Tercer Encuentro Internacional sobre la Enseñanza del Cálculo
Novembre 2009, Mexico

Ressources pour faire, apprendre, enseigner le calcul : nouveaux modes de conception et de diffusion

Luc Trouche, Institut National de Recherche Pédagogique, Lyon (France), Luc.Trouche@inrp.fr,
http://educmath.inrp.fr/Educmath/recherche/approche_documentaire

Le développement du numérique, en particulier d'Internet et des ressources en ligne, bouleverse les conditions dans lesquelles les êtres humains communiquent et apprennent. Ces bouleversements sont très sensibles dans les institutions et pour les professions dédiées à l'apprentissage – les écoles et les professeurs. Ce sont ces bouleversements que nous allons étudier ici, dans le contexte de l'enseignement du calcul, en localisant notre regard sur trois points : l'évolution des outils, l'évolution des curricula, et l'évolution de la profession, vue à partir de l'évolution des ressources qu'elle conçoit ou qu'elle mobilise.

1) Nouveaux contextes technologiques : des outils mathématiques individuels aux outils multi-fonctions en réseaux

Le calcul a toujours été dépendant d'outils pour assister le travail de la mémoire et de l'intelligence. A 4000 ans d'écart, on peut être frappé par des traits communs des artefacts que l'homme a conçus dans cet objectif (Figure 1), des tablettes d'argile de l'époque babylonienne, listes arborescentes très compactes de problèmes et de méthodes, aux calculatrices d'aujourd'hui : ce sont des outils *dédiés au calcul*, ce sont des outils *individuels*, et ils sont intégrés dans une coquille bien identifiable (abaques, bouliers ou calculatrices) ; ce sont aussi des outils de taille réduite, très structurés, embarquant des connaissances et permettant d'en construire de nouvelles. Ils conditionnent, pour une large part, le travail et les apprentissages mathématiques qui y ont recours (Trouche 2005).

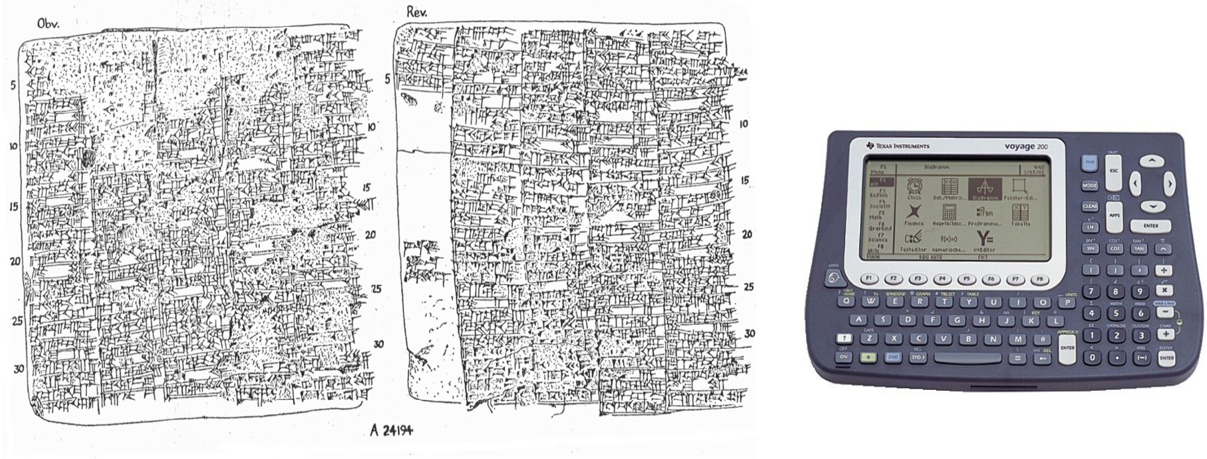


Figure 1. *Deux outils pour faire des calculs, 4000 années d'écart, mêmes dimensions (10 cm x 10 cm)*

On a montré (Guin *et al.* 2005), par exemple, combien les calculatrices graphiques favorisaient les phénomènes de *zapping* (passer d'une image à l'autre sans analyser les rétroactions de la machine) et pesaient sur la conceptualisation (en affectant aux concepts mathématiques des propriétés de leurs représentations).

Les outils de calcul sont aussi le reflet de l'état des sciences et des techniques à un temps donné. Ils évoluent donc sans cesse, et, parce qu'il n'est pas immédiat de s'approprier de nouveaux outils, à tout moment le nouveau cohabite avec l'ancien, et ce, pendant des phases de transition qui peuvent être longues. Ainsi (Figure 2), pendant plusieurs siècles, ont cohabité en France, aussi bien pour les calculs des mathématiciens que pour ceux des marchands, le calcul à plume (le nouveau) et le calcul à jetons (l'ancien). La situation d'aujourd'hui n'échappe pas à cette règle : cohabitent, dans les salles de classe et pour le travail des professeurs, un ensemble d'outils de différentes générations.

Figure 2. *Calcul à plume vs calcul à jetons, cohabitation et concurrence entre le nouveau et l'ancien*

Pour le calcul, on dispose ainsi d'un ensemble d'outils : algorithmes à effectuer avec un crayon et du papier, calculatrices, tableurs logiciels de calcul formel, dédiés ou non à l'enseignement.

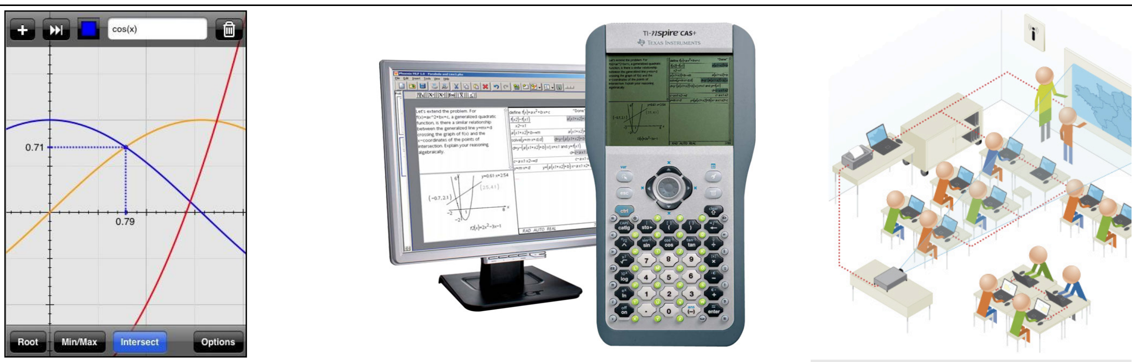
Le développement du numérique, en particulier d'Internet et des ressources en ligne, bouleverse la nature des outils disponibles, rompant avec les caractéristiques antérieures des outils pour faire des mathématiques :

- le processus de *miniaturisation* des supports permet de disposer d'outils portables intégrant un ensemble d'applications de nature très différente, des applications pour faire des mathématiques parmi beaucoup d'autres (par exemple, Figure 3, des téléphones portables permettent de tracer des courbes) ;

- il y a une *dissociation entre les applications et leurs supports* (par exemple, Figure 3, un même logiciel peut être implémenté sur un ordinateur ou une calculatrice, qui peuvent échanger des fichiers) ;

- les outils fonctionnent désormais *en réseau* (par exemple, Figure 3, la représentation d'une classe par le Ministère de l'Education en France, intégrant un tableau blanc interactif, et reposant sur une organisation du travail en groupe et en réseau).

Ces évolutions technologiques demandent de repenser les situations mathématiques et leur *orchestration* (Drijvers et Trouche 2008).



Graphiques sur un smartphone — Un même logiciel, deux enveloppes — Outils en réseau dans la classe

Figure 3. *Trois aspects des évolutions induites par l'évolution des technologies*

Voici deux illustrations de ces évolutions, relevées dans des classes en France.

La première a été relevée, de façon fortuite, dans le contexte d'une classe connectée à Internet, via un tableau blanc interactif (Figure 4). Au cours d'un exercice, il fallait faire une multiplication (3,35 x 5,7). A la grande surprise de l'observateur, les élèves proposent alors d'utiliser Google … et Google donne en effet le résultat. On imagine les effets, sur la conceptualisation, d'un tel processus : le résultat d'une multiplication devient le produit, non pas d'une construction, mais d'une recherche (de la même façon que l'on chercherait la capitale de Rajasthan, on la longueur de tel fleuve).

Figure 4. *Google exploité comme « outil à chercher des résultats mathématiques »*

La deuxième illustration provient de l'expérience d'un groupe de recherche (Hoyles *et al.* 2009), qui a pour objectif d'exploiter un environnement (TI-Navigator) qui met en réseau les calculatrices individuelles des élèves (Figure 5). La situation mathématique a été conçue dans ce groupe de recherche : il s'agit de déterminer l'aire d'un triangle isocèle ABC, sachant que les deux côtés égaux mesurent 10 cm. L'objectif de cette situation est d'introduire la notion de fonction, l'aire du triangle étant fonction de la mesure de sa base. L'orchestration de la situation a été soigneusement pensée. Elle a du faire des choix parmi de nombreuses possibilités (par exemple superposer tous les résultats des élèves dans le même repère, ou afficher sur l'écran commun, les uns à côté des autres, les fenêtres des calculatrices des élèves). Dans un premier temps, c'est la première solution qui est choisie par le professeur. Le travail des élèves passe par plusieurs étapes :

- utilisant des outils « anciens », le compas et la règle graduée, les élèves construisent des triangles ABC correspondant à des bases différentes, mesurent la hauteur, et en déduisent, par application de la formule qu'ils connaissent bien, l'aire du triangle. On dispose alors d'un ensemble de couples de nombres (base du triangle, aire du triangle), qui sont affichés par les élèves dans leur repère, et compilés par le professeur sur l'écran commun ;
- une discussion a alors lieu : devrait-on avoir un nuage de points, ou une « courbe » ?
- les élèves remettent en question la précision des mesures ; de nouvelles mesures sont prises, qui aboutissent à un nuage moins dispersé ;
- des élèves, devant la lourdeur des mesures, proposent d'automatiser le processus, en recherchant une formule qui permette de donner l'aire du triangle à partir de la donnée de la base ;
- différentes formules sont obtenues : la validation vient naturellement de l'ajustement des points déjà placés dans le repère par la courbe représentant la formule (Figure 5).

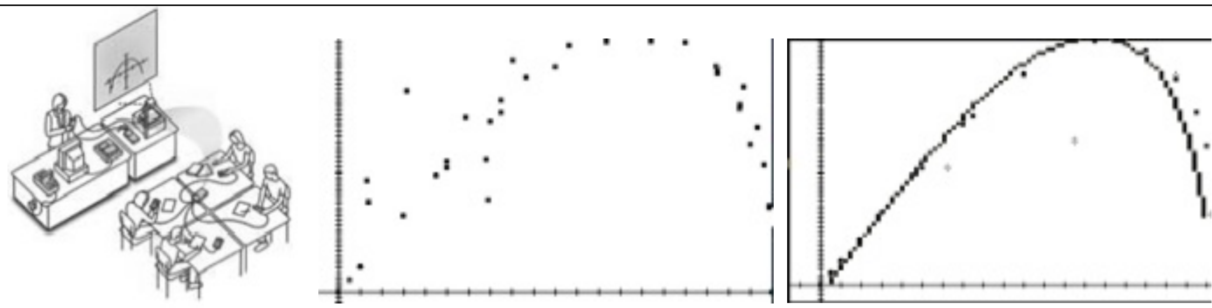


Figure 5. *L'environnement TI-Navigator et deux copies de l'écran commun de la classe au cours de la résolution du problème*

On voit bien, dans cet exemple, le renouvellement fort des conditions de l'émergence d'une nouvelle notion mathématique, qui vient d'une construction conjointe des élèves, dans laquelle les potentialités de l'environnement technologique prennent une place cruciale. La classe fonctionne alors comme un petit *laboratoire* de recherche, dans lequel chacun apporte sa pierre à la construction des nouveaux objets de savoir. On imagine la complexité aussi du travail du professeur, qui ne peut pas toujours prendre en compte, quand il ne les pas anticipés, les résultats des élèves (profusion de résultats apparaissant sur l'écran commun de la classe). Par exemple (première copie d'écran, Figure 5), ce n'est qu'*a posteriori* que le professeur réalise que l'existence de ce nuage de points n'est pas compatible avec le problème que l'on traite : il n'est, en effet, pas possible que deux triangles, avec les mêmes longueurs de côté, aient des aires différentes ; donc on ne peut pas avoir deux points différents sur la même colonne de pixels !

On le voit, ces évolutions technologiques supposent de repenser les ressources de l'enseignement des mathématiques, pour les élèves aussi bien que pour les professeurs.

2) Nouveaux contextes curriculaires : de la salle da classe à la métaphore du laboratoire

La métaphore des *laboratoires mathématiques,* que nous venons d'emprunter pour décrire les conditions de recherche dans le contexte d'une classe en réseau, est une métaphore régulièrement visitée depuis 1908 (Maschietto et Trouche online, Kuntz 2007). Elle ressurgit en particulier quand on propose de revitaliser l'enseignement des mathématiques. Ce fut le cas en France, avec la mise en place de la CREM (Commission de Réflexion pour l'Enseignement des Mathématiques, présidée à ses débuts par Jean-Pierre Kahane), qui écrivait :

> « Les lycées pourraient abriter des laboratoires de sciences mathématiques à côté de ceux de sciences physiques. Elèves et professeurs y trouveraient documentation, matériels informatiques, logiciels […]. Des créneaux horaires spécifiques pourraient être réservés aux professeurs, pour leur formation continue » (Kahane 2000).

Cette thématique des laboratoires trouve une nouvelle actualité dans les environnements technologiques « communiquants ». De nombreux projets de recherche, actuellement, se proposent d'ailleurs d'exploiter ces environnements pour articuler, dans la pratique des mathématiques, une démarche d'investigation et une démarche de construction de preuves[1].

Ces projets dépassent aujourd'hui le stade de programmes de recherche pour constituer les bases sur laquelle sont pensés les nouveaux programmes de mathématiques en France (2009), où les thématiques d'expérimentation, appuyées sur les TICE, sont largement présentes :

> « l'utilisation de logiciels (calculatrice ou ordinateur), d'outils de visualisation et de représentation, de calcul (numérique ou formel), de simulation, de programmation développe la possibilité d'expérimenter, ouvre largement la dialectique entre l'observation et la démonstration et change profondément la nature de l'enseignement »[2].

On a coutume de dire, en France en tout cas où le baccalauréat, épreuve finale du lycée donnant accès à l'Université, a une place cruciale, que l'évaluation des élèves est à la fois le critère et la source des évolutions institutionnelles. Il est donc tout à fait remarquable que le Ministère de l'Education Nationale ait décidé, de façon expérimentale, de tester depuis 2007 une nouvelle épreuve, dite « pratique », à l'intérieur du baccalauréat actuel :

> « L'objectif de l'épreuve est d'évaluer les compétences des élèves dans l'utilisation des calculatrices et de certains logiciels spécifiques en mathématiques. Il s'agit d'évaluer chez les élèves, la capacité à mobiliser les technologies de l'informatique et de la communication pour l'enseignement (TICE) pour résoudre un problème mathématique. Les sujets proposés aux candidats sont des exercices mathématiques où l'utilisation des TICE (calculatrice graphique programmable, ordinateurs et logiciels spécifiques, logiciels libres de préférence, tableurs, grapheur tableur, géométrie dynamique, calcul formel) intervient de manière significative dans la résolution du problème posé » (Inspection Générale de mathématiques[3]).

Les énoncés, proposés aux élèves dans le cadre de cette épreuve pratique, traduisent une évolution importante des pratiques mathématiques scolaires (Tableau 1).

Soit f la fonction définie sur R par $x \mapsto f(x) = -x + \sqrt{x^2 + 4}$

On note C sa courbe représentative dans un repère orthogonal

Soit a un réel quelconque, M et N les points de C d'abscisses respectives a et –a.

1) Construire la figure à l'aide d'un logiciel de votre choix

Appeler l'examinateur pour vérification de la figure

2) Faire varier a et émettre des conjectures concernant respectivement la droite (MN) et l'intersection I des tangentes à C en M et N.

Appeler l'examinateur pour vérification des conjectures

3) Déterminer en fonction de a les coordonnées des points M et N. Justifier les conjectures émises à la question 2.

Production demandée :

- visualisation à l'écran du lieu du point I
- réponses argumentées à la question 3

Tableau 1. *Exemple d'énoncé à l'épreuve pratique du baccalauréat*

[1] Voir en particulier le projet e-CoLab (expérimentation collaborative de laboratoires mathématiques), qui exploite des plates-formes mathématiques interactives (Aldon *et al.* 2008).

[2] http://media.education.gouv.fr/file/Programmes/20/1/pgm2nde2009_109201.pdf

[3] http://eduscol.education.fr/cid47793/epreuve-pratique-de-mathematiques-du-baccalaureat-serie-s.html

On voit bien, à travers la lecture de cet énoncé particulier, l'importance des évolutions en jeu :

- ce n'est pas seulement le résultat final de l'élève qui est jugé, mais son activité de recherche, tout au long du problème ;

- l'évaluation est combinée avec une assistance du professeur, à plusieurs moments importants de l'activité ;

- ce qui est valorisé, c'est tout autant le raisonnement que l'aptitude à mobiliser les technologies pour construire des figures ou des courbes, l'aptitude à faire varier des paramètres, rechercher des invariants, conjecturer…

Il existe certainement une grande distance entre ce type de situation mathématique et les situations mathématiques ordinaires, que mettent en œuvre les professeurs dans leurs classes. C'est pour cela que les inspecteurs ont mis en place des groupes de travail, chargés de concevoir de nouvelles situations mathématiques adaptées à cette épreuve pratique. L'institution a alors mis en ligne des répertoires de sujets possibles, pour accompagner la préparation, par les professeurs, des élèves à cette épreuve.

Cette épreuve pratique a été mise en place à titre expérimental. Un premier bilan en a été tiré, par l'Inspection générale, il apparaît largement positif [4] :

> [Ces innovations] induisent un rapport différent des élèves aux mathématiques, parce que :
>
> – cette épreuve fait une place à ce qui peut s'assimiler à une activité expérimentale par le fait que l'élève est susceptible de faire divers essais en utilisant les TICE dans le cadre imparti par le sujet,
>
> – l'évaluation met l'accent sur la démarche, elle favorise des formulations analogues à celle des « questions ouvertes », puisque ordinairement, l'observation amène l'élève à proposer une conjecture, ce qui n'est pas trop souvent le cas,
>
> – le candidat est accompagné par l'examinateur au cours de l'épreuve ;
>
> - elles incitent à des pratiques d'enseignement différentes, laissant la possibilité de faire une place plus importante à la démarche d'investigation ;
>
> - elles mettent en jeu des pratiques d'évaluation différentes : il s'agit d'évaluer le candidat lorsqu'il est en activité, d'apprécier ses démarches, ses qualités pour expérimenter, sa persévérance ou son goût à chercher, à prendre des initiatives.
>
> De plus, cette expérimentation a reçu un avis favorable de la communauté éducative ;
>
> - elle n'a soulevé aucun problème particulier dans son organisation, aussi bien pédagogique que matérielle ;
>
> - elle a suscité de l'intérêt de la part des professeurs de mathématiques des lycées qui ont participé à l'expérimentation, où ils ont vu là, entre autres, l'occasion d'actualiser leurs pratiques ;
>
> - elle a suscité un réel engouement de la part des élèves qui ont découvert d'autres approches de l'activité mathématique ;
>
> - elle n'a suscité aucune opposition de la part de l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public, qui, par ailleurs, a manifesté un grand intérêt.
>
> […] La généralisation de cette épreuve, qui reste dans le cadre des programmes, devrait faire évoluer l'enseignement des mathématiques vers une plus grande cohérence avec ses finalités : comment les mathématiques, avec les outils dont elles disposent actuellement, permettent de résoudre des problèmes, de développer l'expérimentation, le goût et la pratique de la recherche ?

Malgré ce bilan institutionnel largement positif, il n'y a pas de généralisation envisagée, pour cette épreuve expérimentale, avant 2013… Cette prudence de l'institution est sans doute le signe de problèmes profonds :

- le signe de la complexité de la mise en œuvre contrôlée de démarches expérimentales dans l'enseignement des mathématiques ;

- le signe de la complexité du renouvellement, par les professeurs, des ressources de leur enseignement. Il ne suffit sans doute pas de donner aux professeurs des répertoires de situations innovantes, il faut les rendre capables de construire, pour eux-mêmes et pour leurs collègues, des situations de ce type, ce qui suppose de penser de nouveaux modes de conception et de mutualisation de ressources.

3) Nouveaux contextes de développement professionnel : de la thématique des *technologies* à la thématique des *ressources*

Le mot de « technologie » est polysémique. En France, souvent incorporé dans l'acronyme TICE (Technologies de l'Information et de la Communication pour l'Enseignement), il a recouvert différentes réalités : les ordinateurs eux-mêmes, au temps du plan Informatique pour Tous (1985), puis les logiciels. De fait, si on considère la variété des objets que les enseignants ou les élèves mobilisent

[4] http://educmath.inrp.fr/Educmath/en-debat/epreuve-pratique/rapportep

dans leur travail, en classe ou hors classe (Figure 6), il est bien difficile de décider de ce qui rentrera dans la famille des technologies : la règle et le compas ? Internet ? Le tableau blanc interactif ? Les simulations que l'on peut activer sur Internet ? Le texte même des ressources en ligne ? Le développement du numérique pousse sans doute à une évolution du vocabulaire, et donc des concepts : il a favorisé l'émergence du concept de *ressources* (on parle par exemple de « ressources en ligne »), qui a tendance à supplanter celui de *technologies*.

Figure 6. *Parler de technologies, ou de ressources, pour désigner tout ce que les enseignants et les élèves mobilisent ?*

On doit questionner, bien sûr, ce concept de ressources. Ce questionnement n'est pas nouveau. Chevallard (1992) le formulait déjà quand il interrogeait la viabilité des objets informatiques. Cette viabilité supposait, selon lui, au-delà des logiciels et des situations qui permettent de les mettre en œuvre, des *systèmes d'exploitation didactique* de ces situations. Cette perspective conduit, plus généralement, à délimiter les ressources *nécessaires* à la réalisation du projet d'enseignement du professeur. Gueudet et Trouche (2009) proposent une définition plus large encore, en considérant comme ressource tout ce qui est *disponible*, susceptible de *re-sourcer* l'activité du professeur, ce qui englobe des ressources matérielles (les manuels, les logiciels, les préparations de cours, les ressources en ligne, le tableau blanc interactif) ou non (par exemple les interactions avec les autres professeurs ou avec les élèves). Les ressources apparaissent alors comme un ressort et un produit de l'activité des professeurs, et celle-ci peut alors être vue comme un travail de développement de ressources, en classe et hors classe, que Gueudet et Trouche (ibidem) appellent le *travail documentaire*.

Ce passage de la technologie aux ressources amène à un élargissement du point de vue sur le développement professionnel des enseignants. Les questions d'intégration technologique conduisaient par exemple nécessairement à interroger les résultats proposés par les outils de calcul (Figure 7). Cette question du contrôle des outils, de la qualité des résultats qu'ils proposent, est essentielle, elle nécessite, pour les professeurs comme pour les élèves, le développement de compétences complexes (CAME 2003).

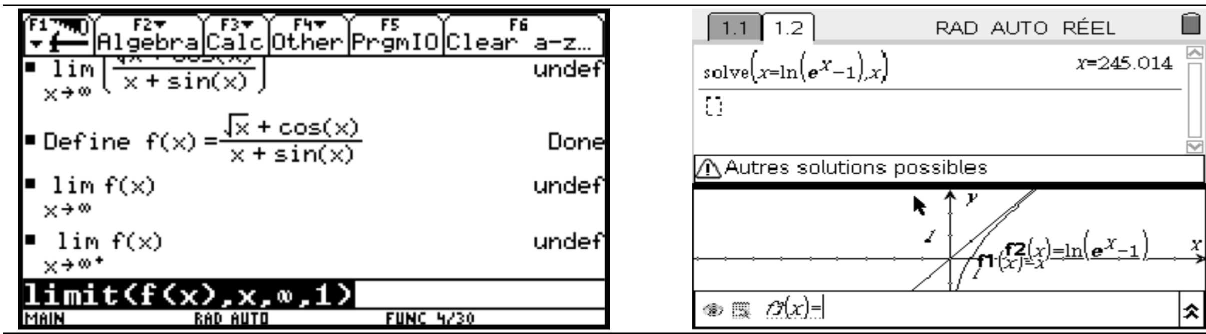


Figure 7. *Des résultats faux proposés par une calculatrice symbolique*

Le point de vue « ressources » conduit à un questionnement plus large que le seul questionnement de la justesse d'un résultat. Si l'on recherche sur Internet, via Google par exemple, les ressources disponibles pour l'enseignement de la dérivée, on trouve 2600000 ressources (Figure 8). Comment s'assurer de leur intérêt, de leur qualité (didactique, mathématique, etc.) ? A l'inverse, pour un professeur, comment partager avec d'autres une ressource dont il a éprouvé pour lui-même, et dans certaines circonstances, l'intérêt ?

Figure 8. *Contrôler la qualité (épistémologique, didactique, mathématique) d'une ressource dans un contexte de foisonnement*

Ces questions sont certainement essentielles, dans un moment de foisonnement de ressources sur le web. Plusieurs approches apparaissent aujourd'hui pour les traiter, en particulier :

- une approche reposant sur le développement de normes et standards, c'est-à-dire d'un ensemble de critères que des ressources devraient vérifier pour pouvoir appuyer l'enseignement et l'apprentissage[5] ;

- une approche reposant sur le développement de répertoires de ressources bien décrites et garanties ; c'est ce que fait par exemple le site Educnet[6] du ministère de l'Education Nationale en France, en proposant, pour chaque discipline, des ressources qui ont été proposées par des enseignants, filtrées et validées par les inspecteurs.

Dans la pratique, aucune de ces deux approches n'est pleinement satisfaisante :

- on ne peut pas abstraitement concevoir des normes et standards, ceux-ci ne peuvent émerger qu'en référence à des attentes et à des besoins, à des processus effectifs de développement de ressources et d'usages ;

- les répertoires bien décrits et garantis ne répondent pas, souvent, aux besoins des utilisateurs potentiels : après avoir rempli soigneusement une fiche descriptive de la ressource souhaitée, on se heurte souvent à la réponse « Aucune ressource ne correspond à ces critères » ; et si, d'aventure, on trouve une ressource correspondant à ces critères… celle-ci ne s'intégrera pas forcément dans le système de ressources de l'enseignant utilisateur de ce répertoire.

Une troisième approche nous semble naturellement portée par un des effets majeurs du numérique (Pédauque 2006), le développement de communautés « en ligne » qui donne une nouvelle dimension au travail collectif des enseignants. Ainsi en France, depuis 2003, le développement de communautés d'enseignants « concepteurs et partageurs de ressources » est particulièrement visible. C'est en mathématiques que l'on trouve l'association la plus nombreuse : Sésamath (http://www.sesamath.net/), dont l'objectif est « Les mathématiques pour tous », et la devise « Travailler ensemble, s'entraider… communiquer » (Figure 9, un extrait de la page d'entrée du site), regroupe, au sein de l'association, une centaine de membres, et, dans une fédération de groupes de projets, plus de 5000 professeurs de mathématiques.

Figure 9. *Le travail collaboratif, un moyen de penser la qualité des ressources et le développement professionnel*

[5] On en trouvera une bonne illustration dans le projet québécois Normetic (http://www.normetic.org/), qui vise « la création d'un patrimoine éducatif ».

[6] Educnet (http://www.educnet.education.fr/), « pour enseigner avec les technologies de l'information et de la communication ».

Dans un premier temps, Sésamath a mutualisé les ressources de ses membres ; dans un deuxième temps, elle a mis en place des groupes de projet qui ont conçu ensemble des ressources, aboutissant à un répertoire de plusieurs centaines de ressources, *Mathenpoche* ; dans un troisième temps, elle a mis en place des processus visant à l'amélioration continue de ces ressources, mises à l'épreuve et enrichies par des milliers d'enseignants. Dans la dernière étape (à ce jour), elle a mis en place une interface collaborative, *LaboMep* (pour « Laboratoire de Mathenpoche ») qui permet à des enseignants, individuellement ou collectivement, de puiser dans les ressources de l'association, de les expérimenter, de se les *approprier*, de les enrichir, et de les reverser éventuellement dans le pot commun. Dans ce mouvement, amélioration des ressources et développement professionnel vont de pair.

On ne peut pas bien sûr opposer les trois démarches (construction de normes partagées, constitution de répertoires garantis et conception collaborative de ressources), on peut même dire qu'elles sont complémentaires. Il est très intéressant, de ce point de vue, de considérer des programmes institutionnels récents qui se développement dans plusieurs pays :

- en France, le programme Pairform@nce[7] propose des parcours de formation en ligne. Son site est composé de deux parties : un catalogue de parcours, et une « fabrique » où de nouveaux parcours sont conçus par des équipes de formateurs-concepteurs, et où d'anciens parcours sont révisés, en prenant en compte l'expérience de leurs utilisateurs. Les parcours eux-mêmes proposent un ensemble de ressources pour mettre en œuvre des formations hybrides (en présence et à distance). Ces formations ont une structure commune : il s'agit toujours d'accompagner un processus de conception de ressources pour la classe. Les stagiaires exploitent les ressources qui leur sont proposées, conçoivent ensemble une ressource que chacun va expérimenter dans sa classe, un retour réflexif permet de réviser la ressource initiale. Il s'agit bien d'une chaîne de conception, où un ensemble d'acteurs (élèves, professeurs stagiaires, formateurs, concepteurs initiaux) collaborent dans un processus d'enrichissement continu des ressources et des pratiques ;

- le programme Enciclomedia, au Mexique, me semble aussi reposer sur des principes comparables, mettant en synergie une volonté institutionnelle et une créativité des professeurs impliqués (Trigueros et Lozano, in progress).

La métaphore des laboratoires est finalement très productive : elle invite à un nouveau regard sur le travail conjoint du professeur et des élèves dans la classe, elle invite aussi à un nouveau regard sur le travail collectif des professeurs entre eux. Elle invite enfin à un nouveau regard sur le travail des chercheurs eux-mêmes, ou plutôt sur le travail conjoint des chercheurs et des professeurs. Dans une période d'évolutions rapides des ressources mêmes de l'enseignement, un ensemble de questions complexes interreliées se posent : il s'agit d'élucider les articulations entre systèmes de ressources individuels et collectifs, entre systèmes d'activités des professeurs et systèmes de ressources, entre le développement de communautés et le développement de leurs répertoires de ressources. Dans cette situation, les professeurs ne sont pas les objets d'étude des chercheurs, ils sont leurs partenaires, sujets actifs de processus dans lesquels ils sont impliqués et qu'ils ont aussi à comprendre.

References

Aldon G. *et al.* (2008), Nouvel environnement technologique, nouvelles ressources, nouveaux modes de travail : le projet e-CoLab, *Repères-IREM 72, French and English version at*

http://educmath.inrp.fr/Educmath/ressources/lecture/dossier_mutualisation/

CAME 2003, le site de la communauté scientifique internationale Computer Algebra in Mathematics Education http://www.lkl.ac.uk/research/came/index.html, Proceedings of the 2003 symposium, *Learning in a CAS Environment: Mind-Machine Interaction, Curriculum & Assessment* http://www.lkl.ac.uk/research/came/events/reims/

Chevallard, Y. (1992), Intégration et viabilité des objets informatiques, le problème de l'ingénierie didactique, in B. Cornu (dir.), *L'ordinateur pour enseigner les mathématiques* (pp. 183-203)*,* PUF, Paris,

Drijvers, P., Trouche, L. (2008), From artifacts to instruments: a theoretical framework behind the orchestra metaphor, in K. Heid and G. Blume (eds.), *Research on Technology and the Teaching and Learning of Mathematics* (pp. 363-392)*, Information Age., Charlotte, NC, Vol. 2. Cases and perspectives*

[7] Programme développé par le Ministère de l'Education Nationale : http://national.pairformance.education.fr/

Gueudet, G., Trouche, L. (2009), Towards new documentation systems for mathematics teachers? *Educational Studies in Mathematics* 71, 199-218, http://springerlink.metapress.com/content/6600hx1254664n74/

Guin, D., Ruthven, K., Trouche, L. (eds.) (2005), *The didactical challenge of symbolic calculators: turning a computational device into a mathematical instrument,* Springer, New York

Hoyles, C., Kalas, I., Trouche, L., Hivon, L., Noss, R., Wilensky, U. (2009), Connectivity and Virtual Networks for Learning, in J.-B. Lagrange, C. Hoyles (eds.), *Mathematical Education and Digital Technologies: Rethinking the terrain, Proceedings of the 17th ICMI studies* (pp. 439-462), Springer, New York

Kahane, J.-P. (dir.) (2000), *Informatique et enseignement des mathématiques*, en ligne http://smf.emath.fr/Enseignement/CommissionKahane/RapportInfoMath/RapportInfoMath.pdf

Kuntz, G. (dir.) (2007), Démarche expérimentale et apprentissages mathématiques, in *Dossiers de la VST*, en ligne http://www.inrp.fr/vst/Dossiers/Demarche_experimentale/sommaire.htm

Maschietto, M., Trouche, L. (online), Mathematics learning and tools from theoretical, historical and practical points of view: the productive notion of mathematics laboratories, *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik.* http://www.springerlink.com/content/48045470220u4073/

Pédauque, R.T. (2006), *Le document à la lumière du numérique*, C & F éditions, Caen.

Trigueros, M., Lozano, D. (in progress), Teachers teaching mathematics with Enciclomedia, in G. Gueudet, B. Pepin, L. Trouche (eds.), *Mathematics curriculum material and teacher documentation: from textbooks to shared living resources*

International Journal of Computers for Mathematical Learning 9, 281-307

Trouche, L. (2005), Des artefacts aux instruments, une approche pour guider et intégrer l'usage des outils de calcul dans l'enseignement des mathématiques, *Actes de l'Université d'été « Le calcul sous toutes ses formes »*, Ministère de l'Education Nationale, en ligne

http://www3.ac-clermont.fr/pedago/maths/pages/site_math_universite/CD-UE/Menu_pour_Internet.htm