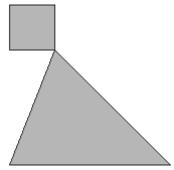
<table>
<tr>
<td>TI-nspire Séquence 7

Dossier : Fonctions

Classeur : L'enseigne</td>
<td>

L'enseigne lumineuse

Quelle est la fonction de l'enseigne ?


</td>
</tr>
</table>

Première partie

<table>
<tr><th>Index</th><th>Consignes</th></tr>
<tr>
<td>Page 1.1
Graphiques et géométrie</td>
<td>

Pour attirer plus de clients, le magasin de jeux vidéo « Aire de Jeux » a commandé une nouvelle enseigne lumineuse. Elle comporte une forme géométrique en mouvement, composée d'un carré et d'un triangle ayant un sommet commun.

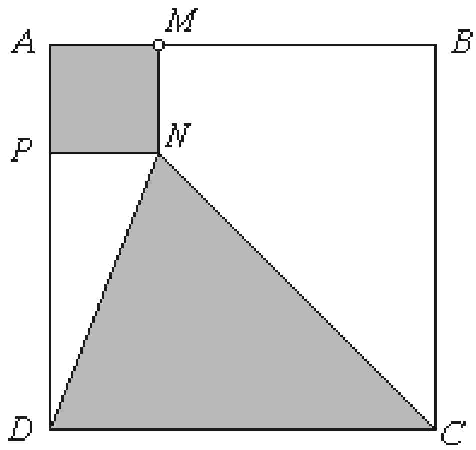
Ouvrez le classeur « L'enseigne » du dossier « Fonctions » où est représentée la figure de l'enseigne. Observez.

Cette séquence propose d'étudier l'aire de cette figure et ses variations au cours du mouvement.

Passez à la page 1.2 du classeur.
</td>
</tr>
<tr>
<td>Page 1.2
Graphiques et géométrie</td>
<td>

<u>Les données de la figure</u>

ABCD est un carré de côté 8 cm, M un point du segment [AB]. Le carré AMNP et le triangle DNC dont les intérieurs ont été grisés constituent l'enseigne.



(Figure reproduite à échelle réduite)

Déplacez le point M sur [AB] et observez les variations de l'aire de la surface grisée qui en résultent. **Décrivez ci-dessous** les variations observées.

⇨ .....

On note x la distance AM et a(x) l'aire de cette surface.

Précisez ci-dessous **l'intervalle** dans lequel x varie.
⇨ x varie dans l'intervalle ....
</td>
</tr>
<tr>
<td>Page 1.2
Graphiques et géométrie</td>
<td>

1. a) Positionnez le point M de telle sorte que la valeur affichée de x soit 3. **Lisez** la valeur approchée de l'aire a(x) correspondante et **notez-la** ci-dessous.

⇨ Lorsque la distance x affichée est 3, l'aire affichée est ....

Pour x égal à 3, **calculez** les aires des figures géométriques qui constituent l'enseigne et **déduisez-en** la valeur exacte de a(x). **Notez les réponses** ci-dessous.

⇨ L'aire de AMNP est égale à .... , celle de DNC à .... donc a(x) = ...
</td>
</tr>
</table>

Notation et vocabulaire
D'après les calculs précédents, on peut affirmer que lorsque x est égal à 3, l'aire a(x) est égale à 29.
On note : **a(3) = 29** (on lit : « a de 3 est égal à 29 »)
et on dit que **l'image de** 3 **par la fonction** ***aire*** **est** 29.

Index	Consignes
Page 1.2 *Graphiques et géométrie*	**b)** En suivant le même raisonnement que dans a) et en vous servant de la notation et du vocabulaire introduits ci-dessus, **complétez les phrases fléchées**. Justifiez vos calculs dans l'emplacement prévu. • ⇨ En positionnant M de sorte que la distance x affichée soit 0, l'aire affichée est . . . . ⇨ Par le calcul, si x est égal à 0 alors l'aire a(x) est égale à . . . . Justification (explicitez ci-dessous vos calculs) : ⇨ On note : . . . . ⇨ On dit que . . . . • ⇨ En positionnant M de sorte que la distance x affichée soit 6, l'aire affichée est . . . . ⇨ Par le calcul, si x est égal à 6 alors l'aire a(x) est égale à . . . . Justification (explicitez ci-dessous vos calculs) : ⇨ On note : . . . . ⇨ On dit que . . . . • ⇨ En positionnant M de sorte que la distance x affichée soit 8, l'aire affichée est . . . . ⇨ Par le calcul, si x est égal à 8 alors l'aire a(x) est égale à . . . . Justification (explicitez ci-dessous vos calculs) : ⇨ On note : . . . . ⇨ On dit que . . . .
Page 1.2 *Graphiques et géométrie*	**2. a)** Existe-t-il une position de M sur [AB] pour laquelle l'aire a(x) est égale à 37 ? Dans l'affirmative, **lisez** une valeur approchée de x et **notez** votre réponse ci-dessous. ⇨ D'après l'affichage en page 2, il semble exister au moins un nombre x tel que a(x) = 37 ; une valeur affichée de x est . . . . . . **Vérifiez** l'exactitude de cette valeur en calculant les différentes aires de la figure comme pour la question 1. **Notez** ci-dessous vos calculs puis **complétez** la conclusion. ⇨ Quand x = ... l'aire de AMNP est égale à . . . . , celle de DNC à . . . . Donc a(x) = ... = 37. Ainsi, a(. . . . . .) = 37.

<u>Vocabulaire</u>
D'après les calculs précédents, on peut affirmer :
il existe un nombre x pour lequel a(x) est égal à 37 : x = 5.
On dit alors que 5 **est un antécédent de** 37 **par la fonction** ***aire***.

Cette phrase peut être reformulée de deux façons :
« 5 est une solution de l'équation a(x) = 37 » , ou encore :
« si x = 5 alors a(x) = 37 ».

Finalement, l'égalité	se traduit par :
a(5) = 37	**l'image de** 5 **par la fonction** ***aire*** **est** 37 ; ou 5 **est un antécédent de** 37 **par la fonction** ***aire***.

Index	Consignes
Page 1.2 *Graphiques et géométrie*	**b)** En suivant attentivement le raisonnement utilisé dans la question 2a, **effectuez les mêmes démarches** pour a(x)= 25 et a(x)=29 ; **rédigez vos réponses** en suivant le même plan qu'au 2a. Ensuite, en vous servant du vocabulaire introduit ci-dessus, traduisez dans chaque cas la dernière égalité obtenue avec le mot « antécédent ». • <u>a(x) = 25</u> • <u>a(x) = 29</u>
	3. a) Pour quelle position de M l'aire a(x) semble-t-elle : • maximale ? ⇨ l'aire a(x) semble être maximale pour une valeur de x affichée égale à . . . . • minimale ? ⇨ l'aire a(x) semble être minimale pour une valeur de x affichée égale à . . . . **b)** De quelle façon l'aire a(x) vous semble-t-elle varier lorsque M se déplace de A vers B ? ⇨

Fin de la première partie

Deuxième partie

Index	Consignes	Manipulations et conseils
	1. **Exprimez** *en fonction de* x l'aire du carré AMNP, celle du triangle DNC et **vérifiez** que $a(x) = x^2 - 4x + 32$. ⇨ l'aire de AMNP est égale à : . . . . ⇨ l'aire de DNC est égale à : . . . . ⇨ On en déduit : $a(x)$ = ...	
Page 1.3 *Editeur/Calculs*	**Passez à la page 1.3** du classeur. **Définissez la fonction *aire*** dans la page 1.3 dédiée aux calculs.	Tapez : Define $a(x) = x^2 - 4x + 32$ [enter] (La commande Define s'obtient en tapant les six lettres du mot ou par le raccourci : [menu] [1] [1].)
Page 1.3 *Editeur/Calculs*	**2.** L'application Calculs de la TI-*nspire* permet de calculer des images et des antécédents par une fonction. **a)** • En utilisant la TI-*nspire*, **calculez** (en page 1.3) l'image du nombre décimal 3,4 par la fonction *aire* et **notez** la réponse ci-dessous. ⇨ a(3,4) = ... : ⇨ l'image de 3,4 par la fonction *aire* est : . . . . • **Calculez** de même les images des trois nombres 0, 5 et 8 par la fonction *aire*. ⇨ a(0) = ⇨ a(5) = ⇨ a(8) = Les résultats sont-ils cohérents avec ceux de la question 1b de la première partie ? ⇨	Tapez : a(3.4) [enter] (Attention : comme sur toute calculatrice, on entre un nombre décimal sur la TI-*nspire* en remplaçant la virgule par un point.)
	b) • En utilisant la TI-*nspire*, **déterminez** les antécédents, s'il en existe, du nombre 37 par la fonction *aire*. ⇨ Le nombre 37 a . . . . . . antécédent(s) : . . . . • **Déterminez** de même les antécédents, par la fonction *aire*, des nombres 25 et 29. ⇨ . . . . Les résultats sont-ils cohérents avec ceux de la question 2b de la première partie ? ⇨	Trouver les antécédents de 37 par la fonction aire revient à chercher les solutions de l'équation $a(x) = 37$. Tapez : solve($a(x)$=37, x) [enter]

Fin de la deuxième partie

Troisième partie

Index	Consignes	Manipulations et conseils
Page 1.4 *Tableur*	**a)** On utilise ici l'application Tableur pour construire une table de valeurs de la fonction *aire*, c'est-à-dire un tableau indiquant l'aire a(x) pour diverses valeurs de x. On rappelle que pour une position de M telle que AM = x, on a : a(x) = x^2 – 4 x + 32. **Parcourez** la colonne A du tableur en page 1.4. Des données apparaissent :	
	• l'expression algébrique de a(x) en cellule A2 écrite en respectant la syntaxe de saisie de la TI-*nspire* ;	La puissance est notée « ^ » et la multiplication est notée « * ». Ainsi, l'expression mathématique « x^2 – 4 x + 32 » est introduite sur la TI-*nspire* en tapant : « x^2–4*x+32 ».
	• la référence aux bornes de l'intervalle dans lequel x varie et dont les valeurs s'affichent en B3 et B4 ; **vérifiez** la cohérence entre les valeurs affichées pour xmin et xmax et les données de la figure complétées en page 1 de la 1ère partie ;	
	• la référence au pas *p* dont la valeur est affichée en B5.	
	Observez la colonne C : elle indique la suite des valeurs de x variant de xmin à xmax avec le pas *p*.	La cellule de titre de la colonne C (C♦) contient la formule : C♦ = seq('x,'x,b3,b4,b5) ; cette formule commande l'affichage de la suite (***seq**uence* en anglais) des nombres x, lorsque x varie de la valeur indiquée en B3 à la valeur indiquée en B4, avec le pas entré en B5. *Remarques 1. Le symbole « ' » (lire « prime ») dans la syntaxe de cette formule indique que la lettre x fait référence à la variable x et non à la colonne du même nom.* *2. Le nom des cellules ne doit pas nécessairement être écrit en majuscules.*
	Générez dans la colonne D la suite des nombres a(x) lorsque x décrit la suite des nombres affichés dans la colonne C. Combien de nombres ont-ils ainsi été générés ? ⇨ . . . . Pouviez-vous le prévoir ? Pourquoi ? ⇨ . . . . A quoi correspond la valeur affichée en D1 ? ⇨ . . . . **Vérifiez** par le calcul : ⇨	Sélectionnez la cellule de titre de la colonne D (D♦) et, après avoir validé votre sélection, inscrivez la formule D♦ = seq(a2,'x,b3,b4,b5) en tapant : = S E Q (A 2 , ' X , B 3 , B 4 , B 5) enter La table se remplit aussitôt. Attention : ne confondez pas les touches , (« virgule », à droite de W sur le clavier) et ' (« prime », à droite de G).

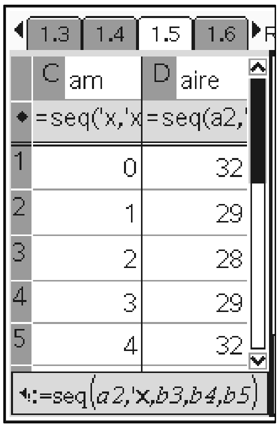
Page 1.4 *Tableur*	**b)** Après avoir parcouru l'ensemble des nombres affichés dans la colonne D : **déterminez** les antécédents, s'il en existe, du nombre 29 par la fonction *aire.* ⇨ . . . . Le nombre 30 semble-t-il avoir des antécédents par la fonction *aire* ? ⇨ . . . . Observez attentivement la nature des nombres x de la colonne C qui ont servi à générer les nombres a(x) affichés dans la colonne D. **Raffinez** la réponse que vous avez apportée à la question précédente. ⇨	
	c) Modifiez à présent le pas *p* en lui attribuant la valeur 0,1. En admettant que le nombre 30 a deux antécédents **réels** par la fonction *aire,* **conjecturez** un encadrement décimal d'amplitude 0,1 de chacun des antécédents de 30 par la fonction *aire.* ⇨	Sélectionnez la cellule B5 et, après validation, entrez la valeur 0,1 (attention aux notations décimales sur la TI-*nspire* !)
	Conjecturez un encadrement décimal d'amplitude 0,01 de chacun des antécédents de 30 par la fonction *aire* en affinant la démarche précédente. ⇨	Attention : veillez à changer les valeurs de xmin et xmax de façon que la durée de calcul et la longueur de la table soient raisonnables.
	d) Intéressons-nous à présent à la **détermination de façon exacte** des antécédents du nombre 30 par la fonction *aire.* En vous servant de la notation introduite en page 1.3 de cette séquence, à quelle équation correspond la recherche des antécédents de 30 par la fonction *aire* ? ⇨ . . . . **Déterminez** les antécédents réels du nombre 30 par la fonction *aire* en résolvant manuellement l'équation trouvée précédemment. Indication : **développez** $(x - 2)^2 - 4$. ⇨	
Page 1.3 *Editeur/Calculs*	Servez-vous ensuite de la commande Solve pour **vérifier** votre résultat.	Reportez-vous aux manipulations et conseils donnés en page 4 de cette séquence.

Fin de la troisième partie

Quatrième partie

Index | **Consignes**

La fenêtre ci-dessous reproduit la table de valeurs de la fonction *aire* sur une partie de l'intervalle [0,8] avec le pas *p* = 1, telle qu'elle a été construite dans la page 1.4 du classeur.



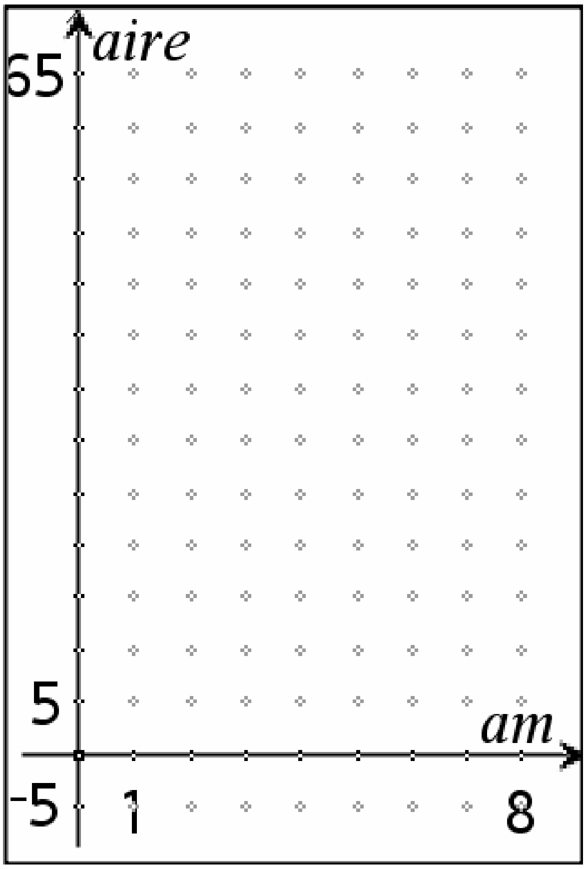
	C am	D aire
♦	=seq('x,'x	=seq(a2,'
1	0	32
2	1	29
3	2	28
4	3	29
5	4	32

d1:=seq(a2,'x,b3,b4,b5)

⇨ **Marquez** dans le repère de la fenêtre ci-contre les neuf points ayant pour abscisse la distance AM = x et pour ordonnée l'aire a(x) correspondante, pour x variant de 0 à 8 avec le pas 1.

Pour les valeurs de x supérieures à 5, on pourra revenir au tableau de valeurs de la page 1.4.

Revenez à la page 1.3 du classeur.



Page 1.3
Editeur/Calculs

Pour la suite, il va être nécessaire d'apprendre à la TI-*nspire* la formule permettant le calcul de l'aire a(x), pour x appartenant « exactement » à l'intervalle [0,8].

Définissez la fonction *aire*.

La syntaxe de cette définition est la suivante :

« quand x est compris entre 0 et 8, l'aire est $x^2 - 4x + 32$, sinon elle n'est pas définie »

Passez à la page 1.5 du classeur.

Define a(x)=when(x≥0 and x≤8, x^2–4x+32,undef)

Attention : aucun espace n'apparaît dans l'instruction précédente, à l'exception de celui situé après la commande Define et des deux qui entourent le mot « and ».

Le message « Terminé » s'affiche : cela signifie que la tâche demandée a été réalisée.

Page 1.5
Tableur / Graphiques et géométrie

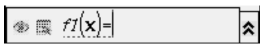
La construction du nuage de points faite sur le graphique ci-dessus peut être réalisée par la TI-*nspire* .

Pour obtenir l'affichage visuel des colonnes contenant la distance AM et l'aire, **sélectionnez**(1), si elle ne l'est pas, l'application Tableur dans la partie gauche de la page 1.5, puis **déplacez** le curseur de façon à faire apparaître les cellules C1 et D1.

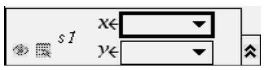
Touche ⊞ (ctrl tab) si nécessaire

a) **Sélectionnez** l'application graphique (fenêtre droite) ; **affichez** la ligne de saisie, puis le type de graphique *nuage de points*.
La fenêtre de liaison des coordonnées des points apparait.

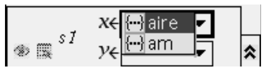
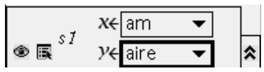
menu 2 6 : Afficher ligne de saisie



menu 3 3 : Nuage de points



(1) Dans un affichage partagé de l'écran, on reconnaît qu'une application est sélectionnée à la présence d'un cadre noir épaissi.

Page 1.5 *Tableur / Graphiques et géométrie*	Il reste à préciser les choix de coordonnées des points du nuage : **liez** x à la variable am, puis **liez** y à la variable aire. **Cachez** enfin la ligne de saisie. b) Un nuage de points a été affiché ; est-il cohérent avec celui que vous avez tracé au crayon précédemment ? ⇨ . . . . En utilisant l'outil « point sur … », **approchez** le curseur suffisamment près d'un point A quelconque du nuage, jusqu'à l'apparition d'un message numérique de couleur gris clair ; **validez, notez** ce message et **interprétez-le**. ⇨ . . . . **Recommencez** cette manipulation pour deux autres points B et C. ⇨ . . . . Lors de l'affichage du nuage, le message (am,aire) est apparu ; **donnez-en** une interprétation. ⇨ . . . . c) **Modifiez** le pas : p = 0,5 ; qu'observez-vous ? ⇨ . . . . En utilisant l'outil « point sur … », **approchez** le curseur d'un point D du nuage, jusqu'à l'apparition d'un message numérique de couleur gris clair ; **notez** ce message et **interprétez-le**. ⇨ . . . . Pour la suite, **remettez** le pas à la valeur précédente (p = 1). **Passez à la page 1.6** du classeur.	Une pression sur le bouton central fait apparaître la liste des variables disponibles.  Tapez : ▼ pour lier am à l'abscisse x, tab pour lier la variable aire à l'ordonnée y ; la fenêtre de liaison devient :  menu 2 6 menu 6 2 : le curseur prend la forme d'un crayon. pour valider le choix du point. Le pas est situé en cellule B5.
Page 1.6 *Tableur / Graphiques et géométrie*	Nous avons appris précédemment à construire le nuage des points ayant pour abscisses les valeurs entières x de l'intervalle [0,8] et pour ordonnées les images a(x) correspondantes. On va maintenant construire l'ensemble de tous les points de coordonnées (x, a(x)) où x décrit l'ensemble des réels de l'intervalle [0,8].	

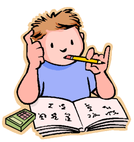
Page 1.6 *Tableur / Graphiques et géométrie*	Comme pour la page 1.5 du classeur, afin de visualiser les colonnes contenant les différentes valeurs de la distance AM et les aires correspondantes, **sélectionnez** l'application Tableur (partie gauche de la page 1.6 du classeur), puis **déplacez** le curseur de façon à faire apparaître les colonnes C et D.	Rappel : dans un affichage partagé de l'écran, la sélection d'une fenêtre se fait par la commande ⊞ (appuyez sur les touches ctrl tab).
	d) **Sélectionnez** l'application graphique de la fenêtre droite de la page 1.6 ; **affichez** la ligne de saisie puis le type de graphique *fonctions*.	Rapportez-vous aux manipulations et conseils décrits dans l'item a) de la 4[ème] partie de cette fiche (fin de la page 7). *f1*(x)=
	Tapez « a(x) » à la suite de *f1*(**x**)= sur la ligne de saisie, **validez**, puis **cachez** la ligne de saisie. Une ligne courbe vient d'apparaître ; **interprétez** ce nouvel affichage. ⇨ . . . . Quelle est la relation entre le nuage de points créé en page 1.5 et la courbe qui vient d'apparaître ? ⇨	Pour valider, tapez enter ; pour cacher la ligne de saisie, tapez menu 2 6.
	Le message « **f1**(**x**) = **a**(**x**) » s'est affiché à l'écran ; nous n'en aurons plus besoin : vous pouvez l'effacer.	A l'aide du bouton de navigation déplacez le pointeur dans la zone de texte **f1**(x)=**a**(x) . Pressez ⊙ pour sélectionner ce texte puis ctrl menu 4 pour le supprimer.
	e) Examinons plus précisément les points de la courbe affichée. **Créez** un point sur la courbe.	menu 6 2 (Point sur …) puis approchez le pointeur d'un point quelconque de la courbe : un message numérique grisé apparaît ; tapez alors ⊙ ou enter pour valider le choix du point.
	Déplacez ce point le long de la courbe et observez. Arrêtez le déplacement de telle sorte que le message numérique qui s'affiche soit entièrement lisible. **Interprétez** ce message. ⇨ . . . . **Passez à la page 1.7** du classeur.	esc ou menu 1 1 permet de quitter l'outil en cours (Point sur …) et d'activer le mode pointeur. Saisissez le point créé (ctrl ⊙ ou pression prolongée sur ⊙) puis déplacez ce point sur la courbe à l'aide du bouton de navigation.
Page 1.7 *Tableur / Graphiques et géométrie*	La page 1.7 reproduit la courbe obtenue à la page précédente. Un point M la décrit ; ses coordonnées sont notées (x, y). **Saisissez** le point de l'axe des abscisses désigné par son abscisse x et déplacez-le : entre quelles valeurs x doit-il varier pour que M existe ? ⇨ Pour que M existe, x doit varier dans l'intervalle . . . . Cet intervalle est aussi appelé **ensemble de définition de la fonction *aire***. Un chemin est matérialisé par deux flèches en pointillés.	Il faut veiller à sélectionner le point d'abscisse x et non la graduation de l'axe des abscisses. Rappel : en cas d'erreur de manipulation, ctrl Z.

	Que représente le nombre affiché à l'extrémité de ce chemin ? ⇨	

<u>Vocabulaire</u>

L'ensemble de définition d'une fonction *f*, noté D_f , est l'ensemble des nombres réels x qui ont une image par la fonction f (ou encore tels que $f(x)$ existe).

Page 1.8 *Tableur / Graphiques et géométrie*	**Passez à la page 1.8** du classeur. On retrouve en page 1.8 la courbe de la page précédente ; un chemin inversé apparaît, issu d'un point de l'axe des ordonnées désigné par y. **Saisissez** ce point et déplacez-le : que représentent les valeurs numériques associées aux extrémités des flèches ? ⇨ . . . . **Expliquez** les différents affichages que l'on obtient en déplaçant le point mobile tout au long de l'axe des ordonnées. ⇨	



<u>Vocabulaire</u>

Notons (O, I, J) un repère du plan.
L'ensemble $\mathscr{C}$ de tous les points M de coordonnées $(x,\mathrm{a}(x))$ lorsque x décrit l'intervalle [0,8] est appelé **la représentation graphique de la fonction *aire*** dans le repère (O, I, J).
Soit M un point quelconque de la représentation graphique $\mathscr{C}$ de la fonction *aire* ; l'abscisse x de M appartient à l'ensemble de définition de la fonction *aire*, son ordonnée y est l'image de x par cette fonction :

$$M(x, y) \in \mathscr{C} \text{ signifie : } y = \mathrm{a}(x)$$

On dit que :
$y = \mathrm{a}(x)$ est une équation de la représentation graphique $\mathscr{C}$ de la fonction *aire*.