

# Contribution du groupe DEMOZ aux échanges du thème 1 des journées INRP

## **Résumé :**

*L'équipe DEMOZ travaille à la réalisation d'une ressource à destination des professeurs de mathématiques dont l'objet est de faciliter, à travers l'utilisation des narrations de recherche, l'enseignement de la démonstration en collège, et plus particulièrement dans des collèges de ZEP. La question de la qualité de cette ressource est interrogée au moment de sa conception par une évaluation a priori par inspection. En particulier, la question de la pertinence de l'outil proposé pour le problème posé est un élément crucial de réflexion.*

## **Introduction**

Un des points cruciaux de l'enseignement des mathématiques au collège est l'introduction de la démonstration ; pour les élèves, l'apprentissage de la démonstration met en jeu à la fois la logique, la maîtrise du langage et la rentrée dans un « jeu » spécifique à une certaine culture des mathématiques. Tous les élèves de quatrième confrontés à cette approche éprouvent peu ou prou des difficultés ; les élèves de ZEP accumulent les difficultés :

- dans le domaine de la maîtrise du langage : aussi bien de par les énoncés à comprendre que par les démonstrations à produire,
- dans le domaine de la culture mathématique, il apparaît que c'est plus un jeu de l'école qui s'éloigne des préoccupations des élèves plutôt qu'une nécessité ; d'autant plus que la démonstration formelle qui est souvent enseignée confond l'apprentissage des règles de la démonstration et l'apprentissage de la démonstration.

Un des outils permettant de faire entrer les élèves dans ce jeu mathématique est le concept de « narrations de recherche » : l'équipe a étudié le rôle de la narration de recherche pour la mise en place dans les classes de ZEP de ces notions clefs du programme. Cet outil pédagogique a été étudié (Sauter, 1998) (Aldon & Vilas Boas, 2008) et ses effets sur les conceptions des mathématiques des élèves relevés ; pour autant, les narrations de recherche ne sont que peu utilisées dans les classes et très marginalement dans les zones d'éducation prioritaire. Les hypothèses de base :

1. distinction recherche et rédaction d'une preuve,
2. tendance dans les ZEP à d'une part parcelliser les savoirs et d'autre part à fournir très vite des aides (souvent procédurales et moins souvent conceptuelles),
3. valorisation de la prise d'initiative...

Les cadres théoriques sur lesquels nous nous appuyons sont :

- d'une part de la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1986) et plus particulièrement les notions de milieu et de contrat (Brousseau, 1997), (Margolinas, 1998), (Perrin-Glorian & Hersant, 2003), les aspects particuliers de problèmes de recherche dans la classe (Arsac & Mante, 2007) et de dimension expérimentale des mathématiques (Aldon & Durand-Guerrier, 2007), (Dias, 2007), éléments importants de notre problématique,
- et d'autre part de l'ergonomie cognitive (Samurçay & Pastré, 1998), (Robert & Rogalski, 2002) ; nous pensons en effet que la diffusion des méthodes d'enseignement passe d'une part par une analyse des apprentissages des élèves mais aussi par une analyse des gestes professionnels qui faciliteront la mise en œuvre dans les classes des narrations de recherche.

## Construction de la ressource

Le travail de recherche porte sur la réalisation et l'analyse critique de ressources dont le but serait d'aider les enseignants à mettre en place des activités de narration de recherche en classe. Les cadres théoriques qui sont interrogés sont d'une part la théorie des situations didactiques et d'autre part l'ergonomie cognitive (analyse des gestes professionnels). La construction de cette ressource s'appuie sur des expérimentations en classe et est construite pour permettre aux utilisateurs diverses entrées.

### **Entrée par les notions enseignées et les compétences développées**

Une première entrée permettra aux utilisateurs de trouver des sujets de narration de recherche en lien avec les programmes de mathématiques du collège et s'appuyant sur les connaissances à acquérir. Un point particulier portera sur les notions en jeu dans ces problèmes en référence au travail EXPRIME (Aldon et al., 2010)

Différents sujets couvrant des grands champs de l'enseignement des mathématiques au collège :

- Géométrie combinatoire
- Géométrie du triangle et du cercle
- Géométrie et surfaces
- Géométrie de l'espace
- Numérique
- Fonctions et modélisation
- Probabilités

Un autre aspect particulièrement important pour le travail réalisé est la prise en compte de différents aspects de l'évaluation des compétences mises en œuvre dans le travail de narration de recherche et liées d'une part à la maîtrise de la langue, et d'autre part aux compétences des piliers 6 et 7 : compétences sociales et civiques en développant notamment les règles du débat mathématiques et l'argumentation, compétences de développement de l'autonomie et l'initiative qui sont développées dans le travail de narrations de recherche. Sans oublier, bien sûr les compétences du pilier 3 concernant les principaux éléments de mathématique et de culture scientifique. Les élèves sont ainsi amenés à se confronter à une tâche complexe et à mobiliser des compétences diverses qui peuvent être évaluées par le professeur :

*La tâche complexe fait partie intégrante de la notion de compétence, comme le rappelle le préambule du socle commun : « maîtriser le socle commun de connaissances et de compétences, c'est être capable de mobiliser ses acquis dans des tâches et des situations complexes, à l'École puis dans sa vie [...] »* (“Le livret personnel de compétences,” 2009)

Les analyses a priori des sujets de narrations de recherche s'appuient sur les points suivants :

- Objectifs du sujet (notions abordées)
- Liens avec les programmes
- Pistes envisagées (différentes solutions possibles du sujet)
- Difficultés rencontrées par les élèves
- Quelle variante d'énoncé choisir ?
- Prolongements possibles
- Déroulement prévu

## Entrée par les expérimentations

Chacune des narrations de recherche ont été expérimentées en classe ; il sera possible de trouver des relations de ce qui s'est effectivement passé dans les classes : ce que les élèves ont fait mais aussi la façon dont les enseignants ont géré les différentes phases d'une narration de recherche :

- la présentation du problème en lien avec une négociation du contrat (Brousseau, 1997)
- l'organisation de la recherche du problème et l'importance pour la dévolution du problème des phases de recherche en groupe, en classe, à la maison ;
- l'organisation des comptes rendus, de l'évaluation du travail.

L'ensemble des expérimentations faites en classe permettent de dégager des méthodologies d'observation d'une part en suivant l'évolution du travail d'un élève dans le temps et sur plusieurs narrations de recherche et d'autre part en regardant le travail de tous les élèves d'une classe pour une narration donnée.

Un élève, plusieurs narrations :

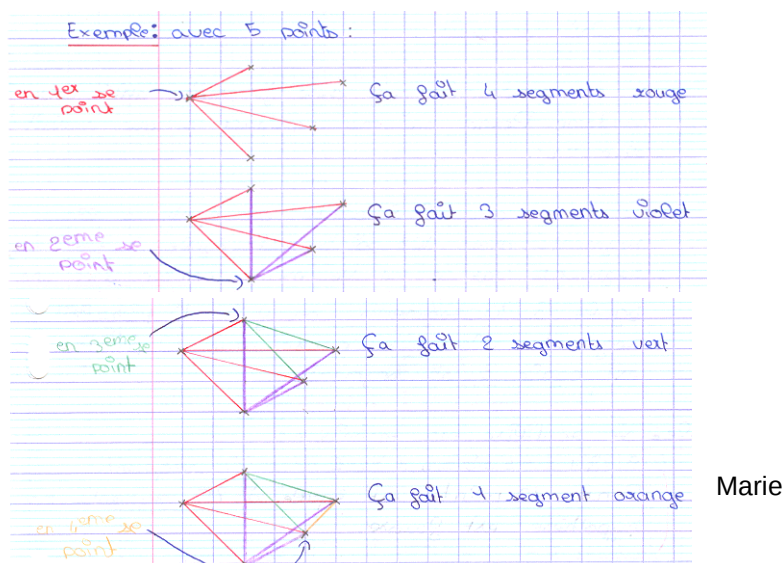
Les éléments que nous souhaiterions pointés à travers l'évolution des copies d'un élève sont multiples ;

- en ce qui concerne la quantité d'écrit d'élèves dont la maîtrise de la langue est encore incertaine ;
- les évolutions des registres de représentation : souvent, lors de la première narration, les dessins sont absents, les justifications éloignées du problème mathématique ;
- les évolutions des attitudes face au problème : ainsi, cet élève qui dans la deuxième narration signale qu'il regarde la télévision « me ça me dérange pas à travailler » alors que dans la troisième, un glissement important est réalisé lorsqu'il déclare : « je regarde le billard et j'ai recommencé de faire le billard et j'ai fait autre billard »
- les évolutions des références aux connaissances mathématiques ;
- les évolutions du sens des apprentissages : « Mais je me demande pourquoi vous nous demandez de faire ça. Ca complique pour moi » signale une élève ; La question du sens de l'école est posé ici de manière cruciale, sans agressivité et en forte résonance avec les difficultés que le métier d'enseignant peut rencontrer.

Une narration, plusieurs élèves

Également lié au travail du professeur, ces observations permettent de pointer des compétences comme sur les extraits ci-dessous.

Faire des figures claires, soignées et organisées



Expliquer clairement les pistes que l'on entend

Multiplication:  
Si je multiplie le point et le segment :  
 $1 \times 0 = 0$     $2 \times 1 = 2$   
Sa ne marche pas.  
Si je multiplie le point et le point suivant:  
 $1 \times 2 = 2$     $2 \times 3 = 6$     $4 \times 5 = 20$   
Sa ne marche pas.

Additions:  
Si j'additionne le point et le point suivant:  
 $1+2=3$     $2+3=5$   
Sa ne marche pas.  
Si j'additionne le point et le segment:  
 $1+0=1$ ;  $2+1=3$ ;  $3+3=6$ ;  $4+6=10$ ;  $5+10=15$   
 $6+15=21$ . Sa marche.

Divisions:  
Si je divise le point et le segment:  
 $2:1=2$     $3:3=1$     $4:6=0,66$   
Sa ne marche pas.  
Si je divise le point et le point suivant:  
 $1:2=0,5$     $2:3=0,66$     $3:6=0,5$   
Sa ne marche pas.

Alyssia

## Entrée par le travail du professeur

Un des aspects important des narrations de recherche est la gestion de la classe par le professeur. La négociation du contrat, la dévolution des problèmes, la gestion des recherche et l'évaluation du travail réalisé s'appuient sur des gestes professionnels qu'il s'agit de mettre en évidence pour permettre une diffusion du travail.

Un des aspects que nous avons particulièrement travaillé est la mise en place en classe de la première narration de recherche. Le travail réalisé dans l'équipe montre à la fois toute la difficulté et les conséquences à long terme de ce premier travail. C'est pourquoi nous avons mis à l'épreuve des outils facilitant cette mise en œuvre en nous appuyant sur des observations de classes.

## Conclusion

En nous appuyant sur les observations faites en classe et en référence aux cadres théoriques évoqués dans l'introduction, nous pouvons présenter le cadre général et les premiers éléments de la ressource construite pour faciliter l'utilisation dans la classe de mathématiques des collèves ZEP des narrations de recherche en lien avec l'introduction de la démonstration. Nous nous appuyerons sur des exemples concrets pour présenter la réflexion ayant conduit à la mise en place de cette ressource.

## Bibliographie

- Aldon, G., Cahuet, P., Durand-Guerrier, V., Front, M., Krieger, D., Mizony, M., & Tardy, C. (2010). *Expérimenter des problèmes de recherche innovants en mathématiques à l'école*. INRP.
- Aldon, G., & Durand-Guerrier, V. (2007). The experimental dimension in mathematical research problems. Dans *Actes de la CIEAEM59*.  
<http://educmath.inrp.fr/Educmath/partenariat/partenariat-inrp-07-08/exprime/1presentation.pdf>.
- Aldon, G., & Vilas Boas, H. (2008). Les élèves de collège sont-ils capables de raisonner ? Académie de Reims.
- Arsac, G., & Mante, M. (2007). *Les pratiques du problème ouvert*. Scéren CRDP de Lyon.
- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. (L. P. S. Grenoble, Éd.) *Recherches en Didactique des mathématiques*, 7-2.
- Brousseau, G. (1997). La théorie des situations didactiques. Dans *Cours à l'Université de Montréal*.  
[http://pagesperso-orange.fr/daest/guy-brousseau/textes/TDS\\_Montreal.pdf](http://pagesperso-orange.fr/daest/guy-brousseau/textes/TDS_Montreal.pdf).
- Dias, T. (2007). Les mathématiques à l'école élémentaire, une science expérimentale ? *Les cahiers pédagogiques*, 427.
- Le livret personnel de compétences. (2009). . MEN. Retrouvé de  
<http://eduscol.education.fr/cid50182/livret-competences.html>
- Margolinas, C. (1998). Le milieu et le contrat, concepts pour la construction et l'analyse de situations d'enseignement. Analyse des pratiques enseignantes en didactique des mathématiques. *Actes de La Rochelle juin 1998*, 3-16.
- Perrin-Glorian, M., & Hersant, M. (2003). Milieu et contrat didactique, outils pour l'analyse de séquences ordinaires. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 23/2, 217-276.
- Robert, A., & Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *La revue canadienne des sciences, des mathématiques et des technologies*, 2.4, 505-528.

- Samurçay, R., & Pastré, P. (1998). L'ergonomie et la didactique. L'émergence d'un nouveau champ de recherche : didactique professionnelle. Dans *Deuxièmes journées Recherche et Ergonomie, Toulouse*.
- Sauter, M. (1998). Narrations de recherche, une nouvelle pratique pédagogique. *Repères IREM, 30*.