur semble rencontrer, assez tôt dans la pratique, un élément – souvent un manuel et/ou un livre du maître – sur lequel il investit beaucoup de travail pour en adopter les façons et qui façonne sa pratique. Même quand il change de manuel, les « lunettes » adoptées restent en place, ce qui justifie d'ailleurs de changer le moins possible de support, et de ne pas apprécier de changements trop brusques dans l'édition d'un manuel d'une année sur l'autre. Le document « générateur » (Margolinas & Wozniak, à paraître) joue un rôle très important dans la façon dont le maître se perçoit par rapport aux autres. Dans ces conditions, le lancement d'un nouveau manuel, ou d'un nouveau type de manuel, passe nécessairement par un travail intense de diffusion via la formation, et ne va pas de soi – les éditeurs le savent bien! Les maîtres peuvent être demandeurs de nouveaux projets de leçon, parce que leur pratique a sans doute besoin de se renouveler, mais toujours dans un cadre suffisamment stable. Dans les marges de leur enseignement principal (introduction de nouvelles notions, travail de la technique), les professeurs organisent toutes sortes de dispositifs qui permettent, notamment, une certaine différenciation. Au-delà du document générateur (manuel de la classe ou non), tous les documents sont bons pour permettre aux élèves de s'entraîner, voire tout simplement de s'occuper tout en faisant des mathématiques.

En fait, les besoins mathématiques s'expriment peu dans les entretiens, sauf à deux niveaux : la construction de la progression ou de la planification en mathématiques, l'observation de l'activité des élèves. Commençons par cet aspect d'observation. Tout se passe comme si les professeurs nous disaient : « je sais enseigner, pas de problème… sauf pour 20% des élèves (pourcentage qui peut varier selon les discours). Pour ceux-là, les élèves *en difficulté*, je suis demandeur d'aide, de suggestion, voire je réclame qu'on me fournisse des aides ». L'observation des difficultés des élèves, souvent à la fin d'un processus d'enseignement supposé provoquer l'apprentissage, est une réalité douloureuse, qui pousse les maîtres à une demande. Dans le projet DéMathE, nous avons pris très au sérieux cette demande et cette possibilité d'ouverture, en nous centrant toujours sur des difficultés qui persistent, même si c'est seulement pour certains élèves – du moins en apparence. Les professeurs, qui décrivent souvent difficilement les objectifs mathématiques de leurs leçons, par exemple, font souvent preuve d'une grande finesse dans l'observation des difficultés qui résistent. Mais la possibilité de description raisonnée manque, parce que le cadre d'analyse n'est pas connu.

En ce qui concerne la construction d'une progression, la question est toute différente, et ne s'exprime pas de la même manière. Beaucoup de professeurs vivent leur enseignement - des mathématiques, mais sans doute pas seulement - sur un mode de « surlignage des compétences successives ». Ce mode d'organisation – ou plutôt de désorganisation – est sans doute d'autant plus fort que la problématique des « compétences » est forte et légitimée (Schneider, 2006). Les professeurs qui s'expriment sur cette difficulté sont ceux qui ont le sentiment d'avoir à faire des choix, sans bien savoir sur quelle base les faire. Ils nous disent parfois que c'est « le plus difficile ». Cette difficulté ne les empêche pas d'enseigner au quotidien, mais certains d'entre eux ressentent ce que l'observation des classes ordinaires nous révèle, c'est-à-dire un manque d'organisation mathématique, qui conduit à l'impossibilité de choix cohérents, y compris bien dans les projets de leçon et les situations de classe. Le problème qui se pose est de comprendre sous quelle forme il serait possible de mettre à la disposition des professeurs certains savoirs concernant l'organisation curriculaire mathématique.

Comment faire pour que ces productions soient effectivement utilisées par les enseignants ?

Nous avons répondu en partie par avance à cette question, puisque nous avons construit notre document en tenant compte des résultats de notre enquête.
Par ailleurs, la forme que nous avons adoptée (document numérique adossé à un site web) permet une démarche de conception d'instruments didactiques « continuée dans l'usage ».
Nous avons prévu d'étudier la façon dont les professeurs pourront faire usage de l'ouvrage publié, soit par des enquêtes sur leur pratique instrumentée par l'ouvrage, soit au travers d'interactions via l'Internet (au sein de site EducMath de l'INRP).
Cette étude s'inscrira dans la conception d'outils co-construits qui associent les utilisateurs à l'enrichissement, ce qui est rendu possible par la forme électronique adoptée : transformation de l'ouvrage publié ; conception partagée via un site interactif ; rédaction de nouveaux ouvrages dans la même collection.
Dès à présent nous avons mis en place de façon informelle quelques observations de professeurs découvrant le DVD, qui nous ont permis de modifier quelques éléments du développement.

Bibliographie

Briand J. (1999), Contribution à la réorganisation des savoirs prénumériques et numériques. Étude et réalisation d'une situation d'enseignement de l'énumération dans le domaine prénumérique. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 19(1), 41-76.

Briand J., Loubet M. & Salin M.-H. (2004), *Apprentissages mathématiques en maternelle*. Paris: Hatier.

Margolinas C., Mercier A. & René de Cotret S. (2006), Développements curriculaires dans l'enseignement obligatoire. In L. Trouche & al. (Eds.) *Quelles ressources pour l'enseignement des mathématiques*, Actes des Journées mathématiques de l'INRP, Lyon, 14 et 15 juin 2006 http://www.inrp.fr/INRP/publications/editions-electroniques/br059.pdf.

Margolinas, C., & Wozniak, F. (à paraître). Usage des manuels dans le travail du professeur: L'enseignement des mathématiques à l'école primaire. *Revue des sciences de l'éducation* (Numéro spécial: Les manuels scolaires: réformes curriculaires, développement professionnel et apprentissages des élèves).

Schneider-Gillot M. (2006), Quand le courant pédagogique « des compétences » empêche une structuration des enseignements autour de l'étude et de la classification de questions parentes, *Revue française de pédagogie*, n° 154, 85-96.

3. Synthèse des contributions des groupes

Rappelons tout d'abord que deux questions étaient adressées aux équipes constituant le regroupement autour du thème 3 « Production de ressources / Documents pour les enseignants ».

Il s'agissait de fournir des éléments de réponse à « *Quels besoins professionnels enseignants éventuellement non satisfaits répond la production de ces ressources et documents ?* » et de proposer des pistes pour savoir « *Comment faire pour que ces productions soient effectivement utilisées par les enseignants ?* »

A la première question, les réponses convergent pour souligner les manques d'outils et de formations pour les enseignants. Cette situation ne permet pas d'armer comme il conviendrait les enseignants de mathématiques face aux difficultés pour l'enseignement de parties spécifiques de programme voire, plus généralement, pour permettre aux élèves de construire du sens dans les mathématiques qu'on leur enseigne, ou encore pour enseigner à des publics d'élèves en difficulté.

Ainsi, l'équipe DEMOZ indique-t-elle que « *les médias existants (manuels, brochures, livres, sites) ne prennent pas forcément le public en compte* » [il s'agit du public des Zones d'Education Prioritaire]. Elle souligne que si les approches proposées sont « *souvent sociologiques* », celles qui sont « *opérationnelles dans une classe* » sont, quant à elles, éparses. Aussi cette équipe propose-t-elle de « *s'attacher à avoir une entrée didactique dans sa réflexion* » afin de pallier ce déficit.

L'équipe AMPERES identifie l'urgence qu'il y a à « *redonner du sens aux mathématiques que l'on enseigne dans le second degré* ». Elle pointe une faiblesse de « *la culture professorale actuelle* », non satisfaisante pour « *penser un enseignement des mathématiques dynamique et fonctionnel* ». Cet état de fait conduit à une perte des « *questions problématiques ayant un fort pouvoir générateur d'études et de recherches* », notamment à travers « *l'enseignement par activités actuel* ». Cette équipe propose de produire des activités et parcours d'étude et de recherche bâtis à partir de questions dévolues aux élèves afin de redonner du sens.

L'équipe ERMEL, engagée depuis de nombreuses années dans la production de ressources pour les enseignants de l'École élémentaire, se tourne désormais vers les « *questions posées sur les apprentissages géométriques* », afin de répondre aux « *difficultés que pose aux maîtres l'enseignement de la géométrie* ». Dans ce cas encore, le constat est dressé que « *peu de problèmes sont proposés dans les dispositifs d'enseignement auxquels les maîtres ont recours* ». L'ouvrage récemment publié par l'équipe propose « *une problématisation des apprentissages, des progressions et des situations* ».

Au-delà des spécificités qui leur sont propres, on peut relever que ces équipes proposent toutes de s'appuyer sur la didactique des mathématiques et les résultats des recherches qu'elle met à disposition, pour diriger leurs travaux et productions.

A la deuxième question, relative à « Comment faire pour que ces productions soient effectivement utilisées par les enseignants ? », l'équipe ERMEL apporte le fruit de son expérience. On sait que ses ouvrages sont largement diffusés et utilisés en formations initiale et continue. Néanmoins, l'équipe souligne que « *la question de l'appropriation par les enseignants de ces propositions se pose, comme plus largement celle des résultats de recherches en didactique* ». Une étude antérieure, menée par l'équipe, a montré que les difficultés rencontrées par les enseignants de l'École primaire tenaient davantage à la gestion des phases de validation non pensées « *dans leurs finalités et leur organisation* ».

L'équipe AMPERES se lance comme un défi la publication « *grand public* » de ses travaux par un éditeur national. Elle identifie l'ampleur de la tâche qui consisterait à « *changer la culture professorale courante* », transformation grâce à laquelle « *la profession a à gagner* ».

Enfin, l'équipe DEMOZ identifie pour sa part les causes de la difficulté de la diffusion : « *devant la multitude de ressources et le manque de temps, les enseignants adoptent un média pour la souplesse d'utilisation qu'ils y trouvent* ». L'équipe propose, à travers le site EducMath, « *un espace de diffusion possédant plusieurs entrées* ».

Il semble donc que la question posée reste encore largement ouverte. Elle constitue un sujet autour duquel les équipes du thème 3, mais aussi plus largement l'ensemble des équipes de ces journées, sont sollicitées afin de travailler à identifier les difficultés et contraintes propres à la diffusion et l'utilisation par les enseignants des ressources que les équipes proposent, et les moyens de les dépasser.

4. Synthèse des discussions lors des journées

Rédigée par Jacques Douaire (équipe ERMEL)

Présentation des travaux

Les échanges du premier temps de travail du mercredi ont porté sur une présentation par chaque équipe de sa composition, des questions et objets de recherche, d'exemples de productions auxquelles elle aboutit, et d'une discussion de certains de ses choix et méthodes. Le temps de travail du jeudi matin a été consacré à l'explicitation et la discussion d'éléments de synthèse des échanges.

Ce compte-rendu privilégie davantage les débats qui ont eu lieu au sein du thème autour des questions liées à la recherche et à la production de ressources que la présentation effectuée par chaque équipe de ses travaux.

Deux séries de questions initiales étaient proposées, préalablement à ces journées, aux équipes regroupées dans ce thème. Elles portaient d'une part sur les besoins professionnels identifiés par chaque équipe ainsi que sur sa méthodologie de recherche visant à y répondre, et, d'autre part, sur la diffusion de ses productions et leur appropriation par les enseignants.

Ce compte-rendu, présente successivement des éléments de réponse sur chacun de ces deux points, puis des échanges relatifs à certains travaux.

Les équipes

Le thème auquel participait aussi Maggy Schneider regroupait des membres de quatre équipes :

- AMPERES : Yves Matheron, Alain Mercier, Karine Millon-Fauré, Rolland Pouget, Fabrice Tarra ;
- DéMathE : Bruno Canivenc, Olivier Rivière, Marie-Christine de Redon ;
- DEMOZ : Nicolas Lefevre, Michel Mizony, Marie Pernot, Agnès Terrenoire, Guillaume Therez ;
- ERMEL : Henri-Claude Argaud, Jacques Douaire, Gérard Gerdil-Margueron.

Ces équipes ont en commun la production de documents pour les enseignants, mais elles diffèrent notamment par leurs objets de recherche, leur structure et leur composition, le fait qu'elles soient au début ou en fin de leur recherche.

A quels besoins professionnels répond la production de ces ressources ?

L'identification de ces besoins s'appuie sur des origines communes : constats de l'insuffisance de l'activité mathématique réelle des élèves ou des limites des pratiques des enseignants, référence aux exigences institutionnelles (rappel par l'équipe AMPERES de recommandations explicites dans les textes officiels du programme de collège).

Les finalités de ces recherches sont en grande partie communes, en particulier il s'agit de proposer aux enseignants :

- des activités d'apprentissages permettant aux élèves de résoudre de réels problèmes mathématiques ;
- des outils d'analyse des productions des élèves.

D'autres buts sont plus particulièrement privilégiés par certaines équipes :

- modifier le rapport des enseignants à un savoir. C'est le cas de l'équipe DéMathE, qui, par la production d'un CD-ROM destinée aux enseignants, cherche à mettre en évidence l'importance de l'énumération qui ne lui semble pas suffisamment reconnue comme un objet d'enseignement ;
- enseigner la démonstration en prenant en compte les exigences de classes situées en ZEP (DEMOZ) ;
- proposer un dispositif complet d'enseignement (AMPERES, ERMEL).

En relation avec ces buts, les objets et questions de recherche de chaque équipe sont décrits dans les présentations des équipes.

Les méthodologies

Les cadres théoriques sont plus ou moins explicites selon les recherches. Ils peuvent porter à la fois sur l'analyse du savoir enseigné et sur la mise en œuvre des activités, ou différer pour chacun de ces points.

La validation des expérimentations conduites par chacune des équipes repose sur différents critères liés à l'évolution des productions des élèves ou des décisions des enseignants.

Une des tâches communes à ces recherches est constituée par l'analyse préalable de difficultés déjà identifiées dans la production de ressources utilisables par les enseignants. Elle peut porter sur :

- le rapport aux autres tâches de l'enseignant ; celles-ci peuvent dépendre de ses compétences propres : par exemple il ne suffit pas de disposer de problèmes intéressants pour que l'apprentissage soit effectif, encore faut-il que d'autres moments comme la synthèse ou l'institutionnalisation le permette ;
- l'incompatibilité appréhendée entre les propositions d'activités d'étude ou de recherche et les exercices disponibles dans les manuels, qui rendent nécessaire aussi la production d'outils complémentaires ;
- la gestion par les enseignants de dispositifs sollicitant des activités de géométrie dynamique, des problèmes posés sur papier-crayon ou dans l'espace de la cour…

Comment faire pour que ces productions soient utilisées?

La plupart des équipes étant au début de leur recherche, sauf une (DéMathE) dont la production, originale, ne paraîtra qu'en 2008, la question se pose essentiellement de façon prospective et non en termes d'usage d'un produit existant.

Toutefois des éléments de comparaison peuvent être établis avec les productions de recherches antérieures (ERMEL), destinées aux enseignants, mais aussi aux formateurs, qui les utilisent dans le cadre de leur enseignement en formation initiale ou continue.

A l'étape actuelle des recherches, apporter une réponse à la question posée (Comment faire pour que ces productions soient utilisées ?) nous a conduits à nous interroger sur ce qui garantirait leur « fiabilité » ou leur « robustesse ». Cette fiabilité nous paraît nécessaire à leur appropriation par les enseignants. Cette exigence est prise en compte dès les étapes actuelles d'élaboration de ressources par plusieurs équipes.

En particulier les échanges au sein du groupe nous ont permis d'expliciter les critères, parfois différents suivant les équipes, qui semblent justifier la robustesse de ces dispositifs ; certaines équipes pouvant avoir recours à plusieurs d'entre eux. Ces critères sont notamment :

- d'ordre mathématique :
  - l'importance du problème même proposé,
  - ou son insertion dans un ensemble de problèmes ;
- en rapport à une théorie didactique, comme le recours à une analyse ascendante et descendante ;
- issus de la connaissance des possibilités, et des limites, de modification de pratique des enseignants ;
- fondés sur l'adéquation des productions attendues et de celles obtenues, qui offre aux enseignants, en particulier dans le cas de maîtres du premier degré, non spécialistes de la discipline, une capacité à anticiper les difficultés pouvant apparaître au cours de la séance.

Echanges sur des questions spécifiques

La présentation par chaque équipe de sa recherche a permis de formuler des questions sur les objets abordés. Citons deux exemples :

La mise en valeur, par l'équipe DéMathE, de l'importance de l'énumération, pose d'une part la question de la relation de cet apprentissage et de celui du dénombrement aux mêmes niveaux scolaires, et, d'autre part, met en évidence les enjeux à long terme, le recours, dans la suite de la scolarité, à des organisations s'appuyant sur des formes élaborées d'énumération apparaissant insuffisant. Cette question de l'enseignement de l'énumération sur le long terme pourrait constituer un objet de recherche.

La présentation par l'équipe DEMOZ de ses travaux pose la question des relations entre résolution de problèmes, narrations de recherche et apprentissage de la démonstration.

Bilan et perspectives

Ce travail par équipes bénéficiant d'un temps accru par rapport à l'an passé, a été apprécié par tous les participants. Son intérêt tient notamment à la constitution du groupe autour d'une tâche commune aux équipes (la production de ressources) et non d'un objet de recherche. La diversité des objets de recherche, de la composition des équipes, des types de produits a été perçue comme permettant un réel apport de chacune des équipes.

L'information par chaque équipe de l'avancement de ses travaux (informations mises sur le site par exemple) semblerait utile, bien que cela ne présage pas des mêmes échanges que ceux produits lors de ces journées, et qui, nous l'espérons pourront être poursuivis pour ce thème l'an prochain.

Atelier du thème 4
Usage, mutualisation de ressources

Modérateur : Ghislaine Gueudet

Trois groupes étaient rattachés au thème 4. Leurs objectifs, très divers comme on le verra ci-dessous, étaient cependant tous articulés autour de questions d'usages et de mutualisation. C'est pourquoi nous avions choisi d'axer le questionnement initial proposé en préparation des journées sur le thème de la mutualisation des usages de ressources. Il est bien entendu dès le départ que le terme « ressource » ici a une acception large : il peut s'agir d'un artefact matériel, comme une calculatrice, mais aussi de textes décrivant une séquence de classe.

1. Questionnement a priori des groupes

Quels supports pour la transmission ou la mutualisation d'usages ?

Des usages peuvent certainement être mutualisés entre enseignants au sein de communautés de pratiques. Cependant, dans notre position de chercheurs dans des groupes INRP, de telles communautés ne sont pas forcément d'un accès facile. Quels dispositifs sont alors possibles pour la transmission d'usages que nous souhaitons diffuser, ou une mutualisation d'usages que nous souhaitons encourager ? Une formation continue de type SFoDEM ? Ou bien est-ce qu'un forum, une liste de diffusion, une plate-forme d'échange sont suffisants pour qu'émergent des communautés qui vont élaborer des usages communs ?

Quels types d'usages peuvent être transmis ou mutualisés ?

La question se pose des échelles de temps. Peut-on dépasser l'échelle de l'activité, pour aller vers un usage au niveau d'une séquence ?

2. Contributions des groupes

2.1. Equipe e-CoLab (Expérimentation collaborative de laboratoires mathématiques)

Caractéristiques d'un usage

L'interactivité entre les différents cadres (numérique, géométrique, algébrique) est au cœur de l'artefact utilisé dans le groupe e-CoLab. Les usages de cet artefact sont de plusieurs natures :

- aide à la recherche de conjectures enrichies par les différents angles d'attaque possibles ;
- aide à la validation d'un calcul algébrique ;
- possibilité d'avoir accès à une généralisation très rapide.

L'élaboration de la plupart de nos ressources (L'enseigne, A vo(u)s Paris, A nous le Clapas !) est sous-tendue par deux objectifs :

- l'intégration de la plate-forme multi logicielle TI-nspire permettant à l'élève le vécu du caractère expérimental de la situation proposée grâce à un fichier informatique approprié (c'est la partie fichier tns présente dans les ressources) ;
- la mise en place d'une notion mathématique forte du programme accompagnée d'une fiche élève structurée.

Ces ressources concernent des séquences complètes autour d'un concept clé.

Des ressources périphériques (Signe d'un produit, système d'équations) (germes) ont également été créées en gardant la même idée de structure. Certaines ne sont constituées que d'une fiche élève, la création du fichier tns étant à la charge de l'élève. Ces ressources périphériques sont souvent à l'usage d'une séance.

La mutualisation des usages est facilitée par la présence de certains documents :

- la fiche professeur est essentielle car elle décrit un usage possible de la ressource et elle permet de transmettre des invariants concernant les objectifs poursuivis ;
- la fiche scénario est une aide pour la mise en place et l'organisation du travail dans la classe ;
- la fiche élève guide le travail de l'élève et permet de transmettre les invariants de la structure choisie ;
- une fiche compte-rendu d'expérimentation permettrait de proposer une révision des ressources, mais la phase expérimentale 2006-2007 n'a pas rendu possible l'élaboration de telles fiches.

Dispositifs

Nous pensons qu'une formation type SFoDEM avec alternance de présentiels et de travail à distance sur une plate-forme d'échanges permet seule de constituer une véritable communauté. De plus la présence d'un « compagnon » facilitateur est indispensable.

On pourrait cependant imaginer un travail en réseau entre plusieurs IREM, travail initialisé par un séminaire (Université d'été ?) permettant de partager les invariants caractérisant nos ressources. Un partage du travail pourrait alors se faire afin d'élaborer des ressources sur des niveaux différents et des thèmes différents.

L'opportunité de l'épreuve pratique en TS est certainement à saisir pour initialiser un travail en réseau.

Evolution des ressources

Malgré un intervalle de temps relativement court séparant le début des expérimentations et la fin de la première année du projet e-CoLab, il est intéressant de remarquer une notable évolution, au sens large du terme, des ressources produites au sein de l'équipe, et ce depuis leurs tous premiers usages. Cette évolution est loin d'être anodine ; les choix retenus révélant de fait des critères qui vont bien au-delà de la simple question d'une certaine « esthétique » de présentation ou de l'ergonomie. Contraints par l'espace qui nous est ici accordé, nous choisirons de relater uniquement l' « épistémologie » de cette évolution, sans pour autant détailler les différentes étapes de celle-ci.

Il nous semble que l'évolution des ressources résulte de fait essentiellement à la fois de choix pédagogiques et de la présence d'un cadre institutionnel dans lequel leur conception a pris forme.

- Choix pédagogiques : « pièces en un acte » ou « essais au long cours »
  - Le choix de favoriser les conditions d'une instrumentation progressive et raisonnée de l'artefact a souvent conduit à des mises en scène correspondant à une unité de temps réduite (séquence usuelle de classe de 50 minutes ou une partie seulement) ; elles concernent plutôt des activités de recherche, suscitant une démarche d'investigation personnelle et conduisant à des situations de débat dans la classe, ou encore des questions portant sur une notion ponctuelle.

- La volonté de conduire l'expérimentation en plaçant l'instrument en immersion dans l'activité mathématique de l'élève tout au long de l'année, et non seulement lors de moments dédiés à telle ou telle forme de cette activité, a conduit à orchestrer des notions clés du programme de Seconde (fonctions, triangles semblables, etc.) de façon à lier, sur la durée d'un chapitre, l'utilisation de l'instrument à des tâches diverses, telles que la découverte d'un vocabulaire nouveau, la vérification de son acquisition, la mise en place d'un théorème par une recherche d'invariants, l'étude de la pertinence de ses hypothèses, l'examen d'une réciproque, l'entraînement à la mise en œuvre de ce théorème, etc. Des ressources plus conséquentes dans leur temps d'utilisation en classe en ont résulté, soutenues par une structure liant étroitement une fiche élève et un fichier informatique constitués en « duos ».

- Cadre institutionnel

  Le travail collaboratif de plusieurs équipes a rendu nécessaire la mutualisation des ressources ; une structure commune s'est rapidement imposée, puis des évolutions sont apparues, implicitement reconnues pour plusieurs d'entre elles du fait de l'adoption par certaines équipes d' « innovations » proposées par une autre.

2.2. Equipe ECUM (Emergence de Communautés d'Utilisateurs de Mathenpoche)

Problématique et questions de recherche

Il s'agit pour le groupe d'analyser comment des communautés d'enseignants peuvent se constituer autour du logiciel Mathenpoche (MEP) et d'accompagner ainsi son expérimentation dans l'académie de Rennes. Cette année, nous nous sommes surtout intéressés aux conditions qui doivent être réunies pour que les enseignants puissent communiquer entre eux à propos des contenus du logiciel et de ses usages.

Méthodologie

- La mise en place des moyens de communication : parallèlement à la montée en puissance du serveur académique « Mathenpoche », le groupe a mis en place une liste de diffusion (ouverture le 27/11/06 : http://portail1.ac-rennes.fr/wws/info/list-ECUM) et un forum (ouverture le 06/01/07 : http://web4.ac-rennes.fr/forums/index.php).
- Les rencontres avec des équipes d'établissement : afin de mieux comprendre le processus conduisant éventuellement à la formation de communautés d'utilisateurs de MEP, des contacts ont été pris avec un certain nombre de collèges et des rencontres ont été organisées (5 réalisées actuellement – plusieurs en projet).
- Les analyses : en partant de la notion de « communautés de pratiques » et des travaux qu'elle a suscités, le groupe a entrepris l'analyse d'un certain nombre de données (les messages échangés sur la liste de discussion, les thèmes abordés lors des rencontres dans les collèges, les inscriptions au serveur académique et aux stages…).

Avancées du travail

Données concernant l'expérimentation académique

On peut observer dans les motivations exprimées par les inscrits au serveur académique de Mathenpoche de nombreuses références à un travail en commun.

100 personnes ont connu MEP par des collègues sur 281 inscrits et d'autre part une vingtaine de communautés préexistantes ont intégré MEP dans leur répertoire communautaire et leurs pratiques (8 groupes de secteurs, 12 équipes mathématiques de collège).

Effets du dispositif mis en place

Le dispositif initial était le forum : son ouverture officielle s'est faite en janvier 2006. Il est ouvert à tous et accessible depuis l'interface formateur du site académique. A ce jour il y a 15 inscrits, dont les 6 membres du groupe ECUM ; 6 discussions ont été ouvertes pour un total de 17 messages. Les interventions sur le forum de participants extérieurs au groupe ECUM n'ont porté que sur des questions techniques. On observe un phénomène similaire sur le forum national de Sésamath.

Pour des raisons techniques, le forum tardant à être mis en ligne, une liste de diffusion a été lancée. La liste de diffusion concerne 42 enseignants sélectionnés et sollicités par le groupe, 12 participants effectifs dont 4 du groupe de recherche. Les deux tiers des 57 messages sont issus du groupe de recherche.

Afin de dynamiser cette liste, des rencontres en établissement ont été conduites : 25 enseignants issus de 9 établissements différents ont été rencontrés.

Ceci ne correspond pas au dispositif que nous avions imaginé au départ. Très peu d'enseignants s'engagent spontanément dans le dispositif, sans doute par manque d'enjeu. Une liste promue par des rencontres semble plus efficace qu'un forum.

Bilan des rencontres en établissement

Des thématiques particulières ont émergé lors de ces entrevues : SEGPA, PPRE notamment. Nous pensons pour l'année prochaine centrer certaines des discussions de la liste sur ces thèmes. Il ressort de ces rencontres que les enseignants semblent préférer dans un premier temps une mutualisation en présentiel plutôt que via Internet. Nos visites en établissement ont cependant confirmé notre hypothèse de départ d'un besoin de travail en équipe pour l'utilisation de MEP. Lors de ces rencontres, nous avons pu constater que l'un des principaux freins à la description des usages sur la liste de diffusion était l'argument suivant : « j'ai procédé de cette manière cette fois-ci mais la prochaine fois je sais déjà que je ferai autrement » (peur de la réification ?).

Bilan de la liste de diffusion

La liste de diffusion s'adresse à des enseignants repérés comme utilisant MEP sur le serveur académique et sollicités par le groupe (l'inscription à la liste se fait sur la base du volontariat).

Aucun thème n'est privilégié sur cette liste : le message de base est de type « j'y suis allé » et consiste à décrire une utilisation ponctuelle de MEP, donc plutôt pédagogique ;

Les membres du groupe participent de la même façon mais en introduisant des questions dans leurs messages : un ou deux par ordinateurs ? l'utilisation de la notation cos-1 ? pourquoi cela ne fonctionne pas si bien avec les 3$^{\text{ème}}$? …

Des documents ont été déposés sur l'espace réservé à cet effet dans 3 dossiers thématiques par 3 utilisateurs de la liste.

16 thèmes différents ont été abordés sur la liste et 7 fils de discussion se sont créés.

Réponses aux questions

Le travail du groupe ECUM étant centré sur l'aspect mutualisation, nos réponses aux questions posées se sont naturellement centrées sur cet aspect.

Quelles caractéristiques d'un usage peuvent être transmises ou mutualisées ?

Dans le cadre de notre groupe de recherche, les mutualisations d'usages se font majoritairement par le biais d'une liste de diffusion (un peu aussi lors des rencontres en collège et très minoritairement pour le moment via le forum).

Quelles catégories doit-on retenir pour la description d'un usage en vue de sa diffusion ?

Pour décrire l'usage de MEP en classe, nous avons suggéré un message de base « court » : niveau de classe concerné ; thème abordé ; cadre (projection en classe ; élèves sur ordinateur en individuel ou en binôme). Ce message de base peut être enrichi des remarques de l'utilisateur quant au déroulement de la séance ou d'éventuelles questions.

La liste de diffusion permet aussi le dépôt de documents en lien avec le contenu des messages.

Quel degré de précision faut-il adopter pour une transmission d'usages, comment aider à la mise en œuvre sans imposer des prescriptions risquant de bloquer l'appropriation d'une ressource par les enseignants ?

Le problème de l'excès de précision est double :

- les enseignants qui réceptionnent le message ont parfois le sentiment que l'expéditeur est un expert du logiciel et de son usage : ils se sentent alors mis à l'écart de la discussion ;
- trop de précision rend le message long et donc dissuasif non seulement pour le lire mais surtout pour que l'enseignant qui le lit ait envie d'en produire de « semblables » (la raison la plus fréquemment invoquée pour la non participation à la liste - non inscription ou non activité - est le manque de temps).

D'un autre côté, certains enseignants se posent la question du « niveau logiciel » des autres participants à la liste et destinataires de leurs messages : sont-ils néophytes ou experts ; quel degré de technicité aborder ?

Quelles échelles de temps doit-on prendre en compte ?

Les messages déposés peuvent concerner une utilisation au cours d'une séance qu'elle soit brève ou étendue sur toute la durée de la séance (message de type « j'y suis allé ») mais aussi s'étendre à des discussions thématiques du genre « comment utiliser MEP dans le chapitre sur les angles en 6ème » ; des membres du groupe ont mis à disposition des scénarios de séquences entières.

Quels dispositifs pour la transmission ou la mutualisation d'usages ?

Quels dispositifs sont alors possibles pour encourager une mutualisation d'usages ?

Le projet du groupe de recherche est justement de faire émerger une ou des communauté(s) de pratiques autour de MEP. Les dispositifs imaginés sont de trois types :

- utilisation d'une liste de diffusion ;
- mutualisation de contributions sur un forum ;
- rencontres en présentiel d'équipes mathématiques ou d'enseignants isolés.

Les observations réalisées cette année montrent la nécessité de modéliser et d'adapter ce dispositif.

Ou bien est-ce qu'un forum, une liste de diffusion, une plate-forme d'échange sont suffisants pour qu'émergent des communautés qui vont élaborer des usages communs ?

Nous avons fait le choix d'une liste de diffusion doublée d'un forum. Cependant lors des rencontres en présentiel des équipes et enseignants il s'avère indubitable que le contact est important pour initier les discussions et les échanges (parfois même au sein de l'équipe pédagogique d'un établissement) avant de leur demander de les poursuivre sur la liste ou le forum. Dans le cadre de la pratique d'autres plates-formes collaboratives (Math au large), listes de diffusion (mathcollège ou mathlycée) ou forums (sésamath) liés aux mathématiques, il s'avère que le nombre d'inscrits effectivement acteurs est souvent limité, beaucoup se contentant de récolter les informations dispensées.

Avec des supports en ligne, on peut imaginer faire évoluer les pratiques de communautés déjà existantes plutôt que faire émerger des communautés. La liste ou le forum permettraient dans ce cas de créer des constellations à partir de communautés existantes (groupes de secteur, équipes d'établissement) et d'y rattacher des personnes isolées.

2.3. Equipe EMULE (Enseignement des Mathématiques et Usage en Ligne d’Exercices)

Problématique et questions de recherche

L’objectif du groupe est de décrire et analyser les usages de ressources Internet de type « bases d’exercices de mathématiques» par les enseignants de primaire et de collège. Ce groupe fait partie du projet GUPTEn (Genèses d’Usages Professionnels des Technologies par les Enseignants). Nous nous plaçons dans le cadre de l’approche instrumentale, telle qu’elle est utilisée en didactique des mathématiques (Guin et Trouche eds. 2002). L’artefact considéré est une base d’exercices de mathématiques en ligne (notée BE par la suite), le sujet est un enseignant, et nous cherchons à décrire les genèses instrumentales associées.

Méthodologie

- Les enseignants du groupe (primaire et collège) utilisent une BE dans leurs classes. Ils décrivent leurs scénarios d’usage à l’aide d’une grille qui a été construite collectivement. Nous étudions les évolutions de ces usages. (Travail présenté aux journées INRP juin 2006).
- En 2006-2007, des séquences de classe ont été observées, elles sont en cours d’analyse. L’objectif de ces observations était de compléter les éléments fournis par les grilles, mais également d’échapper aux biais induits par la description faite par un enseignant de son propre scénario d’usage.
- Des questionnaires ont été proposés à des enseignants du primaire au lycée à propos de leurs usages des BE. Il s’agissait de se renseigner d’une part sur les conditions (matérielles, sociales, institutionnelles etc.) favorisant l’usage des BE et d’autre part d’identifier les usages les plus répandus, ainsi que leurs éventuelles évolutions.

Avancées du travail

La ressource principalement utilisée dans ce groupe est Mathenpoche, que nous noterons MEP.

Observations de classe

Chaque enseignant est « associé » à un formateur/enseignant chercheur. Ces derniers suivent dans la classe et par le biais d’entretiens, le scénario mis en place par l’enseignant. Pour l’instant, trois enseignantes ont été observées :

- Deux enseignantes en 3$^{\text{ème}}$ sur une séquence de trigonométrie avec utilisation de MEP ;
- Une enseignante en CM1 sur une séquence sur les fractions avec utilisation de MEP.

L’observation des classes et les entretiens avec les enseignants observés permettent de repérer les techniques didactiques instrumentées par MEP et ce, aussi bien à l’échelle de la séquence qu’à celle de la séance. On observe ainsi des traces de phénomènes d’instrumentation et d’instrumentalisation.

Par exemple, les enseignantes de collège ont modifié leur traitement de la notion $\cos^{-1}$ pour prendre en compte les choix faits dans MEP (instrumentation). Elles ont par ailleurs construit un outil de bilan de l’activité des élèves complétant les bilans fournis par MEP (instrumentalisation).

Questionnaires

Nos questionnaires montrent que les usages de BE en primaire sont très rares. L’obstacle majoritairement souligné est l’insuffisance de matériel informatique.

En collège/lycée, nous avons recueilli 62 questionnaires. Nous notons simplement ici quelques observations significatives issues de leur analyse.

Sur les conditions : d’un point de vue matériel, les établissements semblent bien équipés, avec au moins une salle multimédia ; les vidéo-projecteurs ne sont cependant pas encore généralisés.

D’un point de vue plus « social », l’échange avec les collègues semble un facteur fondamental (voir ci-dessous réponse à la question 2).

Sur les usages : les BE sont beaucoup utilisées pour l'entraînement, le soutien, mais également pour des séances de découverte. En revanche elles n'apparaissent que très rarement pour l'évaluation. Les mises en œuvre les plus courantes sont : en séance de soutien en individuel sans trace écrite ; classe entière en binôme ; classe entière avec vidéo-projecteur. Le travail par demi-classe est rare à cause de la difficulté de gestion de 2 groupes.

Réponses aux questions

Dans le travail d'EMULE, il s'agit de communiquer et de partager avec les membres du groupe les utilisations faites en classe de ressources en ligne de type base d'exercices. L'objectif final est un objectif de recherche : description des genèses instrumentales des enseignants du groupe. Donc nous n'avons pas d'objectif de transmission ; en revanche nous devons pouvoir communiquer clairement et précisément sur ce qui a été fait.

Quelles caractéristiques d'un usage peuvent être transmises ou mutualisées ?

Pour la description (a priori ou a posteriori) d'une séance, ou d'une séquence prévue, nous utilisons une grille dont les principales entrées sont les suivantes :

1. Canevas de séquence	Ressources : BE choisie, autre(s) TICE, autres supports
	Pour une séquence : Répartition et articulation des séances.
	Contenu mathématique et objectifs.
	Nature de la ou des séance(s)
	Pour une séquence : Références à la BE en séances classiques
2. Interventions de l'enseignant en séance machine	Contenu
	Support
3. Activités des élèves	Traces écrites attendues en séance machine
	Travail seul / en binôme / en groupe en séance machine
	Travail sur l'ordinateur hors classe
	Différenciation *(personnalisation)*
	Progression *(contrainte)*

Pour l'objectif de suivi sur l'année (objectif de recherche), nous élaborons à partir des grilles remplies pour chaque enseignant un tableau récapitulatif dont les entrées sont : Classe / Période scolaire / Contenu mathématique / Ressource(s) TICE utilisée(s) / Granularité (séance, ou séquence avec nombre de séances) / Déroulement / Fonction(s) / Personnalisation / Contrainte.

Construire une méthodologie pertinente de description et d'analyse de ces usages, à l'échelle de la séquence et de la séance, devrait également permettre d'identifier les caractéristiques des usages (ainsi que le degré de précision à adopter pour les décrire) en vue de leur mutualisation ou diffusion éventuelle.

Quels dispositifs pour la transmission ou la mutualisation d'usages ?

Des phénomènes de mutualisation apparaissent dans le travail d'EMULE, même s'ils ne font pas partie de son objectif de départ.

- Les questionnaires ont montré l'importance des mutualisations entre collègues : pour découvrir une ressource (56 enseignants sur 62) ; pour une aide à la préparation de séances (40 sur 62). 55 enseignants sur 62 déclarent échanger avec leurs collègues de l'établissement autour de ces ressources.
- Dans le groupe, une mutualisation des pratiques a pu être observée au cours du travail. La base d'exercices, tout d'abord outil d'entraînement, remplit de nouvelles fonctions : découverte d'une

notion, évaluation des élèves. Certains thèmes non abordés tout d'abord ont été testés avec la ressource pour être finalement adoptés. La constitution de groupes d'élèves et de menus différenciés se répand peu à peu, elle suscite une demande de conseils techniques souvent apportés par les membres du groupe. De plus, les membres d'EMULE ont diffusé leurs usages au sein de leurs établissements.

Ainsi, dans le travail d'EMULE, l'établissement apparaît comme le lieu naturel de mutualisation des usages. Les usages construits dans EMULE sont transmis par les membres du groupe aux collègues de leurs établissements. Ainsi, dans un objectif de transmission, il nous semble nécessaire de penser un dispositif permettant de mettre à profit ces mutualisations naturelles au sein des établissements.

Bibliographie

Guin D & Trouche L. (Eds.) (2002), *Calculatrices symboliques. Transformer un outil en un instrument du travail mathématique : un problème didactique*. La Pensée Sauvage éditions, Grenoble.

3. Synthèse des contributions des groupes

Les quatre groupes qui constituent le thème 4 ont des objets et des objectifs de travail très différents, bien que dans tous les cas la nécessité de décrire une séance ou une séquence de classe apparaisse dans leur travail.

C'est pourquoi il semble nécessaire, pour le travail lors des journées, de présenter un exemple très concret de production du groupe, qui permettra à tous d'avoir un point d'entrée clairement identifié dans le travail fait par d'autres.

A propos des réponses aux questions posées, on peut en particulier retenir les points suivants pour la discussion :

Sur les caractéristiques d'un usage qui peuvent être décrites

- e-CoLab : les ressources créées peuvent concerner une séance seulement ou une séquence complète. Les ressources peuvent aussi comporter une partie élaborée par les élèves eux-mêmes ;
- ECUM : là encore, la description peut porter sur une séance ou une séquence. Elle est exclusivement faite par l'enseignant, mais la forme adoptée est libre, allant d'un message informel de quelques lignes à un tableau très structuré ;
- EMULE : on retrouve toujours la possibilité de séance ou séquence. Mais également un bilan sur une année entière ; cependant celui-ci est fait dans un objectif de recherche. Le groupe EMULE a créé des grilles de description avec des entrées très précises.

Sur la transmission ou la mutualisation

- e-CoLab : Pour la création de communautés et la transmission d'usages, le groupe est favorable à un dispositif de type SFoDEM, mais suggère aussi la possibilité d'organisation de séminaires, pour la constitution de réseaux *: « Nous pensons qu'une formation type SFoDEM avec alternance de présentiels et de travail à distance sur une plate-forme d'échanges permet seule de constituer une véritable communauté. De plus la présence d'un « compagnon » facilitateur est indispensable. On pourrait cependant imaginer un travail en réseau entre plusieurs IREM, travail initialisé par un séminaire (Université d'été ?) permettant de partager les invariants caractérisant nos ressources »* La question du sens du terme réseau ici, et l'articulation réseau-communauté pourra être discutée lors du travail du thème ;
- ECUM : le groupe a mis en place une liste de diffusion, et un forum. Ceux-ci semblent insuffisants ; le groupe fait donc des visites dans des établissements, et tente de s'appuyer sur des communautés déjà existantes dont il pourrait modifier les pratiques ;

- EMULE : le groupe n'a pas a priori d'objectif de mutualisation. Mais il a observé que le travail au sein du groupe faisait évoluer les pratiques des membres du groupe, qui diffusaient ensuite au sein de leurs établissements.

4. Synthèse des discussions lors des journées

Rédigée par Caroline Bardini (équipe e-CoLab)

Les échanges ayant eu lieu au sein du groupe 4 ont pris appui sur le travail mené dans trois projets de recherche français : e-CoLab, ECUM et EMULE (le projet Statistix, également inscrit à ce thème, n'a pas été représenté lors des Journées).

Comme l'atteste, dans les pages qui précèdent, la présentation de chacun de ces groupes, les objets et objectifs des projets qui se sont retrouvés fédérés autour du thème 4 se veulent très différents et, en particulier, la place qu'occupe la question des *usages et de la mutualisation de ressources* parmi les thématiques de recherche développées dans chaque groupe s'avère très variée.

Ainsi, trouvons-nous, par exemple, des groupes de recherche tels e-CoLab, lequel se propose non seulement de concevoir des ressources pédagogiques permettant de supporter les stratégies à mettre en œuvre pour actualiser les potentialités offertes à l'enseignement et l'apprentissage par un nouvel outil technologique (*TI-nspire*) mais aussi de concevoir un dispositif permettant de mutualiser ces ressources. Dans le travail d'autres groupes tel celui mené par EMULE, par exemple, la mutualisation de ressources ne fait par contre pas partie des objectifs initialement fixés : EMULE s'intéresse en effet avant tout à décrire et analyser les usages de ressources Internet de type "bases d'exercices de mathématiques" (ex. Mathenpoche) par les enseignants de primaire et de collège.

Cependant, même si certains groupes, comme dans le cas d'EMULE, n'ont pas initialement envisagé la mutualisation comme objectif premier de leur recherche, des phénomènes de mutualisation sont apparus au fil du travail. Citons à titre d'exemple les questionnaires que le groupe d'EMULE a proposés aux enseignants qui ont permis de mettre en évidence l'importance des mutualisations entre collègues, une nécessité ressentie aussi bien lorsqu'il s'agissait de découvrir une ressource que pour préparer des séances d'enseignement. Il est intéressant de noter qu'une mutualisation des pratiques a également émergé au cours du travail de ce groupe et, dans l'objectif de transmettre des usages construits par les membres du groupe d'EMULE aux collègues de leurs établissements, il leur est apparu *a posteriori* nécessaire de penser un dispositif permettant de mettre à profit ces mutualisations « naturelles » au sein des établissements.

Le groupe ECUM quant à lui précise s'intéresser principalement à l'aspect de la mutualisation, en s'interrogeant essentiellement sur les caractéristiques d'un usage susceptibles d'être transmises et mutualisées. Et afin d'analyser le mode de constitution de communautés d'enseignants autour du logiciel Mathenpoche, le groupe s'est dans un premier temps intéressé aux échanges entre utilisateurs sur une liste de diffusion mise en place en novembre 2006, principale ressource de données (messages échangés sur la liste de discussion, les thèmes abordés lors des rencontres dans les collèges, les inscriptions au serveur académique et aux stages, etc.) lors de la première année du projet.

Toutefois, bien que la problématique centrale qui a animé le thème 4 ait été très diversement exploitée par les différents groupes qui le constituaient, de nombreux points de convergence sont rapidement apparus au fil des échanges et ont concerné à la fois la composition même des ressources (convergence sur les différents constituants qui la composent), la nature « indispensable » de quelques-unes des caractéristiques de leurs éléments, les différents dispositifs de mutualisation mis en œuvre, ainsi que le cadre général charpentant la méthodologie même de chaque projet de recherche. Nous avons regroupé ces éléments de convergence en cinq points que nous résumons ci-dessous.

La composition des ressources – Scénarii d'usage et « fiche professeur » nécessaires à la mutualisation

Les trois groupes présentent différents objectifs, différentes formes et différents moyens de mutualiser leurs ressources, cependant la nécessité de développer un scénario d'usage et une « fiche professeur » demeure commune aux trois projets. Les scénarii d’usage peuvent toutefois remplir des objectifs différents selon les recherches, pouvant être tantôt réflexifs, tantôt destinés à la mutualisation, celle-ci pouvant être interne au groupe (comme dans le cas d’e-CoLab, dans le cas de la mutualisation entre les équipes de Paris, Lyon et Montpellier) ou, au contraire, ouverte à d’autres communautés (comme dans le cas d’ECUM, qui fédère différentes communautés en lien avec Mathenpoche : établissements, chercheurs, communauté Sésamath, etc.).

Quelques caractéristiques indispensables aux ressources

La mémoire de la genèse des ressources

Les trois groupes sont unanimes sur le fait qu’il est indispensable de faire figurer l’historique de la conception des ressources parmi les éléments mutualisés. Il s’agit là d’inclure les éventuels « errements » survenus au moment de la conception ou durant l’usage des ressources et d’expliciter la diversité des cheminements et leurs interactions. Cela permet à la fois d’explorer différents aspects potentiels (qui n’auraient éventuellement pas été exploités) d’une ressource et aussi de mutualiser à l’extérieur du groupe, favorisant l’échange en instaurant ainsi un certain « climat de confiance » et surtout mettant en évidence le caractère « vivant » d’une ressource. Cette dernière caractéristique nous a conduits à discuter d’un autre point, central lorsqu’il s’agit de la forme à adopter pour les ressources.

Flexibilité de la structure des ressources

En effet, si la mutualisation rend en quelque sorte incontournable l’élaboration d’une structure « minimalement commune » aux ressources élaborées, il est par contre apparu nécessaire de souligner l’intérêt et l’importance d’éviter toute structure de ressource trop « figée » ; cela ne viendrait en effet que constituer un frein à l’évolution de celles-ci, que les trois groupes envisagent avec le plus de flexibilité possible.

Vers une méthodologie partagée

Dans les différents projets, l’idée de mettre à l’épreuve les ressources conçues (pour e-CoLab et EMULE en particulier) et de tester la robustesse des scénarii se fait le plus souvent à travers des expérimentations observées. Les retours d’observations sont soigneusement recueillis, exploités et à leur tour mutualisés, quelques fois accompagnés de traces de productions d’élèves venant illustrer et compléter les récits des observateurs et expérimentateurs.

Les dispositifs de mutualisation – Le présentiel comme socle des échanges à distance

Quelques soient les moyens employés pour les échanges, divers selon les groupes (plateforme, liste de diffusion, forums, etc.), il est apparu incontestablement nécessaire d’articuler ce travail à distance avec des moments de présentiel. Ceux-ci pouvant prendre des formes diverses selon les groupes de recherche (visite aux établissements, entre pairs, ou auprès d’un regroupement de membres d’une communauté) cependant tous s’accordent sur le fait que seule une formation prévoyant une alternance de présentiel et de travail à distance (sur une plateforme d’échanges par exemple) permet de constituer une véritable communauté.

Dimension temporelle relative aux communautés et aux ressources

Le dernier élément abordé lors des échanges des groupes constituant le thème 4 a émergé de façon quasi inattendue, mais son caractère apparemment secondaire - parce qu’absent lors des discussions initiales - s’est très rapidement dissipé pour dévoiler toute l’importance de ce volet qui, peut-être parce que trop « naturel », demeurait souvent implicite. Il s’agit de la dimension temporelle et de son importance dans les *usages et la mutualisation de ressources.*

Présente à (au moins) trois niveaux, le temps est un élément que l’on ne peut négliger. Tout d’abord il est important de souligner qu’un groupe de travail, une communauté d’usagers (entre autres) comporte en lui un « bagage », un passé qui lui est propre. Et ce passé commun aux différents éléments du groupe, bien souvent implicite, doit impérativement être pris en compte puisqu'il conditionne en partie la « dynamique » du groupe.

Ensuite les membres d'e-CoLab, ECUM et EMULE s'accordent tous à parler de la nécessité de prévoir un intervalle de temps important séparant le déroulement des expérimentations de leur analyse (notamment à travers des comptes-rendus) et du partage, sans lequel il est difficile d'avoir la prise de recul nécessaire à toute « bonne » exploitation des données.

Les contraintes temporelles influent finalement également significativement sur la nature des ressources élaborées et, pour plus évident que cela puisse paraître, en prendre conscience est loin d'être accessoire lorsqu'il s'agit d'analyser les usages des ressources.

Ce dernier point nous invite à élargir la réflexion, articulant cette fois-ci ressource (systèmes de ressources) et communauté. La question que nous invitons les lecteurs à considérer pourrait se traduire comme ceci : comment s'articule l'histoire de la ressource et l'histoire de la communauté ? Quelles influences l'évolution de la première peut-elle avoir sur l'évolution de la dernière ? En d'autres termes, dans quelle mesure est-il possible de trouver trace de la communauté dans les ressources qui y sont produites/partagées ?

Synthèse des journées

Viviane Durand-Guerrier

Ces journées d'étude mathématiques qui rassemblent pour la deuxième année consécutive les équipes en partenariat avec l'INRP ont permis des échanges fructueux au sein des différents thèmes, comme cela ressort des synthèses de chacun des thèmes qui ont été présentées. Cette synthèse finale ne vise pas à résumer ce qui vient d'être dit, mais plutôt à essayer de dégager quelques questions et pistes de réflexion qui s'offrent à nous.

Je rappellerai tout d'abord que cette dynamique de conception, d'usage et de partage de ressources est une longue tradition pour l'enseignement des mathématiques, via les travaux développés dans les IREM, dont la culture, partagée par la plupart d'entre nous, se trouve en arrière fond de nos échanges, ceci étant matérialisée par les nombreux partenariats INRP, IREM, en collaboration également avec plusieurs IUFM et plusieurs laboratoires de recherche. Ceci est une spécificité des mathématiques au sein des disciplines scientifiques, et nous offre de solides appuis pour les travaux en cours.

Je voudrais maintenant vous faire partager quelques questions qui me sont apparues en entendant les différentes synthèses.

La première concerne les relations entre *mutualisation* et *diffusion* des ressources, qui renvoie à deux modèles alternatifs, mais néanmoins complémentaires : des ressources peuvent être mutualisées au sein d'une communauté bien délimitée, et dans ce cas là, la communauté peut assurer un suivi de l'usage et de l'évolution. Mais elles peuvent également être diffusées largement, sans la possibilité d'organiser un suivi des usages ; la ressource échappe alors d'une certaine manière à ses concepteurs. Une question vive au sein de plusieurs équipes semble être la question de la prise en charge effective de cette problématique lors de la conception de la ressource et de sa mise à l'épreuve dans des contextes variés. Ceci renvoie naturellement à la question de l'usage qui joue un rôle essentiel tant dans la conception que dans la diffusion.

La seconde concerne *la place des TICE dans les ressources* suivant deux axes. Le premier axe concerne les TICE comme vecteur de la ressource, qu'il s'agisse d'un vecteur exclusif ou d'un vecteur partagé avec d'autres formes de documents. Le deuxième axe concerne la place des TICE au cœur même de la ressource, que ce soit l'entrée principale (la question de l'intégration des TICE dans la classe de mathématiques reste une question vive au cœur du travail de plusieurs équipes) ou une entrée secondaire, complémentaire à d'autres entrées (et là, la question serait peut-être plutôt celle de la place des TICE sous une forme naturalisée dans le cours ordinaire de l'activité mathématique), ceci sans oublier la question de la place des TICE dans le travail du professeur, voire des élèves, en dehors de la classe.

Une troisième question concerne les finalités de l'élaboration de ressources pour les enseignants dans le cadre des partenariats développés ici. Il existe des ressources de toutes sortes pour les enseignants, et la question de la spécificité des ressources développées dans ce cadre peut se poser. Parmi les éléments que je retiens des échanges, se dégagent deux points principaux. Le premier concerne la possibilité de faire travailler ensemble des équipes qui sont sur des sites géographiques éloignés, dans des institutions variées, avec pour conséquence la possibilité de mettre en perspective des outils méthodologiques, de recourir à des cadres théoriques de références pour élaborer, mettre à l'épreuve et valider les ressources développées, travailler à l'émergence de possibles et les donner à voir. La deuxième concerne la possibilité d'une diffusion large et relativement contrôlée des ressources, ce qui nous ramène à la première question. Comme plusieurs intervenants l'ont souligné, en tout état de cause, on ne peut échapper au fait que, dès lors qu'une ressource est librement disponible, elle sera modifiée et transformée en fonction des besoins des enseignants, formateurs et/ou chercheurs qui s'en empareront.

Je conclurai sur un point qui fait consensus, à savoir la nécessité d'une part de proposer des ressources qui s'inscrivent dans le curriculum et puissent trouver leur place dans la pratique des professeurs, en complémentarité avec les outils ordinaires du professeur, et d'autre part de penser ces ressources dans un processus continu d'élaboration au sein d'équipes pluri-catégorielles, sans oublier de prendre en compte les apports des élèves. Ceci n'est sans doute pas nouveau, mais les travaux présentés au cours de ces deux journées attestent de la nécessité et de la vitalité de ce processus. Je noterai enfin que les travaux présentés participent également, pour la plupart, du mouvement qui voit les aspects expérimentaux des mathématiques revenir sur le devant de la scène, et, contrairement à une idée largement répandue, pas seulement dans le cadre de l'usage des TICE (mais aussi dans ce cadre, bien évidemment).

Conclusion et perspectives

Ghislaine Gueudet

Les actes des journées 2006 s'achevaient sur ce souhait : « *premières journées mathématiques de l'INRP, des échanges qui en appellent d'autres…* ».

Le vœu qu'exprimait ainsi le précédent comité scientifique s'est certainement réalisé lors des journées mathématiques 2007. Celles-ci ont largement bénéficié de la dynamique enclenchée l'année précédente, et de l'essor des recherches menées en partenariat avec l'INRP.

Le nombre croissant des équipes a conduit au choix de quatre thèmes au lieu de trois, pour favoriser au sein des ateliers un véritable travail de réflexion commune. Le choix du contenu des thèmes 2007, et les regroupements effectués, nous paraissent a posteriori pertinents. Le fait que des outils TICE aient été évoqués dans chaque thème, plutôt que d'identifier des recherches portant spécifiquement sur les TICE, nous semble accompagner une évolution réelle, tant dans les recherches menées à l'INRP que dans les ressources du professeur. L'attention spécifiquement accordée à la démarche expérimentale nous semble elle aussi en adéquation avec l'actualité de l'enseignement des mathématiques.

Il est largement rendu compte dans les textes qui précèdent du déroulement de ces journées, et la synthèse de Viviane Durand-Guerrier a souligné des questions fortes qui se dégagent de l'ensemble des travaux, sur la diffusion et la mutualisation des ressources, leur finalité, la place et le rôle du numérique. Chacune de ces questions, et les articulations qu'elles présentent, doivent être prises en compte dans les travaux des équipes associées à l'INRP, et approfondies lors d'échanges ultérieurs.

La première perspective qui s'impose à la suite de ces journées est la poursuite du travail des équipes, enrichi par les échanges qui ont eu lieu, les rapprochements et les confrontations de points de vue. Les journées mathématiques de juin contribuent de manière fondamentale à la cohérence des recherches menées en partenariat avec l'INRP. Elles sont dans cette optique un complément indispensable à la lettre des enseignants associés à l'INRP, et au site EducMath.

Une deuxième perspective concerne la diffusion des travaux menés dans les équipes, autre rôle essentiel des journées. C'est pourquoi nous avions souhaité que celles-ci soient largement ouvertes ; elles ont attiré un public plus nombreux que les précédentes, en dépit d'un calendrier du mois de juin toujours riche en évènements scientifiques. Les actes participent bien entendu à cet objectif de diffusion, qui devra être poursuivi.

Quant à la troisième perspective, horizon naturel du travail qui a été présenté, il s'agit bien entendu des troisièmes journées mathématiques de l'INRP…

Liste des participants

Nom, prénom	Rattachement	Adresse électronique
ABOU RAAD Nawal	Université de Beyrouth (Liban)	ngzngz@hotmail.com
ALDON Gilles	INRP, IREM Lyon	gilles.aldon@inrp.fr
ARGAUD Henri-Claude	IUFM Grenoble	henri-claude.argaud@grenoble.iufm.fr
BARDINI Caroline	Université Montpellier 2	cbardini@math.univ-montp2.fr
BAROUX Dominique	IREM Lyon	domi.baroux@laposte.net
BONNAFET Jean-Louis	IREM Lyon	jean-louis.bonnafet@ac-lyon.fr
CAHUET Pierre-Yves	IUFM Lyon	pi.cahuet@voila.fr
CANIVENC Bruno	IUFM Aix-Marseille	bruno.canivenc@wanadoo.fr
CHAACHOUA Hamid	IUFM Grenoble	Hamid.Chaachoua@imag.fr
CLERC Benjamin	IREM Montpellier, Sésamath	benjamin.clerc@sesamath.net
COLOMBAT Hubert	Texas Instruments	h-colombat@ti.com
COMAIRAS Marie-Céline	IREM Pays de la Loire	mc.comairas@cegetel.net
COMBES Marie-Claire	IREM Lyon	Combes.mc@wanadoo.fr
COPPE Sylvie	IUFM Lyon	sylvie.coppe@univ-lyon2.fr
CORI René	ADIREM	cori@logique.jussieu.fr
DE CROZALS Aurélia	IREM Montpellier	aurelia.decrozals@freesbee.fr
DE REDON Marie-Christine	IREM Aix-Marseille	mariechristine.dered@free.fr
DOUAIRE Jacques	IUFM Versailles	jacques.douaire@wanadoo.fr
DRONIOU Jérôme	Université Montpellier	jerome.droniou@free.fr
DURAND-GUERRIER Viviane	IUFM Lyon	vdurand@univ-lyon1.fr
FRONT Mathias	IUFM Lyon	mathias.front@laposte.net
GELIS Jean-Michel	IUFM Versailles	jm.gelis@laposte.net
GENIN Mireille	IUFM Pays de la Loire	mcgenin@wanadoo.fr
GERDIL-MARGUERON Gérard	IUFM Grenoble	gerard.gerdil-margueron@wanadoo.fr
GUEUDET Ghislaine	IUFM Bretagne	ghislaine.gueudet@bretagne.iufm.fr
GUICHARD Yves	IREM Lyon	yguichar@club-internet.fr
HERAULT Françoise	IREM Lyon	herault.francoise@wanadoo.fr
KRIEGER Didier	IREM Lyon	didierkrieger@yahoo.fr
LACAGE Michel	IREM Montpellier	michel.lacage@ac-montpellier.fr
LE BIHAN Christine	IREM Rennes	lebihanchristine@mac.com
LEFEVRE Nicolas	IREM Lyon	n.lefevre5@tiscali.fr
LUCAS Jean-François	IUFM Bretagne	jean-francois.lucas@bretagne.iufm.fr

MATHERON Yves	IUFM Midi-Pyrénées	yves.matheron@free.fr
MERCIER Alain	INRP	alain.mercier@inrp.fr
MEYRIER Xavier	IUFM Reims	Xavier.MEYRIER@ac-rennes.fr
MILLION-FAURE Karine	IREM Aix-Marseille	kmmf@hotmail.fr
MIZONY Michel	IREM Lyon	Michel.Mizony@univ-lyon1.fr
MOUFFAK Saïd	Lycée Annemasse	said.mouffak@free.fr
MOULIN Simon	Université Nantes	Simon.Moulin@univ-nantes.fr
NDANE Sarr	Lyon	sarrndane@yahoo.fr
NOWAK Marie	Université Lyon 1	marie.nowak@univ-lyon1.fr
PERNOT Marie	IREM Lyon	marie.pernot@gmail.com
PLANES Jean-Luc	IREM Pays de la Loire	jean-luc.planes@wanadoo.fr
POUGET Roland	IUFM Midi-Pyrénées	roland.pouget@free.fr
RIVIERE Olivier	IUFM Auvergne	oriviere@auvergne.iufm.fr
SALLES Jacques	IREM Montpellier	j-salles@wanadoo.fr
SAUMADE Henri	IREM Montpellier	math.saumade@wanadoo.fr
SAUTER Mireille	IREM Montpellier	mireille.sauter@ac-montpellier.fr
SCHNEIDER Maggy	Université de Liège (Belgique)	mschneider@ulg.ac.be
SORBE Xavier	Inspection générale	xavier.sorbe@education.gouv.fr
TARDY Claire	IUFM Lyon	claire.tardy@wanadoo.fr
TARRA Fabrice	IREM Poitiers	ftarra@free.fr
TERRENOIRE Agnès	IREM Lyon	agnes.terrenoire@chello.fr
THEREZ Guillaume	IREM Lyon	gambletm@wanadoo.fr
TRGALOVA Jana	INRP	jana.trgalova@inrp.fr
TROUCHE Luc	INRP	luc.trouche@inrp.fr
ZUCHI Ivanete	INRP, UDESC (Brésil)	ivanete.zuchi@inrp.fr