TI- n **spire** Séquence 3 **Dossier** : Fonctions **Classeur** : L'enseigne	# L'enseigne lumineuse Quelle est la fonction de l'enseigne ?

Première partie

Index	Consignes
Page 1 Graphiques et géométrie	Pour attirer plus de clients, le magasin de jeux vidéo « Aire de Jeux » a commandé une nouvelle enseigne lumineuse. Elle comporte une forme géométrique en mouvement, composée d'un carré et d'un triangle ayant un sommet commun. **Ouvrez le classeur** « L'enseigne » du dossier « Fonctions » où est représentée la figure de l'enseigne. Observez. Cette séquence propose d'étudier l'aire de cette figure et ses variations au cours du mouvement. **Passez à la page 2** du classeur.
Page 2 Graphiques et géométrie	Les données de la figure ABCD est un carré de côté 8 cm, M un point du segment [AB]. Le carré AMNP et le triangle DNC dont les intérieurs ont été grisés constituent l'enseigne. **Déplacez le point M** sur [AB] et observez les variations de l'aire de la surface grisée qui en résultent. **Décrivez ci-dessous** les variations observées. On note x la distance AM et A(x) l'aire de cette surface. **Précisez** ci-dessous **l'intervalle** dans lequel x varie. x varie dans l'intervalle . . . .
Page 2 Graphiques et géométrie	**1. a) Positionnez** le point M de telle sorte que la valeur affichée de x soit 3. **Lisez** la valeur approchée de l'aire A(x) correspondante et **notez-la** ci-dessous. ➨ Lorsque la distance x affichée est 3, l'aire affichée est . . . . Pour x égal à 3, **calculez** les aires des figures géométriques qui constituent l'enseigne et **déduisez-en** la valeur exacte de A(x). **Notez les réponses** ci-dessous. ➨ L'aire de AMNP est égale à . . . ., celle de DNC à . . . . donc A(x) = ...

Notation et vocabulaire

D'après les calculs précédents, on peut affirmer que lorsque x est égal à 3, l'aire A(x) est égale à 29.

On note : **A(3) = 29** (on lit : « A de 3 est égal à 29 ») et on dit que **l'image de** 3 **par la fonction aire est** 29.

Index	Consignes
Page 2 Graphiques et géométrie	**b)** En suivant le même raisonnement que dans a) et en vous servant de la notation et du vocabulaire introduits ci-dessus, **complétez les phrases fléchées**. Justifiez vos calculs dans l'emplacement prévu. • ➧ En positionnant M de sorte que la distance x affichée soit 0, l'aire affichée est . . . . ➧ Par le calcul, si x est égal à 0 alors l'aire $A(x)$ est égale à . . . . Justification (explicitez ci-dessous vos calculs) : ➧ **On note :** . . . . ➧ On dit que . . . . • ➧ En positionnant M de sorte que la distance x affichée soit 6, l'aire affichée est . . . . ➧ Par le calcul, si x est égal à 6 alors l'aire $A(x)$ est égale à . . . . Justification (explicitez ci-dessous vos calculs) : ➧ On note : . . . . ➧ On dit que . . . . • ➧ En positionnant M de sorte que la distance x affichée soit 8, l'aire affichée est . . . . ➧ Par le calcul, si x est égal à 8 alors l'aire $A(x)$ est égale à . . . . Justification (explicitez ci-dessous vos calculs) : ➧ On note : . . . . ➧ On dit que . . . .
Page 2 Graphiques et géométrie	**2. a)** Existe-t-il une position de M sur [AB] pour laquelle l'aire $A(x)$ est égale à 37 ? Dans l'affirmative, **lisez** une valeur approchée de x et **notez** votre réponse ci-dessous. ➧ D'après l'affichage en page 2, il semble exister au moins un nombre x tel que $A(x) = 37$; une valeur affichée de x est . . . . . . **Vérifiez** l'exactitude de cette valeur en calculant les différentes aires de la figure comme pour la question 1. **Notez** ci-dessous vos calculs puis **complétez** la conclusion. ➧ Quand x = ... l'aire de AMNP est égale à . . . . , celle de DNC à . . . . Donc $A(x)$ = ... = 37. Ainsi, A(. .) = 37.

Vocabulaire

D'après les calculs précédents, on peut affirmer :
il existe un nombre x pour lequel $A(x)$ est égal à 37 : $x = 5$.
On dit alors que 5 **est un antécédent de** 37 **par la fonction aire**.
Cette phrase peut être reformulée de deux façons :
« 5 est une solution de l'équation $A(x) = 37$ » , ou encore :
« Si $x = 5$ alors $A(x) = 37$ »

Finalement, l'égalité se traduit par :

A(5) = 37	**l'image de** 5 **par la fonction aire est** 37 ; ou 5 **est un antécédent de** 37 **par la fonction aire**.

Index	**Consignes**
Page 2 Graphiques et géométrie	**b)** En suivant attentivement le raisonnement utilisé dans la question 2a, **effectuez les mêmes démarches** pour $A(x)$= 25 et $A(x)$=29 ; **rédigez vos réponses** en suivant le même plan qu'au 2a. Ensuite, en vous servant du vocabulaire introduit ci-dessus, traduisez dans chaque cas la dernière égalité obtenue avec le mot « antécédent ». • $A(x) = 25$ • $A(x) = 29$
3. a) Pour quelle position de M l'aire $A(x)$ semble-t-elle : • maximale ? ➛ l'aire $A(x)$ semble être maximale pour une valeur de x affichée égale à . . . . • minimale ? ➛ l'aire $A(x)$ semble être minimale pour une valeur de x affichée égale à . . . . **b)** De quelle façon l'aire $A(x)$ vous semble-t-elle varier lorsque M se déplace de A vers B ? ➛	

Fin de la première partie

Deuxième partie

Index	Consignes	Manipulations et conseils
	1. **Exprimez** en fonction de x l'aire du carré AMN, celle du triangle DNC et **vérifiez** que $A(x) = x^2 - 4x + 32$. ➼ l'aire de AMNP est égale à : . . . . ➼ l'aire de DNC est égale à : . . . . ➼ On en déduit : $A(x)$ = ... **Passez à la page 3** du classeur.	
Page 3 Calculs	**Définissez la fonction aire** dans la page 3 dédiée aux calculs.	Tapez : Define $a(x) = x^2 - 4x + 32$ [enter]. (La commande Define s'obtient en tapant [menu] - outils - définir

Page 3 Calculs	**2.** L'application Calculs de la TI-n spire permet de calculer des images et des antécédents par une fonction. **a)** • **Calculez** (en page 3) l'image du nombre décimal 3,4 par la fonction aire et **notez** la réponse ci-dessous. ➼ A(3,4) = ... : ➼ l'image de 3,4 par la fonction aire est : . . . . • **Calculez** de même les images des trois nombres 0, 5 et 8 par la fonction aire. ➼ A(0) = ➼ A(5) = ➼ A(8) = Les résultats sont-ils cohérents avec ceux de la question 1b de la première partie ? ➼	Tapez : a(3.4) · (Attention : comme sur votre calculatrice du collège, on entre un décimal sur la TI-$n$spire en remplaçant la virgule par un point.)
	b) • **Déterminez** les antécédents, s'il en existe, du nombre 37 par la fonction aire. ➼ Le nombre 37 a . . . . . . antécédent(s) : . . . . • **Déterminez** de même les antécédents, par la fonction aire, des nombres 25 et 29. Les résultats sont-ils cohérents avec ceux de la question 2b de la première partie ? ➼	Trouver les antécédents de 37 par la fonction aire revient à chercher les solutions de l'équation $A(x) = 37$. Tapez : Solve($a(x)$=37, x) [enter]

Fin de la deuxième partie

Troisième partie

<table>
<tr>
<td>Page 4
Tableur
et listes</td>
<td>1. On utilise ici l'application Tableur pour construire une table de valeurs de la fonction aire, c'est-à-dire un tableau indiquant l'aire $A(x)$ pour diverses valeurs de x.
On rappelle que pour une position de M telle que $AM = x$, on a $A(x) = x^2 - 4x + 32$.

Observez la colonne A.
Observez la colonne B.
Observez la colonne C et transcrivez ci-dessous ce que vous lisez dans la ligne d'édition.

Générer dans la colonne D la suite des nombres $A(x)$ lorsque x décrit la suite des nombres situés dans la colonne C.

A quoi correspond le nombre affiché en D2 ?

Vérifiez à l'aide d'un calcul à la main :

2. Après avoir parcouru l'ensemble des nombres affichés dans la colonne D :
a) Déterminez les antécédents, s'il en existe, du nombre 29 par la fonction aire.

b) le nombre 30 semble-t-il avoir des antécédents par la fonction aire ?

c) Observez attentivement la nature des nombres x de la colonne C qui ont servi à générer les nombres $A(x)$ affichés dans la colonne D. Raffinez la réponse que vous avez apportée à la question précédente.

3. Modifiez à présent le pas p en lui attribuant la valeur 0,1.
En admettant que le nombre 30 a deux antécédents par la fonction aire, conjecturez un encadrement décimal d'amplitude 0,1 de chacun des antécédents de 30 par la fonction aire.</td>
<td>

Sélectionner la ligne d'édition de la colonne D.
Tapez :
= $c^2 - 4c + 32$ enter
A la question « toutes les références de colonnes ? » répondez enter

Sélectionnez la cellule B3 et entrez 0,1 puis enter</td>
</tr>
</table>

Page 3 Calculs	4. Intéressons-nous à présent à la détermination de la valeur exacte des antécédents du nombre 30 par la fonction *aire*. a) A quelle équation correspond la recherche des antécédents de 30 par la fonction *aire* ? b) Déterminez les antécédents du nombre 30 par la fonction *aire* en résolvant l'équation trouvée précédemment- sans utiliser la calculatrice. Indication : commencer par développer $(x-2)^2-4$ c) Vérifier votre résultat avec la calculatrice.	Utiliser la commande « solve »

Quatrième partie

1. Marquer dans un repère les neufs points ayant pour abscisse la distance $AM = x$ et pour ordonnée l'aire $A(x)$ correspondante, pour x variant de 0 à 8 avec le pas 1.

Page 3 Calculs	2 . Définir la fonction *aire.* Dans la suite elle sera désignée par la lettre A.	Define a(x)=when$(x \geq 0$ and $x \leq 8, x^2 - 4x + 32$,undef) enter Un espace doit apparaître après la commande Define ainsi que de part et d'autre du mot « and ». Le message « terminé » s'affiche : cela signifie que la tâche demandée a été réalisée.
Page 5 Graphiques et géométrie	3. Construction du nuage de points par la calculatrice. Cachez la ligne de saisie. 4. Le nuage de point affiché est-il cohérent avec celui que vous avez tracé précédemment ? a) Effectuez la manipulation ci-contre. b) Notez le message affiché par la calculatrice : Interprétez-le : Recommencer cette manipulation pour deux autres points. 5. Modifier le pas : p = 0,5. Qu'observez-vous ?	menu -type de graphique-nuage de points enter Liez x à la variable « am » et y à la variable « aire ». Valider avec enter menu-affichage-cacher la ligne de saisie menu-points et droites-point sur. Approchez-vous d'un point du nuage jusqu'à ce qu'il clignote. Le curseur prend la forme d'un crayon. Appuyez sur enter. Revenir à la page 3 du classeur. Le pas est situé en cellule B3.

	Pour la suite, remettez le pas à la valeur précédente (p = 1).	

Page 6 Graphiques et Géométrie	6. On a appris précédemment à construire le nuage des points ayant pour abscisses les valeurs entières x de l'intervalle [0;8] et pour ordonnées les images A(x) correspondantes. On va maintenant construire l'ensemble de tous les points de coordonnées(x, A(x)) où x décrit l'ensemble des réels de l'intervalle [0,8].	
	a) Réglage de la fenêtre.	menu – fenêtre-réglages de la fenêtre. Entrez dans l'ordre, -5, 10, -5, 70. Vous appuierez sur la flèche droite pour passer d'une ligne à l'autre et vous validerez par enter .
	b) Tracer la représentation graphique de la fonction A.	Tapez « a(x) » dans la fenêtre d'affectation de f1(x) puis enter Pour cacher la ligne de saisie :menu-affichage-cacher la ligne de saisie.
	Effacez le message « f1(x) = a(x) » qui s'est affiché à l'écran.	Faire clignoter le message et appuyez sur ctrl menu-supprimer
	c) Quelle est la relation entre le nuage de points créé en page 5 et la courbe qui vient d'apparaître ?	
Page 7 Graphiques & géométrie	7. La page 7 reproduit la courbe obtenue dans la page précédente. Un point M la décrit ; ses coordonnées sont notées (x,y). Saisissez le point de l'axe des abscisses désigné par son abscisse x et déplacez-le : dans quel intervalle x doit-il varier pour que M existe ? Cet intervalle s'appelle …………………………….. de la fonction A. Un chemin est matérialisé par deux flèches en	

Page 8 Graphiques & géométrie	pointillés ; que représente le nombre affiché à l'extrémité de ce chemin ? 8. on retrouve la courbe de la page précédente ; un chemin inversé apparaît, issu d'un point de l'axe des ordonnées désigné par y. Saisissez ce point et déplacez-le : que représentent les valeurs numériques associées aux extrémités des flèches ? Commentez les différents affichages que l'on obtient en déplaçant le point mobile le long de l'axe des ordonnées.	

.