

## Proposition de communication

Equipe DEMOZ

### *Contexte et hypothèses de travail*

Le travail qui est présenté ici est celui d'une équipe de recherche mixte INRP-rectorat de Lyon qui travaille en lien avec des équipes des IREM de Lyon et de Montpellier. Ce travail repose sur les hypothèses suivantes :

Un des points cruciaux de l'enseignement des mathématiques au collège est l'introduction de la démonstration ; pour les élèves, l'apprentissage de la démonstration met en jeu à la fois la logique, la maîtrise du langage et la rentrée dans un « jeu » spécifique à une certaine culture des mathématiques. Tous les élèves de quatrième confrontés à cette approche éprouvent peu ou prou des difficultés ; les élèves de ZEP accumulent les difficultés :

- dans le domaine de la maîtrise du langage : aussi bien de par les énoncés à comprendre que par les démonstrations à produire,
- dans le domaine de la culture mathématique, il apparaît que c'est plus un jeu de l'école qui s'éloigne des préoccupations des élèves plutôt qu'une nécessité ; d'autant plus que la démonstration formelle qui est souvent enseignée confond l'apprentissage des règles de la démonstration et l'apprentissage de la démonstration.

Un des outils permettant de faire entrer les élèves dans ce jeu mathématique est le concept de « narrations de recherche » (Bonnafé, 1993 ; Sauter, 1998) : l'équipe a étudié le rôle de la narration de recherche pour la mise en place dans les classes de ZEP de ces notions clefs du programme.

Cet outil pédagogique a été étudié et ses effets sur les conceptions des mathématiques des élèves relevés ; pour autant, les narrations de recherche ne sont que peu utilisées dans les classes et très marginalement dans les zones d'éducation prioritaire. Les hypothèses de base :

1. distinction recherche et rédaction d'une preuve
2. tendance dans les ZEP à d'une part parcelliser les savoirs et d'autre part à fournir très vite des aides (souvent procédurales et moins souvent conceptuelles)
3. valorisation de la prise d'initiative...

Le travail de recherche porte sur la réalisation et l'analyse critique de ressource dont le but serait d'aider les enseignants à mettre en place des activités de narration de recherche en classe.

Pour ce faire, nous interrogeons les cadres théoriques, d'une part de la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1986, 1997) et d'autre part de l'ergonomie cognitive (Samurçay, 1998 ; Robert, 2002) ; nous pensons en effet que la diffusion des méthodes d'enseignement passe d'une part par une analyse des apprentissages des élèves mais aussi par une analyse des gestes professionnels qui faciliteront la mise en œuvre dans les classes des narrations de recherche.

Ce sont ces aspects que nous souhaitons présenter dans cet atelier en nous appuyant sur le travail réalisé cette année, travail caractérisé par des ouvertures diverses.

### *Ouvertures*

#### **Ouvertures sur les autres équipes**

La confrontation avec les travaux de l'équipe Resco ont contribué à faire prendre conscience de l'importance dans le déroulement des narrations de recherche du facteur temps et en particulier de la nécessité de laisser les élèves se construire leur problème par des phases, d'errements parfois longues mais nécessaires à une dévolution réussie ; le travail peut se dérouler par exemple sur 5 semaines (plusieurs phases : recherche-questions entre pairs ou intergénérationnelle-relances du professeur). Nous avons en particulier repris l'idée de l'importance de ces moments informels du point de vue de l'élève, régulés par des échanges entre pairs organisés à l'intérieur de la classe dans nos expérimentations. Un des objectifs de l'équipe est de faire travailler un problème et se demander ce que le professeur peut choisir d'institutionnaliser, en relation avec le travail des élèves.. Dans une perspective de construction de ressources, l'étude des potentialités d'apprentissage des problèmes proposés est ainsi essentielle.

Par ailleurs, la gestion par le professeur de ces temps est particulièrement importante et la formalisation précise des différentes étapes est indispensable pour que ce temps soit productif ; par exemple, le choix ou non de reformuler les questions des élèves lors des échanges a une incidence importante pour conduire les élèves vers une formulation précise et mathématiquement correcte en partant de leurs phrases parfois. En tout cas les relances sont ciblées, chaque professeur pouvant tirer profit des erreurs qui émergent. Mais cela implique une

attitude plus décomplexée du professeur, ce qui renvoie à la conception de l'erreur pour les professeurs et les élèves..

D'après les membres des équipes Resco, l'entrée des élèves dans des évaluations plus standardisées est moins hésitante, la difficulté étant l'appropriation de la question, d'où la nécessité de faire travailler cet aspect

## **Ouvertures sur d'autres didactiques**

Au cours de l'année l'organisation d'un séminaire en collaboration avec le Centre Alain Savary de l'INRP et l'équipe littérature a permis de confronter notre approche avec la didactique du français et la didactique professionnelle. Nous avons ainsi pu faire émerger des questions en terme de tension entre des forces antagonistes et pointer les difficultés de l'enseignement :

- entre l'enrôlement et l'autonomie des élèves, quel équilibre trouver ?
- Comment permettre aux élèves de s'approprier et de dépersonnaliser leur apprentissage ?

Il y a modification du contrat d'où la nécessité d'une posture nouvelle pour bien déterminer ce qui est à la charge du professeur, ce qui est à la charge des élèves, et être capable de préciser le statut des discours, et notamment dans le cadre d'une institutionnalisation des savoirs. D'après François Quet<sup>1</sup>, dans le travail de narration de recherche, il y a modification du statut de l'oral en restaurant la fonction de récit (écrire et dire ce qu'on pense) et la nécessité de revenir à des activités de racontage correspondantes à l'âge des élèves.

Il évoque des similitudes en français :

- débat interprétatif : sur un texte, polysémique, qui va susciter des débats, prolongement en grammaire, classement, construction collective.
- dictée négociée : on dicte à une classe, par petit groupe, les élèves donnent leurs avis,
- journal de lecteur.

Par ailleurs, dans les situations présentées, plusieurs concepts théoriques de la didactique des mathématiques et de la didactique professionnelle pourraient être interrogés : la notion de milieu (Margolinas, 1998 ; Perrin-Glorian, 2003), (qu'est ce que le professeur place dans le milieu matériel des élèves ? Les écrits des élèves sont-ils un élément du milieu des autres élèves, et acquièrent-ils un statut leur permettant d'être un élément du milieu facilitant la construction des connaissances ?), la notion de contrat déjà évoquée (comment se négocie la rupture du contrat ?), la notion de contrôle (et de perte de contrôle), les notions d'incidents (ergonomie cognitive) et de bifurcation didactique (Margolinas, 2004) permettant de mieux comprendre les interactions professeurs-élèves.

## **Ouverture de l'équipe à de nouveaux professeurs**

L'équipe s'est enrichie cette année de nouveaux collègues et le travail de conception de ressource a été mis à l'épreuve pour permettre aux collègues de s'approprier le concept de narration de recherche et de mettre en œuvre dans les classes. La nécessité de transmettre a imposé un retour réflexif sur les éléments fondamentaux à communiquer pour permettre à un enseignant de mathématiques d'utiliser cet outil et d'en tirer des éléments concrets d'apprentissage pour les élèves. La rupture de contrat est importante pour les élèves mais encore plus pour les enseignants qui sont confrontés à une nouvelle façon de travailler et il est essentiel d'être au courant des difficultés mais aussi des retombées positives qu'entraîne la mise en place des narrations de recherche dans la classe.

### *Conception de ressources*

Elle passe pour chaque problème par un travail approfondi d'analyse a priori ; cette conception s'est appuyée sur des travaux antérieurs ou parallèles : SFoDEM, EXPRIME, e-CoLab (Aldon, 2008, Dias, 2005), en utilisant les éléments pertinents des modèles de ressource pour en tirer un modèle spécifique pour l'objet d'étude particulier de la narration de recherche et en particulier, pour y inclure les descriptions de gestes professionnels nécessaires à la mise en place dans les classes de narrations de recherche.

- 1) Motivation du choix
- 2) Objectifs
- 3) Analyse du problème
- 4) Solutions
- 5) Prolongements
- 6) Objets mathématiques qui pourront être utilisés

---

<sup>1</sup> François Quet, responsable de l'équipe Français, Langue, Littérature, INRP, didactique du français.

7) Déroulement prévu découpé suivant les critères suivants :

Phase	Acteur	Description de la tâche	Situation	Outils et supports	Durée
-------	--------	-------------------------	-----------	--------------------	-------

Analyse d'un exemple

Question d'aires : Analyse du sujet
-------------------------------------

### I. Choix du problème

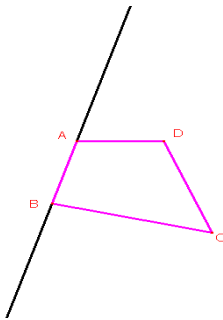
Ce problème m'a été présenté lors des journées consacrées au nouveau programme de quatrième en 2007-2008. Il répondait à certaines finalités assignées à l'enseignement de la géométrie au collège :

- ✓ Fournir un cadre pour développer les capacités à expérimenter et à mettre en œuvre des démarches d'investigation.
- ✓ Contribuer à l'apprentissage du raisonnement déductif.

Objectifs :

- 1) Faire travailler les élèves sur le calcul d'aire d'un quadrilatère quelconque.
- 2) Trouver un lieu géométrique.
- 3) Comparer des aires.
- 4) Reasonner dans le cas général.
- 5) Entretenir les acquis des classes antérieures sur les calculs d'aire.
- 6) Manipuler, faire des décompositions en liaison avec la pratique du calcul littéral.

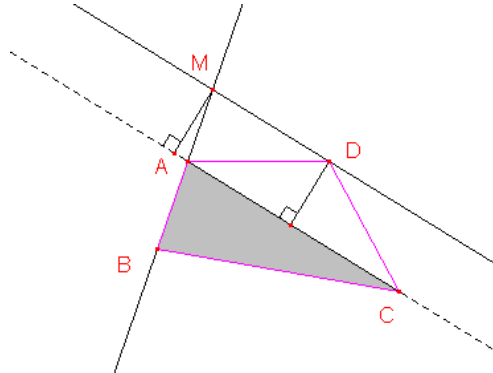
Enoncé :



Où placer le point M sur [BA) pour que le triangle MBC ait la même aire que le quadrilatère ABCD ?  
Proposer une construction et la justifier.

### II. Analyse du problème

Solution :



$\text{Aire (MBC)} = \text{Aire (ABC)} + \text{Aire (MAC)}$   
 $\text{Aire (ABCD)} = \text{Aire (ABC)} + \text{Aire (ADC)}$   
 Les 2 triangles MAC et ADC doivent avoir la même aire. Ils ont un côté commun [AC]. Il suffit donc que leur hauteur relative à ce côté soit de même longueur.  
 On trace donc la parallèle à (AC) passant par D.

Objets mathématiques qui pourront être utilisés pas les é

- ✓ Décomposition de la figure en triangles :  
Il n'existe pas de formule directe pour calculer l'aire d'un quadrilatère quelconque. Les élèves devront donc faire apparaître des figures usuelles (triangles...) pour pouvoir calculer l'aire. Pour rester dans le cas général, ils devront repérer des parties, éléments communs à la fois au quadrilatère et au triangle.
- ✓ Calculs d'aires en utilisant des dimensions de la figure :

Certains élèves vont sûrement mesurer la figure et calculer l'aire du quadrilatère de façon plus ou moins précise. Dans ce cas il raisonne uniquement pour le dessin donné. Ils vont tracer des hauteurs, les mesurer...

- ✓ Résolution d'une équation pour trouver la distance BM :

Les élèves effectuant des mesures peuvent ensuite trouver BM en résolvant une équation. Ils ont calculé l'aire du quadrilatère ABCD, tracé et mesuré la hauteur issue de C dans le triangle MBC.

$$\frac{BM \times \text{hauteur issue de C}}{2} = \text{aire (ABCD)}$$

Dans l'équation : , on a alors une seule inconnue .

En la résolvant, on trouve ainsi la longueur BM et ainsi où placer le point M.

- ✓ Utilisation de Cabri pour trouver le point M.

Prolongement possible :

Où placer le point M dans le plan pour que le triangle MBC ait la même aire que le quadrilatère ABCD ?

### III. Déroulement prévu

Phase	Acteur	Description de la tâche	Situation	Outils et supports	Durée2
1	Un élève ou le professeur	Dévolution du problème	Collective en classe	Enoncé	5 min
2	Elèves	Recherche	Individuelle en classe	Papier, matériel de géométrie, calculatrice	10 min
2	Elèves	Recherche	Individuelle A la maison	Papier, matériel de géométrie, Calculatrice	Vacances
3	Professeur	Analyse des travaux des élèves et mise en évidence des différentes méthodes employées	Individuelle	Travaux des élèves	
4	Professeur	Synthèse et compte rendu	Collective	Transparents	15 min
5	Elèves	Recherche (suite et fin)	Collective	Papier, matériel de géométrie, calculatrice	10 min

Ouverture sur la formation d'enseignants

### Thématiques abordées lors des formations autour de la narration de recherche

Les formations ont dans l'ensemble repris la méthodologie utilisée dans cette recherche :

Observations dans les classes de moments clefs :

- négociation du contrat
- compte rendu aux élèves d'une narration
- institutionnalisation de connaissances

Analyses des travaux des élèves, notamment dans la durée en suivant la progression d'élèves,

- sur des copies d'élèves sur plusieurs mois,

- sur des entretiens d'explicitations des élèves.
- Sur des questionnaires

Les classes terrains d'études étant pour la plupart des classes de collèges de zone d'éducation prioritaire et plus particulièrement la classe de quatrième ; cependant, nous travaillons aussi avec des classes de collège « ordinaire » et des classes de lycée professionnel.

Dans certaines formations (certains stages REP et accompagnement d'équipes), les collègues ont pratiqué un problème ouvert puis, soit ont été amené à narrer à l'écrit soit ont expliciter leur procédures par un entretien d'explicitation (d'après « L'entretien d'explicitation » de Pierre Vermersch ).

## **Problématiques qui ont émergées lors des formations autour de la narration de recherche**

Dans l'ensemble, les enseignants, toutes disciplines confondues, ne pratiquent pas la narration de recherche, et la posture de raconter ce qui a été pensé en mathématiques n'est pas naturel. Parfois elle est même vécue de manière douloureuse, ou plus rarement, on évoque le plaisir de raconter ses idées même si elles n'ont pas abouti. Pour les enseignants de mathématiques qui ne pratiquaient pas ce type de travail, la forme non canonique des écrits d'élèves déroutent et déstabilisent très souvent. Les professeurs ne savent pas « quoi faire » de la quantité importante d'information, surtout quand elle ne rentre pas directement dans les champs notionnels mathématiques. D'autres, sans pour autant être déstabilisés dans le recueil des copies, se sentent démunis pour la construction d'un compte-rendu à la classe, quelle forme ? Quel choix ? En fonction de quel critère ?

Pour une analyse plus fine des productions de preuves par les élèves, nous nous sommes référés à la typologie de preuve de Nicolas Balacheff. La narration de recherche permettant de mettre plus facilement en évidence les démarches de preuve de l'élève, bien que cette étude mérite d'être affinée. Elle pourrait être intégrée dans les outils-modèles d'analyse à priori discutés plus haut.

Dans le cadre d'une AFR (Action formation recherche), avec une enseignante de français et un enseignant de mathématiques, nous avons travaillé sur l'articulation de ces deux disciplines autour de l'outil narration de recherche. Une des problématiques émergente a été de se demander quel dénominateur commun peut-on construire entre ces disciplines, pour pouvoir construire ainsi des propositions croisées afin que celles-ci se nourrissent mutuellement. (Par exemple identification d'une idée mathématique, puis identification de problèmes syntaxiques, de grammaires liées à la formulation de cette idée, puis reformulation de l'idée par un groupe d'élèves ...).

Quels statuts donner aux différents écrits ? (un écrit d'explicitation a une tendance entropique alors qu'une démonstration mathématique se veut plutôt « courte et élégante » dans la culture de la communauté mathématique, contradiction qui n'a pas échappée à un élève)

Quelles variations sur les écrits ? (écrit de recherche, écrit de reformulation, écrit de communication, écrit institutionnalisant...)

Quels gestes professionnels sur et entre ces écrits ?

## **Prolongements**

Dans la perspective de la réalisation effective de ressources pour les enseignants, le travail de l'équipe portera dans les années prochaines sur les questions suivantes :

- 1) quel usage de quel problème pour quelle institutionnalisation ?
- 2) quel rôle des interactions entre élèves pour préparer à un travail individuel de narration ?
- 3) comment tirer partie des différents registres de représentation sémiotique dans les inter-représentations et intra-représentations pour faciliter les institutionnalisations ?

## **Bibliographie**

- [Aldon et Durand-Guerrier, 2007] Aldon, G. et Durand-Guerrier, V. (2007). The experimental dimension in mathematical research problems. In Actes de la CIEAEM59, <http://educmath.inrp.fr/Educmath/partenariat/partenariat-inrp-07-08/exprime/1presentation.pdf>.
- [Arsac et Mante, 2007] Arsac, G. et Mante, M. (2007). Les pratiques du problème ouvert. Scéren CRDP de Lyon.
- [Bonafé, 1993] Bonafé, N. (1993). Les narrations de recherche, un outil pour apprendre et démontrer. Repères IREM, 12:5–12.
- [Brousseau, 1986] Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. Recherches en Didactique des mathématiques, 7/2.

- [Brousseau, 1997] Brousseau, G. (1997). La théorie des situations didactiques. In Cours à l'Université de Montréal,
- [http://pagesperso-orange.fr/daest/guy-brousseau/textes/TDS\\_Montreal.pdf](http://pagesperso-orange.fr/daest/guy-brousseau/textes/TDS_Montreal.pdf).
- [Dias et Durand-Guerrier, 2005] Dias, T. et Durand-Guerrier, V. (2005). Expérimenter pour apprendre en mathématiques. Repères IREM, N°60:p. 61–78.
- [Margolinas, 1998] Margolinas, C. (1998). Le milieu et le contrat, concepts pour la construction et l'analyse de situations d'enseignement. analyse des pratiques enseignantes en didactique des mathématiques. Actes de La Rochelle juin 1998, pages 3–16.
- [Margolinas, C.,2004] Margolinas, C.,2004 Points de vue de l'élève et du professeur Essai de développement de la théories des situations didactiques, HDR, Université de Provence.
- [Perrin-Glorian et Hersant, 2003] Perrin-Glorian, M.-J. et Hersant, M. (2003). Milieu et contrat didactique, outils pour l'analyse de séquences ordinaires. Recherche en Didactique des Mathématiques, 23/2:217–276.
- [Robert et Rogalski, 2002] Robert, A. et Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. La revue canadienne des sciences, des mathématiques et des technologies, 2.4:505–528.
- [Samurçay et Pastré, 1998] Samurçay, R. et Pastré, P. (1998). L'ergonomie et la didactique. l'émergence d'un nouveau champ de recherche : didactique professionnelle. In Deuxièmes journées Recherche et Ergonomie, Toulouse.
- [Sauter, 1998] Sauter, M. (1998). Narrations de recherche, une nouvelle pratique pédagogique. Repères IREM, 30. <http://sierra.univ-lyon1.fr/irem/c2ipc/narrechM.pdf>.

### *Annexe :*

#### **Liste des actions de formation autour de la narration de recherche (en éducation prioritaire, par le biais du centre académique Michel Delay) :**

- Stage REP Bron Terrailon sur deux sessions (07-08)
- Stage REP Meyzieux (07-08)
- Stage REP Villefranche-sur-Saône-Faubert (07-08)
- Accompagnement collègues de maths collège Ampère à Oyonnax (07-08)
- Accompagnement collègues de maths collèges Lumière-Grignard à Lyon 8<sup>ème</sup> (07-08)
- Accompagnement collègues de maths collège Brassens à Décines (07-08)
- Présentation aux journées académiques de l'éducation prioritaire (07-08)
- Accompagnement collègues de maths collège Shoelsher à Vaise (08-09)
- Accompagnement collègues Maths-Français collège Faubert Villefranche-sur-Saône (08-09)
- Stage REP Givors (08-09)
- Stage REP Bron Parilly (08-09)
- Stage REP Oyonnax sur deux sessions (08-09)
- Accompagnement professeurs surnuméraires en mathématiques (du CP à la troisième) en présence de Mme Reynaud IA-IPR de mathématiques (08-09)
- Formation au PAF « apprentissage et estime de soi », essentiellement des collègues du lycée professionnel toute discipline (08-09)
- Formation au PAF « Aider les élèves en difficulté cycle2-cycle3 » (entretien d'explicitation sur un problème ouvert)