

*Gilles Aldon, Pierre Arnoux, Anne Calpe, Yves
Matheron, Christian Mercat, Serge Quilio,
Sophie Soury-Lavergne, Jana Trgalova*

**Problèmes du rapport scolaire et social aux
mathématiques :**

identification des causes et propositions de solutions



Journées mathématiques IFÉ-ENS de Lyon
2013

Table des matières

Présentation des journées 2013	4
Conférence de Pierre Arnoux	8
Sous-thème 1	32
Sous-thème 2	44
Atelier 1	58
Atelier 2	65
Atelier 3	83
Atelier 4	124

PRÉSENTATION DES JOURNÉES 2013

Les journées mathématiques de l'IFÉ de juin 2013 ont été portées par la volonté de les inscrire dans le prolongement de la journée du 13 mars 2012 sur les apprentissages mathématiques au niveau du socle commun, organisée conjointement par l'Institut Français de l'Éducation et l'Inspection Générale de Mathématiques, à la demande de la Direction Générale de l'Enseignement Scolaire du Ministère de l'Éducation Nationale. Néanmoins, le thème des rapports scolaire et social aux mathématiques, sous lequel s'est placée la session 2013 de ces journées, englobe et transcende les seuls niveaux du socle commun et de la scolarité. Il pose la question des rapports que la société entretient avec les mathématiques, dans leur usage, leur enseignement, voire dans leur production. Plusieurs indices, notamment ceux concernant les résultats des élèves en fin de primaire et en fin de collège, avaient motivé que l'on se penche en 2012 sur les mathématiques du socle. Lors des journées mathématiques 2013, on souhaitait aborder aussi les mathématiques enseignées au lycée et à l'université et, de manière beaucoup plus large, les rapports entre société et mathématiques. Les résultats PISA 2012 n'étaient pas encore publiés mais, sans être grand devin, chacun pressentait que la tendance à la baisse des performances des élèves, exprimée lors des précédentes évaluations, n'avait pu être inversée entre temps et qu'elle était sans doute en train de s'amplifier.

L'abord de la question s'est appuyé sur trois conférences qui ont ponctué les travaux de cette session. Elles ont traité de quelques-unes des questions qui font l'actualité des rapports aux mathématiques. Que traduit la baisse quantitative des étudiants se dirigeant vers des études scientifiques et notamment mathématiques ? En particulier, que signifie la baisse importante du nombre des candidats aux concours de l'enseignement des mathématiques, baisse qui se confirme encore pour les reçus de la session 2014 ? Quelle formation pour des professeurs enseignant les mathématiques, du primaire à l'université ? De quelle manière enseigner les mathématiques pour des apprentissages effectifs et qui ont du sens ? De quelles ressources les enseignants pourraient-ils disposer et de quelle manière les construire et les expérimenter ? Enfin, au soubassement de ces questions : quel rapport la société entretient-elle aux mathématiques, en dehors du seul rapport à une discipline scolaire, par exemple à travers les musées scientifiques et maisons des mathématiques, comment les perçoit-elle et pourrait-elle les percevoir différemment, quelles mathématiques serait-il bon que tout citoyen connaisse ? Les conférences données par Pierre Arnoux, Ferdinando Arzarello et Vincent Borelli ont marqué des moments entre sessions d'ateliers et de communications, et ont servi de points d'appuis nourrissant les débats. Dans cette publication, ne figure que le texte support de la conférence de Pierre Arnoux qui revenait de manière critique sur ce que l'on a pu désigner du terme de « désaffection pour les études scientifiques ».

Quatre ateliers étaient proposés aux équipes associées à l'IFE.

1. Mathématiques, didactique et enseignement : évolutions récentes. Responsables : Pierre Arnoux et Christian Mercat

Les différentes communautés à prendre en compte dans l'étude de l'enseignement, de l'apprentissage, de la diffusion et de la formation en mathématiques, qu'elles soient disciplinaires, scientifiques ou professionnelles, sont amenées, certainement davantage que par le passé, à dialoguer et à coopérer efficacement.

Les réalisations récentes en diffusion des mathématiques, comme les vignettes Klein, les brèves MPT2013, les films Dimensions et Chaos, le projet Cap'Math d'Animath ou le travail associatif, amènent à questionner les rapports qu'entretiennent particulièrement les mathématiciens, les didacticiens et les enseignants, dans le jeu des contraintes et enjeux des institutions, universités, laboratoires, établissements scolaires, rectorats, inspections générale et académiques. Chacun de ces acteurs et institutions porte un regard et un éclairage singuliers sur la question.

Cet atelier s'est proposé de questionner les apports de ces interactions pour l'enseignement, la diffusion et l'apprentissage des mathématiques. Pour l'enseignement secondaire, comment sont organisées ces interactions entre enseignants, didacticiens des mathématiques, animateurs scientifiques de la diffusion et mathématiciens ? Comment en estimer l'apport ? Comment les recherches en didactique des mathématiques peuvent-elles avoir une influence sur l'apprentissage au travers du travail des enseignants ? Quels travaux communs entre didacticiens, mathématiciens et enseignants sont conduits et quels en sont les effets dans les classes ?

2. Mathématiques, technologies de l'information et ressources. Responsables : Gilles Aldon et Jana Trgalova

Les technologies de l'information et de la communication pour l'éducation sont un élément clé pour l'ensemble des processus éducatif du XXI^e siècle. Aussi bien pour les enseignants que pour les élèves, la compréhension des potentialités et du fonctionnement des technologies, la maîtrise des fonctionnalités et la conscience des difficultés de l'utilisation des technologies, sont des enjeux essentiels pour l'éducation mathématique. Du point de vue de l'enseignement, le développement technologique provoque des évolutions importantes du métier d'enseignant, notamment dans la création ou l'utilisation de ressources adaptées aux objectifs d'enseignement. Du point de vue des élèves, les outils technologiques offrent des perspectives nouvelles pour la compréhension de concepts mathématiques en facilitant une approche expérimentale des mathématiques. Cet atelier s'est proposé d'interroger les apports des technologies pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques dans la société.

3. Mathématiques et enseignement secondaire. Responsables : Anne Calpe et Yves Matheron

L'enseignement des mathématiques dans le secondaire a été soumis à de nombreuses mutations ces dernières années. On peut ainsi relever :

- des redéfinitions fortes des curriculums : introduction de l'algorithmique en Lycée, à tous les niveaux un accroissement de la part consacrée à la statistique et une diminution générale de la part de la géométrie « pure » ainsi que de celle des transformations, une exigence accrue d'utilisation et de maîtrise des « nouvelles technologies »
- la volonté de mise en œuvre d'un enseignement sous forme de démarche d'investigation en Collège et en Lycée Professionnel
- l'introduction d'une approche par compétences, associée à un enseignement sous forme de « tâches complexes » au niveau du socle, notamment en Collège
- des modifications du système de formation et de recrutement des nouveaux enseignants

Cet atelier a proposé de questionner les modifications et évolutions dans les pratiques d'enseignement des professeurs de mathématiques du secondaire nécessitées par la prise en compte de ces différents éléments. Au-delà de l'étude des raisons à l'origine de ces changements, quelles propositions, quelles contraintes, quelles difficultés, quelles conditions pour leur intégration au sein du système ? Quels dispositifs, quelles structures et quelles pratiques pourraient soutenir les enseignants dans ces mutations de leur métier ? Quels apports issus des collaborations entre équipes de recherche et groupes d'enseignants, en particulier dans le cadre des dispositifs LéA mis en place par l'IFÉ ? Quel type d'accompagnement des enseignants, qu'ils soient entrants dans le métier ou pas ? Quelle diffusion et quelle réception des ressources produites ?

4. Mathématiques et école primaire. Responsables : Serge Quilio et Sophie Soury-Lavergne

Les travaux de l'IFÉ relatifs à l'apprentissage et à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire s'organisent autour de recherches reconnues ou bien identifiées, telles que celles de l'équipe Ermel ou du Lieu d'éducation Associé (LéA) Saint Charles de Marseille, ainsi qu'autour de recherches plus récentes concernant l'intégration des technologies, comme le projet national Mallette ou le projet MaDyP.

L'objectif de l'atelier était celui de réunir des praticiens et chercheurs collaborant au sein et autour de l'IFÉ afin de favoriser la connaissance mutuelle des différents travaux et réfléchir collectivement au développement de questions de recherche relatives aux mathématiques à l'école primaire.

L'atelier proposait de faire un point sur l'actualité de ces questions et de mettre au travail les participants à partir des quatre entrées suivantes :

1. La collaboration entre enseignants-praticiens et chercheurs
2. L'analyse de situation(s) sous l'angle didactique et mathématique
3. L'analyse collective de productions d'élèves
4. L'analyse didactique d'artefacts techniques ou informatiques

Enfin, des communications en plénière ont pris place autour de deux sous-thèmes du thème de ces journées

Sous-thème 1. Les contenus mathématiques, du primaire au supérieur, connaissent régulièrement des changements et des transformations : des mathématiques jusqu'alors enseignées sortent des programmes, alors que des savoirs mathématiques nouveaux y font leur entrée.

Au-delà des raisons qui motivent ces changements, on peut s'interroger sur les conséquences concrètes qu'ils induisent. Tout d'abord en termes de réception par des professeurs devant enseigner des savoirs nouveaux qu'ils n'ont peut-être pas étudiés en formation initiale et, de manière concomitante, en termes de ressources nouvelles qu'il faut alors créer. Quelle organisation logique et rationnelle du curriculum mathématique après ces changements ? Enfin, quel apport nouveau à la connaissance mathématique des élèves, ou encore à leur rapport aux mathématiques et à leur étude, ces changements provoquent-ils ?

Sous-thème 2. Les formes selon lesquelles les mathématiques sont enseignées évoluent. Les cours magistraux ou dialogués ont été remplacés par un enseignement des mathématiques sous forme d'activités qui se présentent de manière différente : fichiers, activités de manuels ou trouvées sur l'Internet, exercices, propositions d'enseignement bâties sous le contrôle des théories didactiques et expérimentées dans les classes avant diffusion, enseignement convoquant plusieurs disciplines (TPE, démarche d'investigation, par exemple).

Au-delà des raisons qui les motivent, on peut s'interroger sur les conséquences concrètes qu'induisent les formes sous lesquelles sont enseignées les mathématiques. Quels sont leurs effets en termes d'apprentissage par les élèves ? Quels sont leurs effets sur l'intérêt trouvé par les élèves à l'étude des mathématiques ? Quelle formation des enseignants pour mener à bien des activités qui laissent de la place à la recherche par les élèves et soient mathématiquement consistantes ? Quelles sont les propositions viables au sein du système éducatif et quelles sont celles qui ne le sont pas ?

On trouvera dans les pages suivantes et dans cet ordre, le texte support de la conférence de Pierre Arnoux, puis les communications en plénière pour les deux sous-thèmes et enfin les communications en atelier suivant l'ordre de leur numérotation.

Yves Matheron

CONFÉRENCE DE PIERRE ARNOUX

Le texte suivant a été tout d'abord publié dans Skhôle, et il a servi d'appui à la conférence donnée par Pierre Arnoux. Son objet est le questionnement de ce que l'on a pu qualifier de « désaffection pour les mathématiques », expression contestée par l'auteur, mais néanmoins symptomatique d'un malaise diffus dont les causes sont exposées dans les lignes qui suivent.

Sur la « désaffection » pour les études scientifiques

1. Introduction

1.0. Les faits

En 1995, le nombre d'étudiants qui s'inscrivaient pour la première fois en université scientifique était de 63720. En 2005, au terme d'une décennie de chute ininterrompue, ce nombre était tombé à 38200, soit une chute de 40 % en dix ans ; en 2011, on en était à 33154¹. Un chiffre moins connu : le nombre de bacheliers scientifiques passe en 4 ans, de 1994 à 1998, de 140 497 à 122 148, pour osciller ensuite autour de 130 000 et se redresser dans les dernières années. Ces chiffres, et de nombreux autres qui leur sont reliés, ainsi que le constat d'une baisse de niveau (moins facilement quantifiable) des étudiants dans certaines filières ont alerté au bout de quelques années les responsables ; ils témoignaient clairement d'une crise, et de nombreux rapports plus ou moins récents ont tenté d'éclaircir le phénomène à partir du début des années 2000 (voir les références en fin de texte à Ourisson [10], Porchet [12], Dercourt [5], Klein [7], et Convert [3].

1.1. Une explication simple : la « désaffection »

On a donné à cette chute une interprétation simple : si les étudiants se dirigeaient en moins grand nombre vers les études scientifiques, *c'est qu'ils n'aimaient plus la science*. Cette interprétation était directement compréhensible par tous ; elle a fourni le thème de nombreux articles, et pour la plupart des journalistes, cette *désaffection*, suivant le terme qui s'est imposé pour parler du phénomène, avait deux causes : d'une part, la science était ennuyeuse, car mal enseignée par des professeurs inaptes à la pédagogie, et d'autre part, la science

¹ Les chiffres donnés dans ce texte peuvent être vérifiés indépendamment : quand aucune référence n'est donnée, ils proviennent directement des études de la Direction de l'Évaluation, de la Prospective et de la Performance (DEPP) du ministère de l'éducation nationale, et en particulier de la remarquable publication « Repères Et Références Statistiques » (RERS), accessible sur le web à l'adresse : <http://www.education.gouv.fr/pid316/reperes-et-references-statistiques.html>

avait fait la preuve des dégâts qu'elle peut causer (vache folle, Tchernobyl, Bhopal, réchauffement climatique... La liste est longue).

L'explication par la *désaffection* a de nombreux avantages. Elle est claire, simple, elle ne remet personne (sinon les enseignants) directement en cause, elle est mondiale (voir les chiffres de l'OCDE), et résulte donc d'une crise de civilisation. Pour en parler, nul besoin d'études fines : s'il s'agit d'un phénomène mondial de civilisation, ce ne sont pas quelques détails qui changeront les choses, et les solutions ne peuvent venir de mesures concrètes et particulières, qui ne sauraient affecter un tel phénomène ; c'est l'ensemble de la façon dont notre société voit la science qu'il faut modifier, ce qui n'est sûrement pas à la portée de mesures réglementaires. Au mieux, on peut demander aux enseignants de faire preuve de plus de pédagogie, et proposer, comme cela a été fait, des campagnes d'information pour montrer l'intérêt de la science.

1.2. Les limites de cette explication

Je voudrais montrer que cette explication est incomplète, voire fautive, pour plusieurs raisons.

Tout d'abord, aucune étude sérieuse ne permet de conclure que les générations actuelles sont moins intéressées par la science que celles qui les précèdent ; comme le montre la première partie ci-dessous, les témoignages illustres de défiance pour la science ne datent pas d'aujourd'hui, et l'on n'a aucune raison de penser que l'état d'esprit général ait changé récemment, au-delà des articles récurrents sur le sujet.

Ensuite, comme je le rappelle dans les deuxième et troisième parties, cette vue des statistiques est extrêmement partielle : avant la chute actuelle, le nombre de bacheliers scientifiques et d'étudiants en sciences avait connu un quasi doublement lors de la décennie 1985-1994. Il faudrait alors expliquer comment a pu se produire une aussi extraordinaire *affection* pour les sciences, et comment elle a pu se retourner en un an (le processus s'inverse très brutalement en 1994 pour le baccalauréat, et logiquement l'année d'après en université). De plus, les statistiques mondiales de l'OCDE sont moins claires qu'on ne le dit : elles connaissent de fortes variations en Allemagne, assez bien expliquées par des causes économiques ; aux Etats-Unis, un rapport récent de la NSF [9] montre une augmentation de 30% du nombre de *graduate students* en sciences et technologie depuis 2010.

Dans ce pays, l'opposition est moins entre les études scientifiques et les autres qu'entre études professionnalisées et études fondamentales, que ce soit en lettres ou en sciences. C'est d'ailleurs aussi le cas en France : on constate une chute régulière des effectifs en lettres. On pourra consulter là-dessus le petit livre de Bernard Convert, auquel cet article doit beaucoup.

Enfin, il n'y a pas de raison de croire que les étudiants se dirigent en priorité vers les études qu'ils *aiment*, comme le bon sens porterait à le croire ; ils choisissent plutôt, de façon très sensée, des études qui leur sont accessibles, et

leur apportent des débouchés. La profession qui attire le moins d'élèves de terminale scientifique est celle d'expert financier (voir Convert) ; mais le master de mathématiques qui a le plus gros effectif en France est celui de mathématiques financières de Paris VI, réputé pour sa difficulté, son haut niveau théorique, et ses débouchés particulièrement attractifs...

1.3. Une autre vue sur la chute des effectifs

On peut, en regardant les faits, avancer une toute autre explication.

La chute, puis la stagnation, du nombre de bacheliers scientifiques, proviennent essentiellement de la réforme de la « rénovation pédagogique », conçue vers 1990, appliquée en seconde à la rentrée 1992 et arrivée au baccalauréat en 1995, poursuivie par la « réforme des lycées » de 2000 et par la dernière réforme en cours d'application ; je montre dans la deuxième partie, sur le lycée, que ces réformes, mal conçues et mal appliquées, ont eu des effets exactement contraires aux buts proclamés, aboutissant à une baisse des effectifs, une diminution du niveau et une sélection sociale renforcée, pour un coût largement accru.

La troisième partie est consacrée à l'université. La chute, beaucoup plus importante, des effectifs universitaires, peut être analysée comme une sorte « d'accident industriel », provenant de l'action conjointe de plusieurs causes : la diminution des effectifs de bacheliers et la présélection disciplinaire opérée en terminale se sont ajoutées à des problèmes plus anciens liés au manque d'attractivité des études universitaires fondamentales face à la concurrence des classes préparatoires et des études médicales (problème qui était masqué par la limitation des effectifs de ces filières sélectives, effectifs fortement accrus par la suite). De plus, une partie des débouchés naturels de l'université, en particulier dans l'enseignement et la recherche, sont devenus plus incertains et moins attractifs; la désorganisation des enseignements universitaires, liée à une réforme mal menée (le fameux LMD), et la destruction de la formation des enseignants ont fait le reste.

1.4. Des pistes pour un renouveau

Si ces explications sont correctes, la chute constatée ne vient pas de facteurs immatériels, mais de causes concrètes, sur lesquelles on peut agir ; je ferai dans la dernière partie quelques propositions précises.

Si l'on ne prend pas en compte l'histoire, et les causes réelles du phénomène actuel, on sera probablement amené à poursuivre de fausses réformes, continuant l'effet des précédentes ; la situation, qui n'est pas bonne, deviendrait alors catastrophique.

C'est une situation pour laquelle les anglo-saxons ont un joli proverbe : **Quand on est au fond d'un trou, il faut arrêter de creuser.**

2. Y a-t-il vraiment une « Désaffection pour les sciences » ?

Il est devenu habituel de penser que le public, et en particulier les jeunes, se sont récemment détournés de la science; comme le dit un rapport d'Etienne Klein [7] en 2007 : *L'image des scientifiques est devenue une sorte de superposition quantique des figures de Pasteur et de Frankenstein.*

Ce changement se serait produit à une date non précisée, mais récente ; il serait lié à divers témoignages récents de la nocivité potentielle de la science, parmi lesquels on cite en général Tchernobyl et la vache folle, ou plus récemment l'explosion d'AZT à Toulouse. On oppose régulièrement une vision optimiste de la science, souvent caractérisée par Jules Verne, qui avait cours dans le passé, à une vision moderne, désenchantée, présentée par les auteurs modernes.

2.0. Le progressisme du XIX^e siècle contre le pessimisme du XX^e ?

Les auteurs du passé étaient-ils vraiment plus partisans de la science qu'aujourd'hui ? Sans remonter à Rabelais (*Science sans conscience n'est que ruine de l'âme*), que constate-t-on ?

L'image emblématique du savant fou, dans les livres ou au cinéma, n'est-elle pas celle de Frankenstein ? On ne peut pourtant pas dire qu'il s'agisse d'une œuvre récente : le roman fut imaginé par Mary Shelley en 1816, lors de la fameuse « année sans été » qui suivit l'éruption du Tambora ; comme image récente de la *désaffection pour les sciences*, on fait mieux !

Le dix-neuvième siècle et le début du vingtième abondent en romans décrivant des savants fous, ou dépassés par leur création, comme Stevenson (*Docteur Jekyll et Mister Hyde*), Wells (*L'homme invisible*, *La machine à remonter le temps*), Meyrink (*Le Golem*), tous devenus des archétypes, ou plus récemment Huxley (*Le meilleur des mondes*). Jules Verne lui-même est plus complexe qu'on ne le dit : son œuvre regorge de scientifiques peu sympathiques, comme Herr Schultz, tué par l'explosion de son obus infernal, dans *Les 500 millions de la bégum*, ou Robur le conquérant. Le capitaine Nemo, que l'on voit éperonner un navire impuissant et regarder la fin de son équipage, est-il si positif ? Et l'on sait peu que l'un des premiers romans de Jules Verne, *Paris au XX^e siècle*, longtemps inédit, décrit la vie misérable d'un poète dans le Paris de 1960, où la science a triomphé, et où la littérature et les arts sont méprisés...

Quant aux auteurs actuels, sont-ils si souvent adversaires de la science ? Regardez par exemple l'un des auteurs les plus populaires de ces dernières années, Michael Crichton : dans son roman peut-être le plus connu, *Jurassic Park*, les héros positifs sont tous des enfants ou des scientifiques ; les « méchants » sont des millionnaires, des financiers ou des avocats ; ce sont les scientifiques qui comprennent ce qui se passent, expliquent pourquoi les choses tournent mal, et permettent aux autres de survivre. Dans la plupart de ses romans, Crichton s'avère plus « scientifique » que Jules Verne, et il n'est pas le seul

; bien des livres de science-fiction des 30 dernières années décrivent des crises déterminées par un dysfonctionnement social, et non technique, et dont la solution est apportée par un scientifique.

A moins d'un recensement exhaustif, qui n'est jamais présenté, il me semble impossible de dégager une véritable tendance : depuis que la science existe, il y a toujours eu des oeuvres qui en exaltent les aspects positifs, et d'autres qui en dénoncent le *côté obscur*.

2.1. *L'allergie à la science est-elle moderne?*

Les écrivains du XIX^e siècle ont souvent clamé leur dégoût de la science, et en particulier des mathématiques ; il n'y a là rien de nouveau. Citons par exemple ces quelques vers de Victor Hugo, dans *La légende des siècles*:

...
Là, pèse un crépuscule affreux, inexorable.
Au fond, presque indistincts, l'absolu, l'innombrable,
L'inconnu, rocs hideux que rongent des varechs
D'A plus B ténébreux mêlés d'X et d'Y grecs;
Sommes, solutions, calculs où l'on voit pendre
L'addition qui rampe, informe scolopendre !
Signes terrifiants vaguement aperçus !
Triangles sans Brahma ! croix où manque Jésus !

Ou encore, dans *Les contemplations* :

J'étais alors en proie à la mathématique.
Temps sombre ! enfant ému du frisson poétique,
Pauvre oiseau qui heurtait du crâne mes barreaux,
On me livrait tout vif aux chiffres, noirs bourreaux ;
On me faisait de force ingurgiter l'algèbre ;
On me liait au fond d'un Boisbertrand funèbre ;
On me tordait, depuis les ailes jusqu'au bec,
Sur l'affreux chevalet des X et des Y ;

...
 Rappelons que c'est Flaubert, dans une lettre, qui est l'auteur du célèbre problème sur l'âge du capitaine... Bien sûr, à la même époque, d'autres écrivains ont écrit des hymnes à la science, comme Lautréamont :

O mathématiques sévères, je ne vous ai pas oubliées, depuis que vos savantes leçons, plus douces que le miel, filtrèrent dans mon coeur, comme une onde rafraîchissante. (...) Arithmétique ! algèbre ! géométrie ! trinité grandiose ! triangle lumineux ! Celui qui ne vous a pas connues est un insensé ! (...)

Il est probable que le goût des sciences est de tous les temps, comme son contraire, l'allergie aux sciences et en particulier à ce qu'un élève rencontre le

plus tôt, les calculs. On ne trouvera pas là une explication à ce qui s'est passé dans les années 90.

2.2. L'état d'esprit du public

On pourrait objecter, et l'on aurait raison, que ce ne sont pas les auteurs qui comptent, c'est la façon dont ils sont reçus, et en fin de compte, l'état d'esprit du public.

Mais il se trouve qu'il y a régulièrement des enquêtes sur la perception de la science par le grand public. Une enquête récente, dirigée par Daniel Boy [2], a été publiée lors d'un colloque du Palais de la Découverte ; elle montre que depuis des années, il n'y a essentiellement *aucune* évolution statistiquement significative de l'état d'esprit du public vis-à-vis de la science ; d'autres enquêtes auprès de lycéens de terminale (voir le livre de Convert [5]) montrent exactement la même chose.

Il est assez normal de penser que l'évolution technologique peut avoir des conséquences néfastes : c'est une remarque de bon sens, que tout citoyen normalement informé se doit de faire. On n'a aucune raison sérieuse de penser que cela éclaire les évolutions récentes. La catastrophe de Bhopal date de 1984, celle de Tchernobyl de 1986 : dans les dix années qui suivent, le nombre d'étudiants de science double en France ! Et la catastrophe d'AZF, avec ses trente morts, est précédée de catastrophes du même type, comme celle de Texas City (1947, 581 morts), de Brest (1947, 29 morts), ou d'Oppau (1921, 500 morts). Il faudrait des arguments précis pour penser que cette catastrophe a affecté plus profondément que les précédentes la vision de la science. Aucun chiffre n'est jamais donné à l'appui de cette opinion, et tous les articles de journaux sur le sujet sont basés sur des anecdotes reflétant la pensée commune d'un milieu restreint, souvent sans formation scientifique.

Il n'y a en réalité pas de raison convaincante de penser que la baisse du nombre d'étudiantsscientifiques soit due à un changement d'état d'esprit vis-à-vis des sciences. Par contre, on a de bonnes raisons de soupçonner des causes matérielles, liées à des changements récents.

3. Les dégâts de la « rénovation pédagogique » : l'évolution du lycée depuis 1980

3.0. L'évolution du nombre des bacheliers

L'évolution du baccalauréat peut être étudiée précisément ; un travail de Daniel Duverney [4], utilisant les données officielles de la DEP, a établi clairement ce qu'il en est (La DEP, Direction de l'Évaluation et de la Prospective, est le service du ministère de l'éducation nationale chargé de tenir les statistiques. Les notes qu'il produit sont librement accessible sur le réseau, et fournissent des chiffres très précis).

Partant d'un chiffre assez bas, les effectifs de l'ensemble des bacheliers ont crû fortement dans les années 60, avec un pic bien connu en 1968, rattrapé, puis dépassé, dans les années suivantes. A partir du début des années 70, la croissance s'est ralentie ; vers 1985, elle s'est envolée, jusqu'en 1995, où on voit un net changement de comportement, avec des fluctuations pendant 10 ans, et des hausses irrégulières depuis 2005 ; voir la figure 1.

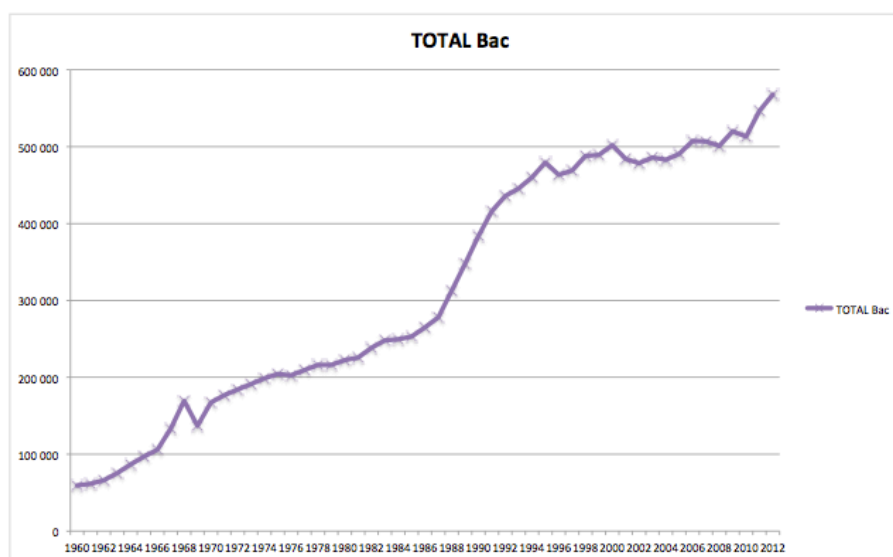


Figure 1 : nombre total d'admis au baccalauréat.

Il est intéressant de décomposer ce nombre d'admis aux baccalauréats suivant les trois types, professionnel, technologique et général (voir la figure 2). Le baccalauréat professionnel, créé en 1987, a crû rapidement pendant 13 ans, puis s'est arrêté de croître entre 2000 et 2005, date à laquelle il a repris une très forte croissance : il est seul responsable de la légère augmentation du nombre de bacheliers depuis 1995. Le baccalauréat technologique a connu une croissance régulière de sa création jusqu'en 1995, où il a connu une pause, puis un maximum en 2000, et une nette diminution depuis (près de 30 000 bacheliers technologiques en moins entre 2000 et 2012).

Enfin, le baccalauréat général est celui qui a l'histoire la plus contrastée ; après une forte croissance dans les années 60, il a connu une quasi-stagnation dans les années 70. A l'époque, beaucoup ont pensé que l'on était arrivé à un palier infranchissable ; le baccalauréat général aurait trouvé son niveau naturel, tous les élèves intellectuellement capables de poursuivre des études supérieures ayant atteint la fin du secondaire. Rétrospectivement, il semble surtout que les réformes entreprises au début des années 70 (les *mathématiques modernes*) avaient eu un fort effet malthusien, stoppant la croissance naturelle. Une réforme volontariste, entreprise au début des années 80, (époque du fameux slogan « 80%

d'une classe d'âge au niveau du bac ») a relancé la dynamique: le nombre de bacheliers généraux est passé de 170 564 en 1985 à 281004 en 1994, réalisant presque, à la surprise générale, l'objectif annoncé. Puis, autour de 1995, il y a un arrêt brutal de la croissance, et une baisse des effectifs (près de 30 000 bacheliers généraux en moins au début des années 2000), avant une légère reprise qui arrive à peine à retrouver en 2012 l'effectif de 1995, malgré une nette augmentation des taux de réussite.

Cette évolution doit être mise en regard des nombreux discours officiels expliquant la nécessité d'augmenter le nombre de diplômés de l'enseignement supérieur : le seul type de baccalauréat qui a crû dans les 15 dernières années est celui qui est supposé mener à une insertion directe dans la vie active, et pas à une entrée à l'université.

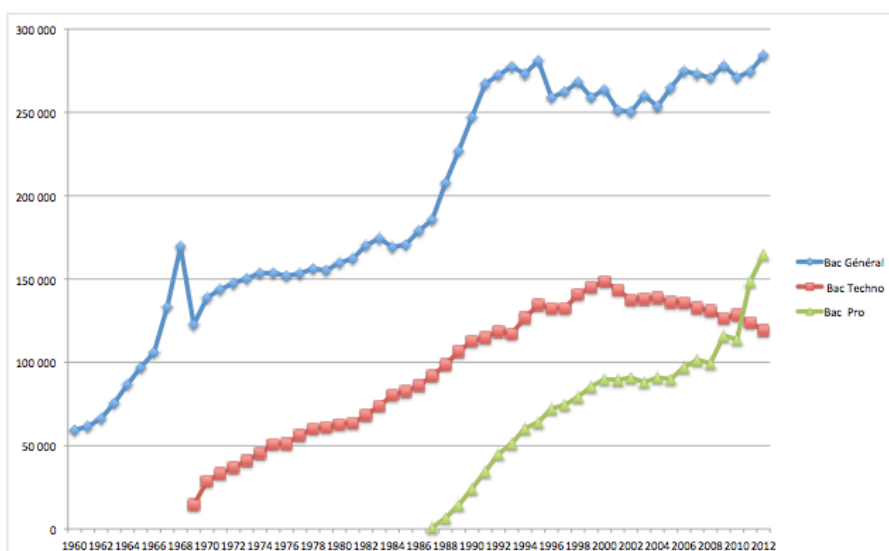


Figure 2 : Nombre d'admis dans les baccalauréats général, technologique et professionnel.

Il est également instructif de regarder l'évolution du baccalauréat général suivant les 3 filières, S, ES et L, montrée dans la figure 3. La filière ES, anecdotique au début des années 60, prend son envol à partir de 1968 et croît régulièrement (si l'on excepte une stagnation de 1995 à 2000) jusqu'à aujourd'hui. La filière L a connu une histoire plus contrastée, et elle est actuellement en plein déclin, revenue à un niveau inférieur à celui de 1966. Quand à la filière S, après une expansion forte dans les années 60, et une stagnation dans les années 70, elle a connu un quasi-doublement de 1985 à 1994, passant de 83479 reçus à 140 497 reçus, pour chuter de 20 000 dans les années suivantes, et revenir un peu au-dessus de 140 000 dans les dernières années.

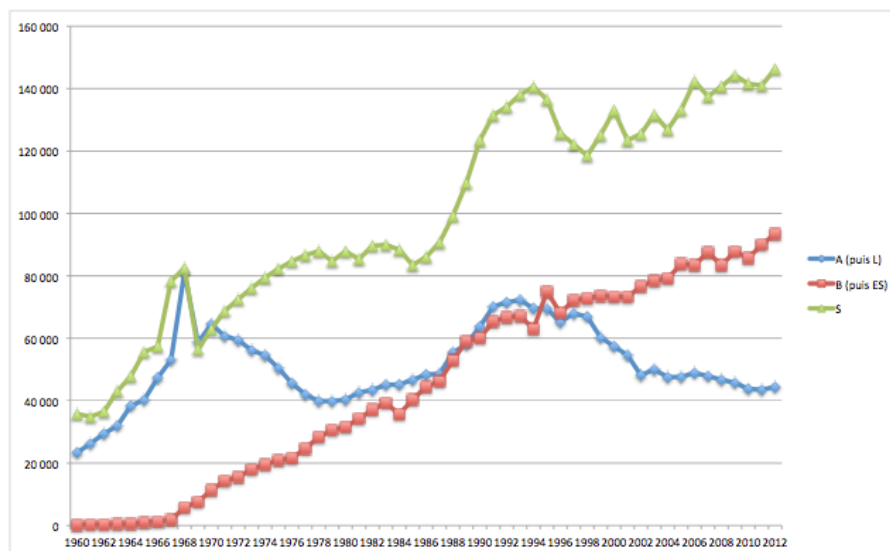


Figure 3 : Nombre d'admis dans les filières S, ES et L du baccalauréat général

3.1. La fausse explication démographique

Une explication est souvent avancée pour cet arrêt de croissance aux environs de 1995 : ce serait simplement dû à une baisse démographique. Les classes d'âge étant moins nombreuses, il y aurait une baisse naturelle, qui n'aurait rien d'inquiétant, mais serait l'effet mécanique d'une diminution du nombre de lycéens, sans rapport avec les cursus.

Il se trouve que cette explication est très facile à vérifier, les données de l'INSEE étant très précises sur le sujet : bien que régulièrement reprise, *elle est complètement fausse !* Il y a bien eu une baisse des classes d'âge, mais celle-ci s'est produite au début des années 1990, et il y a eu une reprise autour de 1995. Si l'on raisonne en pourcentage et non en valeur absolue, l'évolution est encore plus contrastée. Ce n'est pas là qu'il faut chercher une cause de la baisse.

3.2. Un facteur majeur : les réformes successives du lycée

Il existe pour ces changements une explication bien plus naturelle : les réformes successives du lycée. Il est après tout naturel, et finalement réconfortant, que des changements majeurs aient des effets mesurables !

On constate que ces évolutions sont liées directement, soit à des événements politiques (le cas le plus frappant étant bien sur celui du bac 68), soit à des changements profonds de la structure du lycée. Les réformes du début des années 1970 et celle de 1986 ont eu des effets visibles. Il est logique que la rénovation pédagogique, débutée en 1992, en ait eu aussi. Je vais montrer que c'est le cas, et expliquer les buts et les résultats de cette réforme.

3.3. Les buts de la « rénovation pédagogique »

La réforme du lycée entreprise au début des années 90 avait des buts précis.

Le premier était de sauver la filière littéraire, alors en perte de vitesse ; on décida donc de spécialiser plus cette filière, pour renforcer son identité. Le second était d'affirmer *l'égalité des sciences* (c'est une idée récurrente en France ; des réformes du même nom ont eu lieu dans les années 20, avec des résultats comparables). L'objectif affiché était de *casser la suprématie des mathématiques* ; à l'époque, la filière C attirait les meilleurs élèves, et sa composition sociale était plus favorisée que celle des autres sections. Le troisième était de démocratiser l'accès aux études supérieures.

Ces objectifs étaient louables, même si l'on peut s'étonner que des réformes pédagogiques ne parlent jamais du but de la formation, du contenu des études et de la formation des élèves (en ce qui concernent les connaissances et les méthodes qu'ils doivent acquérir au lycée). Qu'en est-il des résultats?

3.4. Les conséquences de la « rénovation pédagogique »

Sur tous ses objectifs, la « rénovation pédagogique », continuée par la « réforme des lycées », et poursuivie de façon constante par plusieurs administrations successives, est un échec complet et mesurable. L'article de Jean-Louis Piednoir [11] cité en annexe, non encore publié, contient tous les chiffres, que nous ne pourrions ici qu'effleurer.

L'effondrement de la filière L s'est accentué dans les années qui ont suivi la réforme, ce qui était prévisible : celle-ci supprimait la filière A1, lettres-mathématiques, qui représentait plus du tiers des élèves littéraires, et assurait une formation assez généraliste, que l'on ne retrouva plus ensuite qu'en S. La féminisation de cette filière s'est accentuée et atteint aujourd'hui 80%.

L'accès des jeunes aux études supérieures a connu une stagnation, et dans plusieurs domaines un déclin imprévu alors que les années précédentes avaient connu une expansion rapide ; c'est en particulier le cas à l'université, dans toutes les formations générales, et pas seulement en sciences. La chute dans le domaine des sciences atteint près de 50 % en 16 ans ; elle a été particulièrement rapide dans les premières années, mais se poursuit actuellement, sans que rien ne laisse prévoir une reprise.

Enfin, la sélection sociale a encore augmenté ; elle sépare aujourd'hui les filières générales des filières technologiques et professionnelles, comme avant, et au sein des filières générales, elle sépare S des séries L et ES.

A l'intérieur même de la série S, les *spécialités* de la classe de terminale, qui étaient supposées ne pas compter pour l'accès dans le supérieur et permettre aux élèves de choisir suivant leurs goûts, cassant ainsi la hiérarchie des disciplines, ont joué un tout autre rôle. Une concurrence stérile s'est engagée entre les disciplines scientifiques, et a fortement renforcé leur hiérarchie : des règles de notations absurdes au baccalauréat ont abouti à une forme de dumping, et rendu,

contre le vœu des enseignants, la spécialité mathématique plus difficile que les autres ; seuls les meilleurs élèves s'y engagent, ce qui diminue son effectif de façon régulière, tout en augmentant son prestige, et son attractivité sur les bons élèves. Cette évolution ne correspond pas à une demande des enseignants ni du public, et est contraire aux objectifs affichés ; rétrospectivement, c'est le résultat mécanique des réformes engagées.

Loin de réussir à démocratiser l'enseignement scientifique, la spécialité « mathématiques », trois fois plus faible en effectifs que l'ancienne voie C, et qui forme moins bien les élèves qui la fréquentent, à cause d'un horaire plus faible, est encore plus sélective. Elle compte une plus forte proportion d'élèves n'ayant jamais redoublé, et d'élèves d'origine sociale favorisée. Le taux de réussite au bac y est plus élevé qu'en spécialité SVT, de 7 points, et le taux de mentions bien ou très bien y monte à 40 %, ce qui tourne à l'absurde.

Tous ces chiffres sont publics et incontestables : ils sortent pour la plupart des publications officielles du ministère et sont accessibles sur le site de la DEP ; on peut en trouver des synthèses éclairantes dans des articles récents de Convert, Duverney, et Piednoir. Ils signent un échec massif de la réforme sur tous ses objectifs.

La réaction des responsables est, malheureusement, celle qu'on pouvait prévoir : nier la réalité (on trouvera difficilement ces chiffres dans les articles consacrés au sujet dans la presse), puis expliquer que, si cela ne marche pas, c'est qu'on n'en a pas fait assez, et qu'il faut aller plus vite et plus loin : *l'an dernier, nous étions au bord du gouffre, mais cette année, nous allons faire un pas décisif en avant...* La réforme en cours accentue encore les travers des réformes de 1992 et 2000, et on peut prévoir des effets très négatifs dans les années qui viennent, si aucune mesure n'est prise pour y remédier. Il a fallu une dizaine d'années pour réagir, avec le succès que l'on peut mesurer sur les courbes présentées ci-dessus, aux excès des mathématiques modernes ; la réforme actuelle dure depuis maintenant 20 ans, sans qu'aucune réaction ne soit en vue.

4. Un « accident industriel » : l'évolution des premiers cycles universitaires scientifiques

L'évolution du lycée semble avant tout dépendre des choix pédagogiques et politiques, et cette évolution est assez simple à comprendre, puisqu'elle a une cause principale. Celle des premiers cycles universitaires, qui est bien plus dramatique, est aussi plus complexe, et fait plutôt penser à une catastrophe industrielle. On sait que la plupart de celles-ci ne sont pas dues à une cause unique, mais à l'interaction de plusieurs facteurs, dont chacun, isolément, n'aurait pas eu de conséquences graves. Il semble qu'il en soit de même pour l'université : son déclin actuel a plusieurs causes, dont certaines remontent à plusieurs dizaines d'années, et d'autres sont plus récentes. C'est leur conjonction qui a provoqué les résultats que nous voyons.

4.0. Les faits : effectifs d'entrants en premier cycle scientifique

Le nombre d'étudiants entrant en université scientifique passe de 32 228 en 1987 à 63 720 en 1995, puis retombe à 33154 en 2011. La figure 4 montre de façon plus précise cette évolution spectaculaire ; elle donne l'évolution de la proportion d'une classe d'âge qui entame des études de sciences à l'université, prenant donc en compte les variations démographiques.

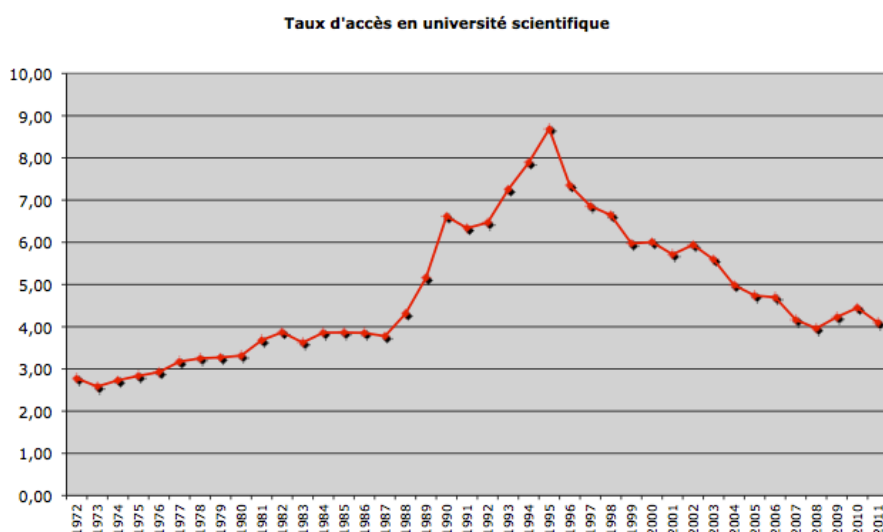


Figure 4 : Taux d'accès d'une classe d'âge en université scientifique

Remarquons d'abord que ce ne sont pas les effectifs de « sciences » qui chutent : les effectifs de médecine se maintiennent fort bien, et sont uniquement conditionnés par le *numerus clausus* en fin de première année ; et le succès des classes préparatoires (et des IUT) ne se dément pas. C'est en premier cycle des universités que se produit la chute, et elle n'est pas réservée aux sciences, même si c'est là qu'elle est la plus visible.

Cette chute vient d'abord de la baisse des effectifs de bacheliers, qui a démarré le phénomène en 1995. Mais ce n'est pas la seule cause : la chute est nettement plus prononcée dans les premiers cycles universitaires que dans les promotions de bacheliers, et il n'y a pas de chute repérable dans les autres filières scientifiques.

Un facteur était déjà à l'œuvre depuis des années : la hiérarchie de l'enseignement supérieur, avec la suprématie des classes préparatoires ; elle agissait depuis longtemps, mais son effet était masqué par l'augmentation globale des effectifs.

Deux autres sont plus récents : d'une part, la mise en œuvre défailante de la réforme LMD, qui a diminué l'efficacité pédagogique des licences et la lisibilité

du système, ce qui a fini par être connu à l'extérieur ; d'autre part, des attaques frontales, tant en quantité qu'en qualité, sur les débouchés emblématiques de ces études, l'enseignement et la recherche.

La dégradation de ces débouchés dans la période récente est certaine, et bien documentée, comme nous le montrerons dans la quatrième section, mais nous n'avons que des preuves indirectes de son action sur les choix des étudiants.

Ce sont ces nouvelles causes, s'ajoutant à des effets anciens, qui ont conduit à la chute actuelle; pour inverser la tendance, il faudra une prise de conscience du phénomène, et un changement complet d'orientation, appuyé sur des moyens importants.

4.1. La hiérarchie du supérieur : un « vote avec les pieds »

Un élève de classes préparatoires reçoit environ 900 heures de cours par an, et 50 à 60 heures d'interrogations orales (les *colles*), qui représentent à elles seules une dépense de plusieurs centaines d'euros par étudiant (on peut s'étonner que, lors des discussions récurrentes sur l'augmentation des droits d'inscriptions en université, on ne parle jamais des droits d'inscription en classes préparatoires ; rappelons que ceux-ci sont nuls). Un élève de premier cycle reçoit environ 550 heures de cours par an (en réalité, moins ces dernières années, pour diverses raisons). Ce fait entraînerait déjà une différence de qualité entre les cursus. Il est aggravé par de multiples facteurs.

Le plus connu est le caractère sélectif des classes préparatoires. Ce n'est pas le plus important : actuellement la majorité des élèves qui le demandent sont admis en prépa, et la sélection est largement une auto-sélection.

Un facteur plus important est le système pédagogique des classes préparatoires : un groupe soudé d'élèves qui suit le même cursus et travaille avec un petit nombre d'enseignants, un seul enseignant pour chaque grande discipline, ce qui permet une pédagogie très cohérente. Cela contraste avec l'enseignement universitaire, pour lequel les étudiants de première année peuvent avoir jusqu'à 10 enseignants sur un an dans une seule matière.

Un facteur beaucoup plus important encore est le très fort taux de succès de ces classes : si une petite minorité (environ 10 %) abandonne en quelques mois, la grande majorité (plus de 80 %) intègre une école d'ingénieur, en ayant au besoin redoublé une fois, et obtient en 5 ans un diplôme d'ingénieur professionnellement reconnu et conduisant à des métiers valorisés ; on sait bien qu'il n'en est pas de même en université.

Mais le facteur le plus important est sans aucun doute la démotivation profonde des étudiants de licence, qui est le résultat de cette situation.

Que ce facteur soit fondamental est bien montré par le contre-exemple du premier cycle d'études médicales (PCEM) : il jouit, si l'on peut dire, de

conditions de travail encore plus défavorables que le premier cycle universitaire, avec des amphis surchargés, des conditions de travail souvent déplorables, le même nombre d'heures de cours. Mais les débouchés sont clairs, et la motivation des étudiants est très importante ; ils fournissent donc une charge de travail très importante, et progressent très vite dans leurs études. Contrairement à ce qui est souvent dit, le PCEM est une formation efficace, même si son statut administratif conduit à un certain gâchis (les fameux *reçus-collés*), qu'il serait très facile de diminuer en validant officiellement cette première année dans le cadre d'une licence de sciences, avec d'autres débouchés pour les reçus-collés ; c'est ce qui se fait en pratique, mais de façon non formalisée.

Par contraste, les étudiants de licence en université, en particulier en première année, fournissent très peu de travail personnel : les enquêtes convergent vers un chiffre moyen, pour les étudiants présents, de 2 heures de travail personnel par semaine. Il n'est pas possible dans de telles conditions d'obtenir une formation satisfaisante. Ce manque de motivation pèse sur les enseignements, baisse la qualité scientifique, et fait fuir les bons étudiants. On trouvera une étude détaillée du phénomène dans l'article de Bellaïche [1].

Le processus est à l'œuvre depuis 30 ans. Il a été masqué jusqu'en 1995 par l'augmentation du nombre de bacheliers, alors que les filières sélectives n'augmentaient que lentement ; si toutes les enquêtes montraient alors que l'université était très souvent le deuxième choix des étudiants qui la fréquentaient, les cohortes étaient telles que de bons étudiants se trouvaient amenés, parfois contre leur gré, à suivre l'université, dont ils soutenaient le niveau. La chute du nombre de bacheliers en 1995, conjuguée à une augmentation régulière à l'époque du nombre de classes préparatoires, a tout d'un coup mis en lumière le phénomène : la plupart des étudiants ont pu, enfin, voter avec leurs pieds, et le système s'est retrouvé à sec.

4.2. La réforme LMD : une mise en œuvre défaillante

De même que la rénovation pédagogique, la réforme LMD s'est présentée au départ sous des atours séduisants : qui pourrait être contre une harmonisation européenne ? Contre la capitalisation des acquis ? Contre le fait de laisser les étudiants choisir leur cursus ? L'opposition a d'ailleurs été initialement assez faible, et les universités sont rapidement toutes passées au LMD, d'autant qu'elles étaient très vivement incitées par le ministère à le faire ; la plupart espéraient être récompensées lors de l'établissement du contrat quadriennal de leur rapidité à répondre aux souhaits du ministère.

L'ancien directeur des enseignements supérieurs, Jean-Marc Monteil, s'est d'ailleurs publiquement félicité en février 2007 de la mise en oeuvre du LMD : « *la réforme du LMD est un succès. La France a réussi là une réforme complexe que nos partenaires étrangers nous envient* », juste avant d'être nommé président de l'AERES, qui est l'agence indépendante chargée d'évaluer, entre autres, l'enseignement et la mise en oeuvre des réformes. Il était ainsi officiellement

chargé d'évaluer son travail des années précédentes, ce qui laissait peu de doutes sur le résultat de l'évaluation.

On chercherait en vain, dans cette interview [8], la moindre allusion à la chute du nombre d'étudiants qui se poursuivait alors depuis 10 ans; tel un ministre soviétique des années 30 se félicitant du nombre de fermes transformées en kolkhozes sans relever la diminution de moitié de la production agricole, le ministre décrit une situation idyllique que les autres pays nous envient.

La réalité est bien différente, et la réforme n'a eu que des effets pervers :

- Le recul du premier palier

Cet effet n'est jamais mentionné, et n'a probablement pas du tout été pris en considération au moment de la mise en place du LMD. Le système précédent fixait un premier palier (le DEUG) au bout de deux ans. Aujourd'hui, le premier palier effectif (la licence) se situe au bout de trois ans, par contraste avec les études de médecine (premier palier au bout d'un an, avec le concours), les classes préparatoires et les IUT, où le premier palier est au bout de deux ans. Bien qu'aucune étude n'en ait été faite, il est probable que ce changement est très dissuasif pour les étudiants d'origine modeste, dont beaucoup contournent les deux premières années de licence en passant par les IUT, qui leur offrent la sécurité d'un diplôme reconnu en deux ans.

- Le morcellement des enseignements

La réforme LMD, telle qu'elle a été comprise par les instances administratives, a conduit par souci de simplification à une atomisation des unités d'enseignement, sur la base d'unités de 50 heures en général. Cet éclatement des enseignements est une première cause, souvent relevée, de la baisse du niveau scientifique des trois premières années universitaires.

-Le recul de la pluridisciplinarité

Une autre conséquence imprévue de la réforme LMD a été dans de nombreux endroits un recul de la pluridisciplinarité, contrairement aux objectifs affichés. Les DEUG étaient souvent gérés par un service commun, qui assurait de façon structurelle la coordination des enseignements; les deux premières années du cursus étaient par nature pluridisciplinaires, organisées par grand camps scientifiques (Sciences des Structures et de la Matière, Sciences de la Nature et de la Vie, Mathématiques Appliquées aux Sciences Sociales). La réforme a eu pour résultat de détruire ces services communs, et de faire prendre en charge l'enseignement par les départements disciplinaires. Ceci a eu pour résultat mécanique de réduire la pluridisciplinarité, souvent contre le voeu des enseignants, puisque chaque licence est maintenant, dès la première année, consacrée à une matière principale qui réduit les autres disciplines à un rôle annexe.

Cette tendance a été aggravée par le fonctionnement inepte du portail étudiant (qu'on trouvera à l'adresse [http:// www.etudiant.gouv.fr/](http://www.etudiant.gouv.fr/)) mis en place, sans aucune supervision, par le ministère ; en effet, ce portail ne reconnaît qu'une matière par diplôme. Plusieurs universités ont été conduites, pour sauver leurs effectifs, à scinder le cursus bi-disciplinaire qu'elles avaient construit, à la

demande du ministère, en deux diplômes mono- disciplinaires, ce qui est néfaste et contraire à la demande générale.

- La destruction du calendrier

Une troisième conséquence vient du remodelage du calendrier, à cause d'une mystérieuse demande « européenne » de semestrialisation complète, dont personne ne peut donner l'origine exacte.

Chaque semestre doit maintenant se terminer par une session d'examens complète, qui doit être corrigée avant le démarrage du semestre suivant. Le premier semestre commence donc en septembre, et se termine avant Noël, suivi par une session d'examen d'un mois (entre les épreuves et la correction) qui occupe le début du mois de janvier. Le second semestre commence en février, et s'achève, dans nombre d'universités, à la mi-avril. Il est suivi par une session d'examen qui prend le mois de mai, suivi par une semaine de cours de rattrapage pour ceux qui ont échoué, et suivi immédiatement par une session de rattrapage qui prend tout le mois de juin.

Cet emploi du temps a de multiples conséquences. Les bons étudiants arrêtent d'étudier mi-avril, pour recommencer en septembre. De plus, les cours de rattrapage, qui ne concernent que les étudiants en échec, et qui sont très peu suivis (souvent moins de 5 étudiants présents), ont été pris sur le temps normal ; les semestres ne durent donc plus en général que 12 semaines, soit une perte de deux semaines de cours sur l'année pour les bons étudiants. Enfin, une session de rattrapage en fin d'été donnait aux étudiants en échec motivés (peu nombreux, mais qui existaient) le temps de revoir réellement leur cours; l'ambiance qui prévaut actuellement pour les examens est plutôt « une chance au grattage, une chance au tirage »...

Le résultat net est une diminution d'une quarantaine d'heures d'un horaire déjà maigre, et une énorme perte d'énergie pour des sessions d'examens qui prennent maintenant plus de 2 mois dans l'année : un gâchis humain, financier et pédagogique.

Dans bien des endroits, on tente de passer au contrôle continu, mais ceci nécessite des efforts considérables à cause du carcan réglementaire qui entoure aujourd'hui les examens de licence ; le temps et l'énergie consacrés aux examens en université sont difficilement imaginables à l'extérieur, pour un résultat final des plus médiocres, comme l'a montré un rapport du ministère.

- Des cursus illisibles

L'un des slogans de la réforme était, en bonne langue de bois, « l'amélioration de la lisibilité des cursus ». Des changements rapides, multiples et jamais évalués ont conduit au contraire : il est fréquent que les enseignants eux-mêmes ne comprennent plus la structure des diplômes auxquels ils participent. La multiplication des options leur fait perdre toute vue d'ensemble, et ils se replient par la force des choses sur le petit morceau (ou plutôt sur les nombreux petits morceaux) dont ils ont la charge. Et si les enseignants ne comprennent plus les diplômes, hormis ceux qui ont eu la lourde charge d'établir la maquette administrative pour un diplôme qui dure rarement plus de quatre ans, comment veut-on que les étudiants et les parents s'y retrouvent?

Ces travers sont encore accentués par le fonctionnement du système « admission post-bac » d'entrée dans l'enseignement supérieur. Comme l'université est le seul système non-sélectif, toute demande d'entrée en université annule les demandes d'autres cursus : le fonctionnement même du système conduit donc les étudiants à placer leur demande éventuelle d'entrée en université en dernière position.

- Un fonctionnement coûteux en temps et en argent

Ce fonctionnement a un coût considérable. Coût administratif d'abord : les enseignements doivent être régulièrement (au minimum tous les 4 ans) complètement renouvelés lors du contrat quadriennal avec l'Etat ; ces changements n'ont pas pour but de corriger les défauts du cursus précédent, mais d'adapter le cursus aux nouvelles normes réglementaires dictées par les arrêtés en vigueur. L'arrêté cadre de la licence LMD est d'une complexité remarquable. Il donne lieu à une débauche de vocabulaire, et à une exégèse d'un type particulier, au point que ses auteurs sont souvent incapables de répondre aux questions pratiques qu'il pose.

J'en cite quelques unes :

Une unité peut-elle être partagée entre deux modules?

Un étudiant peut-il repasser une seule des unités qui composent un module, en gardant la note de l'autre unité pour la compensation?

Un étudiant qui a obtenu la validation d'un module capitalisable peut-il repasser ce module pour y obtenir une meilleure note?

Le coefficient d'une unité est-il proportionnel à son nombre de crédits?

Toutes ces questions d'aspect byzantin (et bien d'autres) sont des questions effectivement posées lors de la mise en place, puis du fonctionnement, des diplômes actuels. Elles sont la source d'une grande perte de temps, et conduisent souvent les étudiants à se préoccuper plus des règles administratives de compensation que des contenus scientifiques des enseignements.

De plus, la structure très modulaire des diplômes actuels a un lourd coût financier (un système optionnel conduit à de nombreux enseignements à faible effectif : comme on le sait bien au restaurant, la carte est toujours plus chère que le menu) et organisationnel, en particulier en ce qui concerne les locaux et les horaires. Comme les universités sont sous-administrées, c'est aux enseignants que ce travail incombe, au détriment de leur recherche et de leur enseignement.

La course actuelle au gigantisme dans un certain nombre d'universités (avec l'obsession du fameux classement de Shanghai) accentue ces travers; on peut voir des licences de sciences qui ont, en première année, 30 filières différentes dont beaucoup ont moins de 20 étudiants.

4.3. Vous faites semblant de nous donner un diplôme, on fait semblant de travailler

Je voudrais insister encore sur le fait que toutes ces remarques jouent un rôle mineur par rapport au problème principal des universités : *la très forte démotivation de la majorité des étudiants.*

Le moteur principal de tout système d'enseignement est le travail des élèves : c'est sa seule source d'énergie. Aucun enseignant, aussi bon soit-il, ne peut pallier une absence de travail des étudiants : le rôle des enseignants n'est pas de travailler à leur place, mais d'orienter leur énergie dans la bonne direction.

C'est un fait que personne ne songerait à disputer dans le domaine sportif : il est évident que le rôle d'un entraîneur de natation n'est pas de faire des longueurs devant des étudiants assis sur des gradins, pour leur montrer la bonne façon de nager ! Il en est de même en physique ou en biologie... Or toutes les enquêtes montrent que les étudiants en université travaillent très peu.

Soulignons que ce n'est pas du tout une critique *morale* des étudiants, et qu'il ne s'agit pas de dire que les étudiants d'aujourd'hui sont paresseux et ne savent plus travailler. Chacun sait que c'est faux, et que ces mêmes étudiants, placés dans d'autres conditions, sont capables d'un travail considérable, les exemples sont nombreux. Il s'agit d'une constatation, en quelque sorte, économique : les étudiants réagissent de façon rationnelle (d'un point de vue économique) à la situation qui leur est faite. On ne voit pas pourquoi on le leur reprocherait, et aucune leçon de morale n'y changera rien. C'est leur situation qu'il faut changer.

5. Les débouchés des études fondamentales

Les étudiants ont-ils tort de considérer que leur diplôme est sans valeur ? C'est une question complexe, mais des données des dernières années donnent un nouvel éclairage.

5.0. Un rapport sur les études scientifiques

La DEP a publié en septembre 2006 un rapport fort intéressant sur « les filières scientifiques et l'emploi ». Il en ressort deux faits majeurs.

Le premier est que les filières scientifiques professionnalisées sont très avantagées du point de vue de l'emploi par rapport aux filières scientifiques fondamentales. L'analyse est très contestable : tout praticien du système sait bien que c'est une plaisanterie de considérer l'opposition entre les classes préparatoires et les premiers cycles universitaires comme une opposition entre une filière appliquée et une filière fondamentale : l'enseignement des classes préparatoires n'est en rien plus appliqué que celui des premiers cycles, et même au contraire, puisqu'il ne contient pas la moindre notion de probabilités et de statistiques qui sont pourtant obligatoires pour bien des applications ! De plus, pour établir si un enseignement est professionnalisé, le rapport observe la

dernière année. Or il est évident qu'une filière professionnalisée de haut niveau, tel que le master de mathématiques financières de Paris VI, de renommée mondiale, suppose une forte base de science fondamentale. Opposer les licences de sciences fondamentales aux masters professionnalisés est donc une absurdité, car ces masters n'existeraient pas sans les licences qui les précèdent ; par construction, les licences professionnalisées ont pour but l'entrée directe dans la vie active, et non une poursuite d'étude.

Il n'en reste pas moins que le rapport démontre de façon incontestable que les filières d'ingénieur sont très fortement avantagées dans la course à l'emploi par rapport aux filières universitaires (ce que tout le monde savait), et qu'une licence scientifique n'a pas beaucoup de valeur sur le marché du travail. Il faut cependant savoir qu'une bonne proportion des licenciés de science entrent sans grande difficulté dans des filières professionnalisées ou des écoles d'ingénieur ; leur diplôme terminal ne devrait pas être un argument pour dévaloriser le diplôme intermédiaire qui a permis de l'obtenir...

Ce premier fait, et surtout la perception qui en est répandue dans le public, tend à conforter l'opinion qu'ont les étudiants du caractère peu valorisé de leur diplôme.

Le deuxième fait important est que les sorties « d'Etat », en particulier dans l'enseignement et la recherche, sont un débouché important des filières fondamentales, et qu'elles fournissent les meilleures possibilités en terme de salaire et de qualité de l'emploi. Or ces emplois sont attaqués et dévalorisés depuis plusieurs années ; les universités insistent sur le fait qu'ils ne sont pas pour elles un débouché important (on entend régulièrement dire que la licence n'a pas pour objectif majeur de former des enseignants), et les conditions d'accès à ces emplois se sont très fortement dégradées en 30 ans.

C'est là un fait que je trouve étrange : les facultés de médecine ne semblent pas avoir jamais eu honte de former des médecins. Or les universités sont les seuls endroits où l'on forme des enseignants, l'effectif des enseignants est d'environ 5 fois celui des médecins, et les flux d'entrée, même en période de forte restriction, sont, et resteront, au moins 3 fois plus élevés ; pourquoi les universités auraient-elles à rougir de former des enseignants ?

Si les étudiants voient le débouché qu'ils savent le meilleur diminuer en nombre et en salaire et être systématiquement dévalorisé en fait, sinon en discours, il est normal que cela finisse par avoir un effet, que l'on constate, en particulier dans les filières de troisième année qui préparent à l'enseignement, et par diffusion dans les années précédentes.

5.1. Les conditions de carrière des jeunes scientifiques

On peut considérer qu'un pourcentage nettement inférieur à 10 % des étudiants de L1 arrive au doctorat ; il s'agit là des meilleurs de leur discipline (une grande partie des thésards ne vient pas de l'université, mais des écoles). Que leur propose-t-on ? S'ils ont suivi un cursus normal, ils obtiennent leur thèse à

Bac + 8, à 26 ans, après avoir passé trois années avec une bourse de thèse. Pour la majorité d'entre eux, ils doivent ensuite partir en post-doc, parfois pendant plusieurs années, en déménageant régulièrement. S'ils sont précoces, ils obtiennent un premier emploi à 28 ans, plus souvent à 30 ou 32 ans, en temps que maître de conférences, payé environ 1700 euros. Ces conditions matérielles sont peu compatibles avec une vie de famille, en particulier pour les jeunes femmes.

Il reste actuellement des conditions plus favorables, en particulier au CNRS, qui recrute jeunes des chercheurs permanents, parfois vers 25 ans. Mais depuis plusieurs années, il y a une évolution nette vers une précarisation des emplois, avec des attaques régulières contre le CNRS, et une augmentation rapide du nombre de postes temporaires, au détriment des postes permanents, qui semblent appelés à devenir de plus en plus tardifs. Ces recrutements tardifs ont des conséquences à court terme, sur les conditions de salaire (il ne revient pas au même d'être recruté au bas de l'échelle à 23 ans, comme peut l'être un professeur agrégé, ou à 30 ans), et aussi à très long terme : comment un docteur qui trouve son premier emploi à 30 ans, et dont la limite d'âge est de 65 ans, pourra-t-il avoir une retraite complète ? L'Agence Nationale de la Recherche semble avoir créé plusieurs milliers de postes temporaires de post-docs sur contrat de recherche ; que feront ces chercheurs d'ici deux ou trois ans, quand le contrat se finira ? Rien ne semble prévu à ce sujet.

Le discours contre les postes permanents et les chercheurs fonctionnaires, et pour une recherche plus active et plus concurrentielle, est bien dans l'air du temps, et facile à défendre devant le public. Mais il oublie simplement les conditions de vie des personnes concernées. Les étudiants qui ont la capacité de devenir de bons chercheurs ont aussi la capacité de devenir de bons ingénieurs, qui seront recrutés à 24 ou 25 ans sur un poste fixe avec un salaire attractif qui leur permettra d'envisager une vie de famille normale.

Croit-on que les jeunes bacheliers ignorent cela ? Il est très probable que ces considérations jouent dans leurs choix un rôle bien plus important qu'une hypothétique *désaffection pour les sciences* qu'aucune donnée n'atteste.

5.2. Les concours de recrutement du secondaire

Une étude des concours de recrutement du secondaire portant sur 40 ans montre, dans toutes les disciplines, un fait intéressant : le nombre de candidats évolue parallèlement au nombre de postes offerts, *avec un décalage de 4 ans*. L'explication de ce décalage est probablement que le concours est à bac + 4 : ceux qui sont déjà engagés dans cette voie continue, même si le nombre de postes baisse, mais cette baisse dissuade les nouveaux entrants. Ce fait est vrai pour toutes les disciplines ; à titre d'exemple, les figures 5 et 6 comparent, sur une figure à double échelle, l'évolution du nombre de postes et de candidats en mathématiques et histoire-géographie.

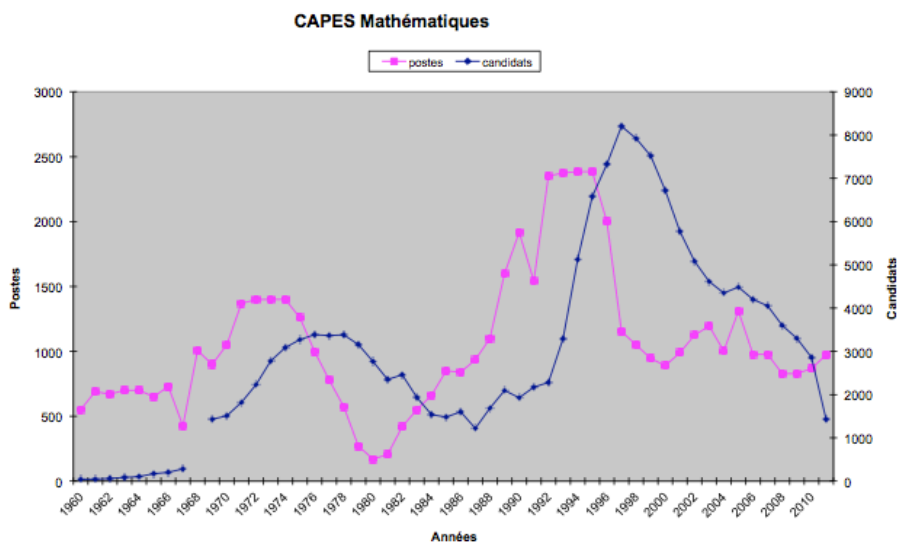


Figure 5 : nombre de postes et de candidats au CAPES de mathématiques

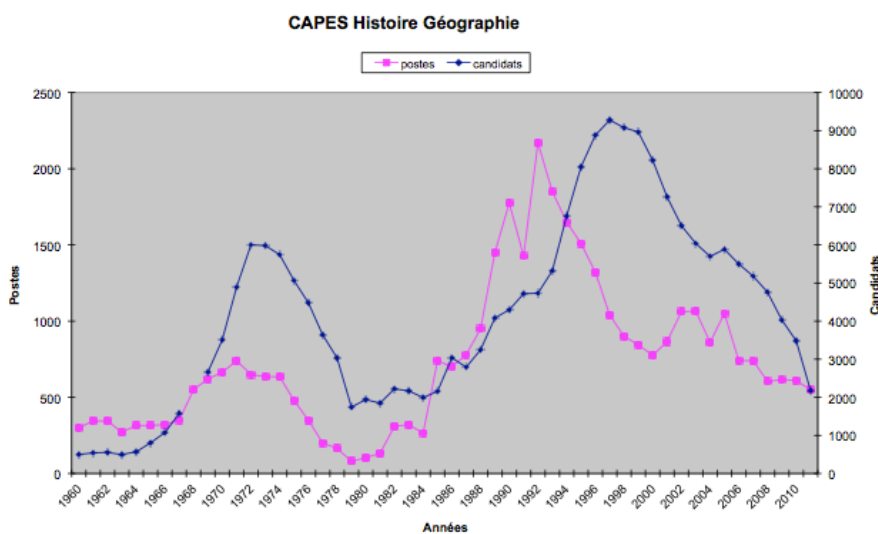


Figure 6 : nombre de postes et de candidats au CAPES d'histoire-géographie

Or le nombre de postes offerts baisse depuis plusieurs années ; de plus, la réforme connue sous le nom de *maîtrisation* a reculé le concours d'un an, ce qui a fortement découragé les candidats potentiels, comme on le voit sur les figures avec l'effondrement du nombre de candidats ces dernières années. Elle a ainsi réussi, tout en baissant le niveau de formation des nouveaux enseignants, à diminuer fortement le nombre de candidats, et réalisé un exploit que nul

n'imaginait : en période de chômage, et avec un nombre de postes nettement inférieur au nécessaire pour les dernières années, il n'y a plus assez de candidats !

Cette baisse d'attractivité de l'un des principaux débouchés de filières universitaires est probablement largement responsable de la chute constatée, même si cet effet est très difficilement mesurable : il est délicat d'aller trouver les lycéens qui ne se sont pas inscrits à l'université pour leur demander la raison de leur choix...

6. Quelques modestes propositions

6.0. Que faire en licence ?

Si cette analyse est juste, le premier effort à faire porte sur la motivation des étudiants : il faut mettre en place des raisons positives de choisir l'université. Il y a un système bien connu, qui a fonctionné pendant un siècle pour le primaire, et 20 ans pour le secondaire : le pré-recrutement.

Une offre de pré-recrutement d'environ 10 000 postes par an (soit environ 40% des postes à pourvoir) motiverait certainement un bon nombre d'excellents étudiants ; le coût peut être estimé à environ un demi-milliard d'euros. Ce dispositif pourrait être complété, dans d'autres métiers, par des formations en alternance, comme il en existe en IUT, et par des bourses d'excellence plus nombreuses et de meilleure qualité que celles que l'on trouve actuellement.

Si l'on mettait en place un tel système, il est probable que l'on retrouverait une tête de classe ; il appartiendrait alors aux enseignants (ce qui devrait être plus facile dans un cadre d'autonomie, à condition que les moyens suivent) de remettre en place un enseignement de qualité, en diminuant le poids des examens et en reconstituant un calendrier raisonnable. Les « emplois d'avenir professeur » qui se mettent en place actuellement ne sont qu'un ersatz médiocre d'un tel pré-recrutement ; leur principal avantage est de ne pas coûter cher (moins de 10 % d'un pré-recrutement réel), et leur efficacité risque fort d'être proportionnelle à leur coût.

Par contre, mettre en place une année propédeutique destinée à « approfondir les connaissances du lycée » est le meilleur moyen de creuser l'écart avec les classes préparatoires, et de faire fuir les bons étudiants. Certains projets en préparation sont très inquiétants de ce point de vue.

Il est par ailleurs nécessaire rapidement de faire le bilan de la réforme du LMD, qui n'a pas marché. On n'en prend malheureusement pas le chemin : ce sujet a été complètement ignoré par les assises de l'Enseignement Supérieur qui se sont déroulées cet automne.

6.1. *Que faire au lycée ?*

Ici aussi, il faudra éviter de continuer à creuser le trou dans lequel nous sommes. La multiplication des options et le regroupement des séries ont montré leurs effets pervers.

L'hypothèse avancée par certains de faire une voie unique en terminale serait une erreur majeure, comme on a pu l'observer dans d'autres pays ; un tel regroupement se justifie au niveau du collège, quand il s'agit de disciplines qui doivent être maîtrisées par tous, et à condition de mettre en oeuvre les moyens nécessaires pour les élèves en difficulté, ce qui n'est pas le cas actuellement. Cela ne marche plus à un niveau où il est raisonnable que les élèves commencent à se spécialiser.

Le résultat serait, dans la plupart des disciplines, de fixer le niveau au niveau trop bas pour ceux qui désirent continuer dans le domaine, mais trop haut pour tous les autres. La voie unique aurait alors pour résultat simultané une sélection beaucoup plus forte, car chaque élève devrait avoir un niveau minimal dans toutes les disciplines, et un résultat éducatif plus faible ; c'est déjà le résultat auquel a conduit la fusion des voies C, D, E en S. Il convient au contraire de supprimer les spécialités et d'encadrer fortement le système des options, en particulier dans les matières principales. Si l'on reconstitue des classes cohérentes, et si l'on tire vraiment la leçon de ce qui s'est passé depuis 1985, il devrait être possible de renouer avec la réussite.

L'un des problèmes est que beaucoup de ceux qui ont participé à la mise en place des réformes récentes du lycée et de l'université restent, à travers tous les changements politiques, à la tête du système. Il leur est difficile d'accepter de regarder les choses en face, et c'est un puissant facteur de blocage. C'est aussi cela qui explique que, depuis 20 ans, on persiste à aller toujours dans la même direction.

7. Bibliographie

- [1] A. Bellaïche, *La crise des premiers cycles*, février 2007, http://www.math.jussieu.fr/~abellaic/LA_CRISE_DES_PREMIERS_CYCLES.pdf
- [2] D. Boy, *L'intérêt des français pour la science*, http://www.palais-decouverte.fr/fileadmin/fichiers/visiter/conferences_evenements/70_ans_palais/Enquetes_CSA_SOFRES_Daniel_BOY.pdf
- [3] DEPP, *Les filières scientifiques et l'emploi*, rapport 177, septembre 2006, <http://www.education.gouv.fr/cid3991/les-filieres-scientifiques-et-l-emploi.html>
- [4] D. Duverney, *Le baccalauréat scientifique et son contexte depuis 1962*, <http://daniielduverney.fr/documents/textes-courts-systeme-educatif/BaccalaureatS.pdf>
- [5] B. Convert, *Les impasses de la démocratisation scolaire*, éditions raison d'agir, 2006.
- [6] J. Dercourt, 2003, <http://www.academie-sciences.fr/activite/rapport/rm0604.htm>
- [7] E. Klein, *Le progrès en question*, note du Conseil d'Analyse de la Société, 2007.

- [8] J.M. Monteil, *LMD, PRES, évaluation des enseignements : bref bilan des réformes*, http://www.lemensuel.net/imprimer.php?id_article=611
- [9] National Science Foundation, rapport NSF 12-317, mai 2012, <http://www.nsf.gov/statistics/infbrief/nsf12317/>
- [10] G. Ourisson, 2002, <http://www.education.gouv.fr/cid2032/desaffection-des-etudiants-pour-les-etudes-scientifiques.html>
- [11] J.L. Piednoir, *L'avenir de la filière S du lycée*, *Bulletin APMEP* N° 474, http://www.apmep.asso.fr/IMG/pdf/bull-474-3_Piednoir.pdf
- [12] M. Porchet, *Les jeunes et les études scientifiques: les raisons de la "désaffection"*, 2002, <http://www.education.gouv.fr/cid2033/les-jeunes-et-les-etudes-scientifiques%C2%A0-les-raisons-de-la-desaffection-un-plan-d-action.html>

Sous-thème 1

Pourquoi une commission inter-IREM de didactique ?

Auteur : Catherine Desnavres

IREM de Bordeaux

Commission inter-IREM de Didactique

Adresse mail : catherine.desnavres@wanadoo.fr

RÉSUMÉ. La communication vise à faire connaître les activités de la commission inter-IREM de didactique. D'une part, on explicite les raisons qui l'ont conduite à concevoir et développer une forme d'enseignement du programme en rupture avec l'ordinaire de l'enseignement des mathématiques. D'autre part, on montre que pour cela la théorie didactique fournit des outils indispensables pour concevoir et prendre en mains un type d'enseignement au sein duquel les élèves retrouvent du sens.

ABSTRACT.

MOTS-CLÉS : organisation mathématique, organisation didactique, question, dévolution

KEYWORDS :

Introduction

Pourquoi une commission inter-IREM didactique alors que la didactique, entendue dans le sens de l'étude des conditions et contraintes qui déterminent la diffusion du savoir mathématique dans la société, notamment par le moyen de l'École, devrait être une préoccupation commune à tous ceux qui s'intéressent à l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques ? La question pourrait paraître de bon sens. Mais l'horizon temporel qui verrait la didactique devenir préoccupation première de toutes les commissions inter-IREM, et la profession disposer des outils qu'elle fournit pour l'exercice du métier, apparaît encore bien lointain. On pourrait le regretter, mais la sagesse impose de tenir compte de la lenteur du cheminement qui conduit à l'arrivée d'outillages théoriques nouveaux au sein des systèmes éducatifs, qu'ils portent sur les contenus à enseigner ou sur les formes de l'enseignement : il excède la durée d'une vie professionnelle. De surcroît, l'arrivée du nouveau, parce qu'il bouscule des habitudes et remet en question des certitudes, peut provoquer, sans un accompagnement adéquat, un phénomène de rejet.

1. La double fonction de la Commission inter-IREM Didactique

Au sein d'un IREM les groupes de travail sont organisés autour de diverses thématiques : premier degré, collège, enseignement supérieur, probabilités-statistique, etc. Ils sont fédérés au plan national dans les Commissions inter IREM (CII) selon la thématique qui leur est propre. Les groupes didactiques d'IREM et la CII didactique qui les fédère s'attachent à la fois à la diffusion des résultats théoriques de recherches en didactique et à l'utilisation des résultats de la recherche pour les transformer en outils professionnels de base.

Elle analyse l'enseignement actuel des mathématiques d'un double point de vue. D'une part les mathématiques telles qu'elles sont organisées à partir de l'étude du programme : les parties du programme sont-elles connectées les unes aux autres ou isolées, les mathématiques à enseigner sont-elles rationnellement organisées ou non, sont-elles engendrées par des problématiques identifiables ou non, etc. ? D'autre part, elle analyse les formes qui prévalent pour leur enseignement et leur apprentissage, soit ce qu'on désigne par le terme d'organisations didactiques : les mathématiques enseignées sont-elles motivées, quelle est l'organisation temporelle de leur enseignement, quelle est la place des élèves relativement à leur étude, quelles sont les attentes du professeur envers les élèves et réciproquement, etc. ? C'est une des premières fonctions que remplit la CII didactique.

Sa deuxième fonction concerne la production de ressources pour l'enseignement. Pour cela, elle se sert encore d'outils venus de la théorie didactique. Ils permettent d'analyser *a priori* les mathématiques à enseigner à l'issue d'une transposition didactique qui a commencé dès la rédaction du programme et qui se prolonge jusque dans la classe : quels types de tâches

mathématiques, quelles techniques et technologies ? Quels liens avec d'autres objets mathématiques ? Quelles raisons d'être ? Et peut-on définir *a priori* une organisation didactique possible ? Quelle situation ou quelle tâche problématique à partir desquelles enrôler les élèves dans la recherche, ce qui les conduira à la production et à l'étude du savoir visé ? Par quels moments faire passer les élèves et quels seront leur rôle et celui du professeur, etc. ? Puis une passation en classe observée et analysée *a posteriori*. Le projet a-t-il été réalisé, intégralement, partiellement, pas du tout et alors pourquoi ? Après réajustements, retouches, passations à plusieurs reprises en classe, lorsque la proposition semble devenue suffisamment robuste, c'est-à-dire stabilisée, résistante aux phénomènes contingents propres à toute relation didactique, et capable de produire le même type d'étude et d'apprentissage, elle est alors rédigée en consignée dans des brochures ou des fichiers mis en ligne. La phase de diffusion s'accompagne, lorsque les moyens le permettent, d'un accompagnement à la prise en mains lors de stages en direction des enseignants.

2. Quel type de ressources ?

L'idée qui oriente le type des ressources produites par la CII Didactique résulte de l'analyse que nous pouvons faire de la forme courante de l'enseignement des mathématiques et de ses conséquences sur le rapport établi par les élèves à cette discipline. On sait bien que l'École n'est pas une institution isolée, et que des déterminations sociales externes influent sur l'attitude des élèves envers l'étude en général et des mathématiques en particulier. Néanmoins, il nous semble que la forme que prend l'enseignement à l'École n'est pas indépendante de ce que la société attend d'elle ; c'est ce que montre les études sociologiques depuis Durkheim. Ainsi, l'enseignement sous forme de cours magistral ne semble-t-il plus de mise à l'École, car archaïque et quasiment impraticable en primaire et au Collège. Il a cédé le pas à un enseignement sous forme d'activités depuis le milieu des années 1980. Pourtant, dès les Instructions Officielles de 1946, les « méthodes actives » étaient-elles préconisées. Il a donc fallu une quarantaine d'années pour que ce que l'on percevait comme une attente sociale envers l'École, et qui allait se développer, s'impose progressivement pour devenir la forme scolaire courante apparaissant désormais naturelle ; même si elle est en partie éloignée de ce que les textes de 1946 entendaient par « méthodes actives ».

Sans attendre, il s'agit pour la CII Didactique de tester la possibilité et l'efficacité d'un enseignement des mathématiques d'un type nouveau. Il se rapprocherait de ce que les Instructions Officielles en vigueur désignent par « démarche d'investigation ». Les outils venus de la théorie didactique permettent de préciser la forme qui pourrait en être prise pour ce qui concerne les mathématiques du second degré. La question première à laquelle les propositions construites par la CII Didactique souhaite répondre est la suivante : comment faire en sorte que le collectif classe se comporte comme une petite communauté de recherche et que les mathématiques produites soient celles désignées par le

programme comme étant à étudier ? Pour cela, une réponse consiste à motiver l'étude par une question problématique, dégagée de l'analyse *a priori*, et dont la responsabilité de la recherche est dévolue aux élèves, sous la direction du professeur. Il est encore nécessaire, afin de lutter contre le découpage excessif et l'émiettement du savoir dont on sait qu'ils induisent une perte générale du sens de l'activité et du produit sur lequel elle aboutit, que cette question soit suffisamment large. Elle engendre alors des sous-questions qui se posent « d'elles-mêmes », parce qu'elles sont portées par la logique de la recherche. La question de départ génère alors des mathématiques qui courent au-delà d'un seul chapitre, et parfois mêmes sur plusieurs niveaux du cursus.

La communication a développé ce point et examiné les contraintes qui freinent ou empêchent le développement de ce type d'enseignement au sein du système.

Enseigner les mathématiques à l'école primaire avec des jeux-situations.

Laetitia Rousson*

** Doctorante au laboratoire S2HEP
(Sciences et société : Historicité, Education, Pratiques)
sous la direction de Jana TRGALOVA et Luc TROUCHE
laeti.rou@hotmail.fr*

RÉSUMÉ. Cette communication présente les travaux menés dans le cadre d'une thèse en sciences de l'éducation. Nous examinerons la pertinence d'une entrée par le jeu pour les apprentissages mathématiques à l'école primaire et plus particulièrement l'enseignement de l'énumération par le jeu à l'école maternelle. Tout d'abord, nous essayerons de décrire les caractéristiques importantes que doit comporter notre objet d'étude qui sera la combinaison d'un jeu et d'une situation didactique. Puis, nous présenterons un « jeu-situation » en cours de conception qui sera expérimenté dans les classes.

ABSTRACT. This paper presents a study conducted as part of doctoral thesis in education science. We will examine the relevance of an input by the game for learning mathematics in primary schools, especially the teaching of enumeration in kindergarten. First, we will try to describe the important features that must be included in our study object which is a combination of a game and a didactic situation. Then, we will present a "game-situation" being created which will be experimented in the classrooms.

MOTS-CLÉS : jeu, situation didactique, énumération, école primaire.

KEYWORDS : game, didactic situation, enumeration, primary school.

Introduction

Comment faire entrer les élèves du primaire dans les apprentissages mathématiques ? Nous proposons d'examiner la pertinence d'une entrée par le jeu. Le jeu est un vecteur de motivation ; les aspects plaisir et ludique y sont importants. Les rapports de l'European Schoolnet² montrent l'intérêt d'utiliser des jeux à l'école mais une question persiste quant aux acquisitions des élèves. On peut donc se demander comment articuler plaisir et apprentissages dans un jeu.

Le premier paragraphe propose la définition d'un jeu-situation par combinaison de ressorts ludiques à un potentiel d'apprentissage. Le paragraphe suivant expliquera la méthodologie de recherche adoptée. Puis, nous finirons par la présentation d'un jeu-situation en cours de conception qui sera expérimenté dans des classes de maternelle.

1. Qu'est-ce qu'un jeu-situation ?

1.1. Comment définir le jeu ?

Revenons à l'essence même du mot que rappelle Pasquier (1993) « *Jocus* signifie **rire** et **bruit**, il faut garder présente à l'esprit cette définition qui fait savoir que le jeu apporte **joie** et **plaisir** ».

De nombreux auteurs ont essayé de définir le jeu. Certains donnent une définition très générale qui se rapprocherait du terme anglais « play » qui signifie un jeu libre où la notion de plaisir est prépondérante comme Ayme (2006), d'autres donnent des définitions avec des critères bien précis qui s'assimileraient plutôt au terme anglais « game » comme Caillois (1991) ou Brougère (2006).

La figure 1 résume les caractéristiques mises en évidence par différents chercheurs pour définir le jeu, celles encadrées en rouge nous semblent les plus importantes car elles permettent au jeu d'exister. La notion de plaisir est l'essence même du jeu. La présence d'un but, d'un cadre et de règles permet de fixer la structure du jeu tandis que les choix du joueur et les incertitudes entraînent une mise sous tension du joueur.

² http://games.eun.org/upload/gis-full_report_fr.pdf

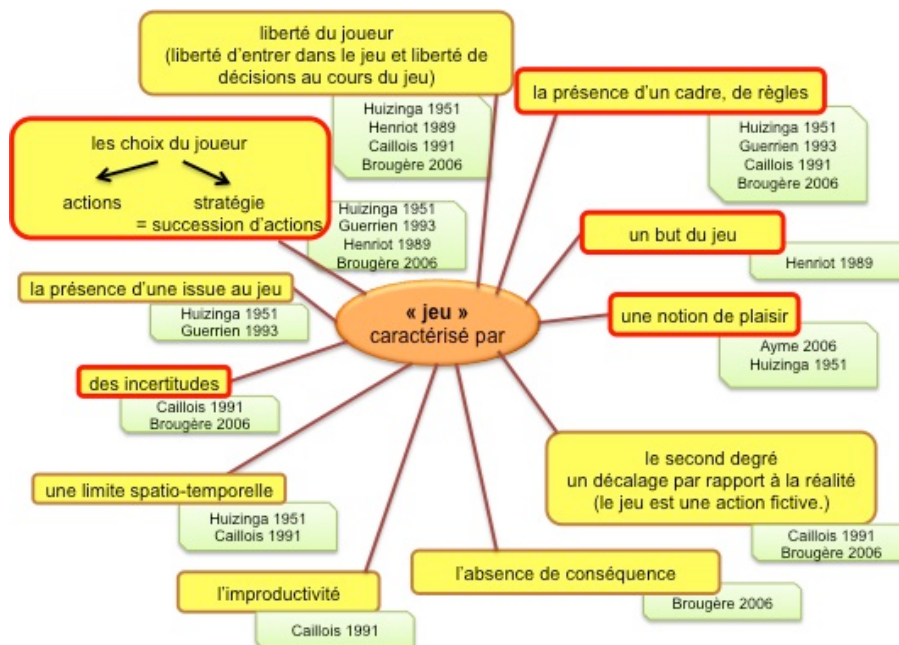


Figure 1. Caractéristiques du jeu.

1.2. Comment caractériser une situation didactique ?

Notre recherche se situe dans le cadre de la théorie des situations de Brousseau (1998) du fait de la proximité entre les caractéristiques du jeu et d'une situation.

Rappelons les critères définissant une situation didactique (Fig. 2), ceux encadrés en rouge nous semblent indispensables. L'intention d'enseigner un savoir qui sera mis en évidence dans la stratégie optimale de résolution du problème correspond à l'essence même d'une situation. L'élève peut avancer vers cette stratégie grâce aux rétroactions du milieu.



Figure 2. Caractéristiques d'une situation didactique

1.3. Le jeu-situation : un mixte entre un jeu et une situation

De ce qui précède nous retenons que pour que l'élève puisse construire un apprentissage dans une situation, la connaissance visée doit être indispensable pour résoudre le problème proposé. Autrement dit, il existe une stratégie gagnante qui mobilise cette connaissance. D'autre part, les ressorts du ludique feront que l'élève vivra la situation de résolution de problème comme un jeu, ce qui en facilitera la dévotion. Comme nous souhaitons que notre objet d'étude ait le potentiel d'apprentissage de la situation et le potentiel ludique du jeu, il semble nécessaire d'inscrire le jeu dans une situation didactique.

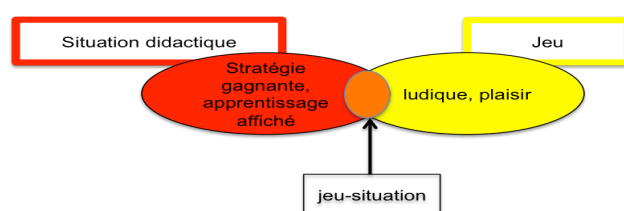


Figure 3. « Jeu-situation » combinant le ludique d'un jeu et le potentiel d'apprentissage d'une situation didactique.

Ainsi, nous proposons le terme « jeu-situation » pour un jeu conçu pour des apprentissages (Fig. 3) que nous définissons par regroupement des caractéristiques considérées comme essentielles d'un jeu (les encadrés jaunes à gauche) et d'une situation (les encadrés bleus à droite). Nous rajoutons trois caractéristiques supplémentaires que nous retenons de l'étude de jeux et de

situations existantes, en lien avec le jeu (encadrés orange) ou avec la situation didactique (encadré violet) (Fig. 4).



Figure 4. Caractéristiques d'un jeu-situation.

2. La méthodologie de recherche

Pour concevoir le jeu-situation, nous adoptons l'ingénierie didactique (Artigue 1990) comme méthodologie de recherche générale. Elle comprend quatre phases : les analyses préalables, la conception et l'analyse a priori de situations didactiques, l'expérimentation et pour finir l'analyse a posteriori et l'évaluation (Fig. 5).

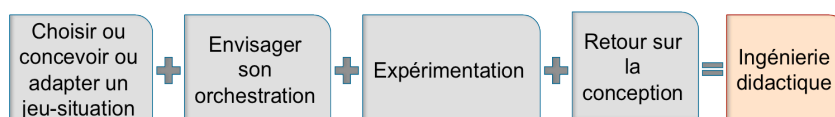


Figure 5. Etapes d'une ingénierie didactique.

Il semblerait que le jeu en lui-même ne suffit pas pour apprendre, on apprend en acte mais on n'est pas conscient de ce qu'on apprend. Il serait donc important de considérer un « avant-jeu », comment mettre les élèves dans la situation du jeu, les questions de dévolution, envisager une orchestration (Trouche 2005) et également un « après-jeu », c'est-à-dire comment récupérer les apprentissages (Musset et Thibert 2009), lié aux moments de formulation, de synthèse, d'institutionnalisation (Fig. 6).

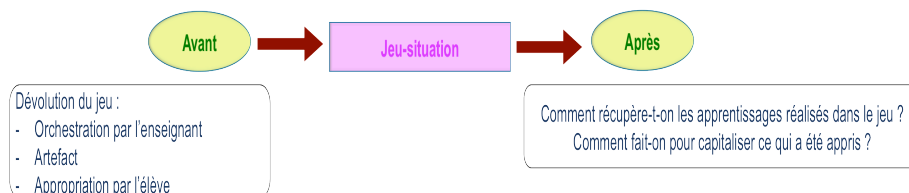


Figure 6. Organisation de l'activité de l'élève autour d'un jeu-situation.

3. Un jeu-situation choisi pour l'apprentissage de l'énumération

Nous avons choisi d'adapter la situation d'énumération intitulée « une voiture dans chaque garage » expérimentée dans le cadre de notre mémoire de master (Rousson 2010). Elle s'adresse à des élèves de l'école maternelle, voire de CP. Elle semble, après quelques modifications, correspondre aux caractéristiques d'un jeu-situation tel que nous l'avons défini plus haut. Le seul critère non pris en compte par cette situation est la présence d'états intermédiaires.

Cette situation met en jeu deux collections : celle à énumérer et celle matérialisant l'énumération (se substituant à un geste, un mot-nombre...). Pour faciliter la dévolution du problème et la validation, une situation familière est proposée aux élèves, celle de voitures et de garages. La collection à énumérer est la collection de garages et la collection matérialisant l'énumération est la collection de voitures. Il s'agit pour les élèves de mettre une voiture et une seule dans chaque garage sans en oublier un. Les voitures supplémentaires restent dans la cour. La validation se fait par l'ouverture des boîtes. La figure 7 montre le matériel à disposition de l'élève. Au niveau mathématique, il s'agit d'établir une correspondance biunivoque entre deux collections matérielles.

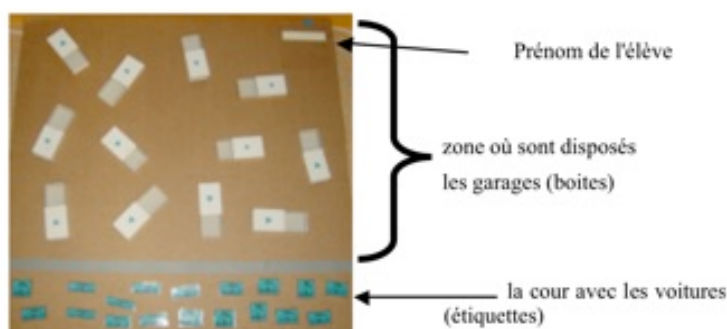


Figure 7. Photographie d'un plateau élève.

L'enseignant peut jouer sur de nombreuses variables didactiques pour complexifier le problème et faire évoluer les stratégies des élèves comme la « taille relative » des objets, la « fixité » ou non des objets à énumérer, la

disposition spatiale de ces objets, la mise à disposition d'éléments de marquage, le nombre d'objets à énumérer.

A partir de cette situation, un jeu-situation sera élaboré pour répondre à l'ensemble des critères de notre définition. On prévoit également l'implémentation informatique d'une partie du jeu-situation dans l'environnement CabriElem, logiciel de géométrie dynamique, ce qui permettra de dépasser certaines limites de la situation matérielle (rétroactions uniquement finales, parcours peu personnalisables, pas ou peu d'aide possible, limite du matériel pour la pleine utilisation des variables didactiques...).

4. Conclusion

Apprendre les mathématiques et plus précisément l'énumération à l'école maternelle par le jeu est une façon différente de voir cet apprentissage. La mise en place d'un jeu-situation permet de combiner les apprentissages avec l'élaboration d'une stratégie gagnante reposant sur la notion à apprendre et le ludique permettant à l'élève de s'engager plus facilement dans la tâche. La conception est une étape cruciale de l'élaboration de ce jeu-situation avec une réflexion particulière sur son orchestration.

Remerciements

Je tiens à remercier mes directeurs de thèse Jana Trgalova et Luc Trouche.

Références

- ARTIGUE M. (1990), Ingénierie didactique, *RDM*, 9(3), 281-308.
- BROUGERE G. (2005), *Jouer / Apprendre*, Economica Anthropos.
- BROUSSEAU G. (1998), *Théorie des situations didactiques*, Grenoble : La pensée sauvage.
- CAILLOIS R. (1991), *Les jeux et les hommes*, Gallimard.
- MUSSET M., THIBERT R. (2009), Quelles relations entre jeu et apprentissages à l'école ? Une question renouvelée. *Dossier d'actualité de la VST* n°48.
- PASQUIER N. (1993), *Jouer pour réussir*, Nathan.
- ROUSSON L. (2010), Effets de variables didactiques sur la résolution d'un problème mathématiques à l'école maternelle. Situation : Une voiture dans chaque garage. Mémoire Master HPDS., Université Lyon 1.
- TROUCHE L. (2005), Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques : nécessité des orchestrations, *RDM*, 25(1), 91-138.

Sous-thème 2

Quel curriculum en maternelle et au CP pour retrouver les performances en calcul de 1987 ?

Rémi Brissiaud*

* Laboratoire Paragraphe, EA 349

Équipe « Compréhension, Raisonnement et Acquisition de Connaissances »
Université Paris 8 – Saint-Denis

remi.brissiaud@univ-paris8.fr

RÉSUMÉ. Les performances en calcul des élèves de CM2 se sont effondrées entre 1987 et 1999 (Rocher, 2008). Des arguments issus de l'histoire des discours et des pratiques pédagogiques, de la psychologie des apprentissages numériques, de la psychologie clinique et différentielle et de la psychologie interculturelle, conduisent à incriminer un basculement dans les choix didactiques de l'école française à partir de 1986 : alors que l'enseignement du comptage-numérotage (Brissiaud, 1989) était honni durant la période piagétienne de l'école maternelle française, et même auparavant, une circulaire ministérielle datée de 1986 a constitué le premier jalon d'une généralisation très rapide de cet enseignement dès l'école maternelle et de son usage quasi généralisé au CP pour trouver le résultat d'une addition. Une sorte d'« effet Jourdain » est explicité : en raisonnant sur les numéros, il n'est pas très difficile pour les élèves de produire les réponses attendues par les enseignants à un grand nombre de tâches ; cependant comme ils ne raisonnent pas sur d'authentiques nombres, ils ne s'approprient pas ceux-ci et ils n'apprennent pas à calculer. Pour retrouver les performances d'antan, il conviendrait de renouer des liens avec les choix didactiques qui étaient auparavant ceux de l'école française : privilégier dans un premier temps l'appropriation des décompositions des nombres jusqu'à 10, puis l'usage de stratégies de décomposition-recomposition.

MOTS-CLÉS : curriculum, nombres, numéros, calcul, addition, difficulté scolaire, évaluation.

1. Un effondrement des performances en calcul qui se produit entre 1987 et 1999

Les performances en calcul des élèves de CM2 français étaient bonnes en 1987 mais elles se sont effondrées entre 1987 et 1999 (Rocher, 2008). Ensuite,

entre 1999 et 2007, elles ont stagné à ce très bas niveau (en fait, elles baissent encore, mais de manière non significative). Ainsi, une multiplication telle que 247×36 était réussie par 84% des élèves de CM2 en 1987 ; l'addition en colonnes de trois nombres $19\ 786 + 215 + 3\ 291$ était réussie par 94% de ces mêmes élèves. Dans un cas comme dans l'autre, il sera difficile de faire mieux à l'avenir parce que de tels taux de réussite sont élevés et, à partir d'un certain score, il est difficile de progresser encore (cf. la notion d'*effet plafond*). En 1987, les élèves calculaient encore bien et ce serait déjà un beau progrès de retrouver les performances d'alors. En 2007, en effet, le taux de réussite à la même multiplication n'est que de 68% (84% auparavant) et celui de la même addition de 83% (94% auparavant) : même les additions, une opération dont les élèves de CM2 répètent l'exécution depuis bien longtemps, sont moins bien réussies.

Parler d'*effondrement* ne relève en rien d'une rhétorique catastrophiste : entre 1987 et 1999, la moyenne des performances des élèves de CM2 a baissé de 66% de l'écart-type initial ! Or, il est légitime de s'inquiéter à partir de 20% et, dans d'autres enquêtes du même type, une année d'apprentissage correspond à environ 50%. Ainsi, c'est donc l'équivalent de plus d'une année d'apprentissage que les élèves de CM2 ont perdu entre 1987 et 1999.

2. À l'école maternelle, un basculement des choix didactiques s'effectue en 1986

Le basculement qui va être évoqué dans ce texte est daté de 1986 parce que son premier jalon est la publication cette année-là d'une circulaire pour l'école maternelle (MEN, 1986) dans laquelle on lit : « *Progressivement, l'enfant découvre et construit le nombre. Il apprend et construit la comptine numérique.* » La présence d'une telle phrase dans un texte institutionnel constituait une rupture importante. En effet, les élèves qui étaient en CM2 en 1987, ceux qui calculaient bien mieux qu'aujourd'hui, eux, n'avaient eu aucun apprentissage numérique avant novembre au CP : ni à l'école maternelle, ni au début du CP. Ils avaient fréquenté une école maternelle très influencée par les travaux de Jean Piaget et les pédagogues d'alors pensaient qu'enseigner les nombres à l'école maternelle ne pouvait conduire qu'à une sorte de dressage.

Cette position était fondée sur des observations telles que celle qui est rapportée ci-après. Jean Piaget et Bärbel Inhelder (1963) proposent une « tâche de conservation » à un enfant : 5 jetons rouges sont alignés et 5 bleus sont mis en correspondance terme à terme avec les rouges avant que l'expérimentateur écarte les bleus afin de former une rangée plus longue. Un enfant, interrogé sur la rangée la plus nombreuse après cette transformation, se met à compter les jetons. Jean Piaget et Bärbel Inhelder rapportent les propos de cet enfant avant de les analyser :

« *Ça fait 1, 2, 3, 4, 5 ici* », nous dit un sujet de 4 ans et : « *1, 2, 3, 4, 5 là, mais ça fait quand même plus là. (en montrant la rangée la plus longue)* » Dans cet exemple, les noms de nombre 1 à 5 ne constituent qu'un moyen pour

individualiser les éléments, mais n'entraînant ni la conclusion que le tout est égal à la somme des parties, ni par conséquent la conservation de ce tout. Or, sans additivité ni conservation, on ne saurait parler de nombres ! »

Ainsi le comptage, parce qu'il n'a pas la propriété d'être « additif » chez les jeunes enfants, et parce qu'il ne conduit pas à la conservation, s'est trouvé banni de l'école maternelle jusqu'en 1986.

En revanche, aujourd'hui, les élèves apprennent à compter à l'école dès la petite section, à 3 - 4 ans. Dans les programmes de 2008 pour l'école maternelle, on lit qu'à la fin de Grande Section, l'enfant est capable de :

- mémoriser la suite des nombres au moins jusqu'à 30 ;
- dénombrer une quantité en utilisant la suite orale des nombres connus ;
- associer le nom des nombres connus avec leur écriture chiffrée ;

Afin que leurs élèves apprennent à lire et écrire les nombres dès l'école maternelle, les enseignants de GS de maternelle utilisent presque tous aujourd'hui une file numérotée jusqu'à 30. Ce sont ces élèves-là qui, arrivés en CM2, calculent beaucoup moins bien que leurs prédécesseurs.

3. Le basculement concernant les additions élémentaires

Rappelons que les élèves qui, en 1987, calculaient encore bien en CM2, n'avaient eu aucun apprentissage numérique en maternelle. Or, même au CP, leurs apprentissages numériques commençaient tardivement. Dans l'ouvrage Ermel (1977), il était recommandé de les faire commencer vers février au CP et dans le fichier le plus utilisé à l'époque (Eiler, 1977) la leçon sur les nombres 1, 2 et 3 s'effectuait en novembre au CP et celle sur le nombre 10, en janvier au CP. Et dans cet ouvrage, les nombres étaient étudiés l'un après l'autre entre 4 et 10 en mettant l'accent sur leurs décompositions : $4 = 2 + 2$ ou $4 = 1 + 3$ ou... ; $5 = 4 + 1$, etc.

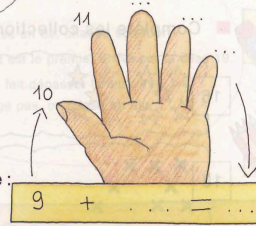
En fait, vers le milieu du siècle dernier, le rejet du comptage et l'accent mis sur les décompositions des nombres, constituaient un choix didactique fondamental de l'école française. On s'en rend compte en lisant un extrait d'un rapport rédigé sous la direction de Gaston Mialaret, l'un des fondateurs des Sciences de l'Éducation en France, ex président du GFEN et, plus généralement, très engagé dans le mouvement de l'Éducation Nouvelle. Il a été publié sous l'égide de l'UNESCO, suite à ce que Gaston Mialaret (1955) présente comme une « *réunion d'experts chargés d'étudier et de résumer les principes pédagogiques fondamentaux de l'initiation au calcul* » (page 3). Soyons encore plus précis : la citation qui suit est d'Henri Canac, sous-directeur de l'ENS de Saint-Cloud. On retrouve en effet le même extrait dans plusieurs de ses écrits précédents (par exemple : Canac, 1955). Il s'exprime ainsi à propos des élèves dont on dit aujourd'hui qu'ils sont fragiles, ceux qui mettent particulièrement en difficulté notre école :

« Dans de nombreux cours élémentaires, ou même cours moyens, on trouve souvent de grands benêts qui comptent sur leurs doigts (en cachette lorsque M. l'Inspecteur est là) ou qui, sommés de résoudre une simple opération, comme $8 + 5$, se récitent intérieurement à eux-mêmes : 8, 9, 10, 11, 12, 13 en évoquant des doigts imaginaires. Au vrai, avec ces élèves mal débutés ... »

Aujourd'hui, dès décembre au CP, les enfants disposent le plus souvent d'un moyen leur permettant d'obtenir le résultat d'une addition élémentaire (quand le nombre ajouté < 10) dans le domaine des 30-50 premiers nombres. On trouve dans la figure 1, un exemple de leçon correspondante, extraite d'un fichier dont la collection n'existe plus aujourd'hui mais qui est représentatif de ce qui se fait encore le plus couramment, du moins concernant l'usage de la file numérotée.

10 Les images de Karim

Hier, j'avais neuf images.
Ce matin, Marion m'en a donné cinq.



■ Pour savoir combien d'images a Karim, Marion compte avec ses doigts. Fais comme elle :
Maintenant, Karim a ... images.

■ Thomas compte sur la file des nombres ; fais comme lui.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

$9 + \dots = \dots$

Ce type de séquence ne figurait dans aucun manuel ou fichier de CP français avant 1986³ ; aujourd'hui, l'usage de la file numérotée qui y est décrit figure dans presque tous les manuels, fichiers, logiciels, etc. C'est celui qui est véhiculé par la Kahn Academy, un cours en ligne états-unien (MOOC), récemment traduit en français et dont la parution a eu beaucoup d'échos dans les médias. La préconisation d'un comptage sur les mains est également présente dans diverses aides pédagogiques mais elle est moins fréquente ; en fait, cela importe peu : lorsqu'un enfant a appris à trouver le résultat d'une addition à l'aide d'une file

³ Ceci a été vérifié sur l'ensemble du fond du musée de l'Éducation de Saint-Ouen l'Aumône dans le Val d'Oise. En fait, le premier fichier comportant une telle file date de 1985 et ses auteurs font partie de l'équipe Ermel qui va promouvoir son usage.

numérotée et lorsqu'il n'a plus cet outil à disposition, il le remplace par ses doigts.

Dans une très large majorité de CP français, aujourd'hui, une file numérotée est affichée dans la classe⁴ et les enfants l'utilisent comme c'est indiqué dans la leçon précédente pour trouver le résultat d'une addition. Cet usage de la file numérotée faisait même partie du contenu des programmes de 2002. Ainsi, l'un des objectifs du cycle 2, était rédigé ainsi : « *Déterminer, par addition ou soustraction, la position atteinte sur une ligne graduée après un déplacement en avant ou en arrière* ».

On est donc face à un phénomène peu banal : en commençant leurs apprentissages numériques bien plus tardivement qu'aujourd'hui, les élèves de 1987 calculaient bien mieux qu'aujourd'hui. Et les pratiques pédagogiques des enseignants reposent souvent aujourd'hui sur des choix didactiques honnis vers le milieu du siècle dernier. On est évidemment conduit à penser que les pédagogues du milieu du siècle dernier, ceux qui étaient influencés par l'Éducation Nouvelle, avaient plutôt raison. Cela s'explique-t-il ?

4. Pourquoi le basculement de 86 est susceptible d'expliquer l'effondrement des performances en calcul

Une description très détaillée des conditions de ce basculement se trouve dans Brissiaud (2013). Signalons seulement qu'il provient de l'utilisation, par une seconde équipe Ermel, des travaux d'une psychologue états-unienne, Rochel Gelman (Gelman & Gallistel, 1978 ; Palanque et col, 1987 ; Ermel, 1990). Cette chercheuse pensait que l'usage de ce qu'elle appelait les « *principes* » du comptage, relevait d'une compétence extrêmement précoce, voire innée. Or, le comptage qu'elle a analysé ainsi en divers *principes*, est le comptage tel qu'il s'enseigne dans les familles, celui où l'on insiste sur la correspondance 1 mot – 1 unité.

4. 1. La notion de comptage-numérotage

Or, enseigner le comptage « à la Gelman » ou selon le sens commun est loin de permettre aux enfants d'accéder facilement au nombre. Ainsi, en PS et en MS, on observe très fréquemment le dialogue suivant (Schaeffer & col, 1974) :

Adulte : Combien y a-t-il de jetons ?

Enfant (en comptant les jetons) : « un », « deux », « trois », « quatre ».

Adulte : Oui, alors combien y a-t-il de jetons ?

Enfant (recompte les jetons) : « Un », « deux », « trois », « quatre ».

⁴ Dans le rapport n°2011-108 de l'inspection générale consacré à l'école maternelle, il est indiqué qu'à cette date (2011) une file numérotée est affichée dans presque toutes les classes dès la petite section de maternelle.

Adulte : Je suis d'accord, mais ce que je t'ai demandé, c'est combien il y a de jetons ?

Enfant (recompte encore) : « Un », « deux », « trois », « quatre ».

Cet enfant met bien en correspondance terme à terme les mots-nombres et les jetons de la collection (il respecte le « principe » de correspondance terme à terme !), mais il n'isole pas le dernier mot-nombre prononcé pour répondre à la question posée. L'enfant reste apparemment incapable d'exploiter ce comptage pour répondre à la question : « Combien... ? ». Son comptage ne lui permet pas d'accéder au nombre. On peut dire : son comptage n'est pas un dénombrement.

Pour comprendre ce phénomène, il suffit d'imaginer un autre contexte où l'enfant pointe des objets en disant des mots tous différents : « cube », « table », « fenêtre », « toboggan », par exemple. Le dernier mot prononcé, « toboggan », réfère à l'objet qui est pointé au moment où ce mot est prononcé (le toboggan), il ne dit rien des autres objets, ni de l'ensemble des objets. Or, lors d'un comptage « à la Gelman », le dernier mot, « quatre », est prononcé alors que l'enfant pointe le dernier objet, comme dans l'exemple précédent, mais dans ce cas l'enfant devrait comprendre que « quatre », pour l'essentiel, ne réfère pas à cet objet parce qu'il désigne une propriété de l'ensemble des objets : ce mot précise quelle est la pluralité que l'enfant a devant lui, il dit le nombre d'unités de la collection. Pointer un objet tout en prononçant un mot, alors que celui-ci désigne pour l'essentiel une propriété d'autre chose, correspond à un fonctionnement du langage complètement atypique (Markman, 1989 ; 1990). À vrai dire, on ne l'observe que dans le contexte de l'enseignement du comptage « à la Gelman ».

C'est donc l'insistance des pédagogues sur la correspondance 1 mot - 1 élément qui explique l'incompréhension des enfants : elle les conduit à concevoir les éléments successivement pointés comme « *le un, le deux, le trois, le quatre...* ». Les mots prononcés sont alors des sortes de numéros renvoyant chacun à un élément et un seul ; le dernier mot prononcé est lui aussi un numéro, comme les autres. Ainsi, enseigner le comptage « à la Gelman », selon la pédagogie de sens commun, c'est enseigner un comptage-numérotage (Brissiaud, 1989).

4. 2. Le comptage-numérotage est source d'effets Jourdain ou Canada Dry

Une preuve du fait qu'un tel apprentissage n'est pas guidé par la compréhension des nombres est qu'il conduit à des absences de généralisation tout à fait surprenantes : même lorsque deux tâches semblent de difficultés équivalentes parce qu'elles ne diffèrent que très légèrement, il ne suffit pas que l'une ait été entraînée et, donc, soit bien réussie, pour que la seconde le soit également. Ainsi, dans une recherche récente, Sarnecka & Carey (2008) s'adressent à des enfants qui ont entre 2 ans 10 mois et 4 ans 3 mois ; elles leur demandent combien il y a d'objets dans une collection de 10 objets. Sur les 67 enfants interrogés, 53 comptent correctement les 10 objets et répètent le dernier mot prononcé : « dix ». On pourrait donc croire que ces 53 enfants comprennent les 10 premiers nombres. Or, plus d'un tiers d'entre eux, face à un stock de cubes, échouent la

tâche « Donne moi 5 cubes » ; ils en donnent une poignée au hasard, par exemple (certains échouent lorsqu'on leur demande de donner 3 cubes !). La réussite à la tâche « Combien... » est loin d'assurer celle à la tâche « Donne moi... ».

Ainsi, dans un premier temps, lorsque les enfants répètent le dernier mot de leur comptage-numérotage pour le fournir comme réponse à la question « Combien... », ils utilisent très souvent ce que Karen Fuson (1988) a appelé une « *règle du dernier mot prononcé* » : l'enfant répète le dernier numéro parce qu'on lui a fait comprendre qu'il fallait le faire. C'est le genre de phénomène que Guy Brousseau a appelé un « effet Jourdain » : l'enfant semble utiliser des connaissances de haut niveau (les nombres) alors qu'il ne fait que répondre en répétant le numéro attendu.

Et quand l'enfant réussit la tâche « Donne-moi N éléments », peut-on en déduire qu'il a compris les N premiers nombres ? Pas plus ! Considérons en effet cette autre tâche qui est un moyen d'évaluer une certaine connaissance de l'additivité du comptage (cf. la citation précédente de Jean Piaget et Bärbel Inhelder) : après qu'un enfant ait réussi la tâche « Donne-moi 3 cubes », par exemple, l'adulte ajoute un autre cube et demande : « Et maintenant, il y a 4 cubes ou 5 cubes ? ». Elle est réussie plus tardivement encore (Davidson & col., 2012). Cela se comprend : il est possible de réussir la tâche « Donne-moi N éléments » à l'aide du seul comptage-numérotage. Il suffit que l'enfant comprenne qu'il doit bien garder à l'esprit le numéro prononcé par l'adulte (N) et qu'il doit arrêter son comptage-numérotage des objets tout de suite après ce numéro. De plus, cela s'exerce.

Ainsi, le comptage-numérotage permet de réussir un grand nombre de tâches par adaptations successives aux attentes des adultes mais il n'en reste pas moins qu'on est face à une sorte d'effet Canada Dry : l'enfant se comporte comme s'il dénombrait, il réussit des tâches qui semblent nécessiter un dénombrement alors qu'il ne fait que numéroté.

4. 3. Le comptage-numérotage crée l'illusion que des élèves très faibles savent calculer les additions élémentaires

Un enseignement précoce du comptage « à la Gelman » renforce la signification des mots-nombres en tant que numéros et, donc, ne favorise pas l'accès à leur signification en tant que noms de nombres, désignant des pluralités. Or, seule cette dernière signification permet d'accéder au calcul. En effet, l'entrée dans le calcul est évidemment impossible tant que les enfants n'ont pas compris que les mots qu'ils utilisent pour compter désignent des pluralités successivement engendrées par l'ajout d'une unité : « *deux, c'est un et encore un* » ; « *trois, c'est un, un et encore un* » ou bien : « *trois, c'est deux et encore un* », « *quatre, c'est trois et encore un* », etc. L'entrée dans le calcul est impossible tant que le comptage n'a pas la propriété d'additivité, c'est-à-dire tant qu'il n'est pas un authentique comptage-dénombrement (Brissiaud, 1989). Faire le choix du comptage numérotage, c'est contraindre les enfants à s'appropriier les nombres et le calcul alors que l'on fait un usage des mots qui masque ce qu'il est crucial

d'apprendre, la propriété d'additivité du comptage. C'est contraindre les enfants à un apprentissage implicite des nombres et du calcul.

Précisons la différence entre numéros et nombres. Un numéro renvoie à *une seule entité* alors qu'un nombre, lui, renvoie à une pluralité et il est clair qu'un numéro ne véhicule pas nécessairement l'idée du nombre correspondant : lorsqu'on a la chambre d'hôtel « 407 », par exemple, il n'y a généralement pas autant de chambres dans l'hôtel parce que le premier chiffre renvoie à l'étage. Même dans les contextes où tous les numéros sont présents dans l'ordre, comme c'est le cas du contexte de la file numérotée, on utilise le plus souvent les numéros sans évoquer les nombres correspondants. Pour comprendre le fonctionnement cognitif d'un adulte dans un tel contexte, il suffit de s'imaginer un théâtre dont les sièges sont numérotés avec des lettres plutôt qu'avec des chiffres : sachant que « j'ai le siège R », par exemple, je n'ai nullement besoin de penser à la pluralité correspondant à R pour retrouver mon siège. Nous sommes d'ailleurs complètement incapables de répondre de manière précise à la question : « C'est combien R ? » Nous en sommes incapables et cela ne nous empêche pas de retrouver notre siège.

Concernant l'obtention du résultat d'une addition, c'est à ce niveau que le « piège pédagogique » évoqué précédemment continue à produire ses effets : la leçon décrite au début de ce texte, celle des images de Karim, permet en effet aux élèves de répondre correctement en raisonnant sur des numéros et non sur des nombres. On s'en rend bien compte en imaginant que dans cette leçon, la file est numérotée avec les lettres de l'alphabet plutôt qu'avec les écritures chiffrées et que la tâche proposée à l'élève consiste à compléter $R + C = ?$, par exemple. Même des élèves très faibles peuvent se comporter comme c'est indiqué dans la leçon : l'enfant commence par mettre le doigt sur la case R (c'est celle de départ), puis il dit A au-dessus de la case suivante (la case S), il dit B au-dessus de la suivante (la case T) et enfin C au-dessus de la suivante : c'est la case U, celle d'arrivée. Et l'élève complète l'égalité avec le numéro de la case d'arrivée, comme cela lui a été indiqué : $R + C = U$.

Cette égalité ressemble à une addition. Au plan formel, l'addition correspondante est d'ailleurs juste et elle sera considérée comme telle par l'enseignant qui devra donner une bonne appréciation. Sauf que pour réussir, il n'est absolument pas nécessaire d'évoquer mentalement les pluralités correspondant à R et U. Dans un tel contexte, les élèves sont susceptibles de donner les bonnes réponses en utilisant la « recette » qu'on leur a montrée (repérer la case de départ, etc.) alors que dans leur tête, ils ne mettent pas en relation des pluralités, ils ne calculent pas. Les élèves donnent les bonnes réponses mais ils ne progressent pas comme ils devraient : comme ils ne mettent pas en relation des pluralités, ils ne mémorisent pas les relations correspondantes, ils ne mémorisent pas les résultats d'additions élémentaires et restent prisonniers du comptage. Ce sont, comme disait Henri Canac, des « *élèves mal débutés* » qui ne mémorisent pas les résultats d'additions élémentaires.

5. Des arguments en faveur du statut causal du basculement de 1986

On ne donnera ci-dessous que quelques uns des résultats ou des prises de position de chercheurs qu'il serait possible de citer. Un exposé beaucoup plus complet se trouve dans Brissiaud (1989, 2004, 2007, 2013)

5. 1. Des arguments issus de l'histoire des textes et des pratiques pédagogiques

Certains ont déjà été donnés. Donnons-en deux autres. Signalons seulement que l'analyse des progrès permis par l'enseignement du comptage-numérotage et des limites d'un tel enseignement, figure déjà dans un texte de 1966 (Fareng et Fareng, 1966) : « ... *cette façon empirique fait acquérir à force de répétitions la liaison entre le nom des nombres, l'écriture du chiffre, la position de ce nombre dans la suite des autres, mais elle gêne la représentation du nombre, l'opération mentale, en un mot, elle empêche l'enfant de penser, de calculer* » et que l'alternative trouvée était présentée en 1955 par Henri Canac comme une « *méthode nouvelle* » qui « *forme à (son) sens, une des meilleures conquêtes de la pratique pédagogique au cours du dernier quart de siècle.* » Elle consistait à découvrir les nombres dans l'ordre afin de : « *construire (définir, poser), le nouveau nombre par adjonction de l'unité au nombre précédent, puis à étudier ses diverses décompositions en nombres moins élevés que lui.* »

Ainsi, concernant les 10 premiers nombres, l'accent était mis sur l'appropriation de leurs décompositions. Et concernant la mémorisation des résultats d'additions dont le résultat dépasse 10 ? Dès 1928, dans un rapport des inspecteurs généraux Marijon et Leconte, la recommandation était très claire : « *Il convient, selon nous, d'arriver très vite à la formation, par voie purement mentale, de $8 + 7 = 15$, au moyen de $8 + 2 = 10$, $10 + 5 = 15$, étant entendu que ces exercices auraient été précédés de nombreuses réalisations manuelles et visuelles* ». Ainsi, ces pédagogues recommandaient-ils l'usage de ce qu'on appelle fréquemment aujourd'hui un « calcul pensé ». À aucun moment, l'usage d'une file numérotée n'était considéré comme une propédeutique aux stratégies de décomposition-recomposition : il n'était tout simplement pas envisagé.

5. 2. Des arguments issus de la recherche en psychologie des apprentissages numériques

Aujourd'hui, l'ensemble des chercheurs en psychologie considèrent que Rochel Gelman avait largement sous-estimé la difficulté d'interpréter de manière cardinale le comptage tel qu'on l'enseigne habituellement. Ils sont de plus en plus nombreux à souligner l'importance de ce qui distingue un comptage-numérotage et un comptage dénombrement : la propriété que Piaget appelait l'additivité de ce comptage (Gréco, 1962, parlait de l'itération de l'unité). De manière récente, Sarnecka et Carey (2008) s'expriment ainsi : « *Connaître le principe cardinal signifie avoir une connaissance implicite de la fonction de succession, c'est-à-dire la compréhension du fait que la cardinalité de chaque nombre résulte de l'ajout d'une unité au nombre précédent.* »

Concernant la mémorisation des résultats d'additions élémentaires, j'ai essayé de montrer en 1989 que l'apprentissage par cœur des tables d'additions ne peut pas substituer à un manque de connaissances concernant les décompositions des premiers nombres, en argumentant que : « *la mémoire n'est pas un sac dans lequel sont retenues des informations isolées et statiques ; il convient mieux de se la représenter comme un réseau où les informations sont reliées entre elles par des liaisons complexes, structurées et organisées de manière dynamique et plastique. C'est ainsi que la détermination d'un résultat par un calcul pensé est l'occasion de construire de telles liaisons. Cette pratique du calcul pensé est en elle-même un élément du processus de mémorisation. La mémorisation ne suit pas, elle accompagne et, peut-être même, résulte.* » Ce point de vue est aujourd'hui celui défendu par le chercheur le plus influent au États-Unis auprès du NCTM (National Council of Teachers of Mathematics), Arthur Baroody. En 2009, il a rédigé un article dont le titre s'inspire de celui du célèbre livre « *Why Can't Johnny Read ?* » (Flesch, 1955). Ce que Johnny échoue, dans l'article de Baroody, c'est ce qu'échouent de manière caractéristique les enfants que l'on qualifie de dyscalculiques ou, si l'on adopte un autre point de vue théorique, de « *mal débutés* » : ces enfants ne mémorisent pas les résultats d'additions élémentaires. L'article s'intitule : « *Why Can't Johnny Remember the Basic Facts ?* » (Baroody et col, 2009). Il consacre la plus grande partie de l'article au rôle joué par la connaissance des décompositions des nombres (par exemple : $8 = 5 + 3$ ou encore : $7 = 1 + 6$) et par l'usage de ces décompositions au sein de stratégies de décomposition-recomposition (par exemple : $5 + 8 = 5 + 5 + 3$, ou encore : $9 + 7 = 9 + 1 + 6$). Il considère que l'usage de telles stratégies joue un rôle crucial dans la mémorisation des résultats élémentaires d'additions et que l'absence d'usage de telles stratégies est l'une des principales explications du fait que « *Johnny Can't Remember the Basic Facts* ».

Il faut encore citer les travaux de Jean-Paul Fischer qui, dans une théorie générale de la mémorisation, argumentait en 1992 en faveur de la supériorité de l'usage des stratégies de décomposition-recomposition sur celles de comptage.

5. 3. Des arguments issus de la recherche en psychologie interculturelle

Les différences de performances entre élèves de différents pays apparaissent tôt dans la scolarité. Ainsi, en Chine (Taïwan) les résultats d'additions élémentaires sont mémorisés dans 86% des cas en fin de 1ère année d'école alors qu'ils ne le sont que dans 26% des cas aux États-Unis (Geary et al, 1992). Il faut insister : en psychologie expérimentale, de telles différences sont exceptionnelles. Ainsi, en fin de 1ère année d'école, la mémorisation n'a pratiquement pas commencé chez les enfants états-uniens quand elle est presque achevée chez les enfants chinois. Que font les élèves états-uniens pour donner le résultat d'une addition ? Ils comptent, évidemment, et ceci dans 64% des cas (4% des cas en Chine). Mais comment s'en étonner puisque c'est ce qu'on leur a appris à faire ! En 1982, un psychologue japonais (Hatano, 1982) découvrant l'emploi que font les pédagogues états-uniens d'une file numérotée, faisait part de sa surprise : jamais les pédagogues japonais ne s'y prennent ainsi, ils

favorisent systématiquement l'usage de stratégies de décomposition-recomposition. Les raisons de la différence de performances entre enfants états-uniens et enfants asiatiques sont nombreuses (façon de dire les nombres après dix, notamment) mais il y en a une qui joue nécessairement un rôle majeur : lorsqu'ils comptent, les élèves états-uniens font ce que leurs maîtres leur ont demandé de faire, ce qu'ils ont valorisé.

5. 4. Des arguments issus de la recherche en psychologie différentielle

Toutes les études concernant les enfants en grande difficulté dans leurs apprentissages numériques soulignent une caractéristique commune : ils « *continuent à utiliser préférentiellement les stratégies de comptage verbal et même parfois de comptage sur les doigts* » (INSERM, 2007, p. 305). Ainsi, Jordan et collègues (2003) ayant sélectionné des élèves de milieu de CE1 parce qu'ils sont faibles en mémorisation des faits numériques, ils observent qu'un an et demi plus tard (fin de CE2), ils n'ont pratiquement pas progressé parce qu'ils utilisent systématiquement le comptage pour trouver le résultat. Ils sont enfermés dans la façon de faire que leurs enseignants ont initialement privilégié. Ajoutons à cela que ce phénomène est observé chaque année par les professeurs des écoles, y compris ceux de Cours Moyen.

6. Conclusion : il sera difficile d'amener les professeurs d'écoles à renoncer à enseigner le comptage-numérotage

L'analyse présentée dans ce texte doit être complétée : en effet, avant d'incriminer le basculement de 1986 et l'enseignement du comptage-numérotage qui l'accompagne, il est nécessaire de s'assurer qu'aucune autre cause n'émerge. Là encore, ce complément d'analyse est présentée dans Brissiaud (2013) et il conduit à penser que c'est effectivement le cas. Ici, faute de place, disons simplement que la baisse s'effectue dans les mêmes proportions quelle que soit la catégorie sociale du chef de famille : que celui-ci soit agriculteur, cadre ou profession intellectuelle, employé, inactif... il n'y a pas d'interaction entre l'évolution des performances et cette catégorie sociale. C'est un résultat très rare et Thierry Rocher souligne dans sa note qu'il suggère « *un effet principalement lié à l'apprentissage scolaire* ». En effet, on aurait pu avancer comme facteur explicatif à l'effondrement des performances, le fait que la condition sociale de certains enfants se dégrade durant cette période, suite au phénomène de ghettoïsation des banlieues, par exemple. Or, une explication de ce type ne tient pas.

En un an et 3 mois, l'idée qu'il faudrait renoncer à l'enseignement du comptage-numérotage et renouer avec les choix didactiques qui étaient les nôtres vers le milieu du siècle dernier, a fait beaucoup de progrès. En effet, dans les textes préparatoires au séminaire national sur l'enseignement des mathématiques qui s'est tenu à l'IFE en mars 2012, un collègue écrivait : « *Une controverse existe en ce qui concerne l'enseignement du comptage. Cette procédure qui*

consiste à dénombrer en numérotant les objets un à un : « un, deux, trois, quatre, il y en a quatre » est considérée par certain (Brissiaud) comme néfaste et ne devant pas être enseignée à des jeunes enfants ». J'apparaisais à l'époque très isolé dans la défense de cette thèse. Aujourd'hui, il n'est plus sûr que ce collègue tiendrait le même propos : l'analyse présentée ici l'a été début 2013 au séminaire des archives Piaget à Genève, puis au séminaire national de didactique des mathématiques à Paris, et enfin au Journées mathématiques de Lyon 2013, sans qu'aucune objection majeure ne lui ait été adressée. Une recherche engageant 3 laboratoires de psychologie, le laboratoire dirigé par Gérard Sensevy et l'IFE (recherche ACE) est, pour ce que l'on en sait (Baumard, M., 2013), engagée sur cette base. Mais il ne faut pas se leurrer : l'enseignement du comptage-numérotage correspond à son enseignement selon le sens commun et il est toujours plus facile de diffuser des pratiques pédagogiques correspondant au sens commun que d'autres qui rompent avec celui-ci.

Bibliographie

- Baroody A. Bajwa, N. & Eiland M. (2009) Why Can't Johnny Remember the Basic Facts ? *Developmental disabilities research reviews* ; 15, 69-79.
- Baumard, M. (2013) *La France enfin première de la classe*. Paris : Fayard
- Brissiaud R. (1989) *Comment les enfants apprennent à calculer – Au-delà de Piaget et de la théorie des ensembles*. Paris : Retz
- Brissiaud R. (2003) *Comment les enfants apprennent à calculer – Le rôle du langage, des représentations figurées et du calcul dans la conceptualisation des nombres*. Paris : Retz
- Brissiaud R. (2007) *Premiers pas vers les maths – Les chemins de la réussite à l'école maternelle*. Paris : Retz.
- Brissiaud R. (2013) *Apprendre à calculer à l'école – Les pièges à éviter en contexte francophone*. Paris : Retz.
- Canac, H. (1955) L'initiation au calcul entre 5 et 7 ans. In F. Brachet, H. Canac & E. Delaunay (ed.), *L'enfant et le nombre*, p.9-27. Paris : Didier.
- Davidson, K., Eng, K. & Barner, D. (2012) Does learning to count involve a semantic induction? *Cognition* ; 123-1 ; p. 162-173.
- Eiler, R. (1977) *Math et calcul*. Paris : Hachette
- Emprin, F. (2012) Éléments d'analyse d'observation et d'analyse sur l'enseignement à l'école maternelle. Disponible sur internet : <http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/dossier-manifestations/conference-nationale/conference-nationale-textes-1> (consulté le 9 décembre 2013).
- Ermel (1977) *Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire, cycle préparatoire*. Paris : SERMAP-OCDL.
- Ermel (1990) *Apprentissages numériques, cycle des apprentissages, Grande Section de maternelle*. Paris : Hatier.
- Fareng R. & Fareng, M. (1966) *Comment faire ? L'apprentissage du calcul avec les enfants de 5 à 7 ans*. Paris, Fernand Nathan.

- Fischer, J.-P. (1992) *Les apprentissages numériques*. Nancy, Presses Universitaires de Nancy
- Fuson, K.C. (1988). *Children's counting and concepts of number*. New York : Springer.
- Geary, D.C. (2005) Les troubles d'apprentissage en arithmétique : rôle de la mémoire de travail et des connaissances conceptuelles. In M.-P. Noël (Ed) : *La dyscalculie*. Marseille : Solal.
- Geary D.C., Fan L. & Bow-Thomas C.C. (1992). Numerical cognition: Loci of ability differences comparing children from China and the United States. *Psychological Science*, 3,180-185.
- Gelman R. & Gallistel C.R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge : Harvard University Press.
- Hatano G. (1982) Learning to Add and Subtract : A Japanese Perspective. In T. Carpenter, J. Moser & T. Romberg (Eds) : *Addition and Subtraction : A Cognitive Perspective*. Hillsdale, N.J. : Lawrence Erlbaum Associates
- INSERM (2007) Dyslexie, Dysorthographe, Dyscalculie – Bilan des données scientifiques. Paris : Les éditions INSERM
- Jordan N., Hanish L & Kaplan D. (2003) Arithmetic fact mastery in young children. A longitudinal investigation. *Journal of Experimental Child Psychology*, 85, 103-119.
- Markman, E.M. (1989) : *Categorisation and naming in children*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Markman, E.M. (1990) : *Constraints children place on word meanings*. *Cognitive Science*, 14, 57-77
- MEN (1986). *L'école maternelle, son rôle, ses missions*. CNDP
- Mialaret, G. (1955) *Pédagogie des débuts du calcul*. Fernand Nathan, Paris (avec la collaboration de l'Unesco).
- Palanque R., Cambrouse E. & Loubet E. (1987) *Prépa-math – Maternelle/grande section – Dossier pédagogique*. Paris : Hachette.
- Piaget, J. & Inhelder, B. (1963). Les opérations intellectuelles et leur développement. In P. Fraise et J. Piaget (Eds). *Traité de psychologie expérimentale*, VII, L'intelligence, 109-155.
- Rocher T. (2008) Lire, écrire, compter : les performances des élèves de CM2 à vingt ans d'intervalle 1987-2007. *Note 08.38 de la DEPP* ; décembre 2008.
- Sarnecka, B.W. & Carey, S. (2008). How counting represents number: What children must learn and when they learn it. *Cognition*, 108(3), 662-674.
- Savard, C. (1940) *Pages choisies de pédagogie contemporaine*. Paris : Delagrave.
- Schaeffer, B., Eggleston, V.H. & Scott, J.-L. (1974). « Number development in young children », *Cognitive Psychology*, 6, p. 357-379.

Atelier 1

Les résolutions de problèmes de recherche, quel impact pour l'apprentissage des mathématiques ?

DREAM*, ResCo**

** Démarche de recherche pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques.*

Equipe mixte IREM de Lyon, IUFM, Université Lyon 1 (S2HEP), IFE – ENS de Lyon

ALDON G., CAHUET P.Y., FRONT M., GARDES M.L., GUISE A., MIZONY M., KRIEGER D.

*** Résolution collaborative de problèmes*

Equipe IREM de Montpellier

AZZIZ S., BROUZET A., COUDERC G., DURAND-GUERRIER V., MANN E., RAY B., SAUMADE H., SAUTER M., VIRDUCCI S., YVAIN S.

RÉSUMÉ. Appuyer l'enseignement des mathématiques sur la recherche de problèmes permet d'envisager autrement l'apprentissage des mathématiques en développant notamment la dimension expérimentale de cette discipline. Les équipes DREAM et ResCo mènent conjointement mais chacune avec ses spécificités des recherches dans ce sens. Dans un premier temps nous proposerons aux participants de travailler sur le problème de la dalle d'Anubis (que l'équipe ResCo a élaboré pour le dispositif de résolution collaborative en 2013) ou sur le problème des nombres trapézoïdaux (issu de la ressource EXPRIME élaborée par l'équipe DREAM). Nous présenterons dans un second temps l'impact du dispositif de résolution collaborative sur l'image des mathématiques. Dans un troisième temps nous présenterons une expérimentation dans une classe de 1^{ère}S conduite par l'équipe DREAM au cours de laquelle les élèves ont travaillé sur les deux problèmes avec les deux types de dispositifs.

ABSTRACT. ...

MOTS-CLÉS : résolution de problème de recherche, recherche collaborative

KEYWORDS : PROBLEM-SOLVING RESEARCH, COLLABORATIVE RESEARCH

Présentation des équipes et des problématiques de recherche

Les « problèmes pour chercher » sont une façon différente d'envisager l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques dans le cours ordinaire de la classe. Ils permettent de mettre en évidence et en pratique les ressorts fournis par la dimension expérimentale de l'activité mathématique sur des connaissances mathématiques en lien avec les programmes à différents niveaux d'enseignement (cycle 3, collège, lycée, université) ; les « démarches d'investigation » redonnent du sens aux mathématiques en interrogeant leur pratique en classe ; les équipes DREAM (Démarche de recherche pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques) et ResCo (Résolution collaborative de problèmes) mènent des recherches dans lesquels les problèmes sont centraux. L'équipe DREAM (IREM de Lyon, IFé et Université Lyon 1) a élaboré une ressource (EXPRIME 2010) ayant comme objectif de permettre aux enseignants de mettre en œuvre dans le cours ordinaire de la classe des problèmes de recherche. Sur quelques situations classiques ou moins classiques, les ressorts fournis par la dimension expérimentale de l'activité mathématique d'une part, les connaissances mathématiques travaillées en lien avec les programmes à différents niveaux d'enseignement primaire et secondaire, d'autre part sont mis en évidence. Le travail du groupe se poursuit et s'intéresse actuellement à l'étude de la diffusion de la ressource publiée et son impact auprès des enseignants. Le groupe ResCo de l'IREM de Montpellier élabore un stage de formation continue comportant une session de résolution collaborative de problème (Ray & al., 2012). Le dispositif de résolution collaborative de problèmes repose sur des échanges entre des classes qui cherchent à résoudre le même problème, posé sous une forme non mathématique. Ce dispositif est proposé aux stagiaires, et de manière plus large, il permet le travail d'une communauté d'enseignants qui s'est créée au fil des années en engageant une ou plusieurs classes. Pendant cinq semaines, les élèves échangent des questions, des réponses, des idées, des procédures et des conjectures. Ces échanges sont pris en charge par les enseignants sur une plateforme Internet à accès restreint. La spécificité de ce dispositif conduit à proposer des énoncés originaux, appelées fictions réalistes.

S'appuyant sur des expériences de plusieurs années, le groupe DREAM-ResCo développe également un questionnaire qui doit permettre, parallèlement à l'étude de l'élaboration et de la diffusion des problèmes de recherche, d'approfondir l'analyse des effets des mises en œuvre sur les élèves. Dans cet atelier, nous proposons de présenter cet aspect des travaux du groupe DREAM-ResCo.

Présentation de l'atelier

Après une brève présentation des deux équipes et de leurs travaux respectifs, l'atelier se déroulera en trois temps. En premier lieu, nous proposerons aux participants de mener une recherche sur le problème de la dalle d'Anubis posé par ResCo dans le cadre de la résolution collaborative de problème et sur le problème des nombres trapézoïdaux proposé dans la ressource EXPRIME. Dans un second temps, nous présenterons le point de vue d'élèves et d'enseignants ayant participé à ce dispositif sur l'impact que peut avoir ce type d'activité mathématique sur l'image des mathématiques. Dans un troisième temps, nous présenterons une expérimentation menée dans une classe de première scientifique où les deux types de recherche de problème ont été proposés : une recherche collaborative de problème et une recherche de problème issu de la ressource EXPRIME. Une analyse du point de vue des élèves sur les différences et similitudes entre les deux dispositifs d'une part et sur les effets de ce type d'activités mathématiques d'autre part sera donnée. Pour conclure, nous présenterons notre projet de recherche dont l'objectif est l'analyse des effets de la pratique de résolutions de problème de recherche en classe sur l'apprentissages des concepts mathématiques d'une part et sur la transposition des compétences travaillées dans ces activités de recherche aux autres cadres de l'activité mathématique.

Bibliographie

Aldon G., Cahuet P.-Y., Durand-Guerrier V., Front M., Krieger D., Mizony M., Tardy C. (2010). Expérimenter des problèmes de recherche innovants en mathématiques à l'école. Cédérom, INRP.

Ray B., Azziz S., Couderc G., Durand-Guerrier V., Saumade H., Sauter M., Virducci S., Yvain S. (2012) Recherche collaborative et démarche d'investigation : des mathématiques pour appréhender le réel, in Dorier J.L. et Coutat S. (Eds), *Enseignement des mathématiques et contrat social Enjeux et défis pour le 21^e siècle*, Actes du colloque EMF 2012, Université de Genève.

ResCo: <http://www.irem.univ-montp2.fr/Resolution-collaborative-de.96>

Un atelier Math en Jeans au collège

François Denizou

*CLG des Gratte Ciel
85, av Francis de Préssensé
69100 Villeurbanne
francois.denizou@wanadoo.fr*

RÉSUMÉ. L'article est le partage d'expérience d'un professeur porteur d'un atelier Math en Jeans en collège. Il a pour but de présenter le travail du professeur, des élèves, des chercheurs durant un an. Il ne s'agit en aucun cas d'un cadre rigide à respecter à la lettre.

MOTS-CLÉS : Math en Jeans, les maths autrement, travaux coopératifs

1. Introduction

Association loi 1901, agréée par l'éducation nationale et soutenue par le CNRS, Math en Jeans a pour objectif de soutenir et de promouvoir la mise en place d'ateliers de recherche en mathématiques dans les établissements scolaires. Il s'agit donc de permettre à des élèves de découvrir les mathématiques autrement par une véritable démarche de chercheur et de favoriser l'échange entre pairs. *De fait, les élèves font des mathématiques de manière décontractée, sans évaluation, pour le plaisir.*

2. Organisation générale de l'atelier

L'atelier Math en Jeans fait intervenir trois types de personnes :

- des élèves (volontaires) de tout niveau de classe et de tout niveau scolaire.
- un ou des chercheurs proposant un thème de recherche.
- un ou des enseignants pour animer l'atelier.

Les élèves cherchent à répondre aux questions plus ou moins ouvertes posées par les chercheurs durant l'année scolaire. Début avril, un congrès réunissant plusieurs ateliers permet aux élèves de présenter leurs travaux sur un stand et/ou lors d'un exposé. A la fin de l'année, les élèves rédigent un article scientifique validé par les chercheurs.

Pour les élèves l'investissement est important en temps et en implication et la participation au congrès est un moment réellement fort du projet. A titre d'exemple, voici le temps pris par l'atelier Math en Jeans cette année pour des élèves de la 6^e à la 3^e :

- 1 heure par semaine en plus de l'emploi du temps après les cours.
- 3 demi-journées de rencontre avec les chercheurs.
- 1 demi-journée de préparation du stand.
- 1 demi-journée de préparation à l'oral
- 3 jours de congrès du vendredi au dimanche.

3. Le rôle des professeurs

Après avoir trouvé des élèves intéressés par le projet, les professeurs organisent concrètement l'atelier en prévoyant un horaire permettant de regrouper des élèves de classes et de niveaux différents, un lieu où le travail en groupe est facilité (le CDI par exemple), éventuellement un espace numérique partagé, et ce en lien avec la direction de l'établissement. Ils assistent bien évidemment les élèves lors des séances hebdomadaires. C'est eux qui font part régulièrement aux chercheurs de l'avancement des travaux.

Une part importante de l'activité consiste aussi à organiser la participation au congrès. Il s'agit bien évidemment d'être en lien avec l'association pour les détails matériels (logement, horaires, déplacements). Il s'agit aussi de rechercher des subventions pour pouvoir se déplacer plus ou moins loin (train, bus) et participer aux frais du congrès sans faire reporter la totalité des frais aux familles. A titre d'exemple, participer de Lyon à un congrès à Marseille revient à 150 € par participant.

Enfin, il est important de valoriser le travail des élèves dans l'enceinte de l'établissement par des affiches ou de la « publicité » comme des exposés en classe, mais aussi à l'extérieur, notamment via la presse régionale.

4. Le retour d'expérience des élèves... et des professeurs

Beaucoup des participants n'ont pas l'impression de faire des mathématiques, quel que soit l'objet d'étude et quels que soient les outils théoriques en jeu. Ceci est possible (et souhaitable) si le thème de recherche est accessible pour tous les élèves du collège. L'absence a priori de connaissances théoriques permet la prise d'initiative et les outils (calcul littéral, démonstrations par récurrence) arrivent de manière naturelle pour progresser dans la recherche.

Le travail en groupe oblige d'apprendre à s'écouter, à argumenter et à valider entre pairs ce qui semble être un résultat probant. Les rencontres avec les chercheurs demandent aux élèves d'être rigoureux dans leurs propos, de différencier la conjecture (« ça se voit ! ») de la preuve. Le travail sur une année complète, et en particulier les moments de synthèse avant le congrès, oblige les élèves à travailler avec des traces écrites (et lisibles!).

Le travail de préparation à l'oral demande encore un investissement certain des enseignants pour cadrer les élèves, les aider à créer des documents, les préparer à l'oral. Mais, présenter son travail dans un amphi, un micro à la main, permet aux élèves *volontaires* de prendre conscience de leurs capacités à s'exprimer et les rend fier d'avoir su surmonter leur peur.

5. Conclusion

Créer un atelier Math en Jeans dans un collège, c'est donner à des jeunes l'occasion de travailler les mathématiques autrement et de valoriser leur travail de différentes manières. Pour les professeurs, c'est l'occasion de découvrir des domaines mathématiques récents mais aussi de quitter la posture du savant pour retrouver le plaisir de chercher.

Atelier 2

Dispositif « boîte-noire », démarche d'investigation et TIC.

Groupe Didactique de l'IREM de Montpellier

Université Montpellier II
CC040
Place Eugène Bataillon
34095 Montpellier Cedex 05
ctebedo@ac-montpellier.fr

RÉSUMÉ. Dans les dispositifs « boîte-noire », l'élève doit découvrir le processus caché qui transforme une situation initiale en une situation finale. Les TICs permettent la répétition non-limitée de l'expérience et la rétroaction instantanée du milieu, deux conditions à la mise en place d'une démarche d'investigation.

ABSTRACT. In the « black-box » device, the student has to discover the hidden mechanism which transforms an initial situation in a final situation. The TICs allow the unlimited repetition of the experience and the immediate retroaction of the environment, two conditions to implement an investigation approach.

MOTS-CLÉS : Boîte-noire, démarche d'investigation, TIC.

KEYWORDS : BLACK-BOX DEVICE, INVESTIGATION APPROACH, TIC.

1. Introduction

Depuis de nombreuses années, nous cherchons à organiser notre enseignement autour de situations problèmes et nous pratiquons dans nos classes le débat scientifique. Sans chercher à présenter ces deux dispositifs déjà anciens et qui se complètent parfaitement, nous allons en rappeler les caractéristiques qui nous semblent importantes dans le contexte de cet article. Les lecteurs intéressés pourront se référer aux travaux de R. Douady (1986) sur la notion de situation problème et à ceux de M. Legrand (1993) pour ce qui concerne le débat scientifique.

Les problèmes que nous proposons dans nos classes doivent répondre aux caractéristiques suivantes :

L'énoncé est facilement compréhensible par tous les élèves. L'enjeu du problème est clair, chaque élève doit pouvoir imaginer ce que peut être une solution au problème posé et chacun doit pouvoir se prononcer sur la validité d'une solution proposée. D'autre part, peu importe son niveau, l'élève doit pouvoir prendre des initiatives cohérentes avec le problème posé. Le problème choisi doit permettre le franchissement d'un obstacle et la connaissance nouvelle qui en résulte doit être un outil performant permettant de résoudre ledit problème.

Enfin, les élèves ont la responsabilité scientifique du savoir construit et cette connaissance doit se construire autour des règles qui régissent la rationalité mathématique.

En faisant ces choix, nous pensons permettre à chaque élève de s'engager dans une véritable activité scientifique et de progresser quel que soit son niveau. En cela, nous sommes en accord avec les instructions officielles (programme et socle commun).

Voici donc nos choix pédagogiques et didactiques clarifiés. La recherche que nous présentons dans ce qui suit a été orientée par le rôle qui est accordé aux TIC dans la résolution de problème (telle que nous l'entendons et présentée ci-dessus). La plupart du temps, les TIC sont utilisés comme un outil d'aide à la résolution du problème pour construire avec précision une figure géométrique, pouvoir faire varier les positions des points dans une figure, pour automatiser des calculs fastidieux... Nous nous sommes demandé s'il n'était pas possible de conférer aux TIC un nouveau rôle à savoir devenir source de problèmes plutôt qu'exclusivement une aide à la résolution. Dans cette étude, nous nous sommes arrêtés sur un dispositif que nous nommons « boîte noire » et dont nous présentons ci-dessous quelques éléments qui nous semblent intéressants.

2. Qu'appelons-nous boîte noire ?

Dans Wikipedia, on peut trouver la définition suivante : « Une boîte noire est la représentation d'un système sans considérer son fonctionnement interne (que ce soit un objet mécanique ou électronique, un organisme, une personne, un mode d'organisation sociale, ou n'importe quel autre système). Ce fonctionnement interne est soit inaccessible, soit omis délibérément. »

Une « boîte noire » est ainsi représentée de façon élémentaire en affichant les entrées et les sorties mais en masquant le fonctionnement interne.

Ce principe de « boîte noire » peut servir de base à des activités qui, sous forme d'un processus mathématique, transforme un état initial en un état final, programmé par le professeur ou bien déjà programmé par les concepteurs de l'interface.

Face à ces activités « boîte noire », la tâche des élèves est de découvrir le processus mathématique programmé. La mise en activité des élèves est facilitée par la forme même du concept. Ils entrent ainsi dans une démarche d'investigation en créant des liens entre les différents états initiaux testés et états finaux obtenus et émettent ainsi des conjectures successives qu'il faut valider ou invalider.

L'utilisation des TIC comme support de ces activités « boîtes noires » permet la répétition de l'expérience et la rétroaction du milieu, ce qui constitue deux conditions indispensables à la mise en place d'une démarche d'investigation.

Les « boîtes noires » prennent différentes formes en fonction de l'interface utilisée :

- **Dans un logiciel de géométrie dynamique**, une boîte noire est un programme de construction caché qui, à partir d'objets initiaux, produit un objet final. Par exemple, l'élève place trois points sur sa page et le logiciel construit le cercle inscrit du triangle formé par ces 3 points. La question posée à l'élève est : Comment ce cercle est-il construit ?

- **Dans un tableur**, une boîte noire peut être : Soit un programme de calcul caché qui, à partir de nombres initiaux, donne un ou plusieurs nombres finaux ; soit un programme de construction caché qui, à partir de nombres initiaux, donne un graphique. Par exemple, l'élève choisit 4 nombres et le logiciel fait apparaître le diagramme circulaire à partir de ces 4 valeurs. La question est, comment ce diagramme est-il construit ?

- **Dans une calculatrice**, une boîte noire est soit une fonction programmée, soit un mode de calcul ou d'affichage qui, à partir d'un nombre initial, donne un nombre final. Par exemple, on peut configurer certaines calculatrices pour qu'elles écrivent les fractions au format anglo-saxon. Les élèves écrivent donc une fraction classique et la calculatrice l'affiche au format anglo-saxon. La question est, comment la calculatrice réécrit la fraction de départ ?

2. 1. Qu'est-ce que les élèves travaillent avec les boîtes noires ?

Les activités « boîtes noires » ont pour objectif de construire de nouvelles connaissances mathématiques et/ou de réinvestir des connaissances déjà travaillées. Elles mobilisent aussi d'autres connaissances et compétences, tant mathématiques que procédurales. Bien entendu, comme dans les situations de recherche plus classiques, tous les élèves n'arrivent pas à la solution. Cependant, même ceux qui n'atteignent pas l'objectif annoncé sont en questionnement et ont déjà entamé un processus d'apprentissage vers la notion étudiée. Cela facilite ainsi le travail de l'enseignant lors de l'institutionnalisation de la connaissance visée.

Les activités « boîtes noires » se situent au cœur d'un ensemble. Elles s'insèrent dans un dispositif d'apprentissage qui comporte d'autres phases de réactivation de connaissances, de validation et d'institutionnalisation. Dans cet article, c'est la phase de recherche liée aux activités « boîtes noires » qui est étudiée, les autres phases restant bien sûr à imaginer et à construire.

Outre les connaissances mathématiques en jeu, une boîte noire permet en général de travailler des compétences TIC. Toutefois, l'enseignant doit mettre l'accent sur le développement des capacités nécessaires à une démarche d'investigation en autonomie. En effet, la responsabilité de la recherche est dévolue à l'élève ou à des groupes d'élèves, jusqu'à ce que la connaissance visée par l'enseignant émerge au sein du groupe classe. Cette recherche de conjectures a été analysée par Dahan (2005) dans le cadre de la géométrie dynamique avec le logiciel Cabri-Géomètre. Il décompose cette phase de pré-conjecture en trois phases qu'il nomme recherche erratique, recherche ordonnée et accélération de la recherche.

Rentrer dans une recherche erratique, trouver un fil conducteur amenant à une recherche ordonnée et repérer les éléments pertinents qui accélèrent la recherche correspondent à un apprentissage important du côté de l'élève. Les procédures favorisant la découverte (prise d'initiatives en faisant des essais ou de nouveaux tracés) ne sont pas innées, elles s'acquièrent au fur et à mesure : Il faut donc prévoir une progression tout au long de l'année voire tout au long de la scolarité, pour développer ces compétences de recherche. On peut commencer par des situations dans lesquelles il est plus facile de prendre des initiatives, ou traiter les premières situations en groupe-classe. Il est aussi important de faire un bilan non seulement sur la connaissance mathématique visée mais aussi sur la façon de chercher, en relevant quelques attitudes pertinentes et en aidant les élèves à repérer leurs niveaux de recherche en lien avec les trois phases analysées par Dahan (2005).

Pour finir, les activités présentées répondent à quatre objectifs pour le professeur, à savoir permettre aux élèves :

- De développer les compétences liées à la démarche d'investigation ;
- D'utiliser les TIC dans un but d'apprentissage ;

- De travailler les notions du programme ;
- De résoudre un problème mathématique.

2. 2. *Quelles sont les précautions à prendre dans les dispositifs boîte-noire?*

Pour que ces boîtes noires soient de bons outils pour construire une connaissance mathématique, il convient de prendre quelques précautions en s'interrogeant sur le statut des outils TIC utilisés et sur le lien entre la technique établie, la connaissance et la preuve.

2. 2. 1. *Les problèmes posés par le statut de la calculatrice.*

Habituellement les TICs sont des « outils pour trouver la réponse » quand ils permettent d'effectuer des tâches fastidieuses (calculs ou tracés géométriques). Dans un dispositif « boîte-noire », ils deviennent la source d'un problème. Ce basculement dans la représentation de l'outil pose certaines difficultés en particulier pour la calculatrice. Depuis l'école primaire, il est admis que la calculatrice donne toujours une réponse juste sans questionner son fonctionnement interne. Elle est un instrument qui évite les calculs à la main et qui permet de contrôler des résultats. Dans une activité « boîte noire » ce fonctionnement interne devient un objet d'étude pour les élèves. La calculatrice peut alors devenir dans l'esprit des élèves une source (voire la source) de la connaissance mathématique. Il faut donc veiller à ne pas lui conférer un statut d'infailibilité en précisant son domaine de validité. Par exemple lors de la recherche des règles opératoires sur les radicaux, les calculatrices ne donnent pas toujours des résultats exacts.

Il s'installe alors une dialectique qui peut être déroutante entre la calculatrice comme **outil de contrôle** et la calculatrice comme **outil à contrôler**. Il faut donc réfléchir à un programme cohérent d'apprentissage de l'utilisation de cet outil afin de développer chez l'élève les compétences nécessaires à son utilisation pertinente et optimale : ramener la calculatrice à son statut d'outil qui a été conçu dans un certain but, avec certaines règles, et qui, comme tout outil, a ses limites.

2. 2. 2. *Le problème posé par la conjecture émise*

Comme dans toute situation problème, il faut veiller à ce que les conjectures produites ne fassent pas obstacle à la connaissance visée. Ce point est apparu pour la découverte de la règle sur la division des fractions : certains élèves ont produit une conjecture du type « le numérateur s'obtient en multipliant le numérateur de la première par le dénominateur de la seconde ». Ils ont ainsi construit une recette plutôt qu'une règle congruente au sens de la division et il va ensuite être difficile de les faire revenir à la règle de multiplication par l'inverse. A ce titre, il semble indispensable de faire une analyse a priori soignée : lister les procédures élèves possibles et rechercher les conjectures éventuelles qui pourraient apparaître.

3. Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier le laboratoire IREM de l'Université Montpellier II pour son soutien logistique et financier ainsi que l'équipe PERMES (Parcours d'Etude et de Recherche en Mathématiques dans l'Enseignement Secondaire) pour son soutien financier.

4. Bibliographie

- Dahan Jean-Jacques (2005). La démarche de découverte expérimentalement médiée par cabri-géomètre en mathématiques : Un essai de formalisation à partir de l'analyse de démarches de résolutions de problèmes de boîtes noires, thèse de doctorat, Université Joseph-Fourier-Grenoble I.
- Douady Régine (1986). Jeux de cadre et dialectique outil-objet, *Recherche en didactique des mathématiques*, Vol. 7 no.2.
- Legrand Marc (1993). Débat scientifique en cours de mathématiques, *Repères IREM*, janvier 93, n°10 (Topiques Editions).

Décisions didactiques prises par des enseignants de sciences dans la conception de séquences d'enseignement

Annie Bessot**, **Hamid Chaachoua****, **Claire Geoffroy*****,
Isabelle Girault**, **Claudine Héritier*****, **Sébastien Jolivet*****,
Anne Lejeune**, **Vanda Luengo****, **Eric Martinet*****, **Patricia Marzin****, **Jana Trgalova***, **Claire Wajeman****

** S2HEP, Université Lyon 1 et Ecole Normale Supérieure de Lyon
19, Allée de Fontenay
69007 Lyon*

*** MeTAH – LIG, Université Grenoble 1
11, rue des Mathématiques
38042 Saint Martin d'Hères*

**** professeurs associés à l'IFE*

RÉSUMÉ. L'ensemble des consignes rassemblées ci-dessous s'organise en trois rubriques. Ce résumé est à composer en Times corps 9 italique, interligné 11 points, Sa taille ne doit pas dépasser une dizaine de lignes.

ABSTRACT.

MOTS-CLÉS : mots significatifs en lien avec le propos.

KEYWORDS :

Introduction

Nombreux travaux en didactique des disciplines soulignent le rôle de l'enseignant dans la conception et la mise en place des situations d'apprentissage (ex. Gueudet et Trouche 2008, Robert et Rogalski 2005, Margolinas et Rivière 2005,). En particulier, l'enseignant est amené à prendre des décisions qui peuvent porter sur le choix des problèmes qu'il propose aux élèves, sur l'organisation de sa classe à un moment donné de la séance, sur la nature des questions et le moment où il doit les poser aux élèves, les réponses qu'il peut donner ou non etc. Cette problématique devient centrale dans les champs de recherches dans le domaine des environnements informatiques pour l'apprentissage humain (EIAH) sur les rétroactions, la conception des systèmes auteurs ou des tuteurs.

Le projet qui fait objet de cette contribution vise à construire un modèle didactique et informatique pour la prise de décisions dans un EIAH. Plus précisément, nous nous intéressons aux développements des systèmes informatiques qui peuvent accompagner un enseignant dans la prise de décision lors des phases de conception et de mise en œuvre de scénarii, de séquences ou de séances d'enseignement.

1. Travail réalisé cette année

Le travail réalisé cette année est organisé autour de trois axes :

- (1) revue de littérature relevant à la fois du champ de la didactique des disciplines et de celui des EIAH, visant à élaborer un état de l'art de la problématique de prise de décisions didactiques ;
- (2) définition et caractérisation a priori de facteurs susceptibles d'influencer la prise de décisions didactiques ;
- (3) élaboration d'une méthodologie de recueil de données et de leur analyse visant l'identification de décisions prises par des enseignants en situation de projet de séquence et de facteurs qui les influencent, et confrontation des résultats de cette analyse avec les facteurs identifiés a priori.

Dans la partie suivante, nous développons plus en détail la méthodologie mise en place.

2. Méthodologie

En nous appuyant sur le modèle des niveaux de l'activité du professeur de Margolinas (2002) (voir Fig. 1), nous nous intéressons dans un premier temps au niveau +1, à savoir le niveau de projet de séance où le professeur conçoit son projet d'enseignement pour une séance donnée.

2.1. Recueil de données

Quatre professeurs de mathématiques, de sciences physiques et de sciences de la vie et de la Terre participent à cette étude. Pour recueillir des traces des processus de conception de leurs projets de séances (ou de séquences), nous avons mis en place un journal de bord, conçu avec les professeurs, visant à recueillir des informations concernant les processus de conception de séquences d'enseignement par les enseignants.

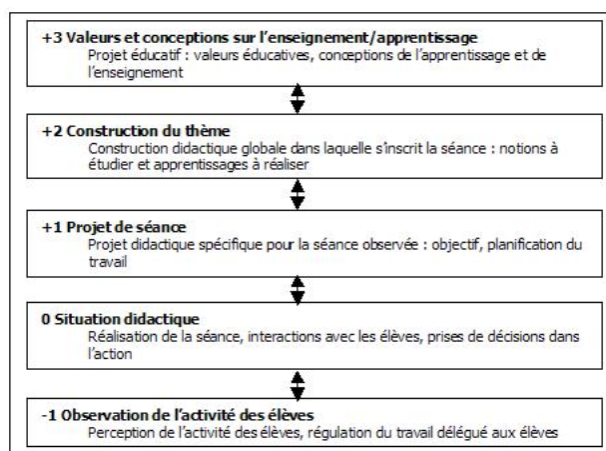


Figure 1. *Modèle des niveaux de l'activité du professeur (Margolinas 2002).*

A chaque moment où les professeurs planifient leur séance (ou séquence), ils sont invités à renseigner dans le journal de bord les choix faits, la (les) raison(s) de ces choix, les ressources à l'appui, ainsi que les ressources consultées mais non retenues et enfin toute observation jugée utile pour comprendre les décisions prises.

2.2. Analyse des données

Pour analyser les données recueillies avec le logiciel *ediT2* et le journal de bord, nous nous appuyons sur un ensemble de facteurs que nous définissons et caractérisons a priori et dont nous cherchons des indicateurs dans les données recueillies. Ce travail théorique qui prend source notamment dans des travaux de recherche est en cours de réalisation.

3. Organisation de l'atelier

Après une brève présentation du contexte de notre recherche, du journal de bord et de l'ensemble des facteurs retenus, nous avons proposé aux participants

d'échanger sur notre approche, et plus particulièrement sur la méthodologie adoptée.

Bibliographie

- Gueudet, G., Trouche, L. (2008), Du travail documentaire des enseignants : genèses, collectifs, communautés. Le cas des mathématiques, *Education et didactique* 2(3), 7-33.
- Margolinas, C. (2002), Situations, milieux, connaissances. Analyse de l'activité du professeur, in J.-L. Dorier et al. (dir.), *Actes de la 11e Ecole d'été de didactique des mathématiques* (pp. 141-156), Grenoble : La Pensée sauvage.
- Margolinas, C., Rivière, O. (2005), La préparation de séance : un élément de travail du professeur, *Petit x*, 69, 32-57.
- Robert, A. et Rogalski, J. (2005). A cross-analysis of the mathematics teacher's activity. An example in a French 10th-grade class. *Educational Studies in Mathematics* 59, 269-298.

Logiciels mathématiques en classe de maternelle et développement professionnel des professeurs

Sylvaine Besnier

*CREAD, UBO, groupe MARENE
besniersylvaine@yahoo.fr*

RÉSUMÉ. Ressources et technologies, usages pour l'enseignement du nombre à l'école maternelle et développement professionnel des professeurs» Thèse en cours sous la direction de Ghislaine Gueudet (CREAD-UBO) et Luc Trouche (IFÉ)

ABSTRACT.

MOTS-CLÉS :

KEYWORDS :

Cadre général

Notre travail porte sur les ressources et les technologies, leur usage pour l'enseignement des mathématiques à l'école maternelle et le développement professionnel des professeurs. Les logiciels de mathématiques sont peu employés à l'école élémentaire, et notamment en cycle 2. Le manque d'équipement est parfois invoqué ; cependant, les recherches ont montré qu'un élément essentiel pour l'intégration de logiciels est l'articulation de ceux-ci avec d'autres ressources disponibles pour les professeurs, et leur compatibilité avec les connaissances professionnelles des professeurs, notamment sur les différents scénarios possibles pour l'enseignement de notions mathématiques (Poisard, Bueno-Ravel & Gueudet 2011). Les technologies font partie d'un ensemble plus vaste de ressources que le professeur mobilise pour son projet d'enseignement. Il doit chercher, combiner, assembler différentes ressources. Ces ressources nous les entendons au sens large accordé par Adler (2010) comme tout ce qui concourt au projet d'enseignement: il peut s'agir de ressources matérielles (manuels, programmes, logiciels éducatifs, site internet, etc...) mais aussi des interactions avec les élèves, les collègues, au sein de collectifs, etc... Dans le cadre de l'approche documentaire du didactique (Gueudet et Trouche, 2010), nous pensons que ce travail est porteur d'un développement professionnel car à divers moments de ce travail, les ressources modèlent l'activité du professeur, elles questionnent ses pratiques, ces choix et sont elles mêmes revisitées par le professeur.

Notre travail s'inscrit donc pleinement dans l'atelier 2 *Mathématiques, technologies de l'information et ressources*. Du point de vue de l'enseignement, les évolutions des ressources technologiques engendrent des mutations importantes du métier de professeur, notamment dans la création ou l'utilisation de ressources adaptées aux objectifs d'enseignement. Comment les professeurs s'approprient ils les technologies disponibles? Quelles ont les conséquences de ces usages en terme de connaissances relatives à l'enseignement de mathématiques? Nous nous proposons d'explorer cette problématique en prenant appui sur le projet MARENE.

1. Le projet MARENE: Mallette de ressources pour l'enseignement du nombre à l'école

Ce groupe mobilise depuis 2011-2012 des professeurs des écoles, des enseignants chercheurs, des formateurs, des étudiants en master et en thèse. Il s'agit de concevoir, tester et analyser des ressources pour l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. A partir de situations mathématiques de référence pour l'enseignement du nombre, différents logiciels et scénarios sont conçus et expérimentés en classe. Une présentation de ces ressources et de leurs

usages associés à été réalisée lors des précédentes journées mathématiques de l'IFÉ (Bueno-Ravel, L., Gueudet, G., & Poisard, C., 2012).

2. Recherche et données prélevées

Dans notre travail nous nous intéressons à la façon dont les professeurs reçoivent et intègrent une nouvelle ressource dans leur projet d'enseignement et nous cherchons à identifier les conséquences de cette intégration en terme de développement professionnel. En effet, nous pensons que l'arrivée d'une nouvelle ressource pensée didactiquement d'une certaine façon va avoir un impact sur le système de ressources pré existant chez le professeur, sur ses pratiques, sur ses conceptions sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques.

Nous avons donc suivi spécifiquement cette année deux professeurs expérimentant une des ressources finalisées l'an dernier par le groupe, « le Train des lapins ». Cette ressource est composée de plusieurs éléments: une situation de référence papier, un logiciel construit à partir de la situation de référence, des documents proposant des scénarios possibles . Nous avons observé les séances réalisées par ces professeurs, mené plusieurs entretiens et demandé aux professeurs de produire une représentation schématique de leur système de ressources. Nous avons pu identifier à partir de la même ressource de départ des usages différents.

3. Plan de la présentation

Dans un premier temps, nous présentons une analyse didactique de la ressource utilisée (la situation de référence Train des lapins, le logiciel, les documents associés avec des scénarios possibles) pour comprendre ses spécificités (il s'agit entre autres d'une situation ouverte sur le questionnement et les actions des élèves). L'identification de ces caractéristiques permettant par la suite de les mettre en regard avec le système de ressources du professeur, ses pratiques habituelles et l'usage spécifique qu'il fait de la ressource dans son enseignement.

Dans un second temps nous présentons les choix d'orchestrations (Drijvers, 2012) effectués par les professeurs pour leur usage du « Train des lapins ». La notion d'orchestration instrumentale a été définie comme composée de 3 éléments:

- une configuration didactique : c'est l'arrangement des artefacts dans l'environnement ;
- un mode d'exploitation : décisions a priori du professeur, pour exploiter la configuration didactique ;
- des performances didactiques : désignent la manière dont le professeur exploite effectivement la configuration didactique, elle inclut donc aussi les décisions ad hoc prises sur place en fonction des incidents.

Cette notion nous permet de décrire ce qui se passe dans la classe et les choix effectués par les professeurs par rapport aux scénarios possible proposés dans les documents qui accompagnent le «Train des lapins».

Enfin, nous analysons les choix effectués par les professeurs en terme de causes possibles de ces choix et conséquences sur les connaissances du professeur relatives à l'enseignement des mathématiques. Nous avons ainsi pu constater 1) que l'intégration de la nouvelle ressource a un impact particulier sur l'organisation de la classe pour l'un des professeurs et 2) que l'usage de cette ressource porte chez les deux professeurs à des degrés divers les germes d'une évolution des connaissances relatives à l'enseignement des mathématiques.

Références bibliographiques

- Adler, J. (2010) La conceptualisation des ressources. Apports pour la formation des professeurs de mathématiques. In Gueudet G. et Trouche L. *Ressources vives, le travail documentaire des professeurs en mathématiques*, (pp 25-39), Rennes, PUR.
- Bueno-Ravel, L., Gueudet, G., & Poisard, C. (2012). Mallette de ressources pour le numérique à l'école. In Aldon, G., Alvarez, A., Calpe, A., Matheron, Y., Novotna, J., Soury-Lavergne, S., & Trgalova, J. (2013). *Représentations dynamiques des mathématiques : quels outils pour faire, pour apprendre et pour enseigner les mathématiques ?* Actes des journées mathématiques de l'IFÉ, juin 2012, (pp.136-139). Éditions électroniques de l'ENS de Lyon,
- Drijvers, P. (2012) Teachers transforming resources into orchestrations in Gueudet G., Pepin B., Trouche L. *From text to « lived » resources : Mathematical Curriculum Materials and teacher Documentation.*, (pp 265-282), New York: Springer
- Gueudet, G. et Trouche, L. (2010). Des ressources aux documents, travail du professeur et genèses documentaires. In Gueudet G. et Trouche L. *Ressources vives, le travail documentaire des professeurs en mathématiques*, (pp 57-74), Rennes, PUR.
- Poisard, C., Bueno-Ravel, L., & Gueudet, G. (2011). Comprendre l'intégration des ressources technologiques en mathématiques par des professeurs des écoles. *Recherches en didactique des mathématiques*. 31(2), 151-189.

Géométrie Dynamique Collaborative, comparaison entre « Geogebra », « Tabulae » et « Règle et compas » : le point de vue de l'orchestration

Franck Bellemain*

Luc Trouche**

** Institut Français de l'Education, ENS Lyon, France et EDUMATEC, Université Fédérale de Pernambuco*

***Institut Français de l'Education, ENS Lyon, France*

RÉSUMÉ. Ce travail s'inscrit dans le cadre d'un projet plus large et à long terme qui propose de concevoir et développer des outils informatiques permettant l'orchestration (Trouche, 2005 ; Drijvers & al, 2010) de situations d'enseignement de contenus mathématiques intégrant des outils interactifs (micromondes, simulations, jeux) de manipulation d'objets mathématiques dans le contexte de l'enseignement à distance.

ABSTRACT.

MOTS-CLÉS :

KEYWORDS :

Comme première étape de ce projet, nous avons choisi de nous engager dans l'investigation des moyens informatiques qui permettent qu'activités mathématiques puissent effectivement être organisée dans un environnement virtuel pour l'apprentissage (LMS⁵). Dans ce travail d'investigation, nous cherchons surtout à déterminer quelles sont les interactions possibles, à travers une plateforme d'apprentissage en ligne, entre les apprenants, entre les apprenants et le ou les enseignants, ou encore entre les enseignants eux-mêmes, et finalement comment l'activité mathématique en ligne peut être insérée dans ces interactions.

La notion d'agent micromonde apporte une réponse technique et didactique à ces questions. C'est en tout cas une solution proposée par plusieurs environnements de géométrie dynamique qui offrent la possibilité d'organiser des activités de géométrie en ligne permettant à plusieurs participants distants d'interagir. Par cette disponibilité de solutions techniques, nous avons choisi, dans le cadre de notre projet initial, de mieux comprendre l'apport de ces environnements et leur intégration à l'enseignement. Parmi ces environnements, nous nous intéresserons essentiellement à « GeoGebra », « Tabulae » et « Règle et Compas ».

Le seul fait de pouvoir interagir à plusieurs sur une activité, en particulier une activité de géométrie, ne garantit pas qu'il va y avoir collaboration entre les participants, ou que cette collaboration va produire des apprentissages en géométrie. Au delà des questions techniques, élaborer et gérer une situation d'apprentissage collaboratif semble un problème particulièrement complexe, et même frustrant : une activité construite pour favoriser des apprentissages par une collaboration peut être moins productive de ce point de vue que l'activité d'une communauté virtuelle qui s'est constituée spontanément autour d'un problème donné. L'apprentissage collaboratif nécessite un profond changement de paradigme d'apprentissage qui amène d'ailleurs souvent à en parler aussi bien comme méthode pédagogique que comme processus sociocognitif. Ce changement profond exige que soient repensés aussi bien les méthodes d'enseignement que les outils d'observation, d'analyse et d'évaluation des apprentissages.

Ce changement affecte aussi le rôle de l'enseignant. Même s'il semble que l'un des éléments important pour le fonctionnement d'une telle situation est son caractère a-didactique et l'implication de ces participants, plusieurs auteurs s'accordent sur l'importance de l'enseignant non seulement dans l'élaboration et la mise en place de situations d'apprentissage collaboratif, mais aussi pour leur gestion.

⁵ Learning Management System.

De ce point de vue, on peut se poser la question de la disponibilité d'éléments méthodologiques et d'outils pour l'enseignant afin qu'il puisse effectuer le changement de paradigme d'apprentissage qui semble nécessaire et élaborer et gérer des situations pour l'apprentissage collaboratif. Dans ce cadre, nous avons choisi d'explorer l'apport de la notion d'orchestration pour ce qui est de l'élaboration et la gestion de telles situations. L'orchestration fournit un cadre théorico-méthodologique qui permet non seulement de systématiser le travail préalable de l'enseignant, notamment par l'étude de la configuration didactique initiale et son mode d'exploitation, mais aussi d'en analyser la mise en œuvre par l'évaluation de la performance didactique (Trouche, 2005 ; Drijvers & al, 2010).

La notion d'orchestration fournit ainsi les éléments d'une systématique qui peut servir aussi bien pour l'analyse que pour le développement d'outils ou d'environnements informatiques de support à l'élaboration et la gestion de situations d'apprentissage collaboratif. Même si notre objectif à long terme est le développement nous présenterons, dans ce travail, cette systématique et sa mise en œuvre dans l'analyse des trois environnements cités ci-dessus : « Geogebra », « Tabulae » et « Règle et compas ». Il s'agit, en particulier, de regarder ce que ces environnements proposent ou permettent comme type d'orchestration (au sens de Drijvers & al⁶). L'investigation qui va permettre de mettre en évidence de tels types d'orchestration ne s'appuiera pas seulement sur les environnements, mais aussi sur ce que leurs propres auteurs ou utilisateurs proposent comme mise en œuvre de ces environnements. Cette analyse n'est pas faite dans un but de comparaison ou évaluation des environnements, mais plus dans un but de comprendre les apports de chacun à l'orchestration de situations d'apprentissage collaboratif en géométrie.

Nous finirons sur ce que nous tirons de ce travail d'analyse pour notre objectif initial de recherche et développement d'outils informatiques permettant l'orchestration de situations d'enseignement de contenus mathématiques intégrant des outils interactifs (micromondes, simulations, jeux) de manipulation d'objets mathématiques dans le contexte de l'enseignement à distance.

Bibliographie

- Trouche, L. (2005). Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques : nécessité des orchestrations. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 25/1, 91–138.
- Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H., & Gravemeijer, K. (2010). The teacher and the tool: instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 75(2), 213–234. doi:10.1007/s10649-010-9254-5

⁶ “Six orchestration types were identified through a combination of theory-driven and data-driven analysis; these were termed Technical-demo, Explain-the-screen, Link-screen-board, Discuss-the-screen, Spot-and-show, and Sherpa-at-work.” (p.219)

Atelier 3

Enseigner les mathématiques en Parcours d'Etude et de Recherche et utiliser de cartes mentales pour structurer les phases d'institutionnalisation

Guilhem Deulofeu*

** Parcours d'Etude et de Recherche en Mathématiques dans l'Enseignement Secondaire*

Groupe de l'IREM de Marseille

MATHERON Y., DE REDON M-C., MOTA C., ANDREANI K., MILLON-FAURE K., DROUSSET K., DEULOFEU G.

RÉSUMÉ. Témoignage d'un enseignant de mathématiques sur l'évolution de sa pratique depuis son intégration au groupe didactique de l'IREM de Marseille qui fait partie du réseau PERMES, le professeur évoque le passage d'un enseignement « classique » relevant de « l'ostension déguisée » (Salin et Matheron, 2002, p.60) à un enseignement structuré en parcours d'étude et de recherche (PER) dans un collège ECLAIR. Il détaille l'historique de cette évolution ainsi que l'organisation actuelle de son enseignement et ses effets sur les apprentissages des élèves. Il évoque notamment ses réflexions sur les raisons d'être des savoirs mathématiques et sur l'institutionnalisation des organisations mathématiques. Il propose à ses élèves d'élaborer et d'utiliser des cartes heuristiques structurées comme des inventaires des techniques relatives à des types de tâches/problème. L'objectif de cette méthode étant de faciliter l'apprentissage du raisonnement notamment celui par chaînage arrière ou conditions suffisantes.

ABSTRACT. ...

MOTS-CLÉS : Didactique, PERMES, parcours d'étude et de recherche, PER, institutionnalisation, carte heuristique, carte mentale.

KEYWORDS : DIDACTIC, PERMES, STUDY AND RESEARCH COURSES, INSTITUTIONALIZATION, MIND MAP

Présentation du témoignage de l'enseignant

Arrivé en 1999 dans un collège situé en zone d'éducation prioritaire et labélisé « ECLAIR » en 2010, l'enseignant, confronté aux difficultés de l'enseignement en milieu défavorisé, s'est appuyé, dans un premier temps, sur des ressources institutionnelles pour essayer de développer des pratiques efficaces. Ses réflexions pédagogique et didactique étaient essentiellement centrées sur l'élaboration de progressions récursives et d'activités de recherche ainsi que sur l'intégration des outils numériques à son enseignement. Néanmoins, en l'absence d'un réel cadre théorique didactique :

- Les activités qu'il proposait à ses élèves ne laissaient pas assez de place à la prise d'initiative, restaient trop souvent « ostensives » et ne s'appuyaient pas sur les raisons d'être des savoirs mathématiques ;
- Les outils numériques n'étaient pas vraiment mis au service de l'expérimentation et de la recherche par les élèves ;
- Les progressions élaborées restaient structurées en chapitres trop cloisonnés ne permettant pas aux élèves de percevoir la progressivité des apprentissages, le fait que différentes techniques pouvaient être relatives à un même type de tâches et donc les liens entre les organisations mathématiques étudiées ;
- Les phases d'institutionnalisation ne permettaient pas aux élèves de « décontextualiser » les techniques découvertes, d'ordonner, de hiérarchiser et d'agrèger les organisations mathématiques et d'identifier les différents types et stratégies de raisonnement mobilisables en mathématiques.

L'enseignant nourrissait alors un sentiment d'insatisfaction face aux difficultés persistantes des élèves sur certaines notions-clés du programme, sensées se construire progressivement tout au long du collège, comme le calcul littéral, les fonctions ou l'identification et l'utilisation des propriétés de géométrie dans un raisonnement déductif. Aussi, en 2007, il tenta d'élaborer les prémises d'un parcours d'étude et de recherche (PER) sur les programmes de calculs.

Mais ce n'est qu'à partir de 2008, suite à sa participation à une formation proposée par l'ex-INRP, animée par Yves Matheron et intitulée « redonner du sens à l'enseignement des mathématiques : se former aux activités et aux parcours d'étude et de recherche » et grâce à son intégration au réseau PERMES via le groupe didactique de l'IREM de Marseille, que l'enseignant a pu développer son cadre théorique, enrichir ses connaissances en didactique et participer au travail collégial proposé par le groupe pour élaborer des PER.

La possibilité, au sein de ce groupe et du réseau PERMES, d'échanger avec des chercheurs et d'autres enseignants ainsi que la méthodologie de travail qui y est développée depuis plusieurs années, lui ont permis, dans un premier temps, d'approfondir ses analyses *a priori*. Il découvrit notamment, grâce à l'approche anthropologique suivie par le groupe, la notion de « question cruciale » ainsi que les raisons d'être des savoirs mathématiques qu'il devait enseigner. Il apprit ainsi

à organiser un PER autour de grandes questions relatives à ces raisons d'être que les élèves pourront décliner, au cours de leur parcours d'investigation, en sous-questions. Les praxéologies construites dans le parcours visent alors à répondre à ces sous-questions. Il put ensuite tester en classe et faire filmer par un chercheur la mise en œuvre des PER élaborés et participer à son analyse collégiale *a posteriori* afin de moduler ces PER en fonction des réactions des élèves avant de le tester de nouveau en classe.

Fort de cet appui, l'enseignant a structuré ses progressions en PER et a engagé une réflexion sur la phase d'institutionnalisation des organisations mathématiques. Il propose à ses élèves d'élaborer progressivement dans l'année des cartes heuristiques structurées autour des grands types de tâches du programme. Cette méthode vise à faciliter chez les élèves l'apprentissage du raisonnement, notamment celui par conditions suffisantes. En effet, pour élaborer ces cartes heuristiques, les élèves doivent réaliser un travail de « décontextualisation » des techniques construites en les rattachant à des types de tâches/problèmes et identifier les conditions suffisantes à l'utilisation de ces techniques. Ils doivent ensuite discerner les liens existants entre les organisations mathématiques étudiées pour les ordonnancer, hiérarchiser et agréger.

Après cet historique de l'évolution de ses pratiques, l'enseignant présente :

- Un exemple de PER sur le calcul de grandeurs inaccessibles en 3^e intégrant un sous-parcours co-disciplinaire – réalisé en lettres, sciences physiques et mathématiques – centré sur le travail de l'argumentation et permettant d'introduire les relations trigonométriques dans le triangle rectangle ;
- Ses réflexions sur l'institutionnalisation des organisations mathématiques, la méthode de travail qu'il propose à ses élèves avec des exemples de cartes heuristiques et l'utilisation qui peut en être faite par les élèves pour résoudre des problèmes et mettre en œuvre un raisonnement à deux pas ;
- Un exemple de progression en 3^{ème} organisée en parcours d'étude et de recherche.

Bibliographie

Salin M.H., Matheron Y. (2002). *Les pratiques ostensives comme travail de construction d'une mémoire officielle de la classe dans l'action enseignante*. Revue française de pédagogie n°141, p. 57-66.

Ruptures et continuités en inter- didactique des mathématiques et de la physique scolaires

Une application à propos du spin de l'électron, au lycée grec

Konstantinos Grivopoulos*

* Université d'Aix-Marseille
EA 4671 - ADEF
32, rue Eugène Cas
13248 Marseille cedex 4
kgrivop@gmail.com

RÉSUMÉ. Dans cet article, nous nous concentrons sur les obstacles didactiques liés à la conceptualisation du sujet d'enseignement du spin électronique, présenté dans les manuels des sciences au lycée grec. La relation d'interdépendance entre les programmes des mathématiques et de la physique-chimie requiert le transfert de concepts fondamentaux en classe des sciences, ce qui ne va cependant pas de soi. En nous appuyant sur un modèle élaboré à partir des notions didactiques de registre sémiotique et de cadre de rationalité et à la suite d'une analyse transpositionnelle, nous postulons que la conception classique dominante de l'« électron-planète » peut entraîner des ruptures, sources de difficultés dans les processus de conceptualisation.

ABSTRACT. In this article, we focus on the didactic obstacles concerned with the conceptualization of teaching about electron spin, presented in textbooks of science for the Greek high school. The interdependence between the curriculums of mathematics and of physics-chemistry requires the transfer of fundamental concepts in the class of the sciences, which is not, however, obvious. Based on a model developed from the didactic concepts of semiotic register and frame of rationality and following a transpositional analysis, we assume that the dominant classic conception of the "electron-planet" can lead to fractures, sources of difficulties in the process of conceptualization.

MOTS-CLÉS : électron, transposition didactique, registre sémiotique, cadre de rationalité

KEYWORDS : ELECTRON, DIDACTIC TRANSPOSITION, SEMIOTIC REGISTER, RATIONALITY FRAME

Introduction

Nous nous intéressons dans cette communication à la manière dont les savoirs acquis en mathématiques sont transférés en physique et, partant, à la question du sens construit autour de ces savoirs interdisciplinaires. Plus précisément, cette analyse porte sur le traitement, par des manuels de physique et de chimie grecs, du concept de l'électron. Le modèle théorique ici appliqué - élaboré à partir des notions de registre sémiotique (Duval, 1993) et cadre de rationalité (Lerouge, 1992) - nous paraît fécond pour anticiper les difficultés potentiellement rencontrées par les élèves en physique, dans l'appropriation d'acquis issus du cours des mathématiques.

1. Approche inter-didactique des processus de contextualisation

Nous constatons, avec nombre de chercheurs, une relation d'interdépendance entre les programmes administrant l'enseignement des mathématiques et des sciences expérimentales. Par exemple, le programme français de terminale scientifique recommande, concernant les fonctions, de s'appuyer « conjointement sur les interprétations graphiques $y = f(x)$, électriques (signaux relatifs à l'évolution d'une intensité, d'une différence de potentiel...) et biologiques (évolution d'une population, d'un taux de concentration...) » Bulletin Officiel de l'Éducation Nationale, 1994, p. 49, cité par Malafosse *et al.* 2000a, p. 83. Il en est de même quant aux prescriptions grecques. Effectivement, un arrêté de 2002 mentionne les savoirs issus de la mathématique, exploités en physique des classes de la 2^{de} : « Représentation graphique de la droite et son inclinaison. Généralisation dans les courbes » ; « Calcul de l'aire sous la courbe à partir du graphique » ; « Operations et propriétés des vecteurs », etc. En chimie, sont aussi exigées des capacités inhérentes aux expressions arithmétiques et algébriques (dans les thèmes de l'oxydoréduction, de la stœchiométrie, etc.), à la géométrie de l'espace (stéréochimie et effets d'isométrie), etc.

Cependant, les concepts et outils mathématiques (droite, cercle, équation, dérivée...) sont transférés en classe des sciences de manière non spontanée, mais susceptible d'entraîner, chez l'élève, des ruptures dans les processus de conceptualisation. À titre indicatif, le sens ancré dans la notion de proportionnalité en mathématiques peut se convertir au cours de sa décontextualisation et recontextualisation, quand il s'agit d'enseigner une situation expérimentale, telle que la loi d'Ohm en électrocinétique. Afin de comprendre les processus de conceptualisation mis en œuvre dans les deux disciplines, Malafosse, Lerouge et Dusseau (2000a, 2000b) ont élaboré un modèle en inter-didactique des mathématiques et de la physique. Fondé sur les notions de « registre sémiotique » et de « cadre de rationalité », issues des recherches en didactique des mathématiques, ce modèle permet une analyse des stratégies d'enseignement et d'apprentissage en termes de continuités et ruptures, à propos d'un concept transversal entre les deux matières. Par la suite, nous

attachons à présenter cette modélisation tout en l'appliquant sur la transposition didactique du concept d'électron, saisi notamment en tant que porteur du moment cinétique de spin, une propriété quantique intrinsèque aux particules du micromonde. C'est parce que la théorie quantique appréhende l'électron (quant à sa nature corpusculaire) comme une particule élémentaire, mathématiquement parlant, ponctuelle, que nous avons dans cette démarche envisagé comme concept transversal celui du point géométrique.

2. Présentation et application du modèle

D'abord, la notion de registre de représentation sémiotique, introduite par Duval (1993, 1995) en didactique des mathématiques, désigne des productions à la base de signes appartenant à un système (sémiotique) de représentation qui se caractérise par ses propres contraintes de fonctionnement. Ainsi, les types de langage naturel, formel et gestuel, les graphes, les formules, les équations, la géométrie vectorielle, les simulations... font l'objet de registres sémiotiques. Pour Duval (1993, p. 51), « la compréhension (intégrative) d'un contenu conceptuel repose sur la coordination d'au moins deux registres de représentation, et cette coordination se manifeste par la rapidité et la spontanéité de l'activité de conversion [...]. » Et, à emprunter à Tiberghien, la construction du sens s'élabore en employant alternativement divers registres sémiotiques d'un même concept. Pour concrétiser cette notion, nous citons deux exemples de registres sémiotiques relatifs au spin des électrons dans les atomes d'hydrogène et d'oxygène, tirés de manuels grecs :

registres	atome d'H (contenant $1e^-$)	atome d'O (contenant $8e^-$)
1 ^{er} : nombres quantiques	sous-couche $1s^1$: (1, 0, 0, + 1/2)	<ul style="list-style-type: none"> • sous-couche $1s^2$: (1, 0, 0, + 1/2) et (1, 0, 0, - 1/2) ; • sous-couche $2s^2$: (2, 0, 0, + 1/2) et (2, 0, 0, - 1/2) ; • sous-couche $2p^4$: doublet d'e^- : (2, 1, 1, + 1/2) et (2, 1, 1, - 1/2) ; e^- célibataires : (2, 1, 0, + 1/2) et (2, 1, - 1, + 1/2)
2 ^e : orbitales	$1s \uparrow$	$ \begin{array}{ccccccc} 3s & \text{---} & & & & & \\ 2s & \uparrow\downarrow & \uparrow\downarrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & 2p \\ 1s & \uparrow\downarrow & & & & & \end{array} $

Tableau 1. Registres sémiotiques des états quantiques électroniques.

Ensuite, la notion de cadre de rationalité est exactement associée à la dualité spontanée et scientifique de la conceptualisation (Vygotski, 1934). Un cadre de rationalité constitue donc « un ensemble cohérent de fonctionnement de la pensée [familiale ou culturelle] caractérisé par quatre composantes : son monde d'objets, ses champs de concepts, son mode de rationalité, et ses registres de signifiants. » Malafosse *et al.* 2000b, p. 4. À propos du point géométrique nous occupant ici, considérons le tableau 2 comme suit :

Cadre de rationalité	Monde d'objets	Processus de conceptualisation	Règles de raisonnement et de validation	Registres de signifiants
familier	Matériel : tache marquée par le stylo à bille, touche « point » du clavier...	Ascendant : de l'objet matériel au signe qui le représente	Procédés, constats empiriques et fréquence de répétition	Figures géométriques, villes sur «Google Earth», point de penalty...
mathématique	Idéal : un point d'épaisseur nulle associé par bijection aux coordonnées (x, y) sur le référentiel cartésien xOy	Descendant : du signe abstrait à l'objet idéal	Déduction logique (point d'intersection de deux droites, cercles tangents...); Calcul infinitésimal; Constructions géométriques des racines carrées	Figures géométriques

Tableau 2. Différences de conceptualisation dans les deux cadres.

Ce tableau permet d'identifier des ruptures de processus de conceptualisation (électron perceptible *versus* ponctuel) et, de processus de validation (constat figural *versus* démonstration mathématique). Enfin, si les figures géométriques interviennent dans les deux cadres considérés, révélant une continuité de registre sémiotique au niveau des signifiants, elles ne correspondent aucunement aux mêmes signifiés : dans le cadre familial, le point coïncide avec la tache d'encre d'une certaine surface, alors qu'il revêt, dans le cadre canonique, le statut d'objet idéal d'épaisseur nulle que la tache sert à conceptualiser.

Par conséquent, si l'électron est un corpuscule ponctuel, alors sa transposition doit avoir recours au cadre de rationalité scientifique concernant le point géométrique. Or, l'analyse transpositionnelle à travers neuf manuels scolaires grecs (cf. fig. 1 ci-après pour un spécimen) décèle la persistance, sauf quelques exceptions, d'un électron systématiquement illustré par une petite sphère en

rotation autour de son propre axe de symétrie, à la manière dont la Terre gravite autour du Soleil tout en pivotant sur elle-même.

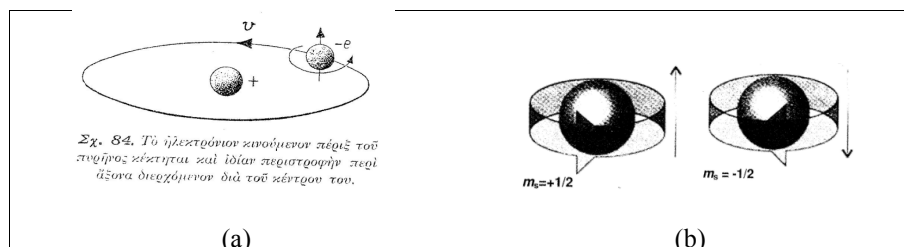


Figure 3. (a). *Le vecteur de spin fixé sur un électron-sphère (manuel de physique, 1960).* (b). *Les deux orientations de spin (up, down), en fonction du sens de rotation de l'électron-sphère sur lui-même (manuel de chimie, 2000).*

Si cette simulation favorise la conceptualisation du modèle planétaire de l'atome, néanmoins, elle empêche les élèves de construire le concept d'un électron proprement dit ponctuel, régit par le cadre de rationalité mathématique, selon lequel la rotation d'un point sur lui-même n'a pas de sens. Alors, le spin équivaldrait non pas au moment cinétique de la toupie (qui se produit suite à la rotation macroscopique), mais à une grandeur visualisée à la manière du tableau 1, consécutive à la nature quantique elle-même.

Conclusion

Le caractère heuristique du modèle d'analyse des processus de conceptualisation, appliqué dans cette réflexion, réside dans la considération des stratégies d'enseignement et d'apprentissage, en inter-didactique des mathématiques et des sciences physiques, en termes de continuités et ruptures des cadres de rationalité et des registres sémiotiques. En effet, à propos du concept de point géométrique, nous avons pu inférer : une continuité partielle grâce au registre commun des figures géométriques (au niveau des signifiants) entre les deux cadres de rationalité ; des ruptures dans les processus de conceptualisation et de validation, pouvant faire obstacle à l'enseignement de la mécanique quantique.

Bibliographie

- Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives de l'IREM de Strasbourg*, 5, p. 37-65.
- Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine*. Berne : Peter Lang.
- Kougioumzelis, Th. et Peristerakis, S. (1960). *Éléments de physique nucléaire*. Athènes : Librairie de Prométhée.

- Liidakis, S., Gakis, D., Theodoropoulos, D. et Theodoropoulos, P. (2000). *Chimie de terminale scientifique*. Athènes : OEDB.
- Malafosse, D. et Lerouge, A. (2000). Ruptures et continuités entre physique et mathématique à propos de la caractéristique des dipôles électriques linéaires. *Aster*, 30, p. 65-85.
- Malafosse, D., Lerouge, A. et Dusseau, J.-M. (2000a). Étude, en inter-didactique des mathématiques et de la physique, de l'acquisition de la loi d'Ohm au collège : espace de réalité. *Didaskalia*, 16, p. 81-106.
- Malafosse, D., Lerouge, A. et Dusseau, J.-M. Notions de registre et de cadre de rationalité en inter-didactique des mathématiques et de la physique. *Tréma*, 2000b, 18. Disponible sur Internet : <<http://trema.revues.org/1629> ; DOI : 10.4000/trema.1629> (consulté le 15 avril 2013).

Processus d'enseignement et d'apprentissage de fonctions trigonométriques à la charnière entre l'enseignement secondaire et supérieur au Brésil et en France

Laerte Fonseca, Tânia Maria Mendonça de Campos, Luiz Gonzaga X. Barros

*UNIBAN, São Paulo, Brésil
laerte.fonseca@uol.com.br*

RÉSUMÉ. Cette contribution présente un projet de recherche qui sera menée dans le cadre d'une thèse de doctorat réalisée conjointement au Brésil et en France. L'objectif général de cette recherche est d'examiner si, dans le processus d'enseignement et d'apprentissage de fonctions trigonométriques à la charnière entre l'enseignement secondaire et supérieur, les connaissances acquises dans le secondaire servent de support à la mise en place de nouvelles connaissances dans l'enseignement supérieur. Nous nous proposons, dans une perspective comparative entre le Brésil et la France, d'examiner des textes officiels des deux pays afin de caractériser les rapports institutionnels aux fonctions trigonométriques et d'analyser des productions d'élèves et étudiants afin d'identifier leurs rapports personnelles à cette notion

ABSTRACT. This contribution presents a research project that will be carried out in the framework of a doctoral thesis realised jointly in Brazil and in France. The purpose of this research is to investigate if, in the teaching and learning of trigonometric functions at the transition from the secondary to tertiary education, the pieces of knowledge acquired in the former support the development of new pieces of knowledge in the latter. In the perspective of comparison between Brazil and France, we attempt to examine the official curricular documents of both countries in order to characterize the institutional relationships with trigonometric functions, as well as to analyse students' productions in order to identify their personal relationships with the math concept.

MOTS-CLÉS : Fonctions trigonométriques, transition secondaire-supérieure, rapport institutionnel, rapport personnel.

KEYWORDS: Trigonometric functions, secondary-tertiary education transition, institutional relationship, personal relationship.

1. Introduction

L'objectif général de cette recherche est d'examiner si, dans le processus d'enseignement et d'apprentissage de fonctions trigonométriques à la charnière entre l'enseignement secondaire et supérieur, les connaissances acquises dans le secondaire servent de support à la mise en place de nouvelles connaissances dans l'enseignement supérieur. Les questions que nous nous posons sont les suivantes : les connaissances associées aux fonctions trigonométriques développées dans le secondaire sont-elles des supports suffisants pour la mise en place de nouvelles connaissances dans l'enseignement supérieur au niveau de licence en mathématiques ? Quelles sont les causes possibles de l'échec en mathématiques (taux élevé au Brésil) pouvant être associées à la transition entre le secondaire et le supérieur en ce qui concerne les fonctions trigonométriques ? Quelles sont les difficultés liées à la transition du secondaire au supérieur et comment se répercutent-elles sur les études en mathématiques au niveau de licence ?

Nous faisons l'hypothèse que les connaissances des fonctions trigonométriques acquises dans l'enseignement secondaire ne soutiennent pas suffisamment la mise en place de nouvelles connaissances dans l'enseignement supérieur. Nous supposons que la principale raison pour cela est le manque de signification donnée à ce contenu mathématique dans l'enseignement secondaire. Par ailleurs, les étudiants en mathématiques de l'Université Fédérale de Sergipe rencontrent des difficultés dans l'apprentissage des fonctions, en particulier trigonométriques, dans les cours d'analyse, à cause du manque de pré-requis disponibles ou de la diversité de façons dont ces connaissances pré-requises sont développées dans l'enseignement secondaire. Une autre possibilité est l'absence du développement théorique dans le cours de l'analyse I.

Il est probable que des recherches visant à articuler les contenus d'analyse ne sont pas développées étant donné le niveau superficiel de l'apprentissage des élèves et, enfin, l'absence d'amélioration dans les cours suivants (Analyse II et III, EDO). En ce sens, les étudiants ne développent pas de rapport personnel convenable avec le domaine des mathématiques, ce qui conduit à des faiblesses dans leur futur métier d'enseignants.

2. Cadre théorique

Nos recherches s'appuieront sur les travaux de Artigue (2001), Dias (1998), Dias et al. (2010), Douady (1984), Fisher et Hood (1986), Bosch et Chevallard (1999), Robert (1998), Bass (1998) et Rogalski (1995) qui montrent certains aspects qui peuvent soutenir de telles recherches, en particulier en ce qui concerne les connaissances acquises dans l'enseignement secondaire comme support à l'introduction de nouvelles connaissances dans l'enseignement supérieur. D'autre part, la théorie anthropologique du didactique de Bosch et Chevallard (1999) permet l'étude des représentations internes et externes de concepts mathématiques à travers les notions d'ostensifs et de non ostensifs.

Pour l'étude spécifique du travail mathématique à développer dans l'enseignement secondaire et supérieur, nous proposons de compléter les analyses avec la notion de niveaux de connaissances attendues des élèves tels qu'ils sont définis par Robert (1997). Afin de mieux comprendre la hiérarchie des organisations didactiques, nous nous référons à la notion de niveaux de co-détermination Chevallard (2002) qui aident à identifier le rôle scientifique et politique des propositions didactiques, en particulier en didactique des mathématiques.

3. Méthodologie

A partir de ces considérations, le développement de ce projet de recherche suivra les six étapes suivantes :

- Étape 1 - La réalisation d'une bibliographie approfondie liée à la transition de l'enseignement secondaire au supérieur, notamment en ainsi que des ouvrages qui traitent de la question de l'enseignement et ce qui concerne les fonctions trigonométriques ;
- Étape 2 - Identification et analyse d'expériences institutionnelles menées au Brésil en lien avec l'enseignement et à l'apprentissage de fonctions trigonométriques dans l'enseignement secondaire à travers des documents officiels nationaux et de l'Etat de Sergipe au Brésil ;
- Étape 3 - Identification et analyse d'expériences institutionnelles françaises en lien avec l'enseignement et à l'apprentissage de fonctions trigonométriques dans l'enseignement secondaire à travers des documents officiels nationaux ;
- Étape 4 - Identification et analyse des propositions institutionnelles françaises relatives à l'enseignement et à l'apprentissage des fonctions trigonométriques dans l'enseignement supérieur par l'intermédiaire de programmes d'enseignement d'une université locale ;
- Étape 5 - Analyse de la structure institutionnelle à l'articulation entre les deux niveaux de l'enseignement, par le biais de l'analyse des manuels scolaires, en essayant d'observer les régularités et les différences institutionnelles existantes ;
- Étape 6 – Analyse des évaluations institutionnelles de l'enseignement secondaire et supérieur (tels que SARESP, FUVEST, ENEM, ENADE) afin de comprendre les rapports personnelles développées par les élèves à la fois au lycée et dans l'enseignement supérieur et les problèmes de transition entre ces deux niveaux de la scolarité.

Bibliographie

ARTIGUE, M. (2001). What can we learn from educational research at the university level? In D.Holton & al. (ed.), *The teaching and learning of mathematics at university level. An ICMI Study*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

- BASS, H. (1998), Research on university-level mathematics education: (Some of) what is needed, and why? *Pre-Proceedings of the ICMI Study Conference on the Teaching and Learning of Mathematics at University Level*.
- BOSCH, M. et CHEVALLARD, Y. (1999), La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs, *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(1).
- DIAS, M. A. (1998), *Les problèmes d'articulation entre points de vue « cartésien » et « paramétrique » dans l'enseignement de l'algèbre linéaire*. Thèse de doctorat d'état. Université Paris VII.
- DIAS, M. A, ARTIGUE, M. JAHN, A. P., CAMPOS, T. M. M. (2010), A comparative study of the secondary – tertiary transition. In *Proceedings of the conference of the international group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 2, pp. 129-136), Belo Horizonte/MG, Brazil.
- DOUADY, R. (1984), Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7(2), 5-31.
- FISHER, S.; HOOD, B. (1989), The stress of the transition to university: A longitudinal study of psychological disturbance, absent-mindedness and vulnerability to homesickness. *British Journal of Psychology*, 78, 425- 441.
- ROBERT, A. (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université, *Recherches en didactique des mathématiques*, 18(2), 139-190.

Agrandissement-réduction d'une figure.

Un PER à partir de la quatrième.

Auteurs : Groupe didactique de l'IREM d'Aquitaine

Groupe Didactique de l'IREM de Bordeaux

Adresse mail : catherine.desnavres@wanadoo.fr

RÉSUMÉ. Le groupe didactique de l'IREM d'Aquitaine présente dans cet atelier, un parcours d'étude et de recherche sur la notion d'agrandissement-réduction de figure qui démarre en quatrième. Nous détaillons deux activités d'étude et de recherche autour desquelles ce PER s'articule, l'agrandissement d'une photo et l'introduction de la propriété de Thalès. Puis nous donnons un aperçu de la progression adoptée sur une année scolaire en quatrième.

ABSTRACT.

MOTS-CLÉS : agrandissement-réduction, propriété de Thalès, PER, collègue.

KEYWORDS :

1. Introduction

Notre méthode de travail a consisté à examiner ce que signifie agrandir ou réduire une figure. Puis nous avons regardé ce que les programmes officiels préconisent. Nous avons ensuite cherché une ou plusieurs situations permettant aux élèves de donner du sens à ce concept. La question de l'agrandissement d'une photo permet d'aborder l'étude en allant jusqu'à la justification de l'alignement des points dans la représentation graphique d'une situation de proportionnalité. L'étude de l'agrandissement d'un triangle conduit à la propriété de Thalès. Enfin, l'organisation de l'étude autour de ces situations a abouti à une progression que nous présenterons.

2. Que signifie agrandir une figure ?

Le concept d'agrandissement-réduction n'est pas à proprement parler une notion mathématique, c'est un concept créé pour des besoins didactiques afin d'éviter de parler d'homothétie ou de similitude. De façon générale pour agrandir une figure, il faut choisir les éléments qui suffisent pour reproduire la figure à une isométrie près (longueurs ou angles), puis multiplier les longueurs ainsi sélectionnées par un facteur constant et conserver les angles choisis. Ainsi, en quatrième, le programme réduit le théorème de Thalès au triangle, et le relie au concept d'agrandissement-réduction de triangles. Pourtant, intuitivement, pour les élèves, quand *on agrandit*, *on ajoute* quelque chose aux longueurs, et quand on réduit, on enlève quelque chose. Il ne faut donc pas passer ce point sous silence.

3. Que disent les programmes ?

Les programmes donnent une place importante à la notion d'agrandissement-réduction au collège. « *Agrandir ou réduire une figure en utilisant la conservation des angles et la proportionnalité entre les longueurs de la figure initiale et de celles de la figure à obtenir.* » est au programme de quatrième et devient exigible pour le socle commun en troisième. En parallèle, la représentation graphique d'une situation de proportionnalité est abordée en quatrième et se prolonge par la fonction linéaire en troisième.

4. L'agrandissement d'une photo.

Cette activité d'étude et de recherche est composée de trois situations, une première partie, pour se mettre d'accord intuitivement avec les élèves sur ce que signifie agrandir une photo. Une photo est correctement agrandie, si les images qu'elle représente ne sont pas déformées par l'agrandissement.

La deuxième étape amène les élèves à conjecturer la proportionnalité des dimensions de la photo agrandie par rapport à celles de la photo initiale. Pour

passer de 4 cm sur la photo initiale à 7 cm sur la photo agrandie, on multiplie toutes les dimensions par le même nombre et si on ajoute bien quelque chose, ce n'est pas le même nombre pour les deux dimensions de la photo.

Enfin, les élèves doivent déterminer quels sont les agrandissements corrects parmi plusieurs agrandissements d'une même photo. Ils superposent les photos et conjecturent l'alignement des sommets des photos correctement agrandies sur la diagonale commune des rectangles. Ce travail conduit à la représentation graphique d'une situation de proportionnalité et permet de justifier l'équivalence entre alignements des points du graphique avec l'origine du repère et proportionnalité, en utilisant la propriété de Thalès.

5. La propriété de Thalès.

Dans une première étape, inspirée du travail de l'équipe PERMES de l'IREM de Marseille, les élèves construisent des triangles ayant les mêmes angles. Ils conjecturent que les triangles obtenus sont des agrandissements les uns des autres. Ils les comparent en les superposant, ce qui donne du sens à la configuration classique du théorème de Thalès. Les points sur deux côtés des triangles sont alignés et les troisièmes côtés sont parallèles.

Dans un deuxième temps, les élèves doivent calculer les dimensions d'un triangle inaccessible, dessiné par le professeur au tableau, ayant les mêmes angles que ceux qu'ils ont tracés sur leur cahier. Ils conjecturent la proportionnalité des dimensions de leurs triangles avec celles du triangle du professeur. La propriété de Thalès est admise, les élèves l'abordent sous l'aspect de l'agrandissement-réduction de triangles. Ils mènent les calculs en utilisant le coefficient d'agrandissement-réduction.

Cette conjecture sera justifiée sur des cas particuliers en reprenant les propriétés des milieux des côtés d'un triangle, étudiées un peu plus tôt dans l'année. Ainsi les élèves sont convaincus que la propriété de Thalès est vraie pour tous les rapports rationnels.

Enfin, une dernière étape vise à amener les élèves à concevoir et utiliser l'égalité des rapports de proportionnalité entre les côtés des triangles. Un enchaînement de questions va permettre aux élèves de proposer eux-mêmes des formulations allant vers l'écriture de rapports abstraits entre les côtés de triangles en configuration de Thalès. Cette forme est indispensable lors de la résolution de problèmes pour lesquels certaines dimensions ne sont pas connues, seuls leurs rapports le sont.

En troisième, le travail sur la propriété de Thalès sera repris et prolongé par un cas où les rapports seront irrationnels. Ainsi, les élèves sont convaincus que la propriété de Thalès est vraie quelle que soit la nature des rapports.

6. Conclusion.

En conclusion, nous présenterons la progression que nous avons adoptée, et dont les situations que nous avons exposées sont les points forts.

Le sens du concept d'agrandissement réduction se construit progressivement, sur plusieurs niveaux de classes. Les situations clés que nous avons présentées dans cet atelier s'enchaînent avec d'autres activités, agrandissement d'un losange, d'un trapèze, par exemple. L'ensemble constitue un parcours d'étude et de recherche dont nous vous donnons ici un aperçu pour la classe de quatrième.

Le travail se poursuit en troisième par les effets de l'agrandissement-réduction sur les aires et les volumes. L'introduction de rapports irrationnels, commence en troisième et se poursuit en seconde avec le format A4.

Nous ne détaillerons pas l'ensemble du parcours faute de temps.

Bibliographie

- Berté, A. (1993) : *Mathématique dynamique*, Nathan Pédagogie.
- Brousseau G. et N. (1987) : *Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire*, IREM de Bordeaux.
- Chevallard Y. (2009) : [Remarques sur la notion d'infrastructure didactique et sur le rôle des PER](#) Conférence prononcée le 19 mai 2009 aux Journées Ampères tenues à l'INRP (Lyon, 19-20 mai 2009).
- Chevallard Y. (2009) : *La notion de P.E.R. : problèmes et avancées*, Texte d'un exposé présenté à l'IUFM de Toulouse le 28 avril 2009.
- Groupe didactique des mathématiques dans le secondaire (2000): *Géométrie au cycle central*, IREM de BORDEAUX.
- Equipe didactique de l'IREM d'Aix-Marseille : *Un P.E.R. sur la similitude qui débute par le théorème de Thalès en quatrième*. Site Educmath <http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath> (consulté le 27 mai 2013)

Quelles pratiques construisent la continuité des apprentissages de l'école au collège dans une action didactique conjointe? Quels changements apportés par ce collectif didactique?

A partir d'une expérimentation dans un cadre de formation inter-degrés et dans nos classes de collège. Exemples dans le cadre d'une formation expérimentale inter-degrés.

Loïc Coulombel *, Jacques Duval **

** Collège Léopold Sédar Senghor
19, Allée de Fontenay
14123 Ifs
loic.coulombel@ac-caen.fr*

*** Collège Charles Mozin
14360 Trouville sur Mer
jacques.duval@ac-caen.fr*

RÉSUMÉ. Le professeur élabore, construit, choisit des situations qu'il insère dans des parcours d'enseignement- apprentissage. Mais ces situations se suffisent-elles à elles-mêmes pour permettre à tous les élèves de construire leurs compétences et leurs connaissances ? Les situations choisies immergent l'élève dans des univers et à partir des productions récoltées et analysées, dans une action didactique conjointe, le professeur régule le temps didactique et réadapte son parcours d'enseignement-apprentissage.

MOTS-CLÉS: action, didactique, conjointe, parcours, apprentissage-enseignement, palier, connexions, Univers «expérimentable»

Introduction

A partir d'une expérience nouvelle de formation inter-degrés dans l'académie de Caen mais aussi à partir des nos expérimentations dans nos classes, nous cherchons à savoir quelles pratiques construisent la continuité des apprentissages au collège dans une action didactique conjointe.

Le professeur élabore, construit, choisit des situations qu'il insère dans des parcours d'enseignement-apprentissage (parcours d'étude et de recherche). Mais ces situations se suffisent-elles à elles-mêmes pour permettre à tous les élèves de construire leurs compétences et leurs connaissances ?

Depuis plusieurs décennies l'injonction institutionnelle est donnée de placer les élèves en action. Des dispositifs ont été développés dans les collèges en particulier pour y répondre : les 10%, les PAE, les travaux croisés, les IDD ... Au regard des évaluations de type PISA, un nouveau dispositif est en place : les tâches complexes.

Des situations construites dans un cadre de formation

Le groupe Didactique de l'Irem de Caen est intervenu dans une formation inter-degrés dans laquelle des professeurs du collège se sont retrouvés avec les professeurs des écoles de leur secteur. Le cadre institutionnel de cette formation fut particulier car les professeurs des écoles avait été déchargés de classe pendant deux semaines afin de travailler en collaboration avec les professeurs du collège. Il leur a été demandé dans ce cadre de formation de construire une activité qui puisse être expérimentée en classe de cycle 3 ou/et en classe de 6ème. Nous leur avons demandé de placer les élèves dans un univers de travail dit « familier » et de récolter des productions d'élèves à partir de ces situations.

1. Conversions de durée

Dans une de ces situations élaborées lors de ce stage inter-degrés les

Handwritten work showing the conversion of 4h45min to decimal hours:

$$\begin{aligned}
 &4\text{ h }45\text{ min} \\
 &= 4\text{ h } + \frac{1}{4}\text{ h} \\
 &= 4\text{ h } + 0,25\text{ h} \\
 &= 4,25\text{ h}
 \end{aligned}$$

collègues ont cherché à anticiper un obstacle reconnu au collège et dans les classes primaires dans les conversions de durée. La stratégie des enseignants consiste à placer les élèves dans une situation mathématique. Ils s'attendent à ce que les élèves fournissent une réponse erronée qui pourrait se décliner comme un théorème-élève. Or nous pouvons observer dans les productions qu'ils ne fournissent pas tous cette réponse erronée attendue et même, que certains réussissent à répondre correctement. On peut y lire aussi

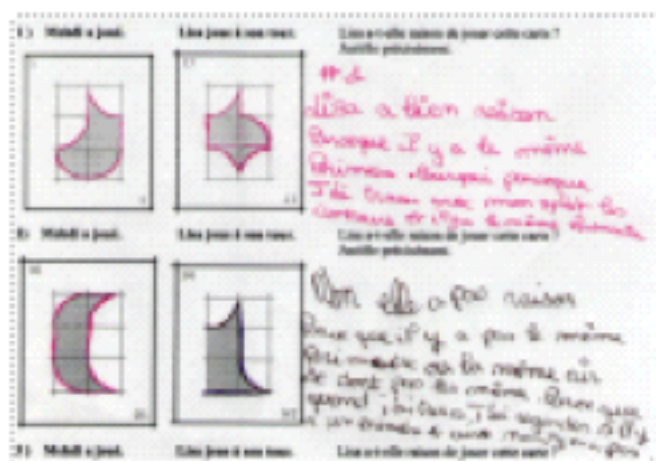
l'utilisation des mots « demi », « moitié » et l'utilisation de différentes écritures du nombre. Nous pouvons deviner aisément la stratégie des enseignants : les élèves ont fourni une réponse erronée, nous leur proposons d'y remédier en les plaçant dans un univers « familier », celui des horloges. De plus, un élève qui avait réussi après correction la première question ne réussit pas dans cette dernière étape. Par contre l'élève qui avait trouvé la solution en travaillant sur les différentes écritures de nombres se trouve encore une fois en réussite.

Que pouvons nous déduire de cette première situation ? Tout d'abord nous pouvons nous interroger sur ce guidage pensé et élaboré par les enseignants. A-t-il produit les effets souhaités ? Ensuite l'univers des horloges est-il vraiment familier pour tous les élèves ?

2. La zone de baignade

La deuxième situation que nous avons étudiée et analysée est celle d'une situation proposée dans l'ouvrage Triangle de 3^e dans la collection HATIER. Il est proposé aux élèves de se placer dans un univers que l'on peut considérer comme familier puisqu'il s'agit d'une zone de baignade assimilée à un rectangle. Nous pouvons en attendre que les élèves vont pouvoir se placer en action dans cette activité. Nous retrouvons une forme de guidance proche de notre première activité. Mais nous pouvons aussi constater que l'élève est très rapidement plongé dans l'univers mathématique de l'algèbre, univers qu'il lui est peut-être étranger s'il n'a pas encore fini de construire la notion de fonction et le statut de la lettre par exemple. Les deux univers se superposent trop rapidement, ce qui ne permet pas aux élèves de se créer leurs propres connexions, aucune formalisation, aucune verbalisation n'est possible dans ce cas.

3. Périmaire



La troisième situation est issue une nouvelle fois du stage inter-degrés déjà cité. Les enseignants se sont inspirés d'un jeu, « PERIMAIRE » construit par le groupe Jeux de l'IREM de Caen afin de travailler la différenciation

entre les deux grandeurs périmètre et aire. Le jeu consiste à placer des cartes les unes sur les autres à condition qu'elles aient le même périmètre, la même aire ou les deux. Lorsqu'un joueur réussit à placer une carte où les deux grandeurs interviennent il a le droit de jouer une nouvelle carte et peut se libérer ainsi plus rapidement de ses cartes. Une question s'est posée aux enseignants. Suffit-il de laisser les enfants jouer pour qu'ils atteignent l'objectif d'enseignement ?

Ils ont répondu négativement à cette question puisqu'après avoir laissé les élèves jouer suffisamment longtemps pour vérifier qu'ils étaient tous en capacité de jouer, ils ont proposé une situation qui fait référence au jeu. Cette situation a permis de récolter des productions d'élèves. Ces productions nous apprennent qu'il est possible de jouer sans maîtriser ni construire les notions mathématiques mises en jeu. De plus certaines productions apportent des stratégies non expertes qui permettront à d'autres élèves de se créer leurs images mentales nécessaires à la construction des notions.

4. Formes et couleurs

La dernière situation est née d'une demande interdisciplinaire dans le collège de Jacques Duval. Les collègues de SVT pensaient que construire des tableaux à double entrée n'est exigible que pour des élèves de 3ème. Or la lecture d'un tableau à double entrée est une compétence à travailler et à valider pour le socle commun des connaissances et des compétences. Cette compétence n'est pas fréquemment réellement construite dans les classes car le tableau est trop souvent déjà proposé dans les exercices des ouvrages.

Or dans la consigne qui accompagne la situation, les grandeurs sont données et le tableau est commandé. Jacques décide donc « d'ouvrir » le problème et *décide* de proposer l'activité sous une nouvelle forme, le problème est « ouvert ». La consigne est donnée à l'oral : « vous devez organiser les figures géométriques ».

Les productions nous montrent que les élèves repèrent seuls les grandeurs, qu'ils forment des regroupements suivant une grandeur, formes ou couleurs, ou suivant les deux grandeurs mais dans un regroupement « non croisé ». Le « regroupement croisé » apparaît chez certains élèves et il ne reste plus qu'à tracer des traits pour voir apparaître le tableau double-entrée. Il reste aussi à décontextualiser la situation, ce que feront certains élèves qui ne représenteront plus ni les formes ni les couleurs.

Les connexions ont pu s'établir entre l'univers familier des formes/couleurs et l'univers des mathématiques à construire parce que le professeur a décidé de laisser du temps aux élèves pour travailler dans cet univers familier sans chercher à leur imposer des outils mathématiques particuliers. Chaque élève a ainsi pu travailler à son niveau, dans sa zone proximale de développement (Vygotski) et le professeur a ainsi la lecture des niveaux de compétences de chacun.

5. Conclusion

Toutes ces activités nous montrent comment les situations choisies immergent l'élève dans des univers et qu'à partir des productions des élèves récoltées et analysées, dans une action didactique conjointe, le professeur régule le temps didactique et peut ainsi réadapter son parcours d'enseignement-apprentissage.

Bibliographie

- [1] MASCIOTRA, Domenico; MEDZO, Fidèle. *Développer un agir compétent- Vers un curriculum*. Bruxelles: De Boeck, 2009, 91p. Collection: Perspectives en éducation et formation
- [2] MONTI, Bernard; PLOURDEAU Claudine, *Opérations mentales en résolution de problèmes mathématiques*. CRDP de Basse-Normandie, 2003, 188 p. Collection Repères pour agir.
- [3] MATHERON, Yves. *Mémoire et Étude des Mathématiques. Une approche didactique à caractère anthropologique*. PAIDEIA: EDUCATION, SAVOIR, SOCIETE, 2009, 219 p. Collection PUR: Presses Universitaires de Rennes
- [4] SENSEVY, Gérard. *Le sens du Savoir. Eléments pour une théorie de l'action conjointe en didactique*. Bruxelles: De Boeck, 2011, 796p. Collection: Perspectives en éducation et formation
- [5] SENSEVY, Gérard et MERCIER Alain. *Agir ensemble, l'action didactique conjointe du professeur et des élèves*. PAIDEIA: EDUCATION, SAVOIR, SOCIETE, 2007, 225p. Collection PUR: Presses Universitaires de Rennes

La continuité des apprentissages implique la connexité. Du débat scientifique à l'action didactique conjointe.

Quelles conséquences sur le contrat didactique conjoint ?

Claudine Plourdeau *, Ruben Rodriguez Herrera **

** Collège Albert Camus
Rue de Bon Fossé
50160 Torigni sur Vire
claudine.plourdeau@ac-caen.fr*

*** ESPE de Basse Normandie
186 rue de la Délivrante
14053 Caen Cedex 04
ruben.rodriguez@unicaen.fr*

RÉSUMÉ. Comme chacun le sait, l'apprentissage n'est pas linéaire pas plus unidimensionnel. Il se réalise dans un espace à «n» dimensions où «n» désigne un nombre relativement limité de notions-noyaux pour lesquelles il va falloir travailler en action conjointe toutes les connexions qui les mettent en correspondance.. L'enseignant, dans sa programmation, doit permettre à l'élève de conscientiser au mieux les parcours cognitifs de son apprentissage dans un collectif. Les tâches sont alors conçues pour impliquer dans l'action, apprenant et enseignant, mais reste à charge de l'enseignant de permettre, d'assurer et de contrôler cette continuité des apprentissages. Illustration à partir de quelques parcours d'enseignement- apprentissage en 6ème , 5ème et 4ème.

ABSTRACT. ...

MOTS-CLÉS : action, didactique, conjointe, parcours, apprentissage-enseignement, palier, connexions, Univers «expérimentable»

KEYWORDS :

1. Introduction

Depuis quatre ans, la prise de connaissance des AER et PER développés dans «Ampères» à l'INRP puis à l'Ifé nous a permis de faire retentir et de faire vivre tout ce travail de recherche sur le terrain de l'apprentissage-enseignement à travers des situations constitutives des différents paliers de nos parcours d'enseignement- apprentissage, en gestion didactique conjointe pour lesquelles, élèves et enseignants créent les connexions nécessaires à la construction de sens et à l'appropriation des savoirs en regard des programmes.

C'est l'action conjointe qui constitue les connexions entre différents paliers et différents niveaux d'apprentissage dans un parcours spiralaire qui fait vivre ce que l'on appelle une «notion-noyau». Nous allons l'illustrer à partir de quelques parcours d'enseignement- apprentissage en 6^e, 5^e et 4^e.

2. Des parcours d'enseignement- apprentissage

1. 1. «Art et Maths»

1.1.1. Dans un stage inter-degrés

« L'école du socle pour une continuité des apprentissages » : notre groupe didactique a élaboré, avec deux conseillers pédagogiques, une situation que nous avons proposée à des professeurs des écoles et de collège d'un même secteur, qu'ils ont fait vivre dans leur classe.

Dans une phase 1, on demande aux élèves de construire 3 figures de formes et dimensions commandées et une autre de leur choix pour en faire une composition artistique. Les élèves produisent individuellement et se regroupent par quatre pour dire quelle est la composition qui a le plus grand périmètre.

Dans les deux autres phases les variables didactiques (dimension, forme, support: papier de revues, feuilles plastiques transparentes, de couleurs différentes) participent à enrichir leurs compositions plastiques.

Un réel questionnement des enseignants émerge sur le sens du périmètre de la composition artistique et ils décident d'éliminer celles où les figures sont disjointes.

1.1.2. Dans une classe de 6^e... et un jour de portes ouvertes.



Cette même situation, proposée à l'une de nos classes de 6^e, ouvre le premier palier du parcours d'apprentissage – enseignement sur la notion-noyau « aire et périmètre ». Elle a généré, ci-dessus, ces quelques échantillons de productions d'élèves de la phase 1 à la phase 3.

Arthur fait jaillir son calcul réfléchi (3) et Constance (4) multiplie les formes concentriques ! Quelle belle cohabitation des « arts et maths ». Et alors, qu'en est-il du plus grand périmètre ?

Par leurs actions avec la ficelle pour estimer le périmètre le plus long du groupe, les élèves décident des relations de longueur (de ficelles coupées), de comparaison... et de formalisation: production d'écrit, de schématisation manipulatoire et d'écriture symbolique $pA > pB > pC \dots$

Mais ils ne savaient pas qu'ils étaient... «**Des en herbe**». Joël Stein a exposé à Caen en 2010 dans les deux Abbayes ducales où « Couleur, géométrie, lumière, mouvement... » sont les quatre lignes directrices de sa rétrospective. *Caen pensez-vous? Non, quand passez-vous ?*



1.2. « Quel est le plus court trajet ? » (Hélice - 6^e Didier)

Situation que l'on s'est appropriée pour en faire une situation du palier 2 de notre parcours d'enseignement-apprentissage.

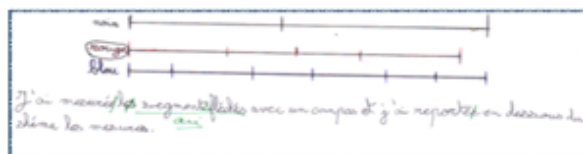
Dans ce palier 2, nous proposons à nos élèves de naviguer entre leur « Univers expérimentable » nourri par le palier 1 et « l'Univers familier des plans des villes » : quel trajet marqué sur ce plan de Carcassonne est le plus court: le rouge, le bleu ou le noir ? Justifie ton résultat.



De nombreux élèves ont réinvesti leur stratégie de la schématisation du palier 1 en remplaçant la ficelle par des demi-droites sur lesquelles ils ont reporté au compas les longueurs des différentes portions de trajet comme Manon.

D'autres les ont mesurées et ont calculé alors, à l'échelle du plan proposé, les longueurs totales en les faisant coïncider pour mieux afficher la comparaison.

Douess utilise la notion « cercle » comme outil de résolution (méthode du menuisier expérimenté) et estime la plus grande longueur sans avoir à la mesurer ou à la reporter dans un espace qu'il a choisi restreint. Dans ce



deuxième exercice, leur stratégie construite avec la ficelle dans le palier1 devient vraiment l'outil de résolution pour tous.

1. 3. « Du plus petit au plus grand »

Une situation ouverte élaborée par notre groupe didactique de Basse Normandie pour construire la notion d'agrandissement – réduction, à l'occasion des derniers programmes de 4^e. Elle permet de conceptualiser cette notion chez les élèves pour lesquels l'outil multiplicatif n'a pas été construit par « le puzzle de Guy Brousseau » en 6^e et permet de prendre vraiment conscience par tous les élèves que l'outil additif agrandit avec déformation.

Dans cette situation, les élèves identifient une situation de proportionnalité pour laquelle ils calculent spontanément le coefficient toujours en écriture décimale. En action conjointe, Cécile, la professeure, les amène à le traduire en écriture fractionnaire.

$$6 \div 4,5 \approx 1,333\dots \quad 6 \div 4,5 \text{ s'écrit aussi... } (1,5 \times 4) / (1,5 \times 3) = 4 / 3$$

La connexion va se faire alors dans l'Univers mathématique entre la notion-noyau « proportionnalité » et « les opérations sur les fractions » pour formaliser ensemble que *diviser par une fraction c'est multiplier par son inverse*. Pour cela Cécile propose une excercisation adaptée qui va réactiver en débat scientifique chez ses élèves tous les savoirs de l'école élémentaire jusqu'alors.

Exercice:

Un triangle ABC est isocèle en A tel que AB = 6,5cm et BC = 8cm.

On en fait une réduction tel que le côté de 6,5cm devienne un côté de 5,2cm.

Quelles sont les longueurs des côtés du triangle réduit ? Explique ton raisonnement.

15 élèves ont multiplié les longueurs par 0,8.

4 élèves ont divisé les longueurs par 1,25.

Qui a raison?

« Non, ça ne peut pas marcher »

« Si, ça marche avec 6,5, ça fait bien 5,2 »

« Avec d'autres nombres, ça marche aussi, j'ai essayé avec 5 »

Les élèves formalisent :

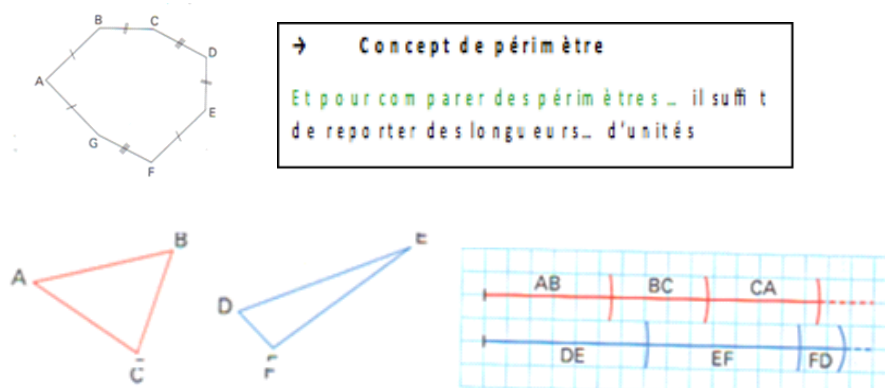
« Multiplier par 0,8 c'est pareil que diviser par 1,25... »

On peut constater encore combien les élèves résistent à l'écriture fractionnaire.

2. « Et si on restructurait les savoirs dans le plan... dans cette classe de 6^e ? »

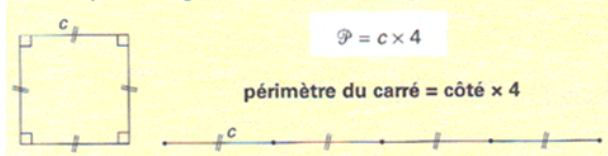
Dans notre enseignement spiralaire, de temps en temps, une pause dans nos parcours d'enseignement-apprentissage, est nécessaire pour restructurer les savoirs et repérer «où en sont les connexions?» chez ces élèves de 6^{ème}, dans un palier 3.

En action conjointe, on formalise les savoirs construits dans le cahier de cours...



Et alors ?

Pour calculer le périmètre \mathcal{P} d'un carré, on multiplie la longueur d'un côté c par 4.



$$P = c + c + c + c$$

Avant de formaliser cette algébrisation comme on la présente dans les manuels, il manque le travail de la genèse de la multiplication comme addition répétée de «n» termes égaux: il s'agit ici d'additionner des longueurs pour obtenir une longueur. D'où les connexions à établir dans l'Univers des grandeurs et mesures, entre «périmètre» et «unités associées».

En réalité, c'est l'absence de ce travail qui fait perdurer la confusion entre «aire et périmètre» malgré tous les efforts mis en œuvre depuis les Évaluations Nationales depuis 1989 à propos des approches conceptuelles de ces deux notions.

Conclusion

Nous espérons que, par cet article, chacun pourra lire l'importance de toutes les connexions à établir, en action conjointe, entre les notions-noyaux dans des parcours spirales afin que élèves, enseignants et familles trouvent naturellement la cohérence de la Mathématique de l'école au collège et entre Recherche- Formation- Enseignement – Apprentissage.

Bibliographie

- [1] MASCOTRA, Domenico; MEDZO, Fidèle. *Développer un agir compétent- Vers un curriculum*. Bruxelles: De Boeck, 2009, 91p. Collection: Perspectives en éducation et formation
- [2] MONTI, Bernard; PLOURDEAU Claudine, *Opérations mentales en résolution de problèmes mathématiques*. CRDP de Basse-Normandie, 2003, 188 p. Collection Repères pour agir.
- [3] MATHERON, Yves. *Mémoire et Étude des Mathématiques. Une approche didactique à caractère anthropologique*. PAIDEIA: EDUCATION, SAVOIR, SOCIETE, 2009, 219p. Collection PUR: Presses Universitaires de Rennes
- [4] SENSEVY, Gérard. *Le sens du Savoir. Eléments pour une théorie de l'action conjointe en didactique*. Bruxelles: De Boeck, 2011, 796p. Collection: Perspectives en éducation et formation
- [5] SENSEVY, Gérard et MERCIER Alain. *Agir ensemble, l'action didactique conjointe du professeur et des élèves*. PAIDEIA: EDUCATION, SAVOIR, SOCIETE, 2007, 225p. Collection PUR: Presses Universitaires de Rennes

Sur l'introduction de l'algorithmique dans les cursus de mathématiques du lycée

Simon MODESTE*

** Institut Fourier et FR Maths à Modeler
100 rue des maths, BP74
38402 Saint Martin d'Hères, cedex
simon.modeste@ujf-grenoble.fr*

RÉSUMÉ. L'introduction de l'algorithmique dans les programmes de mathématiques du lycée soulève des questions quant au concept d'algorithme, à la frontière entre mathématiques et informatique, nouveau au lycée et souvent mal-connu des enseignants. Bien que les instructions parlent de faire vivre une "démarche algorithmique", on peut se poser la question de la place de l'algorithme dans les activités mathématiques proposées au lycée et sa place dans une démarche d'investigation. Le concept algorithme se rencontre aussi dans la spécialité Informatique et Science du Numérique (ISN) de terminale S, et l'écart entre cet algorithme-là et celui de la classe de mathématiques mérite d'être questionné. L'atelier proposera de s'intéresser à ces questions de transposition didactique de l'algorithme au regard de l'épistémologie du concept.

Abstract. The introduction of algorithmics in the French high school curricula of mathematics raises questions about the concept of algorithm, at the intersection of mathematics and computer science, new in the high school and badly known by many teachers. Although the curriculum talks about an « algorithmic activity », the place of algorithm in proposed mathematical activities has to be questioned. The concept of algorithm is also present in the last year of high school in an option so-called "Informatique et Sciences du Numérique" and the distance between the algorithm has it introduced in maths and in this option has to be questioned. The workshop will deal with those questions of didactical transposition regarding to the epistemology of the concept.

MOTS-CLÉS : algorithme, résolution de problème, preuve, épistémologie, transposition didactique

KEYWORDS : algorithm, problem solving, proof, epistemology, didactical transposition

Introduction

Cet atelier propose d'étudier la transposition didactique actuelle du concept algorithme au lycée en France, à partir d'éléments issus de mon travail de thèse (Modeste, 2009).

L'introduction récente d'algorithmique dans les programmes de mathématiques du lycée si que d'une spécialité *Informatique et Sciences du Numérique* (ISN) en classe de Terminale S soulèvent de nombreuses questions, d'autant plus que l'algorithme est un concept méconnu et nouveau pour beaucoup d'enseignants.

1. Quels aspects épistémologiques du concept algorithme ?

Dans un premier temps, sur la base d'extraits d'interviews de chercheurs en mathématiques et informatique autour de l'algorithmique et de la place des algorithmes dans leurs disciplines, nous tenterons de dégager quelques éléments épistémologiques fondamentaux attachés au concept d'algorithme.

Ce sera l'occasion de présenter un modèle épistémologique pour l'algorithme, basé sur les aspects suivants : *effectivité, résolution de problème, preuve, complexité* et *modèles théoriques*. Cela permettra aussi de préciser la définition de l'algorithme que nous considérons et la dualité *outil-objet* du concept.

Ces réflexions pourront mener à l'énumération de quelques problèmes d'algorithmique permettant de mettre en jeu ces éléments fondamentaux relevés.

2. Quelle transposition didactique au lycée ?

Dans un second temps, sur la base d'extraits choisis des instructions officielles, de ressources des IREM et de manuels du lycée et avec l'appui des éléments épistémologiques relevés plus tôt, nous essaierons de repérer certains éléments clés de la transposition didactique en jeu.

Une comparaison avec le concept d'algorithme développé dans la spécialité ISN, permettra, par contraste de questionner le concept dans les mathématiques.

Enfin, nous proposerons les concepts didactiques de *programme-papier*, *programme de modélisation-simulation* et *d'algorithme-instancié* comme outils pour étudier cette transposition.

Bibliographie

Modeste, S. (2012) Enseigner l'algorithme pour quoi ? Quelles nouvelles questions pour les mathématiques ? Quels apports pour l'apprentissage de la preuve ? Thèse de doctorat, Université de Grenoble. Disponible en ligne : <http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00783294>

Pratique de la démarche d'investigation

Témoignage en classe de troisième

Laure Guérin

Collège Emile Guillaumin

03430 Cosne d'Allier

laurette.guerin@free.fr

RÉSUMÉ. La pratique en classe de la démarche d'investigation, comme point d'appui de l'enseignement nécessite une organisation différente de celle d'un enseignement classique. Quelles sont les évolutions spatiales, matérielles et temporelles induites par cette démarche ? Pratiquée au quotidien elle permet de mettre en exergue la mise en activité et la recherche des élèves. Au travers d'un exemple de parcours d'études et de recherche sur l'œil, nous verrons comment des élèves de troisième seront amenés à s'autoriser à se poser des questions sur le problème du calcul de distances inaccessibles. Théorème de Pythagore, théorème de Thalès, trigonométrie seront autant de notions abordées au cours de cette recherche. Et dire que tout a commencé à partir de la simple question : « Moi j'ai des lunettes et pas toi, pourquoi ? »

Introduction

La présentation sera tout d'abord centrée sur l'exemple du déroulement d'un parcours d'études et de recherche en classe de troisième autour du thème de l'œil. Il s'agit de montrer comment la démarche d'investigation pratiquée en classe génère de l'activité chez les élèves : ils trouvent des solutions et envisagent différentes pistes. Dans cette conception, l'enseignement est perçu comme un partage des connaissances : les élèves ont la responsabilité d'apporter des réponses à une question. Nous verrons quelles sont les évolutions liées à cette méthode de travail : changements dans l'organisation de la classe aussi bien au niveau spatial, que temporel et ce qui en résulte du point de vue des traces écrites.

1. Témoignage d'un parcours en classe de troisième

Dans cette présentation, nous expliquons la mise en œuvre d'un parcours sur l'œil en classe de troisième. Tout a démarré à partir de la simple question : « Moi j'ai des lunettes et toi pas ! Pourquoi ? ». Cette question relayée par une recherche documentaire a amené les élèves à s'interroger sur les causes de la myopie. La situation de recherche alors proposée et qui a découlé de cette enquête avait pour objectif de calculer une distance dans une configuration « papillon » de Thalès (configuration au programme de troisième et dont les élèves n'avaient à cet instant pas encore connaissance). Tout doucement, ce questionnement a amené les élèves à un PER sur les distances inaccessibles (ici des distances à l'intérieur d'un œil). Théorème de Thalès, avec des triangles emboîtés ou non, ont été alors des notions abordées. Le théorème de Pythagore a été réactivé et la recherche nous a donné l'occasion d'étudier les calculs de longueurs via la trigonométrie. C'est au fil de ce parcours que les élèves ont mené des débats, exploré différentes pistes pour aller lentement vers l'objectif requis.

2. Évolution de l'organisation d'un point de vue spatial, matériel et temporel

2. 1. Spatial

L'organisation des tables en îlots (groupes de trois ou quatre élèves) permet une transition facile, simple entre les séances plénières et les séances de recherche. La circulation du professeur y est aisée. De plus, cette disposition facilite les travaux différenciés.

2. 2. Matériel

Les traces écrites sont aussi amenées à évoluer. En effet, un tel enseignement repose sur des questions génératrices d'études. L'institutionnalisation se base à

partir de ces grandes questions. Exemple : comment calculer une distance inaccessible ? La leçon apparaît alors comme une réponse, comme une solution à un problème. Un cahier de recherche est à la disposition des élèves pour noter les avancées et les pistes de travail. D'autre part, la manipulation d'objets en lien avec le problème posé permet aux élèves de visualiser les situations et donc d'avoir une meilleure conceptualisation mathématique du problème.

2. 3 Temporel

La démarche d'investigation et les travaux de recherche nécessitent de laisser du temps aux élèves en classe pour s'appropriier les problèmes, dégager des pistes, qui d'ailleurs se révèlent parfois infructueuses ... bref, il faut laisser de la place à l'erreur et surtout le droit à l'erreur. La question à laquelle nous tenterons d'apporter des solutions est la suivante : comment s'organiser pour concilier la progression, c'est à dire l'avancée des programmes et la pratique quotidienne de la démarche d'investigation ?

3. Les constats de la mise en recherche des élèves

Comment cherchent-ils et savent-ils chercher ? Quels sont les obstacles à dépasser pour leur permettre de se lancer dans une démarche d'investigation ? A la fois des obstacles provenant du changement de contrat et des obstacles inhérents à toute recherche. Il ne s'agit pas d'écrire ce que le professeur attend mais d'écrire ce que le savoir commande. Cela génère au départ des angoisses chez les élèves et les déstabilise : « Il faut faire quoi ? Vous voulez quoi ? ». Du point de vue du professeur, il faut savoir «se retenir» pour ne pas donner la solution aux élèves tout de suite et savoir les guider. Le rôle du professeur est changé. Il ne s'agit plus d'être le seul détenteur du savoir mais d'être le directeur de l'étude. Quant au vécu de l'erreur, il est aussi transformé. Lorsqu'un groupe se trompe, il ne s'agit pas de dire aux élèves «vous vous êtes trompés». Ils doivent comprendre qu'ils se sont trompés parce que le savoir le leur montre et leur prouve. Autrement dit, il s'agit de pousser les élèves à penser par eux-mêmes. Tout ceci n'est possible que si le professeur se sert du poids du groupe et laisse les élèves aller jusqu'au bout de leurs pistes. Il est nécessaire de gérer les différentes solutions trouvées par les élèves et de savoir rebondir pour les amener vers les finalités du PER.

Conclusion

Ce parcours autour de l'œil a permis aux élèves de travailler autrement les théorèmes de géométrie au programme de la classe de troisième. La pratique de la démarche d'investigation remet en cause nos pratiques au sein de la classe. Mais à en juger la motivation que les élèves ont montré tout au long de cette

recherche, on peut espérer qu'elle aura permis de changer pour certains le rapport qu'ils entretenaient avec les mathématiques.

Réforme du baccalauréat professionnel en trois ans : quelles conséquences pour l'enseignement des mathématiques ?

François Moussavou

*Commission Inter IREM Lycée Professionnel
François Moussavou <francois.moussavou@free.fr>*

RÉSUMÉ. La réforme du « bac pro 3ans », commencée en septembre 2009 et inscrite dans le processus de rénovation de la voie professionnelle, a entraîné de profondes modifications des pratiques d'enseignement. Ce texte propose de recenser, en six points, un certain nombre de ces changements et de réfléchir aux évolutions qu'ils ont induites pour l'enseignement des mathématiques.

1. Le changement de durée de la formation

Aspect le plus immédiatement visible de cette réforme (il lui a d'ailleurs donné son nom), le passage de quatre à trois ans du temps de formation en baccalauréat professionnel, impacte la totalité des enseignements.

Auparavant, un enseignant se voyait confier une classe pendant deux ans pour préparer les élèves à un diplôme (CAP, BEP ou Baccalauréat). Avec le bac pro 3 ans, les équipes disciplinaires peuvent être tentées de se spécialiser par niveau (seconde – première – terminale) comme cela se pratique souvent dans les lycées d'enseignement général et technologique ; ce type de répartition des services, parfois souhaité localement par les corps d'inspection, induit une réelle modification du rapport de l'enseignant à ses classes.

En mathématiques, le nouveau format trois ans, s'accompagne également d'une déclinaison du programme par année d'enseignement : on passe d'une organisation avec un programme à traiter sur une classe en deux ans et dont l'intégralité a été susceptible d'être évaluée lors de l'examen final, à une articulation où chaque niveau a son propre programme et où l'examen du baccalauréat ne porte que sur les enseignements de la classe de terminale. Là encore, la façon d'aborder le cours par l'enseignant s'en trouve forcément changée (il est à noter que cette répartition du contenu de formation par année ne concerne pas toutes les matières ; en sciences physiques et chimiques par exemple, le même document régit les programmes des classes de première et de terminale).

2. L'évolution des contenus d'enseignement :

Les nouveaux programmes de mathématiques sont découpés en trois parties présentées comme devant être d'égale importance : Statistique & Probabilités – Algèbre & Analyse – Géométrie.^{[1a] [1b]}

L'enseignement de la statistique a donc été fortement augmenté avec, en particulier, l'apparition des notions de fluctuation d'échantillonnage^[2] et d'intervalle de fluctuation (l'intervalle de confiance restant hors programme en bac pro). Le cours de probabilités, principalement situé en classe de terminale, se généralise à toutes les spécialités de baccalauréat^[3].

La place de la géométrie a été elle, sensiblement réduite. En seconde, un changement d'approche épistémologique a été opéré, les programmes imposant maintenant de commencer par un enseignement de la géométrie dans l'espace avant d'aller vers la géométrie plane ; on choisit donc le point de vue opposé à celui de l'ancien programme de BEP.

Ces modifications et évolutions de contenus, obligent les enseignants à un effort de formation et à une actualisation de leurs connaissances disciplinaires. Elles devraient aussi les obliger (dans le cas de la géométrie en particulier) à s'interroger sur l'histoire et l'épistémologie de leur discipline et de son

enseignement ; cette démarche de questionnement devant être accompagnée par des propositions de formation continue aux contenus adaptés.

3. Une nouvelle démarche pédagogique

Le programme de mathématiques préconise un enseignement utilisant une *démarche d'investigation* ^[4]. Il impose aussi que les cours de mathématiques s'inscrivent tous dans l'une des 23 thématiques prédéfinies (jouer avec le hasard, croire un sondage, préparer un déplacement, observer le ciel, construire et aménager une maison...) ^[5].

En liant ainsi enseignement par entrée thématique et enseignement par démarche d'investigation, la réforme ne permet plus aux professeurs de motiver l'introduction de nouveaux objets ou de nouvelles notions par leur utilisation ou leur étude au sein même des mathématiques. C'est la principale contrainte induite par cette obligation ; elle peut rendre l'enseignement de certains points du programme difficile ^[6].

4. La modification des modalités d'évaluation

Ce changement est sans doute celui qui a la plus forte incidence sur l'organisation du cours de mathématiques ^[7].

On passe d'une épreuve écrite évaluant des connaissances lors d'un examen terminal et national, à une épreuve pratique évaluant des compétences lors de contrôles en cours de formation. Les intitulés des compétences à évaluer et donc à développer tout au long des trois années de formation sont les suivants :

- Rechercher, extraire et organiser l'information.
- Choisir et exécuter une méthode de résolution.
- Raisonner, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale, valider un résultat.
- Communiquer à l'aide du langage scientifique et d'outils technologiques.

Il y a donc une obligation d'utilisation des TIC lors de l'évaluation certificative du baccalauréat, ce qui a une incidence directe sur l'organisation des enseignements et les pratiques dans la classe.

8. 5. L'introduction de l'accompagnement personnalisé

L'accompagnement personnalisé en baccalauréat professionnel peut être assuré par tous les professeurs ; les mathématiques sont par contre la seule discipline à disposer d'un programme spécifique pour ce dispositif : il s'agit de modules complémentaires à destination des élèves envisageant une poursuite d'étude dans l'enseignement supérieur. La présence de tels modules rappellent une volonté institutionnelle forte de voir de plus en plus de bacheliers

professionnels s'inscrire dans les sections de techniciens supérieurs. Elle rappelle aussi l'importance donnée aux mathématiques dans la réussite de tel parcours.

Les contenus disciplinaires de ces modules reprennent en fait des thèmes autrefois traités dans certaines spécialités de baccalauréat (nombres complexes, produit scalaire, calcul intégral) mais leur présence impliquent que le rôle du professeur de mathématiques dans le suivi et l'orientation des élèves de terminale professionnelle doit être accru et que sa connaissance des programmes et des exigences en STS devient nécessaire^[8].

6. Une innovation pédagogique : l'enseignement général lié à la spécialité^[9]

Les mathématiques font parties des cinq matières (avec le français, les arts appliqués les langues vivantes et les sciences physiques) éligibles à ce dispositif ; cela a plusieurs conséquences pour les enseignants :

- Premièrement, en créant un espace spécifique pour la construction d'un lien entre les mathématiques et la spécialité professionnelle des élèves, on permet au professeur de ne plus avoir à le faire de manière parfois artificielle, pendant le cours qu'il doit assurer en référence aux programmes de mathématiques.
- Il oblige les enseignants à s'appropriier les référentiels d'activité professionnelle des classes dans lesquelles ils interviennent.
- L'EGLS n'ayant pas programme, les professeurs doivent créer une progression et un contenu de formation pour cet enseignement.
- Les matières susceptibles d'intervenir en EGLS étant circonscrites mais pas fixées, les enseignants doivent construire et défendre un projet de formation devant les instances de décisions de l'établissement.

La principale attente (urgence ?) des professeurs de maths/sciences vis-à-vis de ce dispositif serait la création et la diffusion de ressources pédagogiques pertinentes pour l'enseignement général lié à la spécialité. Si l'on prend en compte le nombre de spécialités de baccalauréats professionnels (plus de 80) et, pour certains métiers, les effets des spécificités du contexte industriel local sur les contenus de formation, la création de cette ressource représente un travail considérable (tant d'un point de vue quantitatif que qualitatif).

Conclusions

La mise en place du baccalauréat professionnel en trois ans, a entraîné une modification très profonde des pratiques d'enseignement en mathématiques. On doit même pouvoir affirmer que c'est la discipline qui a été la plus impactée par cette réforme.

Si l'on veut qu'elle réussisse, elle devra être accompagnée d'un effort de formation des enseignants durable et important^[10].

Certains aspects de la réforme (enseignement général lié à la spécialité, insertion des bacheliers professionnels dans l'enseignement supérieur, intégration des élèves de CAP en première professionnelle, changement d'approche dans l'enseignement de la géométrie, introduction d'une culture statistique...) nécessiteront de plus que l'on donne les moyens à la recherche en didactique d'investir de manière significative le champ de l'enseignement professionnel.

9. Références

- [1a] **Programmes de mathématiques du baccalauréat professionnel.** *Bulletin officiel spécial n° 2 du 19 février 2009.* <http://www.education.gouv.fr/pid20873/special-n-2-du-19-fevrier-2009.html>
- [1b] **Ressources pour faire la classe en mathématiques et sciences physiques et chimiques.** <http://eduscol.education.fr/pid23218-cid46460/ressources-en-mathematiques-et-sciences-physiques-et-chimiques.html#telecharger>
- [2] **La fluctuation d'échantillonnage dans les nouveaux programmes de baccalauréat professionnel.** *MathémATICE n°13.* Janvier 2009. François MOUSSAVOU. <http://revue.sesamath.net/spip.php?article192>
- [3] **La statistique dans l'enseignement secondaire en France.** *Statistique et enseignement vol 4 N°1.* 2013. Jean-Pierre RAOULT <http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/StatEns/article/view/138>
- [4] **Quand les mathématiques s'appuient sur des situations concrètes : exemple de la mise en œuvre de la démarche d'investigation en lycée professionnel.** *Démarche d'investigation : quand les mathématiques se cherchent.* Colloque de la CII collège. Juin 2010 Jean-Luc PERNETTE, François MOUSSAVOU, David GOMEZ, Marie-Claude BARASSÉ http://www.univ-irem.fr/ciicollege/ActesColloqueOrleans10/ateliers/A8_CR.pdf#zoom=100
- [5] **Quelles mathématiques pour l'enseignement professionnel ?** *Les mathématiciens et l'enseignement de leur discipline en France.* Séminaire de l'ADIREM mars 2010. Karim BOUCHAMMA, François MOUSSAVOU, Didier ROUSSEL, Valérie THÉRIC http://www.univ-irem.fr/spip2/IMG/pdf/Atelier_2d_Groupe_Lycees_pro_IREM_Aix-Marseille_.pdf
- [6] **Démarche d'investigation en classe de baccalauréat professionnel.** *La didactique des mathématiques: approches et enjeux. Hommage à Michèle ARTIGUE.* Juin 2012. Atelier 4 : *Démarches de recherche et démarches d'investigation dans l'enseignement des maths et des sciences expérimentales.* François MOUSSAVOU.
- [7] **Évaluer par compétence au baccalauréat professionnel.** *Repère IREM n°88.* Juillet 2012. Marie-Claude BARASSÉ, Laurent GALLIEN, Hamid HADIDOU, Benoît KERN, Emmanuelle LAFONT, Mélanie LEPAGE, Christian MEILLAND, Jean-Louis MORIN, François MOUSSAVOU, Michel MOUTOUSSAMY, **Jean-Luc PERNETTE**, Valérie THÉRIC. <http://publimath.irem.univ-mrs.fr/biblio/IWR12010.htm>

- [8] **Actualité de l'enseignement des mathématiques en lycée professionnel.** *La voie professionnelle de l'enseignement secondaire à l'enseignement supérieur.* Séminaire de l'ADIREM. Juin 2011. Jean-Luc PERNETTE, François MOUSSAVOU, Emmanuelle LAFONT, Marie-Claude BARASSÉ, Laurent GALLIEN, Christian MEILLAND.
- [9] **Enseigner sans programme : Le cas de l'enseignement général lié à la spécialité en baccalauréat professionnel.** *Cahiers Pédagogiques n°507.* À paraître (septembre 2013). François MOUSSAVOU, Valérie THERIC
- [10] **Suivi de la mise en œuvre de la rénovation de la voie professionnelle.** Rapport n° 2011-019 Février 2011. Inspection générale de l'administration de l'Éducation nationale et de la Recherche : http://media.education.gouv.fr/file/2011/55/5/2011-019-IGEN-IGAENR_215555.pdf

Atelier 4

A la découverte des triangles : de la manipulation de segments dans un logiciel de mathématiques dynamiques à la construction à la règle et au compas.

Anne Voltolini

*Collège Champollion
10 rue F. Raoult
38000 Grenoble
anne.voltolini@ac-grenoble.fr*

RÉSUMÉ. Nous présenterons une situation de travail sur les triangles, basée sur l'utilisation de cahiers d'activités informatiques. Les objectifs de la situation sont l'apprentissage de la construction à la règle et au compas d'un triangle étant données les trois longueurs de ses côtés ainsi que l'inégalité triangulaire. Dans un premier cahier l'élève sera amené à former des triangles par manipulation directe de segments de longueurs fixes données selon deux déplacements : par translation et par rotation autour d'une extrémité qui reste fixe. Ce 2^e déplacement amène l'usage du compas dans la construction géométrique d'un triangle. Ce premier cahier fera aussi découvrir à l'élève qu'avec trois segments on ne peut pas toujours obtenir un triangle. Nous présenterons également un deuxième cahier, qui poursuit le travail pour aboutir à l'usage du compas et à la nécessité de tracer des arcs de cercles pour construire un triangle dont on connaît les longueurs des trois côtés.

MOTS-CLÉS : triangle, compas, inégalité triangulaire, mathématiques dynamiques

Introduction

Nous présenterons une situation de travail sur les triangles, basée sur l'utilisation de cahiers d'activités informatiques développés avec le logiciel Cabri Elem. Cette situation a deux objectifs d'apprentissage : la construction géométrique à la règle et au compas d'un triangle étant données les trois longueurs de ses côtés et l'inégalité triangulaire. Le premier cahier est une première étape à ces deux objectifs d'apprentissages. Un deuxième cahier poursuit le travail pour aboutir à l'usage du compas et la nécessité de tracer des arcs de cercles pour construire un triangle dont on connaît les trois longueurs des côtés. L'inégalité triangulaire en tant que telle sera amenée dans un troisième cahier qui est encore à construire.

1. Potentiel didactique et mathématique de ce type de cahiers informatiques

Dans cette situation, l'élève sera amené à former des triangles par manipulation directe (Laborde et Marcheteau, 2009) de segments de longueurs fixes données. Deux types de déplacements sont possibles pour un segment : déplacer le segment entier par translation et par rotation en faisant pivoter le segment autour d'une extrémité qui reste fixe. Nous étudierons le processus de genèse instrumentale (Rabardel, 1995) qui permet au sujet à partir de l'artefact rotation de construire un instrument rotation. Nous comparerons les schèmes d'utilisation de l'instrument rotation et de l'instrument compas.

Les deux types de déplacements des segments par translation et par rotation permettent de former une ligne brisée puis le triangle en faisant pivoter les segments extrêmes. Nous montrerons que la ligne brisée est une première étape dans la déconstruction dimensionnelle du triangle (Duval, 2005).

Nous présenterons enfin comment le premier cahier permet de visualiser l'inégalité triangulaire. Nous analyserons comment cette connaissance participe à l'apprentissage de la construction géométrique du triangle conjointement à la stratégie ligne brisée avec le plus grand segment entre les deux autres.

2. Effets de telles situations en termes d'apprentissages

A partir de retours d'expérimentations nous montrerons que les manipulations dans l'environnement Cabri Elem fournissent des rétroactions porteuses d'informations et participent à la création d'un milieu favorisant l'apprentissage de la construction géométrique des triangles à la règle et au compas.

Bibliographie

Duval R. (2005) Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination

de leurs fonctionnements. *Annales de Didactique et Sciences Cognitives* vol 10. p 5 à 53.

Laborde C., Marchetteau A. (2009) L'incontro tra réale e virtuale in Cabri Elem per attività matemativhe nella scuola primaria. *La matematica e la sua Didattica*, 23 n°1, p 19-34.

Rabardel P. (1995) *Les hommes et les technologies, une approche cognitive des instruments contemporains*. Paris : Armand Colin.

Vers une ingénierie coopérative enseignants / chercheurs ? Une expérimentation sur la construction des nombres à l'entrée à l'école élémentaire.

*** Sophie Joffredo-Lebrun**

**** Mireille Morellato**

***** Nathalie Vigot**

** CREAD Sophie LE BRUN <s.joffredolebrun@gmail.com>*

*** LéA Ecole St Charles Marseille Mireille Morellato <mireille@syrah.fr>*

**** CREAD Vigot Nathalie <nathalie.vigot@espe-bretagne.fr>*

RÉSUMÉ.

MOTS-CLÉS :

Nous proposons de présenter l'étude de certaines modalités de travail actuellement mises en œuvre dans le cadre d'une recherche ministérielle intitulée « Arithmétique et Compréhension à l'École élémentaire ». Un des objectifs de cette recherche concerne la conception d'un curriculum et les activités associées pour l'ensemble du programme dans le domaine numérique de la première année d'école élémentaire. La recherche est expérimentalement implémentée depuis septembre 2012 dans soixante classes de CP de quatre académies dont quatre classes d'étude qui y tiennent une place stratégique.

Après avoir présenté le cadre de la recherche et l'organisation générale du dispositif, nous montrerons comment s'est construite une partie de la progression au travers d'un exemple retraçant la construction d'enjeux partagés dans les transactions à l'œuvre dans les échanges collectifs. Nous y verrons le rôle particulier qu'ont joué les classes d'étude et la prise en compte de ces travaux au sein du LéA Saint-Charles. Nous tenterons, à la suite et à partir des premiers éléments d'observation du dispositif, de décrire quelques relations qui se sont établies entre professeurs et chercheurs. Des éléments d'analyse nous permettront d'ancrer la discussion sur l'intérêt et les difficultés de la mise en œuvre de cette ingénierie spécifique.

Bibliographie

- Artigue, M. (1990). Ingénierie didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9(3), 283-307.
- Brousseau, G. (2004). *Théories des situations didactiques* (2^e éd.), textes rassemblés par N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland & V. Warfield (Éds). Grenoble : La pensée sauvage.
- Chambris, C. (2008). *Relations entre les grandeurs et les nombres dans les mathématiques de l'école primaire. Evolution de l'enseignement au cours du 20^{ème} siècle. Connaissances des élèves actuels*. Thèse de Didactique des Mathématiques, Université de Paris 7 Diderot, France.
- Chevallard, Y. (2009). *La notion d'ingénierie didactique un concept à refonder*. Communication présentée à la 15^{ème} École d'Été de Didactique des Mathématiques, Clermont-Ferrand, France.
- Dewey, J. (1993). *Logique. La théorie de l'enquête* (2^e éd.), trad. de G. Deledalle. Paris : Presses Universitaires de France. (Ouvrage original publié en 1938 sous le titre *The Theory of Enquiry*)
- Fayol, M. (2012). *L'acquisition du nombre*. Paris : Presses Universitaires de France.
- Leutenegger, F. (2000). Construction d'une « clinique » pour le didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 20(2), 209-250.
- Sensevy, G. & Mercier, A. (2007). *Agir ensemble. L'action didactique conjointe*. Rennes : Presses Universitaires de Rennes.

- Sensevy, G. (2011). *Le sens du savoir. Eléments pour une théorie de l'action conjointe en didactique*. Bruxelles : De Boeck.
- Silvy, C., Delcroix, A. & Mercier, A. (2012). Enquête sur la notion de "pedagogical content knowledge", interrogée à partir su « site local d'une question ». *Education & Didactique*. 6(3), 165-190.