

Los *instrumentos* del trabajo matemático, cuestiones de integración didáctica



Luc Trouche
luc.trouche@inrp.fr

Civilizaciones, herramientas y cálculos

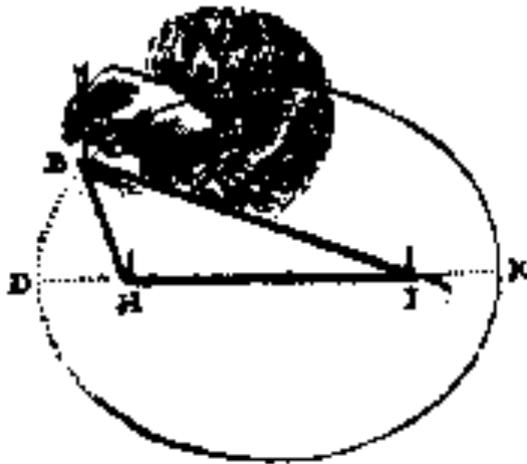


Las herramientas :

- herramientas *para contar* en la sociedad, herramientas *de calculo* para los sabios, han existido siempre ;
- estos se encargan de una parte del trabajo que ya no se trata de realizar directamente, sino de *controlar*.

El timith, herramienta de 'calculo automático' del trigo en
Algería (Bourdieu)

Herramientas y matemáticas



« La elipse es una línea curva que vi dibujar por los jardineros en los jardines, en donde la describen de forma bastante burda pero que hace *comprender mejor su naturaleza* ».

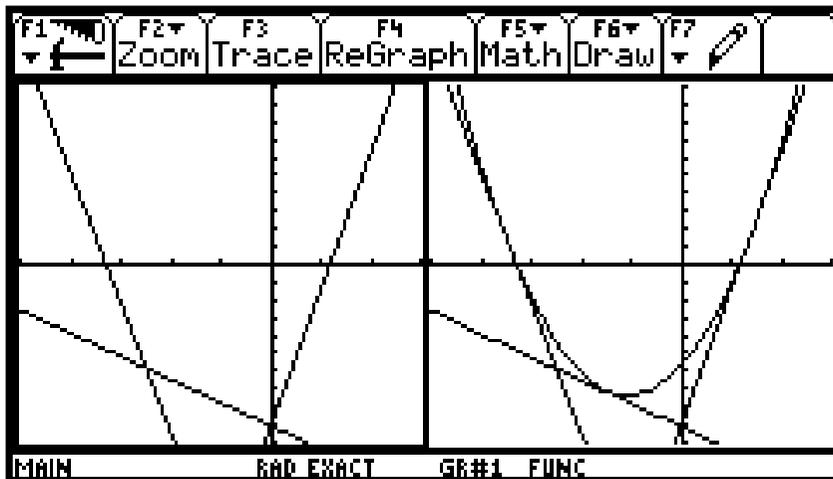
La Dioptrique, Discours VIII
(Descartes 1637)

“Nec manus, nisi intellectus, sibi permissus, multum valent : instrumentis et auxiliis res perfectur”

« La mano y la inteligencia, sin herramientas necesarias, siguen siendo incapaces ; lo que refuerza su poder son las herramientas y las ayudas que da la cultura ».

Francis Bacon (1600)

Una fuerte influencia de las herramientas en las matemáticas



« Une recta es tanto mas tangente a un circulo como mas tenga puntos comunes con este » .

Efectos en la producción
Efectos en los programas de estudio
Efectos en los modos de trabajo de los estudiantes
Efectos en la conceptualización

Herramientas antiguas, herramientas recientes

El aspecto estructurado de las herramientas y la combinación de varias herramientas, son dos características antiguas del cálculo

Evoluciones importantes con las herramientas informáticas :

- el *agrupamiento* de las herramientas en la misma caja ;
- herramientas *portátiles* ;
- la multiplicación de las *imágenes* ;
- el cambio de paradigma (de la *flecha* a la *red*)

Google

3,57*1/3

Rechercher dans : Web Pages francophones Pages : Fr

Web [+ Afficher les options...](#)



$$(3,57 * 1) / 3 = 1,19$$

Google

sin 5

Rechercher dans : Web Pages francophones Pages : Fr

Web [+ Afficher les options...](#)



$$\sin(5) = -0.958924275$$

Google

10 km en milles

Rechercher dans : Web Pages francophones Pages : Fr

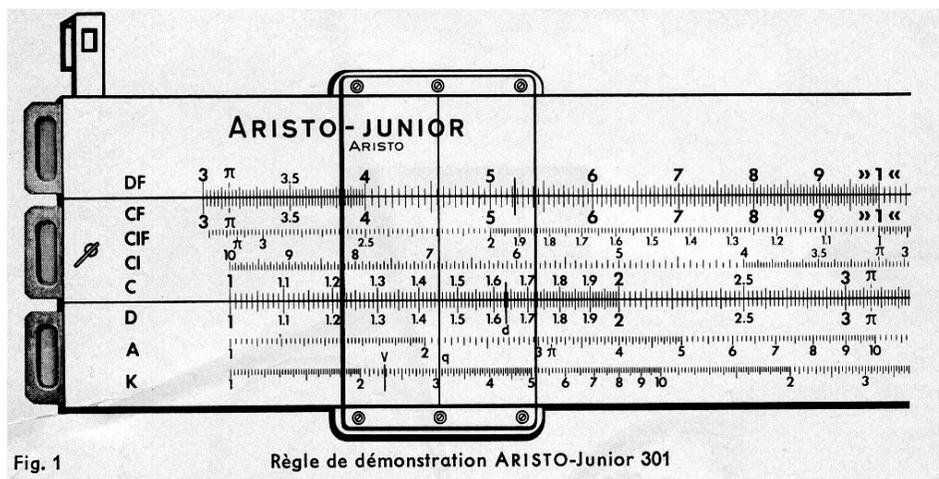
Web [+ Afficher les options...](#)

Résultats 1 à 10 sur un total d'environ 2



$$10 \text{ kilomètres} = 6,21371192 \text{ milles}$$

La “resistencia” de los profesores



« Para el profesor formado en el rigor de la disciplina matemática, la introducción de la regla de cálculo en educación media puede constituirse en un auténtico dilema ».

Aristo, Boletín de información para los profesores (Bieber 1971)

Herramientas mas y mas presentes

Herramientas mas y mas complejas

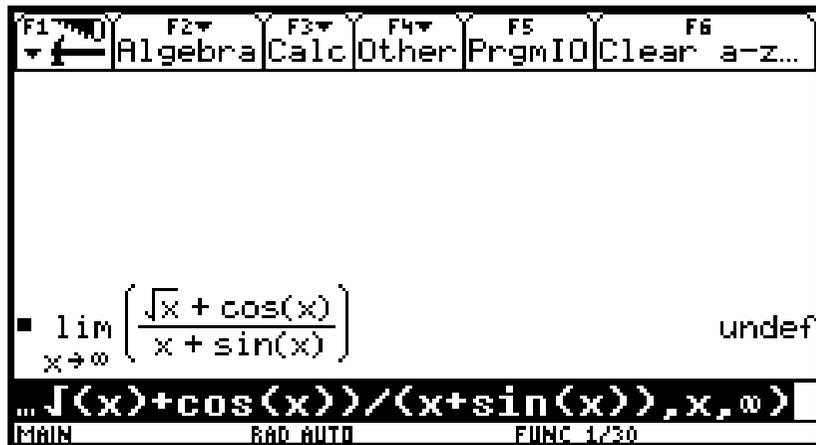
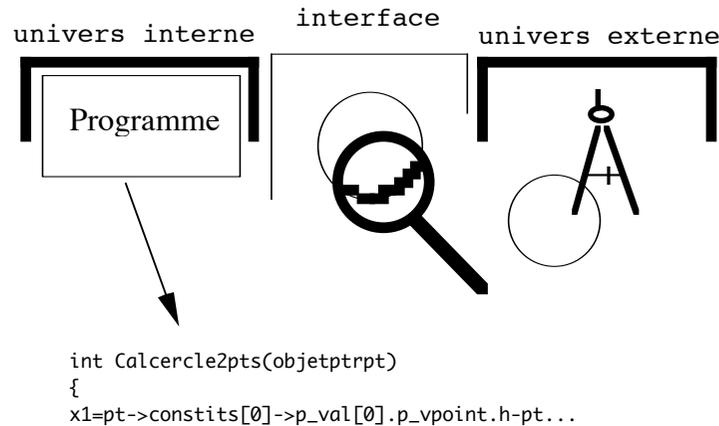
Una apropiación rápida por los estudiantes

Las dificultades de los profesores

Herramientas antiguas, herramientas recientes

Mayor necesidad de *coordinación y control* de las herramientas del trabajo matemático

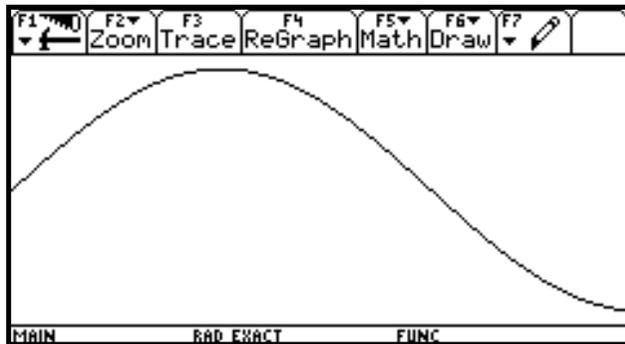
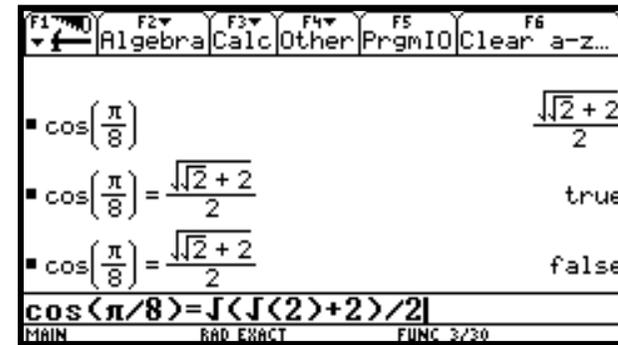
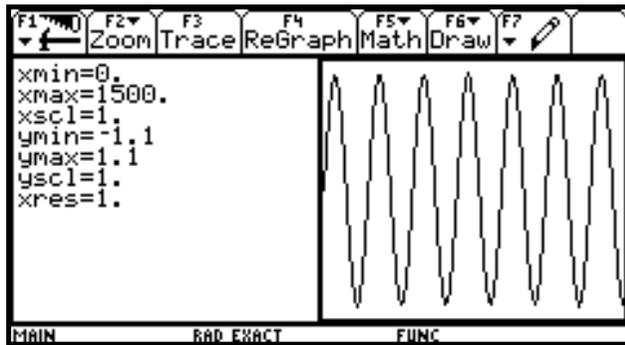
Analizar las limitaciones de los artefactos



Debe tomar en cuenta la transposición *informática* :
« Es el trabajo sobre el conocimiento que permite una representación simbólica y la aplicación por un dispositivo informático » (Balacheff 1994)

Debe analizar las *limitaciones* :

- limitaciones *internas* ;
- limitaciones de *comando* ;
- limitaciones de *organización* (las calculadoras 'graficas')

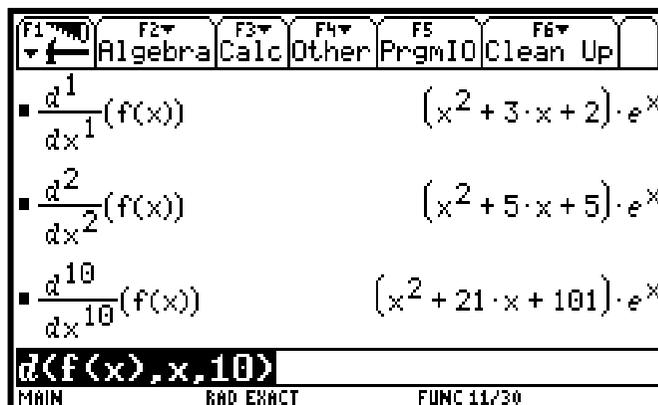
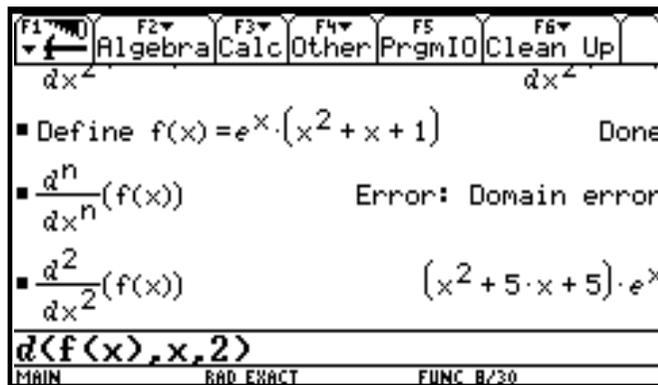


Un *control* complejo a ejercer...

Un mismo objeto,
diferentes
representaciones

Potencial que es necesario aprovechar los conocimientos

Calcular la derivada enésima de...



Poder *introducir* los datos

Saber *analizar* la información

Saber *organizar* la información

Saber *coordinar y comparar*

Saber *recurrir a* conocimientos previos

Saber *inferir*

Saber *probar*

Saber *controlar* un resultado

Las experiencias francesas

Derive, hipótesis

Un entorno que libera de las tareas técnicas

- ✓ Un enfoque mas *experimental*
- ✓ Problemas mas ricos, mas complejos
- ✓ Adaptado al funcionamiento individual del sujeto
- ✓ Compensa las dificultades técnicas de los estudiantes débiles ('muleta')
- ✓ Posibilidad de centrarse en un funcionamiento mas *reflexivo* y *conceptual*
- ✓ La *visualización* favorece la conceptualización

Experimentación en colaboración entre el Ministerio de Educación de Francia, un equipo de investigación de didáctica de las matemáticas y los IREM (1996-1998)

Las experiencias francesas Derive (SCS), algunos resultados

Fenómenos debidos a la coexistencia Derive/papel y lápiz:

- *La doble-referencia*, debida a la doble interpretación de las tareas
- *La pseudo-transparencia*, debida a la diferencia entre lo que el estudiante escribe y lo que aparece en la pantalla.

Un nueva *economía* del trabajo matemático (Artigue)

- *Atomización* de la resolución en acciones elementales sin coherencia
- Dificultad de la gestión de *la articulación* entre las diferentes fases (exploración, demostración, institucionalización)
- Una disociación *técnico/conceptual* imposible en la construcción de conceptos

Fenómenos que llaman la atención sobre la *transformación de los conocimientos y de los modos de trabajo*

Las investigaciones internacionales: un evolución clara en el tiempo

De 1992 a 2008, a nivel internacional, una sensibilidad creciente :

- a las preguntas de orden semiótico et à la consideración de las herramientas ;
- a las preguntas de transposición informática del saber ;
- al carácter contextualizado de los conocimientos (lo que se aprende en un contexto no se transfiere automáticamente a otros contextos) ;
- à la necesidad de concebir situaciones que tengan en cuenta los ambientes tecnológicos;
- à la complejidad del rol del profesor y a la inadecuación de las practicas de formación.

Esta evolución internacional va de la mano con la integración de las TICE en las clases 'ordinarias' con profesores ordinarios (saliendo de los dispositivos experimentales)

Algunas cuestiones cruciales

- Cual es el lugar oficial, legitimo que debe darse a las técnicas basadas en la utilización de las TIC, cual es la articulación que debe darse con las técnicas « tradicional » ?
- La integración de las TIC se traduce en una ganancia o en una perdida de tiempo, como se modifica el *tiempo del estudio* ?
- Como concebir nuevos recursos pedagógicos para la enseñanza de las matemáticas en los nuevos entornos (software, Internet) ?
- Que nuevas practicas profesionales ? Que tipo de organización de la clase?

Concebir situaciones matemáticas

Todo conocimiento matemático se puede modelizar por una situación dada (Brousseau)

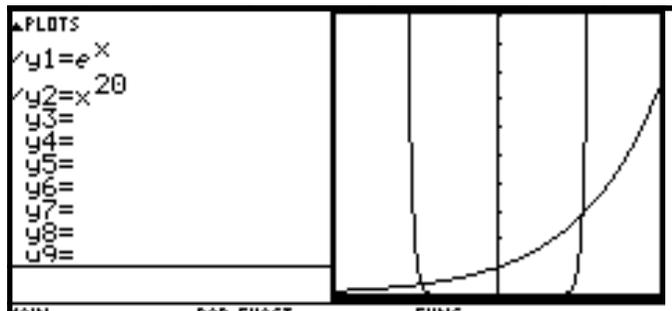
Esta situación constituye un reto para los estudiantes, su estudio se realiza bajo la forma de un *juego*, con *reglas* precisas

Resolver este problema necesita que los estudiantes *construyan este conocimiento*, que es la clave de la resolución *óptima*

Es una *paradoja* : se les pide a los estudiantes resolver un problema, y esta resolución supone disponer de un conocimiento que los estudiantes no tienen...

Pero la paradoja es la base del *constructivismo* : los verdaderos conocimientos son los que uno mismo construye, para contestar preguntas que uno realmente se plantea...

Concebir situaciones matemáticas



```
■ solve(y1(x) = y2(x), x)       $e^x - x^{20} = 0$   
■ solve(y1(x) = y2(x), x)  
  x = 1.05411967103 or x = -.953446172003
```

Resuelve la ecuación $x^{20} = e^x$

Lecciones mas générales

Una necesidad de una evolución de las practicas profesionales en los nuevos entornos tecnológicos

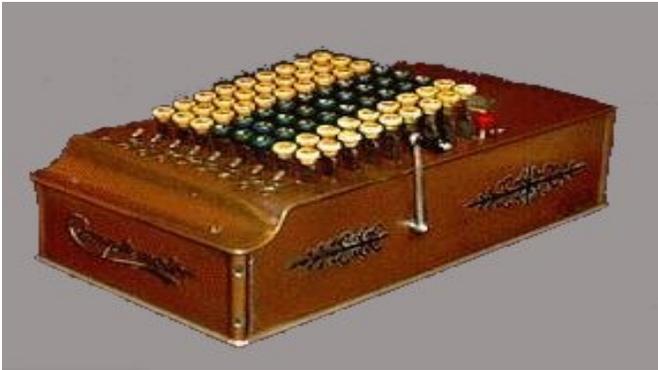
Una evolución que *supone* nuevos recursos pedagógicos

Recursos = TIC + situations mathématiques + orchestrations

Beaucoup de germes de ressources sur Internet, comment s'assurer de leur "qualité" ?

Referencias útiles

luc.trouche@inrp.fr



Mis agradecimientos a la UAEM por su invitación, a Dr Magali por su acogida, a François Pluinage por la traducción, y a los participantes por su atención

Gueudet, G., Trouche, L. (2009), Towards new documentation systems for teachers? *Educational Studies in Mathematics*, **71**(3), 199-218, DOI 10.1007/s10649-008-9159-8 <http://springerlink.metapress.com/content/6600hx1254664n74/>

Guin, D., Trouche L. (1999), The Complex Process of Converting Tools into Mathematical Instruments. The Case of Calculators, *The International Journal of Computers for Mathematical Learning*, **3** (3), 195-227.

Página web :

http://educmath.inrp.fr/Educmath/recherche/approche_documentaire

Los *instrumentos* del trabajo matemático



Luc Trouche
luc.trouche@inrp.fr