

TREMA-1 : TICE et ressources au premier degré.

Démarches d'investigation : exemples avec le boulier virtuel, la calculatrice et le TBI

Caroline Poisard & Ghislaine Gueudet
CREAD, IUFM Bretagne UBO

Résumé

Le groupe TREMA-1 s'intéresse aux usages de ressources numériques au premier degré pour l'enseignement des mathématiques. Nous présentons et analysons ici deux séances suivies cette année : en CE1 avec le boulier virtuel et en CM1/CM2 avec la calculatrice. Nous montrons que dans les deux cas, ces ressources ont permis aux élèves de développer une démarche d'investigation. De plus, les enseignants étaient munis de tableaux blancs interactifs (TBI), qui ont joué un rôle essentiel pour les mises en oeuvre en classe, en lien avec ces démarches d'investigation.

Au cours de l'année 2009-2010, le groupe TREMA-1 a poursuivi son objectif d'accompagnement de l'intégration d'outils TICE au premier degré, en s'attachant particulièrement à des usages relevant d'une démarche d'investigation, à des titres divers. Nous présentons d'abord le questionnaire général auquel se rattachent ces travaux ; puis les spécificités du travail mené cette année. Nous développons ensuite deux exemples de séquences, en cycle 2 et en cycle 3.

1) Questionnement : démarche d'investigation et TICE au premier degré

Les programmes de mathématiques de l'enseignement élémentaire (2008) n'évoquent pas comme telles les démarches d'investigation. Ils soulignent cependant l'importance de la résolution de problèmes :

«La résolution de problèmes joue un rôle essentiel dans l'activité mathématique. Elle est présente dans tous les domaines et s'exerce à tous les stades des apprentissages». (BO HS3, 2008)

Les programmes de 2002 étaient quant à eux beaucoup plus explicites sur la résolution de problèmes, en particulier sur les démarches attendues des élèves. Ainsi, ces programmes distinguent «solutions personnelles» et «solutions expertes»; ils indiquent également qu'ils désignent par «solution» : «[...]pas la réponse à un problème, mais la stratégie, la démarche et les procédures mises en oeuvre pour y parvenir » (Document d'accompagnement 2002, p.15). Ils soulignent de plus que deux types d'objectifs sont possibles, pour la résolution de problèmes. Il peut s'agir de rendre l'élève expert pour certains problèmes ; mais l'objectif peut également être de :

« rendre l'élève capable d'initiative, c'est-à-dire capable d'imaginer des solutions originales, de les tester et, en raisonnant, d'adapter ses connaissances pour traiter la situation proposée de manière personnelle, originale. » (Document d'accompagnement 2002, p.17).

On reconnaît, dans cette description, des caractéristiques des démarches d'investigation.

Quelle peut être la place des technologies, à l'école (nous nous intéressons particulièrement ici au cycle 3) pour accompagner ces démarches ? Il est intéressant de noter que le terme «d'investigation» apparaît dans les documents d'accompagnement 2002 à propos des possibilités d'utilisation de la calculatrice. Il est en effet souligné que de telles utilisations sont possibles «en vue de favoriser des investigations sur les nombres, de mettre en oeuvre une démarche de type heuristique» (Document d'accompagnement, 2002).

Ces incitations du programme ne correspondent pas nécessairement aux pratiques effectives. On sait que les calculatrices sont en réalité peu utilisées (Assude, 2007), et plus généralement, les outils TICE peinent à s'intégrer dans l'enseignement des mathématiques (Imbert, 2008). Dans le même temps, les résolutions de problèmes amenant des procédures personnelles sont peu mises en place (Georget, 2009). Développer des démarches d'investigation avec les technologies constitue donc un double challenge. Quelles technologies peuvent être mobilisées ? Quelles mises en oeuvre vont permettre une réelle investigation par les élèves ? En particulier, du point de vue du professeur, comment gérer les temps de mise en commun du travail fait individuellement ou en petits groupes ? Nous avons étudié ces questions, et proposé des pistes de réponses, dans le travail du groupe TREMA-1 cette année.

2) Présentation du groupe TREMA-1 et du travail mené en 2009-2010

Le groupe TREMA-1 est composé de trois enseignants-chercheurs en didactique des mathématiques et de trois professeurs des écoles maîtres-formateurs qui ont des classes de CE1 pour Noémie, CM1/CM2 pour Jeffrey et CM2 cette année pour Carlos. Jeffrey et Carlos participent au groupe depuis sa création en septembre 2008 alors que c'est la première année pour Noémie.

L'objectif général du groupe est double : il s'agit d'analyser l'appropriation (ou non) de ressources TICE en mathématiques au premier degré, mais également de produire des scénarios de séances mutualisables.

D'un point de vue théorique, nous modélisons les phénomènes d'appropriation en termes de genèses documentaires (Gueudet & Trouche, 2009). Nous considérons ainsi que les enseignants ont affaire à des systèmes de ressources, et développent, au cours de leurs interactions avec ces ressources, des documents, comportant des ressources recomposées et des connaissances professionnelles. Au cours de ces processus, les genèses documentaires, les professeurs s'approprient les ressources en fonction de leurs connaissances ; dans le même temps, les caractéristiques des ressources peuvent faire évoluer les connaissances des professeurs.

Nous utilisons une méthodologie de suivi des professeurs inspirée de la méthodologie d'investigation réflexive associée à l'approche documentaire (Gueudet & Trouche, 2009).

Nous recueillons ainsi les données suivantes : un questionnaire sur le système de ressources pour chaque enseignant complété par un entretien ainsi que la représentation schématique du système de ressources, la tenue d'un journal de bord sur trois semaines, le recueil de travaux d'élèves et de films vidéos des séances.

En 2009-2010, les enseignants ont utilisé diverses ressources TICE, mais principalement le boulier virtuel Sésamath-IREM de Lille (http://cii.sesamath.net/lille/exos_boulier/) et la calculatrice. De plus deux enseignants du groupe, Noémie et Jeffrey, disposent d'un tableau blanc interactif (TBI). Celui-ci est une nouveauté dans le travail du groupe, et constitue un élément important dans un ensemble de ressources, car il permet certaines mises en oeuvres qui peuvent avoir des conséquences en termes d'appropriation de ressources.

Nous allons ici considérer plus précisément une séquence concernant l'appropriation du boulier virtuel en CE1 (Noémie) et une séquence de résolution de problème avec la calculatrice en CM1/CM2 (Jeffrey).

Noémie a choisi d'organiser ses séances en utilisant le TBI de la salle informatique. Cette mise en place a été impulsée par sa participation au groupe TREMA-1, Noémie n'utilisait pas aussi régulièrement la salle informatique de son école avant cette année et n'avait jamais fait classe avec le TBI jusque-là. Jeffrey a organisé comme à son habitude ses séances dans la bibliothèque, où se trouvent les ordinateurs de l'école mais également le tableau blanc interactif, qu'il utilisait aussi pour la première fois cette année. Comme nous allons le détailler au paragraphe suivant, le TBI a joué un rôle important dans les mises en oeuvres, en lien avec les démarches d'investigation.

3) Une séquence en CE1 : le boulier chinois virtuel avec le TBI

Le boulier virtuel a été l'an dernier retenu par Carlos qui avait une classe de CE2 et qui a mis au point un scénario de huit séances sur la numération entière avec le boulier virtuel de Sésamath-IREM de Lille (Bueno-Ravel, Gueudet, & Poisard, 2009). C'est l'utilisation libre avec la fonction d'affichage des nombres en chiffres du boulier qui a été utilisée. (Pour un mode d'emploi du boulier voir Poisard, 2009, 2006.)

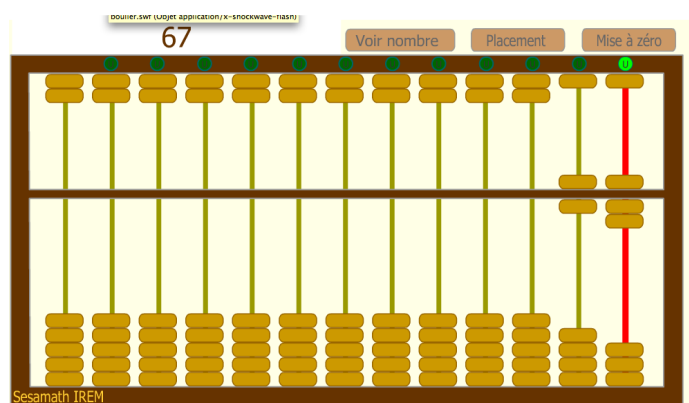


Figure 1. Le boulier chinois virtuel avec le nombre 67 inscrit

Cette année, c'est Noémie qui a travaillé sur le boulier virtuel avec sa classe de CE1. Elle s'est bien-sûr inspirée du travail de Carlos : le boulier virtuel en utilisation libre pour travailler la notion d'échanges en numération de position, mais les contraintes liées au matériel l'ont amenées à construire un scénario différent. En effet, Noémie travaille avec sa classe une fois par semaine en demi-groupe en salle informatique avec un ordinateur par élève et un TBI. Les séances avec le boulier suivent la progression de classe, c'est une ressource qui complète les autres. Le manuel de classe *J'apprends les maths avec Picbille* (Retz, 2008) est utilisé avec ses ressources associées : les jetons, les boîtes, les valises, les compteurs et aussi la comptine « à la chinoise » (« six-dix et sept » pour 67). Noémie utilise aussi le manuel *ERMEL* pour compléter le travail en résolution de problèmes et en géométrie.

Par exemple la tâche suivante a été proposée aux élèves à la séance 6 : « Écrire 12 groupes de 10 ». Le nombre est ainsi donné « à la chinoise » qu'il faut penser comme 120 pour l'inscrire sur le boulier. La règle suivante a été institutionnalisée : « On ne peut pas déplacer toutes les unaires et/ou toutes les quinaires dans une même tige, il faut toujours laisser au moins une quinaire et une unaire non activées par tige ». La réponse attendue est d'activer 1 unaire dans les centaines et 2 unaires dans les dizaines. Certains élèves auront activé 12 (2 quinaires et 2 unaires) dans la tige des dizaines, ce qui correspond aussi à 120 mais ne respecte pas la règle précédente. Les élèves viennent au TBI pour expliquer leurs procédures et débattre de la validité des réponses. En effet, pour cette séquence, l'usage du TBI est central, il permet aux élèves de venir manipuler le boulier au tableau et au professeur d'organiser une discussion de classe, d'argumenter les propositions concernant l'inscription, la lecture de nombres et les calculs. Le TBI donne à voir le travail de classe, il est le support de discussions argumentées, nous sommes là dans une démarche d'investigation où les élèves peuvent communiquer avec l'ensemble du groupe classe. Pour Carlos qui a visionné les séances de Noémie : « Le TBI fédère ! Il est plus proche d'une pratique de classe ordinaire ».

Pour compléter les séances en salle informatique, Noémie a mis en place une séance d'évaluation sur papier concernant le mode d'emploi du boulier (voir annexe 1, Carlos avait aussi fait une évaluation écrite). Les élèves reprennent le vocabulaire institutionnalisé : unaire et quinaire pour nommer les boules, la notion d'unité et de dizaine. Le dessin de Natacha montre ce que Noémie nomme « l'œil de lecture » au niveau de la barre centrale, là où les boules sont activées. Le dessin de Steven indique les icônes du boulier virtuel : voir nombre, placement, mise à zéro. Cette séance papier évaluative de début d'année, doit être complétée par une autre en fin d'année.

Ainsi le boulier virtuel et le TBI ont pris place dans le système de ressources de Noémie. C'est l'importance que celle-ci accorde à la numération entière, en particulier aux échanges, qui l'a conduite à retenir le boulier virtuel. Le TBI quant à lui s'est imposé comme moyen de faire des synthèses en classe entière.

4) Une séquence en CM1/CM2 : « Savez-vous planter de choux en carré ? » avec la calculatrice

Jeffrey a retenu pour sa classe de CM1/CM2 la situation “planter des choux en carré” (Charnay, 2008). Un nombre de choux est donné ; et il s'agit pour les élèves de déterminer si ces choux vont pouvoir être plantés “en carré”. L'appropriation de la situation se fait avec de petits nombres, qui permettent aux élèves d'utiliser des schémas, de comprendre le sens de l'expression “disposer des choux en carré”. Ils peuvent ainsi également réaliser le lien entre cette situation et la multiplication, et se confronter à de premiers cas où “ça ne marche pas”.

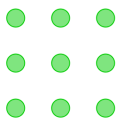
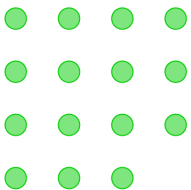
9 choux	15 choux
 $9 = 3 \times 3$	 Il manque un chou

Figure 2. Appropriation de la situation avec des petits nombres

L'objectif est, pour les cas où la réponse est positive (lorsque le nombre de choux est effectivement le carré d'un entier), que les élèves développent une procédure d'essais-ajustements systématique. Pour la réponse négative, le maître vise la recherche et la formulation d'arguments variés.

Ainsi, les deux cas de nombres sont proposés lors de chaque séance : par exemple, pour la séance 1, les élèves rencontrent 324, 1 369, 2 700.

La séquence complète comporte 3 heures et est suivie d'une évaluation.

Les élèves disposent de différentes marques de calculatrices : TI galaxy, Sharp Elsimite, Citizen FC junior. Ils travaillent d'abord individuellement, puis en groupes de trois.

La démarche experte consiste à d'abord évaluer un ordre de grandeur du nombre qui, multiplié par lui-même, s'approche le plus du nombre de choux donné. Par exemple, avec 1 369 (=37×37), les élèves peuvent écrire : $30 \times 30 = 900$, ce n'est pas assez ; $40 \times 40 = 1 600$, c'est trop. Ici la calculatrice n'est pas indispensable, les élèves de CM1 et de CM2 doivent savoir effectuer de tête ces calculs, en employant la règle des zéros. En revanche, pour la suite la calculatrice devient essentielle : les élèves testeront probablement $35 \times 35 (=1 225)$, et tenteront ensuite un essai situé entre 35 et 40, pour la valeur du côté du carré de choux.

Le raisonnement, et la justification du résultat, sont plus délicats lorsque la réponse est négative. Il faudrait en fait que les élèves procèdent à un encadrement systématique, entre deux carrés d'entiers consécutifs, par exemple pour 2 700 : $51 \times 51 < 2 700 < 52 \times 52$, donc il n'est pas possible de former un carré avec 2 700 choux. Or les élèves ne savent pas au départ si la réponse va être positive ou négative ; dans les deux cas, leur but est donc de déterminer le nombre qui, multiplié par lui-même, s'approche le plus du nombre de choux donné. Donc ils s'appuieront probablement sur cet unique nombre, même pour une réponse négative (voir ci-dessus la figure 2, pour le cas de 15 choux).

Les séances correspondantes ont été observées, deux d'entre elles ont été filmées.

On observe que la calculatrice est vraiment mobilisée par les élèves comme outil pour une investigation raisonnée (voir des exemples de productions d'élèves en annexe 2). Généralement, un élève dans le groupe prend note des résultats successifs, tandis que les deux autres effectuent des calculs à la calculatrice. Les choix des essais à faire sont effectués collectivement. Les cas où la réponse est négative posent plus de problèmes aux élèves. Pour 2 700, l'argument qui ressort le plus souvent est “ $52 \times 52 = 2 704$, il y a 4 choux de trop” (ce qui pose problème, sur l'interprétation de ce “de trop” !). Cet argument correspond à la brève analyse a priori que nous avons donnée ci-dessus : les élèves ont cherché le carré d'entier qui se rapprochait le plus de 2 700, et ont utilisé ce résultat unique comme argument, au lieu d'effectuer un encadrement.

Un moment essentiel, dans une telle séance d'investigation par groupes d'élèves, est celui de la mise en commun. Usuellement, ce moment est particulièrement délicat lorsque le travail a été effectué à la calculatrice ; en effet, pour des raisons matérielles les démarches des élèves sont dans

ce cas difficilement accessible (ce qui est l'une des réticences à l'égard de la calculatrice, identifiée par Assude, 2007). Dans la séquence de Jeffrey, ce problème est résolu par l'emploi du TBI, et de la calculatrice Mathenpoche école. Ainsi les opérations faites à la calculatrice peuvent être reproduites pour la classe entière.

Jeffrey n'utilise que très peu la calculatrice en général. En revanche, il propose souvent à ses élèves des problèmes de recherche, et est très attentif à l'écriture de solutions. C'est la situation « planter les choux » qui a été déterminante pour son intégration de la calculatrice. En effet dans cette situation, l'objectif d'écriture d'une argumentation est central ; dans le même temps, la calculatrice est indispensable pour les essais successifs. De plus, Jeffrey accorde beaucoup d'importance aux synthèses en classe entière ; or le TBI lui a ici permis de faire la synthèse du travail sur la calculatrice.

Synthèse des résultats

Après une présentation de notre cadre théorique puis méthodologique, nous avons montré comment l'intégration de ressources TICE à l'école en mathématiques peut être le support pertinent d'un travail d'investigation en classe. En particulier, le boulier chinois virtuel et la calculatrice, complétés par le TBI permettent, avec un scénario approprié, la mise en oeuvre d'une telle démarche. Du point de vue de l'intégration de ressources numériques par les professeurs, nous voulons souligner l'importance des connaissances professionnelles des professeurs. Les ressources doivent être, d'une certaine manière, compatibles avec ces connaissances pour que le professeur les intègre. À l'inverse, l'intégration de ressources TICE fait évoluer les connaissances professionnelles des enseignants. C'est ce que nous avons pu observer en particulier concernant la notion mathématique de numération de position qui est une notion difficile à comprendre avec la notion d'échanges entre les positions, ce point de vue a été renforcé chez Noémie (mais également chez Carlos dont nous n'avons pas présenté le travail ici). Ensuite, l'intérêt d'utiliser les TICE a aussi été une connaissance professionnelle qui s'est affirmée au fil de la pratique de classe avec le TBI.

Bibliographie

Assude, T. (2007). Changements et résistances à propos de l'intégration des technologies dans l'enseignement des mathématiques au primaire. *Actes du colloque TICE Méditerranée*.

Bueno-Ravel, L., Gueudet, G., & Poisard, C. (2009). *TICE et ressources en mathématiques au premier degré*. Journées mathématiques de l'INRP, Lyon, 10-11 juin 2009.

Bulletin Officiel de l'éducation nationale (en ligne), août 2008. <http://www.education.gouv.fr/bo/2008/hs3/default.htm>

Charnay, R. (2008). Pour un bon usage des calculatrices à l'école primaire, *Mathematice n°10*. (en ligne) <http://revue.sesamath.net/spip.php?article143>

Georget, J-P. (2009). *Activités de recherche et de preuve entre pairs à l'école élémentaire : perspectives ouvertes par les communautés de pratique*. Thèse de doctorat. Université Paris Diderot, Paris 7.

Gueudet, G., & Trouche, L. (2009). La documentation des professeurs de mathématiques. In L. Coulange & C. Hache (dir.), *Actes du Séminaire national de didactique des mathématiques 2008*, (pp.249-269). Paris : IREM, Université Paris 7.

Imbert, J.-L. (2008). *L'intégration des TICE dans les pratiques mathématiques à l'école primaire*. Thèse de Doctorat. Université de Provence.

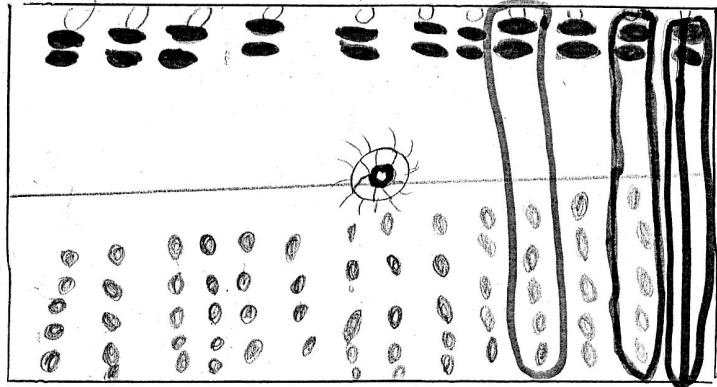
Poisard, C. (2009). Boulier chinois et algorithmes de calcul. *Plot 27*, 22-25. Fiche d'exercices disponible sur www.apmep.asso.fr/IMG/pdf/FichesExosBoulier.pdf

Poisard, C. (2006). Dossier : la fabrication et l'étude d'instruments à calculer. *CultureMath*, Rubrique *Matériaux pour la classe*. (en ligne). <http://www.dma.ens.fr/culturemath/>

Annexe 1

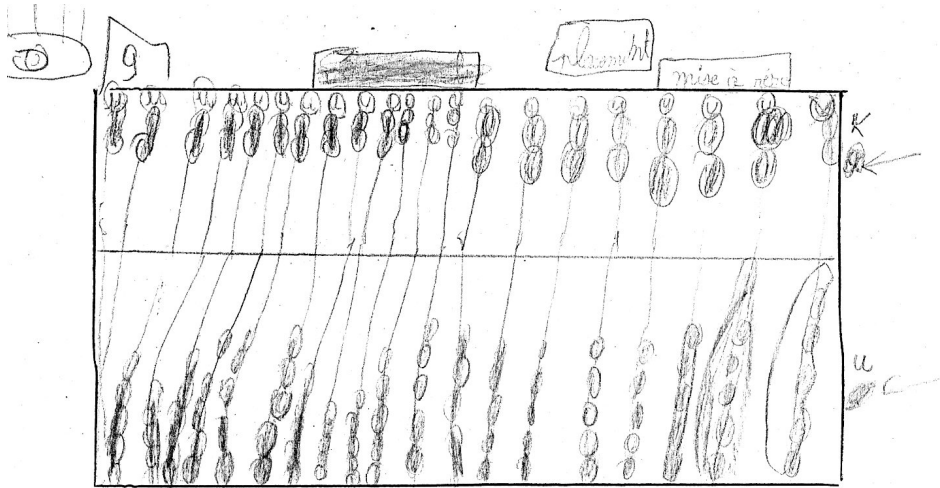
Travaux d'élèves de l'évaluation écrite concernant le dessin et le mode d'emploi du boulier (classe de CE1, mois de décembre)

Natacha :



y'écrit un mode d'emploi :
 Il y a des unités et des dizaines.
 si on clique sur une dizaine uniter c'est un ..
 et si on clique sur une unité uniter
 c'est cinq .

Steven :



y'écrit un mode d'emploi :
 le boulier ser à calculer .
 le boulier ser réfléchir aussi connaître les unités et les dizaines .

Annexe 2

Travaux d'élèves de la situation "Savez-vous planter des choux en carré ?" (classe de CM1/CM2)

Cas de 1369 choux :

Problème : Problème n°2
disposer : La semaine suivante, il veut planter 1 369 choux dans son potager.
Peut-il les disposer "en carré" en les utilisant tous?

les

Élève A :

Mes recherches et mes explications

$$\begin{aligned}50 \times 50 &= 2500 \\40 \times 40 &= 1600 \\30 \times 30 &= 900 \\35 \times 35 &= 1225 \\37 \times 37 &= 1369\end{aligned}$$

Ma réponse: Il peut les disposer "en carré" en faisant $37 \times 37 = 1369$

Élève B :

Mes recherches et mes explications

$$\begin{aligned}50 \times 50 &= 2500 && \text{c'est trop} \\40 \times 40 &= 1600 && \text{c'est trop} \\30 \times 30 &= 900 && \text{ce n'est pas assez} \\35 \times 35 &= 1225 && \text{ce n'est pas assez} \\38 \times 38 &= 1444 && \text{c'est trop} \\36 \times 36 &= 1296 && \text{ce n'est pas assez} \\37 \times 37 &= 1369 && \text{c'est bon}\end{aligned}$$

Il peut faire un carré de 37 sur largeur et sur longueur.

Cas de 2700 choux :

Problème n°3 : Le potager de son voisin est beaucoup plus grand. Il doit y planter 2 700 choux. Peut-il les disposer « en carré » en les utilisant tous ?

Élève C :

Mes recherches et mes explications

$$50 \times 50 = 2\,500 \text{ \& n'est pas assez !}$$

$$55 \times 55 = 3\,025 \text{ \& est trop!}$$

$$53 \times 53 = 2\,809 \text{ \& est trop!}$$

$$52 \times 52 = 2\,704$$

Il ne peut ^{pas} les disposer en "carré" car il en reste 4 qui ne seront pas mis.

Élève D :

Mes recherches et mes explications

J'essai de trouver un chiffre qui multiplié par lui même fait 2 700.

$$50 \times 50 = 2\,500 \text{ \& n'est pas assez.}$$

$$60 \times 60 = 3\,600 \text{ \& est trop.}$$

$$55 \times 55 = 3\,025 \text{ \& est trop.}$$

$$52 \times 52 = 2\,704 \text{ \& est trop.}$$

Donc, il ne peut pas planter ses choux "en carré".