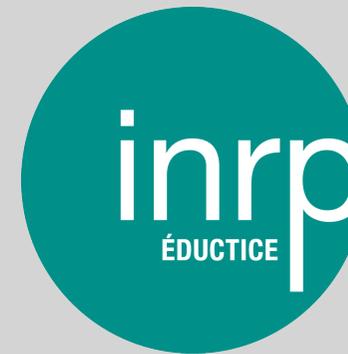


# Nueva dinámica para la enseñanza de las matemáticas?

Luc Trouche  
[luc.trouche.inrp.fr](mailto:luc.trouche.inrp.fr)



INSTITUT NATIONAL  
DE RECHERCHE  
PÉDAGOGIQUE



EICAL 4 – Encuentro Internacional Sobre la Enseñanza del Cálculo  
Puebla, jueves 23 y viernes 24 de septiembre del 2010



¡A François Pluinage le agradezco su ayuda, y a la asistencia su comprensión!

L'équipe EducTice dans les jardins de l'INRP (Lyon)



# Nueva dinámica para la enseñanza de las matemáticas?

Ce que je voudrais présenter aujourd'hui, dans le fil de ma conférence de l'année dernière (Trouche 2009) ...

Les évolutions technologiques (= le numérique) :

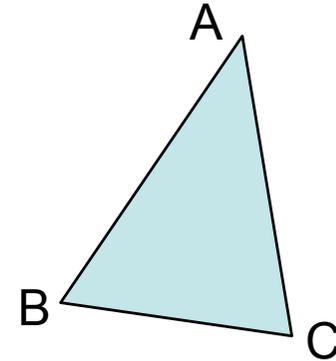
- 1) de nouvelles occasions de *penser* les problèmes mathématiques
- 2) de nouvelles occasions de *collaboration* pour créer des ressources d'enseignement
- 3) de nouvelles occasions pour *améliorer la qualité* des ressources

# De nouvelles occasions de penser les problèmes mathématiques

Problème 2009

ABC es un triángulo isósceles, con  $AB = AC = 10$  cm, ¿cuál es su área?

- objetivo: el concepto de función
- manipulación con herramientas “antiguas” (regla, compás), medición
- envío de los datos a la pantalla
- búsqueda de una fórmula, co-elaboración de un objeto matemático que modela un problema dado...



Exploration de nouvelles pistes dans l'atelier 2010  
Voir aussi (Arcavi & Hadas 2000).

# De nouvelles occasions de penser les problèmes mathématiques

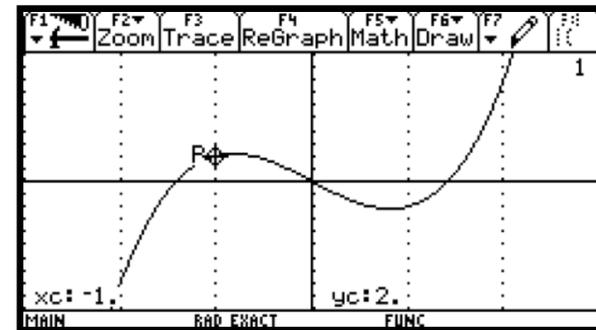
Problème 2010 :  $f(x) = 2x^3 - 4x$

C la représentation graphique de  $f$ , P le point de C d'abscisse -1, D la tangente à C au point P.

a) Montrer que D recoupe C en un point Q. Soit  $\Delta$  la tangente à C en Q; montrer que  $\Delta$  recoupe C en un point R.

b) Soit A l'aire de la surface entre C et D, soit B l'aire de la surface entre C et  $\Delta$ ; **calculer A/B**

c) Aurait-on trouvé le même résultat pour P quelconque ? Pour une cubique quelconque ?



Problème étudié dans Trouche *et al.* (1998).  
[al. = 33 élèves d'une classe]

# De nouvelles occasions de penser les problèmes mathématiques

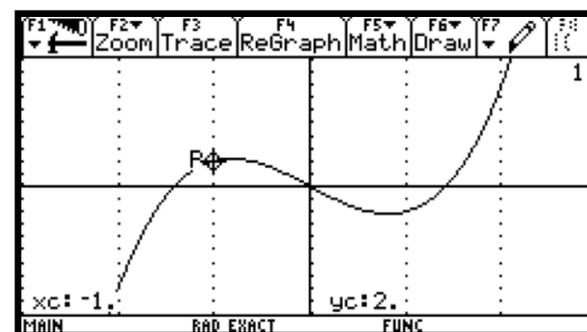
Problème 2010 :  $f(x) = 2x^3 - 4x$

C la représentation graphique de  $f$ , P le point de C d'abscisse -1, D la tangente à C au point P.

a) Montrer que D recoupe C en un point Q. Soit  $\Delta$  la tangente à C en Q; montrer que  $\Delta$  recoupe C en un point R.

b) Soit A l'aire de la surface entre C et D, soit B l'aire de la surface entre C et  $\Delta$ ; **calculer A/B**

c) Aurait-on trouvé le même résultat pour P quelconque ? Pour une cubique quelconque ?



Trois environnements, trois façons de penser le problème :

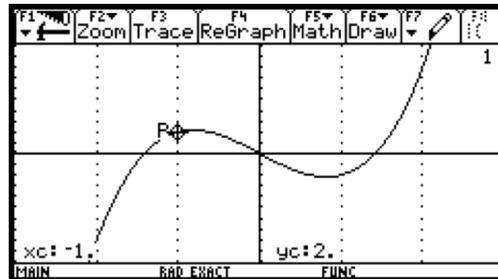
- TI-92
- TI-nspire
- [WIMS](#)

# De nouvelles occasions de penser les problèmes mathématiques

Una situación

Calcul de tangentes, d'intersections et d'aires +.....

Un entorno



Orquestación



*L'intelligence du calcul* (Artigue 2005), une nécessité pour penser et piloter les opérations mathématiques

*L'intelligence des orchestrations* (Trouche & Drijvers 2010), une nécessité pour penser et mettre en œuvre des situations didactiques

# De nouvelles occasions de penser les problèmes mathématiques

Associer intelligence et calcul peut sembler à première vue étrange, le mot « calcul » renvoyant plus communément à une activité mécanique, de plus en plus déléguée à des machines.

C'est avoir là une vision très restrictive de ce que constitue réellement l'activité de calcul en mathématiques, de la diversité de ses facettes, des formes d'intelligence qu'elle nécessite, qu'il s'agisse de choisir les représentations des objets les mieux adaptées aux calculs que l'on souhaite mener, d'organiser et gérer ce calcul, d'en anticiper, interpréter ou contrôler les résultats.

C'est aussi rendre difficile l'appréhension du rôle que joue le calcul dans la conceptualisation des objets mathématiques, l'appréhension de son potentiel épistémique, au delà de son potentiel pragmatique de production de résultats (Artigue 2005).

# De nouvelles occasions de collaboration pour créer des ressources ...

La collaboration entre professeurs :

- une réalité qui tient à la nature du métier ;
- une réalité émergente dans la dynamique du numérique ;
- une nécessité pour faire face à la complexité croissante du métier

« Tout enseignement est une collaboration » (Buisson 1911, Le conseil des maîtres)

« Voilà donc ce que change la numérisation : elle fabrique des communautés virtuelles, flottantes, illimitées, insaisissables, mieux qu'aucun livre » (Pédauque 2006)

« Travailler ensemble, s'entraider, communiquer... » (devise de l'association Sésamath) »



# De nouvelles occasions de collaboration pour créer des ressources ...

Sésamath (<http://www.sesamath.net/>), Sésamath, una asociación para intercambiar, elaborar, compartir, hacer evolucionar recursos para la enseñanza de las matemáticas

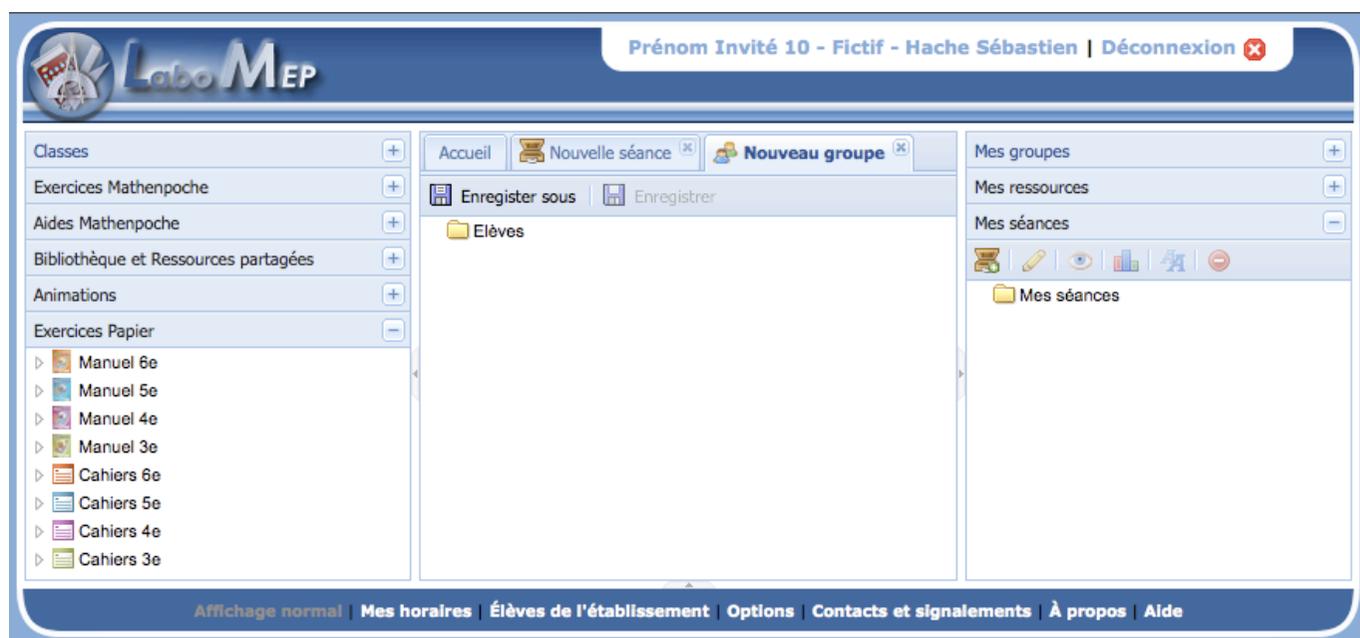
Mucha actividad sobre el sitio: 100 socios; 7,000 miembros de grupos de proyectos; 70,000 conexiones cada día...



The image shows the header and navigation menu of the Sésamath website. The header features the Sésamath logo on the left, the tagline "Les Mathématiques pour tous" in the center, and a faint mathematical formula  $x^2 + y^2 = x(x+y)^2$  on the right. Below the header is a navigation bar with five items: "Accueil", "L'association", "Vie de l'association", "Documentation-presse", and "Nous aider". Below the navigation bar is a white box with the word "Contact" on the left and the text "Travailler ensemble, s'entraider ... communiquer !" on the right.

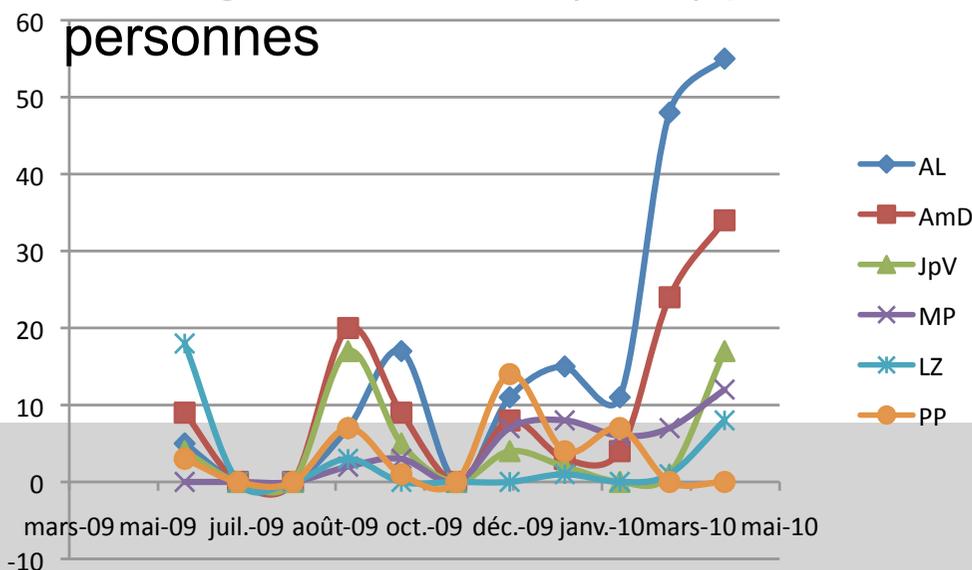
# De nouvelles occasions de collaboration pour créer des ressources ...

LaboMep : una interfaz “laboratorio” de concepción, de experimentación y de puesto en común de recursos, a partir del vivero inicial de Mep (Mathenpoche), una versión adaptada al trabajo en red de clase.



# De nouvelles occasions de collaboration pour créer des ressources ...

Une nouvelle expérience de Sésamath, la création d'un manuel scolaire en ligne (Sabra 2010)  
 Un groupe de 27 personnes, 11 mois de travail, utilisation d'une plateforme et d'une liste de diffusion  
 627 messages messages échangés, dont 422 (70%) par 6 personnes



## Evolution des discussions

Negotiation du sens

Conception des outils

Conception des ressources initiales

Besoin de techniciens

Animation des ressources

Retour sur l'objectif du manuel

Discussions de type :  
 didactique, épistemologique,  
 technique, organisationnel.

# De nouvelles occasions de collaboration pour créer des ressources ...

Les différentes parties du chapitre “Etude de fonctions”.

Un exemple d'exercice et sa discussion

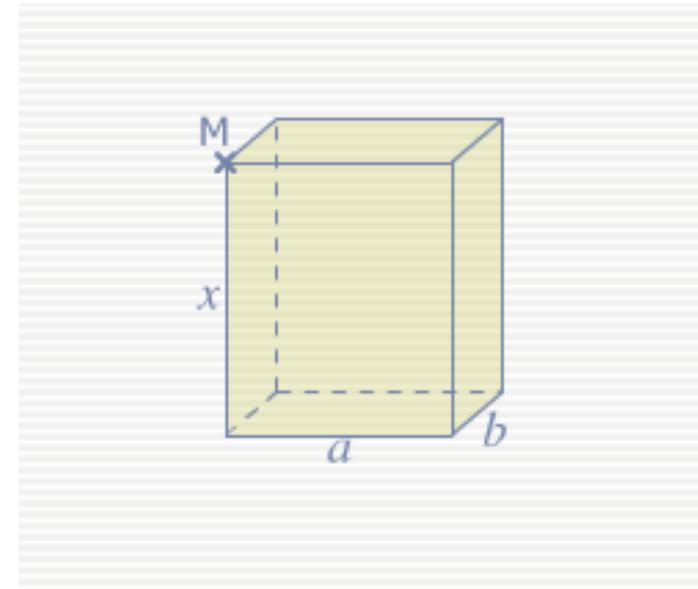
Légende :

-  Exercice validé
-  Exercice non validé

scénarii 5N1  
FAQ développement

▲ 2N2 : Chapitre N2

- ▲ 2N2s1 : Notion de sens de variation d'une fonction
  -  4205 - 2N2s1ex1 - Vocabulaire à partir de la courbe (1)
  -  4206 - 2N2s1ex2 - Vocabulaire à partir de la courbe (2)
  -  4207 - 2N2s1ex3 - Variations à partir de la courbe
  -  4208 - 2N2s1ex4 - Définition formelle des variations.



# De nouvelles occasions pour *améliorer la qualité* des ressources

¿Cómo asegurar la calidad de los recursos? (Trouche 2009)

1) Repertorios garantizados: Educnet en Francia (Ministerio de la Educación) : sitios poco alimentados, poco consultados, recursos poco evolutivos...

2) Por procedimientos colaborativos... : Sésamath,



ÉDU'Bases recense les pratiques pédagogiques proposées par les académies afin d'accompagner le développement des usages des TICE, en relation avec les programmes des collèges et lycées.

1403 fiches sont disponibles pour la discipline **Mathématiques**.

▸ Des accès thématiques

▸ Dernières parutions depuis le 01-08-10

Aide ?

#### CRITÈRES DE RECHERCHE

Établissement	choix indifférent
Niveau	choix indifférent
Thème	choix indifférent
Sous-thème	choix indifférent
Type de logiciels	choix indifférent



# De nouvelles occasions pour *améliorer la qualité* des ressources

Une troisième voie, complémentaire des deux précédentes: de nouveaux dispositifs à concevoir, associant chercheurs, développeurs de logiciels et professeurs, concepteurs/utilisateurs de ressources

Ejemplo de proyecto  
InterGeo

<http://i2geo.net>

(Trgalova *et al.* 2009)

The screenshot shows the homepage of the I2G (Geometría Interactiva Interoperable en Europa) website. The header includes the I2G logo, the title 'Geometría Interactiva Interoperable en Europa', and a navigation menu with options like 'Inicio', 'Encontrar', 'Contribuir', 'Conectar', 'Ayuda', and 'Acerca de I2GEO'. A search bar is prominently displayed in red. Below the header, there are several content blocks: 'El Proyecto InterGeo' with a description and a list of questions; 'Recursos Destacados' featuring a diagram of an ellipse; and 'Grupos Destacados' listing 'Profesores de Matemáticas en Cantabria'. A sidebar on the left provides statistics for the project, such as 'Recursos: 2660', 'Miembros: 818', and 'Grupos: 18'. The footer includes a Facebook link and the INRP logo.

# De nouvelles occasions pour *améliorer la qualité des ressources*

Une troisième voie, complémentaire des deux précédentes: de nouveaux dispositifs à concevoir, associant chercheurs, développeurs de logiciels et professeurs, concepteurs/utilisateurs de ressources

Ejemplo de proyecto InterGeo

<http://i2geo.net>

(Trgalova *et al.* 2009)

The screenshot displays the InterGeo website interface. On the left, there is a navigation menu with options: INICIO, ENCONTRAR, CONTRIBUIR, CONECTAR, AYUDA, and ACERCA DE I2GEO. Below this is a 'TABLA DE CONTENIDOS' section with a link to 'La elipse'. Further down is a 'CLUB DE FANS' section for 'I2G INTERGEO' with 89 fans. At the bottom left, there are 'VÍDEOS INTRODUCTORIOS'. The main content area on the right shows the resource 'La elipse' contributed by 'Cholo Mori'. It features a star rating system (4 stars) and a note '(Una evaluación sobre 2010-04-03)'. Below the rating are tabs for 'Índice', 'Información', and 'Comentarios ( 1 ) & Evaluaciones ( 1 )'. The 'Índice' tab is active, displaying the text 'Propiedades y características más importantes de la elipse' and a link: 'Ir a este enlace: http://www.ginerdelosrios.org/pizarra/mates/geo/elipse/elipse.htm'. An 'Ir' button is located at the bottom right of the link area. A 'Notificar un problema' link is visible below the navigation menu. A 'Imprimir' icon is in the top right corner.

# De nouvelles occasions pour *améliorer la qualité des ressources*

Une troisième voie, complémentaire des deux précédentes: de nouveaux dispositifs à concevoir, associant chercheurs, développeurs de logiciels et professeurs, concepteurs/utilisateurs de ressources

Ejemplo de proyecto  
InterGeo

<http://i2geo.net>

(Trgalova *et al.* 2009)

The screenshot displays a web interface with a navigation bar at the top containing 'Índice', 'Información', and 'Comentarios ( 1 ) & Evaluaciones ( 1 )'. Below the navigation bar, a message states: 'Para añadir una evaluación o comentario, tiene que entrar en su cuenta.' The main content area is divided into two sections. The first section, titled 'EVALUACIONES', lists two evaluations: one from 'Radka Pospíšilová' dated '2010/05/08 17:23' with a 4-star rating, and another from 'Elena Villanueva Villanueva' dated '2010/04/03 13:54' with a 3-star rating. The second section, titled 'COMENTARIOS DE OTROS MIEMBROS', shows a comment from 'Sassenou Université Montpellier 2, Institut de Mathématiques et de Modélisation de Montpellier, I3M' dated 'abr-19-2010 - 01:26 PM GMT+01:00'. The comment text is: 'Comentario: Versión interna para la dirección : [http://i2geo.net/xwiki/bin/view/Coil\\_clemences/Laelipse](http://i2geo.net/xwiki/bin/view/Coil_clemences/Laelipse)'.

# De nouvelles occasions pour *améliorer la qualité des ressources*

Une troisième voie, complémentaire des deux précédentes: de nouveaux dispositifs à concevoir, associant chercheurs, développeurs de logiciels et professeurs, concepteurs/utilisateurs de ressources

Ejemplo de proyecto  
InterGeo

<http://i2geo.net>

(Trgalova *et al.* 2009)



The screenshot shows a user profile for Elena Villanueva Villanueva. It includes a navigation menu with options: Perfil, Favoritos, Contribuciones, Colecciones, Blog, Grupos, and Reviews. The profile is divided into two main sections: 'INFORMACIÓN DE LA CUENTA:' and 'INTERESES Y AFILIACIONES'. The first section indicates the user has been a member since April 3, 2010. The second section lists the user's details: Tipo de miembro: Estudiante, Ciudad: Santander, Estado/Provincia: Cantabria, and País: España.

INFORMACIÓN DE LA CUENTA:	
Miembro desde:	abr-03-2010

INTERESES Y AFILIACIONES	
Tipo de miembro:	Estudiante
Ciudad:	Santander
Estado/Provincia:	Cantabria
País:	España

# De nouvelles occasions pour *améliorer la qualité* des ressources

Une troisième voie, complémentaire des deux précédentes: de nouveaux dispositifs à concevoir, associant chercheurs, développeurs de logiciels et professeurs, concepteurs/utilisateurs de ressources

Ejemplo de proyecto  
InterGeo  
<http://i2geo.net>  
(Trgalova *et al.* 2009)

☆☆☆☆

Comentario global: Evaluación realizada el 2010/04/03 13:54 por Elena Villanueva

*Este recurso me parece que está bien y es adecuado si los alumnos no disponen de tiempo para hacer la elipse. Para mí, estaría mejor si la elipse la construyeran los alumnos y no se les proporcionaría ya hecha.*

Sí, ya he probado el recurso en una clase

---

**Condiciones de uso**

Montaje de hardware	Organización de los alumnos
---------------------	-----------------------------

Más sobre el contexto de uso (escriba cualquier comentario)

**Educational Levels:**  
Actualizar los niveles educativos seleccionados para este recurso.  
Niveles educativos:

---

**Botones de selección:** a la izquierda significa que no se está de acuerdo; cuanto más a la derecha, más de acuerdo.

▶	◆◆◆◆	He encontrado fácilmente el recurso, y la audiencia, competencias y temas son adecuados
▶	◆◆◆◆	La figura es técnicamente correcta y fácil de usar
▶	◆◆◆◆	El contenido es matemáticamente correcto y se puede usar en el aula

# Finalmente...

Les technologies au service de...

- l'activité mathématique des élèves et des professeurs ;
- la collaboration entre les professeurs ;
- l'amélioration de la qualité des ressources



Des conditions d'orchestration des situations ; le temps pour l'appropriation des technologies et pour l'activité de recherche dans la classe

Le temps nécessaire pour les professeurs ; la reconnaissance institutionnelle de leur rôle d'enseignant/concepteur de ressources

La conscience d'intérêts communs entre chercheurs, enseignants, développeurs de logiciels ; un soutien institutionnel fort

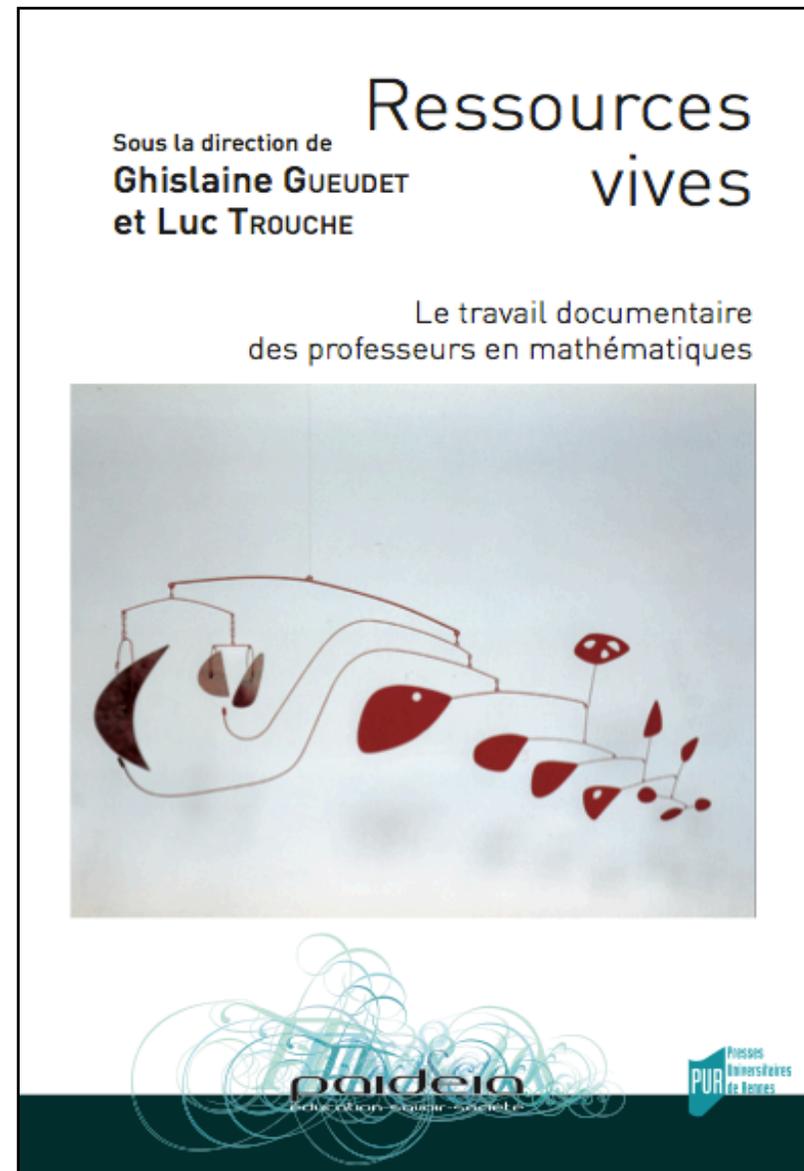
# Referencia

Gueudet, G., & Trouche, L. (dir.)  
(2010). *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques*. PUR et INRP

(J. Adler, Y. Chevallard, M.A. Mariotti, J. Remillard, K. Ruthven, C. Winslow...)

Gueudet, G., Pepin, B., & Trouche, L. (eds.) (2011). *Mathematics curriculum material and teacher documentation: from textbooks to « lived » resources*. Springer

(a chapter by M. Trigueros & L. Lozano, about Encliclomedía)



# Bibliografia

- Arcavi, A., & Hadas, N. (2000), Computer mediated learning, an example of an approach, *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 5, 25-45.
- Artigue, M. (2005), L'intelligence du calcul, conférence à l'université d'été de St Flour, [http://www3.ac-clermont.fr/pedago/maths/pages/site\\_math\\_universite/CD-UE/Menu\\_pour\\_Internet.htm](http://www3.ac-clermont.fr/pedago/maths/pages/site_math_universite/CD-UE/Menu_pour_Internet.htm)
- Buisson, F. (dir.) (1911), Le nouveau dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire, INRP, <http://www.inrp.fr/edition-electronique/lodel/dictionnaire-ferdinand-buisson/>
- Gueudet, G., & Trouche, L. (eds.) (2010). *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques*. Rennes : PUR et Lyon : INRP [http://educmath.inrp.fr/Educmath/recherche/approche\\_documentaire/Livre](http://educmath.inrp.fr/Educmath/recherche/approche_documentaire/Livre)
- Pédauque, R.T. (2006), *Le document à la lumière du numérique*. Caen : C & F éditions .
- Sabra, H. (2010), Outline of a methodology aiming to analyze a collective documentation throughout mailing lists. *Communication at the fifth yerne summer school*, August 18-25, 2010, Palermo, ITALY
- Trgalova, J., Jahn, A.P, Soury-Lavergne, S. (2009). Quality process for dynamic geometry resources: the Intergeo project, in V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne & F. Arzarello, *Proceedings of CERME 6*, 1161-1170, INRP, <http://www.inrp.fr/editions/editions-electroniques/cerme6/working-group-7>
- Trouche, L. (2009). Recursos para procesar, aprender, enseñar el cálculo: nuevos modos de concepción y difusión, *Tercer Encuentro Internacional sobre la Enseñanza del Cálculo Noviembre de 2009, Saltillo (CUA)*.
- Trouche, L. *et al.* (1998). Regards croisés sur un environnement TI-92, in D. Guin (dir.), *Calculatrices symboliques et géométriques pour l'enseignement des mathématiques*, IREM de Montpellier.
- Trouche, L., & Drijvers, P. (2010), Handheld technology for mathematics education: flashback into the future, *ZDM, The International Journal on Mathematics Education*, <http://www.springerlink.com/content/68n07260752h5260/>

