

**A ,B ,C et D lisent l'énoncé et commencent à écrire :**

**A note :**  $]0; +\infty[$  , puis :  $\frac{1}{x} = 1$  et  $1 = 1 \times x$

**B note :**  $] -\infty; 0[ \cup ]0; +\infty[$  puis gomme le :  $] -\infty; 0[$

**C note :**  $a \neq b$

**D écrit impossible si  $a \neq b$  sous la première question et  $a = 2$  ,  $b = 3$  et  $c = 6$  en face de la deuxième question , il utilise une calculatrice TI82 et demande à B sa TI89**

A : "T'as trouvé le 2?"

D : "Oui"

A : "Une seule solution ? Et si tu multiplies tout par deux ? Essaie avec des multiples"

**Trois calculatrices sont alors sur la table**

C : "Je crois que j'ai trouvé ...  $\frac{1}{10}$  ... non , ça ne marche pas"

A : "Faut trouver un entier qui divise 1 et qui soit inférieur à b . Faudrait que  $a < b$  ou bien que  $b < a$ "

B : "T'as pas le choix"

A : "C'est une histoire de multiples"

B : "De multiples?"

A : "C'est 1 ou -1"

D : "C'est pas un entier naturel ; ça aurait pu marcher"

A écrit :  $\frac{1}{x} = \frac{0,75}{1}$  , puis dit : "0,5 c'est pas entier c'est décimal ..."

D : "J'ai trouvé sur la calculatrice :  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{18}$  attention , je vais vérifier ..."

A : "Comment t'as fait ?"

D : "La fraction la plus petite avec des entiers c'est  $\frac{1}{2}$  ; tu peux pas avoir une fraction d'entiers plus petite"

C : "Ah oui , t'as raison"

D : "Le 1 c'est pas possible , la fraction la plus petite c'est  $\frac{1}{2}$ "

B : "Tu peux expliquer ?"

D : "Pour 2 , la solution est :  $a = 2$  ,  $b = 3$  ,  $c = 6$  ; et pour 3 , c'est :  $a = 2$  ,  $b = 3$  ,  $c = 9$  ,  $d = 18$ "

A : "Pourquoi le 1 est pas possible ?"

D : "On met les premières et il écrit :  $\frac{1}{1}$  ,  $\frac{1}{2}$  ,  $\frac{1}{3}$  ,  $\frac{1}{4}$  et en-dessous : 1 , 0,5 , 0,33 , 0,25 . Comment tu peux faire ... c'est pas possible . J'en suis sur . J'ai pris le chiffre le plus petit sans que ça arrive à 1 . C'est le truc des fractions égyptiennes :  $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$  ,  $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$  , j'ai pris le nombre au-dessus :  $\frac{1}{6} - \frac{1}{9} = \frac{1}{18}$  . On peut continuer en mettant au lieu de 18 ..."

► suite

**Silence , chacun repart dans ses réflexions ...**

A : "Pourquoi la première c'est impossible"

D : "De toutes façons a ça sera 2"

B : "Reprend"

A : "Y'a bien une autre fraction sur 1 qui doit faire 0,5 ..."

D : ( **qui retravaillait avec la calculatrice** ) "Ah , j'ai trouvé un autre avec les 4 :

$$1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}, \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}, \frac{1}{6} - \frac{1}{15} = \frac{1}{10}, \text{ ch'uis fier de moi!}"$$

A : "Mais pourquoi il faut qu'il y en ait deux distincts ..."

D : "La suite on trouve facilement ...  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{7} + \dots$ "

A : "Pour 2 ça marche ..."

D : ( **qui continue sur la calculatrice** ) "Ouais ,  $+\frac{1}{63} + \frac{1}{126} + \dots$  , j'en trouve plein"

A : "Ben fais le 2"

D : "Non , c'est pas possible"

A : "Ben prouve le..."

D : "Ouais , je vais le faire"

**C commence à écrire** :  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1, \frac{a+b}{ab} = 1, \frac{a+b}{ab} - \frac{ab}{ab} = 0$  "ça sert à rien mais  $a + b = ab$  , c'est chaud . Impossible si  $a \neq b$  donc c'est égal à 1 , impossible"

A : "J'ai trouvé c'est 2 . Ah , non"

C : "C'est pas possible"

B : "Montre comment tu fais; on fait un tous , c'est comme le DM ."

***J'interviens pour demander à D d'explicitier sa méthode***

D : " $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{26} + \frac{1}{486} + \frac{1}{936}$  tu changes les deux derniers"

B : "ça va s'arrêter après?"

D : "C'est moi qui l'arrête quand je veux ." ***Et il écrit :  $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$  ,  $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$  ,  $\frac{1}{6} - \frac{1}{10} = \frac{1}{15}$  ,  $\frac{1}{15} - \frac{1}{20} = \dots$  , il faut que :  $b < 2a$  , tout en étant entier .***

A : "ça veut rien dire"

C : "D'après toi alors le chiffre que tu dois trouver c'est entre a et 2a"

D : "Ouais par exemple 10 entre 6 et 12 . En fait il faut le trouver . On peut en faire quinze ."

***Il se lance dans les calculs pour une série de 15 fractions ...***

***L'heure est finie et il faut faire le transparent résumé de la séance ...***

▶ suite

