Compte-rendu d’observation en classe de 2^{nde}

« Sur la parabole, pas sûr »

Marie Nowak, IREM de Lyon

A. Compte-rendu d’observation

L’observation a lieu le trente avril 2008 durant une heure dans une classe de seconde du lycée Récamier. L’expérimentation de la mise en œuvre de la première version de cette activité a eu lieu dans le même établissement et avec le même enseignant que l’année précédente.
A priori, quatre élèves sont observés, mais en pratique l’attention de l’observateur se porte surtout sur deux d’entre d’eux (repérés par l’initiale de leur prénom : R et T).

Successivement sont présentés :

I. Le contexte de la séance pour préciser les apprentissages préalables en mathématiques et avec l’instrument.
II. Les questions liées à cette observation et qui en définissent la problématique.
III. L’analyse a priori qui précise entre autre les objectifs et ce qu’on suppose a priori des comportements des élèves.
IV. La description synthétiques des observations effectuées dont le détail se trouve en annexe.
V. L’analyse de ces observations avec un retour sur les questions explicitées dans le paragraphe II..
VI. La séance de bilan.
VII. La conclusion.

En ANNEXE, figurent la fiche distribuée aux élèves, les relevés bruts de l’observation, les documents issus de la calculatrice et produit par les deux élèves R et T, la fiche élève de l’activité qui précède immédiatement l’expérimentation, les énoncés des tests d’évaluation, la fiche élève expérimentée l’an passé en mai 2007, et enfin la toute dernière mouture de la fiche élève modifiée en tenant compte de remarques faites dans ce compte-rendu.

I. Contexte

L’étude des fonctions affines et de la fonction carrée sous deux aspects, analytique et graphique, a été faite depuis quelques mois.
Lors des séances qui précèdent immédiatement l’expérimentation, on trouve l’étude d’un lien entre aspects analytique ou algébrique et aspect graphique, une activité de ré-investissement des fonctions affines, l’interprétation graphique d’une équation linéaire à deux inconnues puis celle d’un systèmes d’équations linéaires (deux équations et deux inconnues).
Les élèves maîtrisent l’utilisation de l’application graphique de la calculatrice par rapport à l’usage qui en sera fait lors de l’expérimentation. Une nouveauté est introduite, comment obtenir de la calculatrice qu’elle isole y lorsqu’il y une équation de la forme ux + vy = w.

II. Questions spécifiques associées à cette observation

- Rappelons l'objectif annoncé dans la fiche professeur : pour les élèves, exploiter les performances de chacun des cadres graphiques et algébriques, et voir les liens logiques que l'ont peut créer entre les deux au cours de l'activité proposée.
  Cette activité a déjà été expérimentée en classe l'an passé sous une autre forme (voir en annexe), les observations ont montré que l'objectif annoncé ci-dessus n'était pas vraiment atteint. De sorte que cette expérimentation doit révéler si les modifications apportées à la ressource permettent de l'atteindre en ce qui concerne les élèves observés. Et éventuellement de modifier encore la ressource si nécessaire.
- Par ailleurs, cette activité de ré-investissement ne fait pas appel à des méthodes de résolution déjà enseignées, de sorte qu'il s'agit pour les élèves de résoudre un problème. Les observations devraient mettre en évidence le degré d'autonomie des élèves c'est-à-dire a contrario la nécessité pour l'enseignant d'intervenir pour donner des explications.
- Les compétences instrumentales devraient être acquises pour l'application graphique et sont l'occasion d'une première utilisation en ce qui concerne le calcul formel. De sorte qu'il faudra mettre en évidence la façon dont les élèves observés gèrent les aspects graphiques et algébriques à travers l'utilisation ou non de la calculatrice.
- L'énoncé du problème a été modifié à la suite d'une première observation effectuée un an plus tôt. Au lieu de six équations, trois ont été données et l'une d'entre elles est sous la forme réduite $y = a\,x + b$ directement utilisable pour effectuer la représentation graphique de la droite associée. Il est question d'observer les effets de ces changements opérés sur les variables didactiques.
- Pour finir, la question se pose de ce que les élèves auront retenu de cette séquence d'apprentissage conduite sur plusieurs séances, et qui a fait l'objet d'une évaluation.

III. Analyse a priori des tâches proposées

Présentation de l'énoncé

Trois équations linéaires à deux inconnues (x et y) sont données, il est indiqué que chacune caractérise une droite (énoncé en annexe). La question est de savoir s'il existe deux droites parmi ces trois (que nous nommons dans l'ordre (d_1), (d_2), (d_3)) qui se coupent sur la parabole représentant la fonction f définie par $f(x) = x^2$.

D'après le graphique, (d_1) et (d_2) se coupent manifestement hors de la parabole, et il semble que (d_2) et (d_3) se coupent sur la parabole ainsi que (d_1) et (d_3). Les calculs montrent qu'un seul des deux points se trouve sur la parabole.

Extraits de la « fiche professeur »

Aucun fichier pour la calculatrice n'accompagne l'énoncé. Pour la première question, l'élève devra pendre l'initiative d'utiliser une représentation graphique sur la calculatrice ou papier – crayon pour résoudre le problème posé.
Il pourra également choisir de résoudre les trois systèmes d'équations que l'ont peut obtenir à partir des trois équations données, dans ce cas, il aura bien traduit l'énoncé donné dans le domaine graphique (« parabole », « intersection de droites ») en système d'équations ce qui relève du domaine analytique. Le changement de cadre aura eu lieu.
Dans une classe qui utilise régulièrement la calculatrice TI Nspire Cas, un phénomène de contrat peut laisser prévoir son utilisation spontanée pour effectuer des graphiques au détriment de la méthode papier-crayon et au détriment de la méthode analytique (résolution de systèmes d'équations).

Quelle que soit la méthode utilisée, la forme de l'énoncé nécessite un changement de cadre. En effet, la première question est formulé dans le cadre géométrique : intersection de droites située sur la parabole, tandis que la deuxième fait appel à des calculs algébriques : résoudre des systèmes d'équations. Pour que l'élève puisse prendre du recul par rapport aux changements de cadre, la troisième question demande de comparer les résultats obtenus dans chaque cas et de donner une justification aux résultats observés.

Pour l'élève, la mise en place de liens entre les aspects algébriques et graphiques doit avoir lieu lors de la résolution des trois premières questions, les autres questions devant consolider les connaissances et raisonnements mis en œuvre au départ, ou éventuellement servir à poursuivre la mise en place de ces « savoirs » dans la mesure où ils n'auront effectué qu'une analyse partielle des éléments en jeu et d'autre part parce qu'ils pourront compléter leur réflexion par des échanges avec leurs voisins.
Il n'y a pas de milieu qui permette à l'élève de vérifier la justesse de ce qu'il affirme. Dans cette activité, il faut éviter absolument que la validation soit faite par le professeur, elle doit avoir lieu par des échanges entre pairs (entre élèves), et si certains s'accordent sur des résultats faux, la 2ème question a pour rôle d'effectuer une vérification des résultats de la 1ère.
Dans la première question, la forme de la première équation : y = a x + b doit faciliter l'accès des élèves à la représentation de la droite, tandis que les deux suivantes de la forme u x + v y = w doivent conduire les élèves à une transformation de l'équation pour la mettre sous forme réduite la seule qui permette à l'élève de 2nde de reconnaître une équation de droite d'autant plus que l'énoncé affirme que les trois sont des équations de droites (ces choix correspondent donc à des choix de variables didactiques du fait qu'ils visent un comportement précis de l'élève). C'est un préalable indispensable à une représentation graphique pour la calculatrice (il faut renseigner f(x) = ….), mais sans doute aussi avec la formule papier-crayon, car sauf exception, les élèves ne devraient pas parvenir à tracer une droite d'équation ux +vy = w qui ne se présente pas sous la forme habituelle, même si cela a été étudié dans les jours qui précède la séance observée.

IV. Description synthétique de l'observation

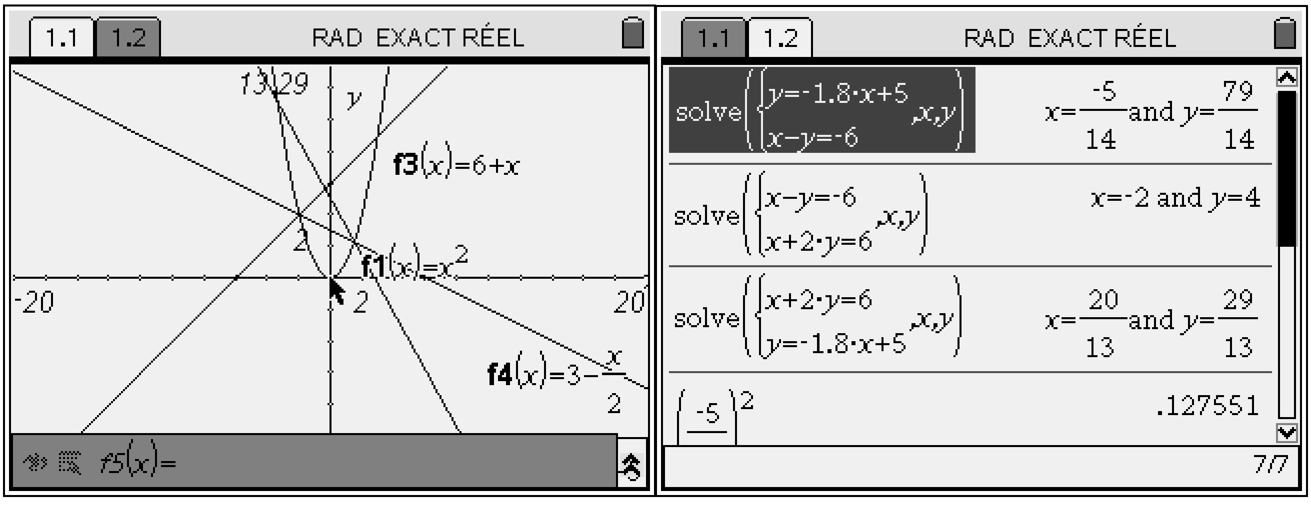
A. Point de vue de l'observateur

Activité préalable

L'enseignant rappelle le travail effectué lors de la dernière séance en classe, c'est-à-dire la mise en évidence de couples de points solutions d'une équation linéaire à deux inconnues de la forme :
ux + vy = w avec une interprétation graphique : obtention d'une droite qui est tracée sur la feuille de papier et sur la calculatrice. La démonstration s'appuie sur l'équation réduite de la droite à trouver à la main ou à l'aide de la calculatrice. L'activité se termine avec la résolution d'un système d'équations de manière graphique puis par calcul à la main.

Activité « Sur la parabole »

Notations : Les équations seront notées dans l'ordre de l'énoncé : E_1, E_2, E_3 et les droites associées : (d_1), (d_2), (d_3).
Les captures d'écran ci-dessous, montrent les résultats obtenus par R en fin d'heure en réponse aux trois premières questions de la fiche élève (voir en annexe). D'autre part, ils permettent au lecteur de se faire une idée au sujet d'une résolution possible du problème posé.



Le travail de deux élèves R et T ont été l'objet premier des observations, beaucoup plus que celui des élèves S et A. (voir le plan de la classe en annexe).

Les élèves R et T
L'enseignant précise que la première question pourra être résolue avec ou sans calculatrice, mais que la deuxième le sera avec l'instrument.
T se lance immédiatement dans une procédure graphique avec la calculatrice, il trace la parabole et la première droite dont l'équation réduite est donnée. Il indique sa procédure à R qui procède de même.
Ensuite, T a des difficultés pour trouver l'équation réduite des deux autres droites en isolant y.

R prend alors en compte la deuxième question avant que l'enseignant n'intervienne, de plus, il a pris connaissance du fait que T adopte une procédure graphique. Cependant il effectue au brouillon divers calculs : transformation des équations E_2 et E_3 en équation réduite. T observe les calculs de R.
Ensuite R ouvre une page de calcul avec la calculatrice, tandis que T garde sa page graphique dans le but affirmé d'avoir une aide pour (orienter) les calculs.
Ensuite il semble que R cherche à déterminer y, après une page de calculs au brouillon, il obtient le résultat y = 2, il dira plus tard qu'il a voulu calculer x. Ensuite, il trace la droite d'équation y = 2 avec la calculatrice.
Il semble que R n'a pas obtenu un résultat satisfaisant au bout de ses calculs au brouillon. A ce moment là, T qui n'a pas abandonné son idée première de prendre en compte l'aspect graphique, rappelle l'énoncé : « il faut trouver deux droites qui se coupent sur la parabole ».
Finalement, R abandonne l'aspect algébrique pour l'aspect graphique.
A ce moment, l'enseignant qui vient se renseigner sur l'état des recherches de R et T, permet à R d'exprimer son raisonnement :
R : « il n'y a aucune possibilité, est-ce qu'on précise ? »
L'enseignant demande à R de montrer ses calculs (il découvre que les calculs sont faits au brouillon et pas avec la calculatrice), il a l'air très surpris et indique à R d'utiliser la deuxième équation, puis il s'en va.
T rature alors son brouillon et avec R, ils tracent les deux droites (d_2) et (d_3) avec la calculatrice, tous deux sont d'accord pour dire qu'il y a deux possibilités (c'est ce que l'observation du graphique effectué sur la calculatrice permet de conclure - de manière approximative ! -).
R se lance alors dans la résolution de la deuxième question, et très rapidement il obtient les solutions des trois systèmes d'équations à l'aide de la calculatrice, il compare ces résultats à ceux obtenus avec l'application graphique, il répond «oui » à la troisième question, c'est-à-dire qu'il valide le fait que les résultats des deux premières questions sont cohérents, ensuite il appelle l'enseignant pour lui dire qu'il a terminé.
L'enseignant le questionne sur la concordance des résultats obtenus aux deux premières question, comment R peut-il l'affirmer ? qu'est-ce qu'il faut prouver ?
Il questionne longuement R et ses commentaires sont une aide de plus en plus précise :
- « comment peut-on savoir si le point est ou n'est pas sur la parabole par le calcul ? »
- « si je veux reconnaître si un point est sur la parabole, j'oublie le point, la parabole correspond à une fonction »
- il reprend la même question et demande de plus : quelle est la représentation graphique de la fonction f telle que $f(x) = x^2$.
- « je te donne –3 et 4, est ce que le point appartient à la parabole? »
R finit par répondre qu'il faut « remplacer » dans $f(x) = x^2$. Le professeur s'en va.
R utilise l'application « calculs » de la calculatrice pour trouver f(-5/14) puis $(-5/14)^2$
T utilise aussi l'application « calculs », il réfléchit.
R a bien calculé $(-5/14)^2$, mais il ne sais pas comment répondre à la 3ème question qui appelle une justification, ce qui veut dire qu'il a compris le message de l'enseignant : il faut utiliser la fonction « carré » mais il ne sait pas pourquoi ! T appelle le professeur.
Une deuxième fois l'enseignant reprend questions et commentaires :
« là tu as calculé le carré, pourquoi tu as calculé le carré de -5/14 ? ... je reprend : si je veux reconnaître si un point est sur la parabole, je m'occupe pas du point ; la parabole ! quelle est la fonction à laquelle elle est 'associée' (mot inaudible) : $f(x) = x^2$. Si je dis est-ce que le point (3 , 4) est sur la parabole ? »
Il précise : « Est-ce que le point (3,4) appartient à la représentation graphique de la fonction carré ? »

Et encore : « tu m'as dit que la parabole c'est le graphique de la fonction carré »
R utilise cette fois-ci la fonction carré d'une manière pertinente : « est-que 3 au carré égale 4 ? », ce que confirme l'enseignant, la conclusion suit : le point n'est pas sur la parabole. Le professeur demande alors d'appliquer le même principe aux trois points associés aux solutions des trois systèmes d'équations, mais R et T restent tout d'abord sans réponse, puis R reprend l'idée qu'il a déjà exprimé : si 3^2 donne 4.
Quelques minutes plus tard, il demande confirmation à l'enseignant qu'il suffit de calculer le nombre au carré, ce dernier valide l'affirmation de R.
Cette fois-ci, R a compris le procédé et l'applique à la solution du premier système d'équations, il remarque à haute voix que les valeurs approchées pour $(-5/14)^2$: 0,127 et pour 79/14 : 5,64 sont différentes, ce qui suit permet d'affirmer qu'il en conclut que le point n'est pas situé sur la parabole.
Il sollicite encore l'enseignant à propos du troisième système d'équations, il obtient des résultats numériques proches pour x^2 et y : « ce n'est pas tout à fait pareil », l'enseignant le renvoie à ses interrogations : « tu fais comme tu l'entends » et R reste perplexe.
T a suivi ces échanges entre le professeur et R, mais il exprime son souci de ne pas trouver le même résultat avec ou sans la calculatrice, R remarque alors qu'il a fait une erreur de signe avec la calculatrice. T peut alors continuer sa recherche, il calcule : $(79/14)^2$, ce qui correspond ici à y^2, R lui donne des explications pour qu'il corrige son erreur : le but c'est que x^2 égale y et donc il n'y a pas lieu de calculer y^2 ; il poursuit ses explications de sorte que T parvienne à une conclusion pour le premier système d'équations.
Pour le deuxième, il lui propose de ne pas utiliser de calculatrice pour vérifier que $(-2)^2$ est égal à 4.
Les élèves S et A
Ils commencent par la question 2. A a ouvert une page de calculs.
S et A reprennent les calculs faits la veille, S transforme l'équation $y = -1,8x + 5$ en $y - 5 = -1,8x$
Lorsque T a terminé la représentation graphique de la parabole et des trois droites et qu'il donne une conclusion, A le questionne et emprunte sa calculatrice.
S demande à R s'il faut calculer x, celui-ci lui indique que c'est une démarche qu'il a effectué, que cela ne convient pas et qu'il faut calculer y. S a déjà entrepris d'isoler y et R l'aide pour la troisième équation.
S n'a pas beaucoup avancé par rapport à T et R, S demande alors de l'aide à B (proche voisine) qui lui indique : « on a déjà y, il faut calculer x », avec une ambiguïté sur l'expression « on a y », en effet, s'agit-il du fait que y est isolé pour obtenir une équation réduite ou est-ce une valeur numérique obtenue en résolvant un système de deux équations ?
S a indiqué « deux solutions » pour la question 1, il a utilisé le graphique effectué sur la calculatrice pour répondre.
A considère les équations 1 et 3 et obtient $y = 6 - x/2$, puis observe son graphique sur la calculatrice
S ne trouve pas les mêmes résultats avec ou sans la calculatrice.
A écrit les solutions pour la question2.
Les interventions de l'enseignant
Au départ, pour l'ensemble de la classe, il rappelle les travaux effectués la veille et qui sont en lien direct avec le problème à chercher. Il donne les consignes : avec ou sans calculatrice pour la première question, avec l'instrument pour la deuxième.
D'une manière pratique, il devra aussi clarifier la présentation de la fiche élève.
Toutes les autres interventions auront lieu auprès de groupes d'élèves.
En se limitant aux quatre élèves observés, lors de sa première intervention, il signale de manière sous-entendue que les calculs effectués au brouillon par R sont erronés. Ensuite, il demande une justification à la réponse donnée : « il y a deux possibilités ».
Il est ensuite sollicité deux fois par R et T, il les questionne sans résultat au sujet de l'appartenance analytique d'un point à la parabole, et doit les aider de plus en plus, ses questions comportant de plus en plus d'indications.

V. L’analyse autour des questions identifiées en II.

A. Eléments de synthèse issus de l’observation

La présentation de la fiche élève

Cette présentation s’est révélée comme étant gênante, car un nombre non négligeable d’élèves omettent de chercher le problème posé à la première question et entreprend de résoudre les systèmes d’équations avec la calculatrice. Après l’intervention générale du professeur, ils reviennent à la première question, mais ils ont déjà pris connaissance de la méthode algébrique et cela peut les influencer dans leur façon d’aborder le problème, et en effet, c’est le cas pour trois élèves sur les quatre qui ont été observés.

Sur la fiche élève, l’énoncé entier devrait figurer en encadré y compris la première question même si elle ne comporte aucune information au sujet de l’utilisation de l’instrument, ceci afin d’éviter que certains élèves ne commencent par la deuxième question.

Autre défaut de présentation, les consignes pour ouvrir un nouveau classeur avec la calculatrice devraient figurer au début avant la première question.

Voir en annexe G, la nouvelle version de la fiche-élèves qui tient compte de ces remarques.

Difficultés pour trouver des équations équivalentes

Pour T qui s’investit très vite dans le cadre géométrique, trouver l’équation réduite d’une droite lui pose problème. Avec l’application géométrique, il trace très vite la parabole et la première droite dont l’équation réduite est donnée, il reporte à plus tard le tracé des deux autres droites, lorsqu’il aura obtenu de l’aide de la part de son voisin (lequel abordera l’aspect graphique en deuxième lieu).

« Calculer x et y » ou « calculer / isoler y » ?

L’observation met en évidence la confusion des élèves par rapport à la signification à attribuer à deux types de calculs.

D’une part, pour résoudre un système linéaire de deux équations à deux inconnues ayant une unique solution, il faut rechercher la valeur numérique de x et celle de y qui « conviennent » ce que certains élèves appellent « calculer x et y ».

D’autre part pour donner une interprétation graphique de ce type de système avec la calculatrice, lorsque les équations sont données sous la forme : $u\ x + v\ y = w$, il faut commencer par déterminer l’équation réduite de chaque droite à représenter, ce que certains élèves appellent : « calculer y ».

Il apparaît donc une ambiguïté dans le langage des élèves sur le sens des expressions « calculer x » et « calculer y ». Cette ambiguïté de langage traduit une confusion dans le raisonnement des élèves, ils confondent résoudre un système d’équations avec trouver l’équation réduite d’une droite, c’est une difficulté liée à l’utilisation du cadre algébrique.

Résoudre un système d’équations (comme résoudre une équation) est un travail qui appartient au cadre algébrique et il s’agit de déterminer les valeurs numériques (si elles existent) des inconnues.

Déterminer l’équation réduite d’une droite c’est créer un lien entre les cadres algébrique et graphique, il en est de même pour tout travail sur des équations de lignes dans le plan, l’équation qui est donnée n’a pas vocation à être résolue, mais elle caractérise l’appartenance d’un point à la ligne.

C’est l’objectif de ce problème, comprendre la signification de ce qu’est une équation pour une ligne (ici droite ou parabole) et l’observation montre que les élèves ont des difficultés à la distinguer d’une équation à résoudre dans le cadre algébrique.

Par rapport aux travaux effectués auparavant sur le sujet, les élèves observés parviendront à résoudre ce problème avec l’aide de l’enseignant.

Appartenance d’un point à la parabole ?

L’élève R qui s’est montré le plus performant des quatre élèves observés, pour la recherche de ce problème, ne parvient pas à trouver comment reconnaître qu’un point donné appartient ou pas à la parabole à l’aide d’un calcul. Il s’agit ici à l’aide d’une démonstration de valider ou d’infirmer ce qui a été observé sur le graphique.

L’enseignant doit intervenir longuement et en deux fois, il doit donner de plus en plus d’indications. Au début, il pose la question de la reconnaissance par calcul de l’appartenance d’un point à la parabole, comme R ne sait pas répondre à la question, il indique que la parabole est associée à une fonction, puis il rappelle qu’il s’agit de la fonction f telle que $f(x)= x^2$. R a alors bien compris qu’il faut calculer le carré de x, mais il ne sait toujours pas conclure.

Le professeur est encore questionné, il fait encore référence à la fonction f et donne un exemple : est-ce que le point de coordonnées (3 , 4) appartient à la parabole ? R comprend alors à travers l'exemple qu'il faut comparer x^2 et y. Il est donc passé de $f(x)= x^2$ à $y = x^2$.
Deux problèmes se posent pour reconnaître par calcul l'appartenance d'un point à la parabole. Tout d'abord, il faut comprendre qu'il existe une égalité algébrique liée à une fonction qui caractérise celle-ci. Il faut aussi comprendre que $f(x)= x^2$ devra être écrit sous la forme $y = x^2$, ce qui est lié à la définition de la représentation graphique d'une fonction.
A la fin, il reste une question : à peu près égal, est-ce acceptable ?
R s'est bien approprié le problème, il a fait les divers essais fructueux ou pas, il a ainsi mis en œuvre un processus de recherche personnel, d'échanges avec son voisin et avec l'enseignant, jusqu'à ce qu'il arrive à comprendre le fondement du problème, c'est-à-dire la manière dont on peut reconnaître qu'un point d'intersection de deux droites se trouve ou non sur la parabole. Par la suite, il se charge d'expliquer cela à ses voisins.
Il lui reste encore un point à éclaircir : lorsque x^2 a une valeur proche de celle de y, peut-on en conclure que le point de coordonnées (x , y) appartient à la parabole ? Dans l'immédiat, l'enseignant refuse de le renseigner sur ce point ce qui le laisse dans l'expectative. Sur quoi peut-il se baser pour conclure ? Peut-il se souvenir des occasions où il y a eu en classe au cours de sa scolarité, une réflexion à ce sujet ?

B. Les comportements des élèves observés en mathématique et avec l'instrument

Les élèves se sont engagés avec intérêt dans la recherche (toute la classe sauf un élève).
Ils ont comme prévu utilisé la calculatrice sans difficulté pour l'application graphique déjà bien utilisée en cours d'année.
Ils passent facilement de l'écriture algébrique sous forme d'équation « y = a x + b » à l'écriture fonctionnelle de l'application graphique « $f_i(x) = a x + b$ ».
La prise en main de la calculatrice pour résoudre des systèmes d'équations se fait sans problème.
De sorte que la calculatrice était une aide à la résolution du problème, et que les difficultés rencontrées par les élèves ont eu lieu du côté des mathématiques.
La difficulté essentielle étant de déterminer l'appartenance d'un point à la parabole dans le cadre analytique. De ce point de vue, les élèves n'ont pas été autonomes et l'enseignant a dû intervenir beaucoup auprès d'eux.
Au contraire, les élèves ont effectué plusieurs fois le lien entre les différents cadres : graphique d'un part et algébrique ou analytique d'autre part. D'abord en effectuant des représentations graphiques associées aux équations et à la fonction données dans l'énoncé ce qui a permis d'obtenir une première réponse approximative pour le problème posé ; et ensuite effectuant une démonstration rigoureuse à l'aide de l'application « calculs ». Avec une vérification de la cohérence des résultats obtenus dans les deux cadres.

C. Point de vue de l'enseignant sur l'ensemble des élèves

Appropriation et résolution du problème par les élèves (la classe dans son ensemble)
Le problème est difficile… Les élèves ont mis du temps à comprendre. Un groupe de trois élèves n'y est parvenu qu'à la fin de l'heure.
La majorité des élèves a utilisé dès le départ la calculatrice. Mais des recherches sur papier ont été faites.
Exemples de comportements des élèves :
- « recherche de x » (en lien avec ce qui avait été fait la veille, en classe ?)
- non compréhension du problème : des élèves cherchent les intersections des droites avec la parabole. Ce les qui a conduit à dire qu'il y a trois possibilités, à la question 1.

Les élèves sont bien parvenus à faire afficher la figure par la calculatrice (Au bout d'un temps assez long pour plusieurs d'entre eux).
Certains ont voulu utiliser l'instruction « Define » pour y = -1,8x + 5, dans une page « Calculs » avant de faire effectuer le tracé par la calculatrice.
P n'a pas eu de questions sur la méthode de passage de l'équation x – y = - 6 à l'équation réduite. De même pour la 3ème équation.
Par contre il a dû rectifier des erreurs de signe, dans les calculs effectués à cette occasion.

P n’a pas observé de difficulté pour l’utilisation de la fonction « solve », dans la question 2 (à part des erreurs d’écriture dans les équations).
Pour la question 3) : les élèves ont dû se reformuler le problème .
On trouve trois couples de nombres… que fait-on de ces trois couples…. ? ils correspondent à trois points…comment reconnaît-on qu’ils sont sur la parabole ? P a dû donner un coup de pouce ! Comment savoir si (3 ;4) sont les coordonnées d’un point de (P) ?
Comment fait-on pour les trois points trouvés ?
Deux méthodes observées : comparaison du carré du premier avec le second ou define f(x) = x^2.
Cela a été fait rapidement en fin de séance.

Conclusion

Les 50 minutes de la séance ont été nécessaires pour faire la première page (c’est-à-dire pour traiter les trois premières questions) et tous n’y sont pas complètement parvenus. Il faudra ajuster le minutage de la « fiche professeur ».
Après essais et hésitations, la question 1. a été traitée graphiquement.
La question 2. a été traitée avec la calculatrice.
Finalement, on peut traiter ce problème sans savoir vraiment résoudre « à la main » un système d’équations, mais il faut bien comprendre à quoi correspond, graphiquement, la résolution d’un système (changement de cadre).

VI. Séances suivantes, la séance de bilan

Voici ce que l’enseignant a noté lors des séances suivantes.

<u>Suite des séances sur le problème de la parabole.</u>

Le point sur les trois premières questions

Deux séances ont suivi : une en module (demi-classe) et une en classe entière.
Au début de la séance de module, rappel du problème et synthèse des réponses aux trois questions.
(On pourrait améliorer la rédaction de l’énoncé du problème en nommant les trois droites d1, d2 et d3).
Au cours de cette mise au point, la question « comment reconnaître si un point est sur la parabole ou non » est revenue dans la discussion.

Question 4.

Elle a permis de revenir sur la compréhension du problème par les élèves.
Pour la lecture graphique, le changement de fenêtre est indispensable. Les élèves l’ont bien perçu.

Question 5.

Une question qui a paru difficile pour les élèves. C’est un problème dans le problème.
Une difficulté encore liée au changement de cadre exigé dans cette question.
Deux approches par les élèves :
* par essai sur les coefficients des équations, suivi d’une résolution de système pour voir si ça marche ou non.
* recherche d’une « méthode ».

Une clé donnée aux élèves par l’enseignant :
la parabole est tracée ; une droite coupant la parabole en deux points est tracée, que devient la question posée ?
On se ramène à trouver les coordonnées des points d’intersection de la parabole avec une droite.
Le système correspondant peut se résoudre avec la fonction « solve » de la calculatrice.
Il ne reste plus qu’à déterminer l’équation d’une autre droite passant par ce point. Beaucoup ont vu qu’il suffisait de se donner le coefficient directeur.
Une bonne occasion pour réinvestir la méthode permettant de déterminer une équation d’une droite passant par un point donné et de coefficient directeur donné. Les élèves avaient déjà oublié la méthode !!!
Une difficulté technique : les coordonnées des points d’intersection peuvent être compliquées !

Une version plus guidée de cette question pourrait être donnée, en donnant l’équation d’une des droites : soit d la droite d’équation $y = x + 2$. Inventer une équation de droite d’, telle que les droites d et d’ se coupent sur la parabole P.

Au cours de la synthèse finale, l'enseignant a aussi proposé de commencer par choisir un point sur la parabole, puis de trouver les équations en se donnant deux coefficients directeurs; un exemple a été traité collectivement.

Question 6.

Seulement une partie de la classe est arrivée à cette question.

C'est aussi un nouveau problème !

Il n'y a plus de parabole !

Pour deux élèves, la première idée a été de choisir l'axe des abscisses pour l'une des droites.

A mon avis, cette question pourrait être supprimée de part sa complexité.

Question 7.

Pour ceux qui ont eu le temps d'arriver à cette question, elle n'a pas vraiment posé de problème. Il y a eu cependant des questions liées au cadre de résolution :

* on trace droites et courbe ?

* on utilise la fonction « solve » ?

La question des approximations est revenue.

Un problème pratique s'est posée : faut-il insérer une nouvelle page ?

Pour les questions 4 à 7, les élèves se sont demandés si on utilisait ou non l'instrument, si l'on traitait graphiquement ou par le calcul.

Le choix de la méthode n'a pas toujours été facile.

Tout au long de cette activité, les élèves ont été amenés à réfléchir à la gestion des pages du classeur de la calculatrice. Aucune indication n'a été donnée dans le document sauf pour les questions 2 et 3.

La question des réglages du classeur est aussi intervenue plusieurs fois (en particulier au début).

Cette question devrait faire l'objet d'un apprentissage à part (ce qui n'avait pas été fait dans la classe) à l'aide de fiches du type « Manipulations de base » du groupe IREM 36 élèves x 36 calculatrices.

Le lien intersection de courbes ↔ résolution de système est utilisé tout au long de l'activité, mais n'est pas évident pour les élèves.

De même la reconnaissance de l'appartenance d'un point à une courbe.

Q**uestions 8 et 9**

Les élèves ont répondu de manière individuelle et par écrit, mais les réponses sont trop sommaires et pas exploitables.

Le temps a manqué pour une mise au point en classe sur ces deux questions. Ceci pourrait être développé dans une autre expérimentation.

VII. Conclusion

A. Trois cadres dans ce problème

Cette activité met en œuvre trois cadres au lieu de deux comme c'était annoncé a priori, algébrique avec la résolution de systèmes d'équations, graphique avec l'interprétation des équations et analytique avec la présence de la fonction « carré » et des fonctions affines associées aux droites dans l'application graphique. Le cadre analytique non pris en compte a priori intervient réellement lors de la recherche du problème.

B. Choix des variables didactiques

- Le premier choix réside dans la forme de l'énoncé. La première année, il s'agissait de trouver des systèmes d'équations dont la solution correspondait à un point de la parabole. Ce qui avait conduit les élèves à traiter séparément la résolution de systèmes d'équations et l'appartenance à la parabole qui se faisait de visu dans l'application graphique donc il y avait des recherches conduites séparément dans chaque cadre algébrique et graphique avec peu de lien entre les deux.

La seconde année, l'énoncé demande de trouver des droites (au lieu de systèmes d'équations) qui se coupent sur la parabole, et cela a permis aux élèves observés d'utiliser l'application graphique au cours de la séance et donc de faire le lien avec les cadres algébrique et analytique constitués par les données de la fonction « carré » et des équations de droites.

Lors des séances suivantes, les questions quatre à neuf de l'activité ont été effectuées (voir le paragraphe qui précède celui-ci : VI), le professeur remarque que le passage d'un cadre à l'autre est nécessaire tout au long de l'activité et que ce n'est pas facile pour les élèves. Il en est de même pour

l’appartenance d’un point à une courbe qui doit être reliée à l’expression analytique d’une fonction, les fonctions rencontrées étant des fonctions affines ou encore la fonction carré en lien avec des droites, respectivement une parabole.
L’enseignant conclut que finalement, on peut traiter ce problème sans savoir vraiment résoudre « à la main » un système d’équations, mais qu’il faut bien comprendre à quoi correspond, graphiquement, la résolution d’un système (changement de cadre).
L’objectif premier de ce problème a bien été atteint, la réflexion des élèves porte essentiellement sur le changement de cadre.
- Le nombre restreint d’équations de droites, trois au lieu de six, a permis d’obtenir un graphique très lisible et d’éviter un excès de complexité dans la gestion des équations (les difficultés des élèves avaient été mises en évidence et cela avait limité leur investissement dans une recherche organisée).
- Le choix de donner des équations sous les deux formes réduite et non réduite permet aux élèves de démarrer la recherche avec l’application graphique, sans contrainte au niveau des transformations d’équations. Ils ne sont pas bloqués par un aspect calculatoire, cependant ils sont tout de même contraints de transformer deux des équations et de se familiariser avec des équations du type
$u x + v y = w$ pour l’aspect algébrique et pour l’interprétation graphique. Ce choix est performant au regard des objectifs de l’activité.

C. Compléments, modifications pour la ressource

Lors de l’activité préalable à celle-ci : « Sur la parabole, pas sûr », le deuxième exercice (et peut-être aussi le premier) pourrait (après analyse et modifications éventuelles) faire partie de la ressource pour la compléter en amont. Le but étant de pouvoir l’utiliser comme introduction aux systèmes d’équations en lien avec leur interprétation graphique, l’activité « Sur la parabole, pas sûr !» permettant de consolider les connaissances nouvellement acquises.
Il faudrait sans doute aussi accorder plus d’importance à la question 5 qui constitue selon l’enseignant « un problème dans le problème » et qui donne aux élèves l’occasion d’approfondir encore la réflexion sur le changement de cadre, en leur donnant l’initiative de créer un énoncé.
Il est possible de supprimer la question 6 à cause d’une trop grande complexité de la recherche pour des élèves en classe de seconde.

ANNEXES : Documents élèves et Observations proprement dites

A. Fiche distribuée aux élèves (la 1ère page le jour de l'observation et la 2ème lors de la séance suivante)
B. Déroulement de l'activité
C. Document calculatrice produits par les élèves T et R
D. Activité préalable
E. Evaluation : énoncés
F. Enoncé donné l'an passé en mai 2007
G. Nouvelle version de la fiche-élèves (après observations effectuées le 30 avril 2008)

A. Fiche distribuée aux élèves le 30 avril 2008

(la 1ère page le jour de l'observation et la 2ème lors de la séance suivante)

TI-*n* spire Droites Situation : Systèmes d'équations	Sur la parabole, pas sûr !

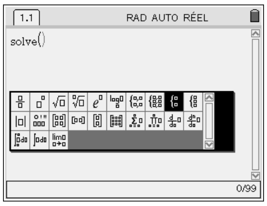
Soit la fonction f définie sur R par $f(x) = x^2$. On appelle (P) la parabole qui est la représentation graphique de la fonction f dans un repère orthonormé.
On considère trois droites dont les équations sont respectivement :

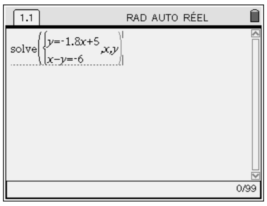
$y = -1{,}8x + 5$, $x - y = -6$ et $x + 2y = 6$

1) Parmi ces trois droites, peut-on en trouver deux dont l'intersection se trouve sur la parabole (P) ?

Y a-t-il aucune, une ou plusieurs possibilités ? Préciser la réponse.

Consignes	**Manipulations et conseils**
Créer un nouveau dossier. *Nommer ce dossier « Systèmes d'équations »* *Dans ce dossier, créer un nouveau classeur.* *Nommer ce classeur « Sur la parabole… ».* *Ajouter une page « Calculs ».* *Régler le classeur en mode « Exact »*	Touche c. Choisir 7 :Mes classeurs Touches /1 (Nouveau dossier) Touche c. Choisir :Nouveau classeur. Ouvrir le menu « Outils » : Touches / c. Choisir 1 :Fichier, puis 6 :Réglages du classeur Dans Automatique ou Approché, sélectionner « Exact ».
2) Résoudre à l'aide de la calculatrice (voir ci-contre),	- pour « résoudre » : b 4 (Algèbre), puis 1

<table>
<tr>
<td>chacun des systèmes d’équations suivants :
a) $\begin{cases} y = -1.8x + 5 \\ x - y = -6 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - y = -6 \\ x + 2y = 6 \end{cases}$
c) $\begin{cases} x + 2y = 6 \\ y = -1.8x + 5 \end{cases}$




3) Les résultats de la 2ème question confirment-ils tous ceux qui ont été obtenus à la 1ère question ?</td>
<td>(Résolution)
- ensuite, pour définir le système d’équations, la touche / puis r.
Sélectionner l’avant-dernier icône de la première ligne.

Ecrire les deux équations l’une au dessous de l’autre, puis utiliser la flèche directionnelle vers la droite avant d’écrire « , x, y », valider par pour finir.</td>
</tr>
</table>

4) Les droites d’équations respectives - 4 x + y = 5 et - 6x + y = - 5
Ont elles un point d’intersection situé sur la parabole (P) ?

5) Inventer deux équations pour former un système dont la solution soit représentée par un point situé sur la parabole

6) Inventer deux équations pour former un système dont la solution soit représentée par un point situé sur l’axe des abscisses.

7) Le système d’équations ci-dessous :

$$\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ x - y = 1{,}1 \end{cases}$$

est-il représenté par deux droites dont l’intersection est située sur la courbe (C) d’équation :
$y = -x^2 + 5$?

Notes relevées par l’observateur complétées par un enregistrement audio des interventions de P s’adressant à toute la classe ou aux quatre élèves observés.

8) Après avoir résolu ce problème, écrire ce qu’il est important de retenir du point de vue des mathématiques

B. Déroulement de l’activité

Plan de la classe

T	S				
R	A				
////////////////	////////////////	////////////////	////////////////		
////////////////	////////////////	////////////////	////////////////		

Bureau
Du
Professeur

8 h 55
Installation des élèves et présentation de O
9 h
P rappelle le travail effectué la veille : on a un systèmes d’équations :
(3 x – 2 y = 1
(2 x + 3 y = 18
Pour l’équation (E) 3 x – 2 y = 1, « on a exprimé y en fonction de x, et on a observé que les couples solution de cette équation sont les points d’une droite soit (d) et cette droite on l’a tracée sur le cahier et sur la calculatrice. C’est la première étape du calcul.
La 2ème étape, on a travaillé sur une autre équation (E’) 2 x + 3 y = 18 et on a fait à peu près le même travail, on a exprimé y en fonction de x et on observé que les couples de solutions sont les coordonnées des points d’une droite qu’on a appelée (d’) et cette droite on l’a tracée sur le papier et sur la calculatrice. Ensuite on a constaté que les droites avaient un point d’intersection et on a lu graphiquement soit sur le papier soit sur la calculatrice les coordonnées du point d’intersection de d et d’ ; et puis ensuite à la fin on a retrouvé par le calcul les coordonnées de ce point d’intersection en résolvant le système formé par ces deux équations ».
9 h 06
P distribue la première page de la fiche élève et commente :
« Dans ce document, on présente la résolution d’un problème », puis précise que tout ce qui concerne la question 1. pourra être traité avec ou sans la calculatrice et que tout ce qui est encadré devra être traité avec la calculatrice et les réponses seront données sur papier.
R n’a pas repéré la première question (qui n’est pas dans un cadre), il commence par le cadre « consignes ».
P précise à S qu’il faut commencer par la question 1. ! il l’indique ensuite à toute la classe : il ne faut pas tenir compte du cadre intitulé :« consignes ».
T utilise la calculatrice pour tracer la parabole et la première droite, et il indique sa procédure à R qui se lance dans une application graphique

R interroge T : quel est ton problème ?
T : je n'arrive pas à écrire $x - y = -6$ et $x + 2y = 6$
S et A lisent la rubrique « consignes et manipulation » pour donner un nom au classeur.
R transforme la 2ème et la 3ème équation « à la main » et obtient l'équation réduite pour chaque droite.
T observe les calculs de R
A a ouvert une page de calcul
9 h 16
S commence d'effectuer ce qui est indiqué dans le tableau dans la rubrique : « consignes, manipulations et conseils »
R ouvre une page de calculs
T reste sur la page de graphique, puis au brouillon, il semble se lancer dans la résolution d'équations
R s'oriente sur les calculs, il trace la droite d'équation $y = 2$ suite au fait que ses tentatives de résolution d'équations au brouillon l'aient conduit à ce résultat $y = 2$.
T s'intéresse à l'aspect graphique, « il faut trouver deux droites qui se coupent sur (P) »
R abandonne alors l'aspect calculatoire pour s'intéresser à l'aspect graphique.
Il questionne P : « il n'y a aucune possibilité, est-ce qu'on précise ? »
P j'aimerais bien voir tes calculs (sur la calculatrice)
O les calculs sont faits au brouillon
P manifeste de la surprise, utilise l'équation $x - y = 6$
9 h 23
O indique qu'il a fait le calcul pour trouver $y = 2$.
P ? s'en va
T rature son brouillon
T et R utilisent la calculatrice pour représenter graphiquement deux fonctions :
$f_2(x) = x + 6$ et $f_3(x) = 3 - x / 2$
9 h 25
S et A s'inspirent des calculs faits la veille pour trouver des équations réduites.
S transforme $y = - 1,8 x + 5$ en $y - 5 = - 1,8 x$
R à propos de la 1ère question : deux questions, il y a deux possibilités
T en montrant les équations, indique que les équations 1 et 3 « se croisent », de même que les équations 2 et 3.
A questionne T et prend la calculatrice de ce dernier pour voir le graphique.
P alors tu as rectitié ? « il y a deux possibilités, qu'est ce que cela veut dire ? »
S il faut calculer x ?
R non, c'est ce que j'ai voulu faire et cela ne convient pas, il faut calculer y
9 h 29
R explique à S qui avait déjà isolé y comment simplifier le 2ème membre
S demande à R si cela donne $3 - x/2$
R oui
9 h 30
S n'a à peu près rien fait, elle demande de l'aide à B
B on a déjà y, il faut calculer x
9h32
R a résolu la 2ème question avec la calculatrice, il compare le résultat avec le graphique qu'il a effectué sur la calculatrice, et il écrit « oui » en réponse à la question 3.
R appelle P et lui dit « j'ai fini »
P pourquoi « oui » ?
R je trouve –2 et 4, ce sont les points d'intersection des droites
P qu'est-ce qu'il faut prouver ?
R qu'ils se coupent sur la parabole
P il y a un point pour lequel c'est clair que les droites ne coupent pas sur la parabole ?
R pour les 2 premières équations
9 h 35
P « comment peut-on savoir si le point est ou n'est pas sur la parabole par le calcul »? : répété deux fois à peu près à l'identique.

P «si je veux reconnaître si un point est sur la parabole, j'oublie le point, la parabole correspond à une fonction
P reprend la même question et demande de plus quelle est la représentation graphique de la fonction f telle que $f(x) = x^2$.
P à R et T : « je te donne –3 et 4, est ce que le point appartient à la parabole? »
R on remplace dans $f(x) = x^2$
A considère les équations 1 et 3 et obtient y = 6 – x/2
9 h 40
R utilise l'application « calculs » de la calculatrice pour trouver f(-5/14) puis $(-5/14)^2$
T utilise aussi l'application « calculs », il réfléchi
S a indiqué « deux solutions » pour la question 1, il a utilisé le graphique effectué sur la calculatrice pour répondre.
T sur la calculatrice : « define f(x) = 25/96 »
A observe son graphique sur la calculatrice
R ne sais pas comment répondre à la 3ème question qui appelle une justification.
T appelle P : P « là tu as calculé le carré, pourquoi tu as calculé le carré de -5/14 ? ... je reprend : si je veux reconnaître si un point est sur la parabole, je m'occupe pas du point ; la parabole ! quelle est la fonction à laquelle elle est 'associée' (mot inaudible) : $f(x) = x^2$. Si je dis est-ce que le point (3 , 4) est sur la parabole ? »
P demande à l'élève de ne pas regarder sa calculatrice (c'est-à-dire de réfléchir en dehors du contexte du problème posé)
P demande encore : « Est-ce que le point (3,4) appartient à la représentation graphique de la fonction carré ? »
P « tu m'as dit que la parabole c'est le graphique de la fonction carré »
R ou T : « est-que 3 au carré égale 4 ? »
P « voilà ! est-que 3 au carré égale 4 ? »
Il y a accord entre P et R ou T sur le fait que ce point n'est pas un point de la parabole.
P demande d'appliquer ce principe au problème posé « c'est pareil, parmi ces trois points » lesquels sont sur la parabole ?
R et T restent tout d'abord sans réponse
P insiste et formule plusieurs fois la question
R si 3^2 donne 4
P voilà
T le problème c'est qu'on ne trouve pas la même réponse avec la calculatrice qu'en résolvant le système à la main
S moi non plus je ne trouve pas les mêmes résultats
R tu n'as pas mis « -1,8 » , tu as mis « 1,8 »
P c'est une erreur de signe pour T
R donc il suffit de calculer le nombre au carré ?
P voilà
9 h 48
R trouve une valeur approchée pour $(-5/14)^2$: 0,127 et pour 79/14 : 5,64 et dit que ce n'est pas la même chose
R appelle P pour un autre résultat : « ce n'est pas tout à fait sur la parabole »
P tu réponds comme tu l'entends
R ne sais pas quoi répondre
9 h 48 (simultannément)
A écrit les solutions pour la question2.
T calcule $(79/14)^2$
R lui demande pourquoi 79/14, et lui explique : le but c'est que x^2 égale y
R explique encore à T pour les deux premières équations, puis lui dit : pour $(-2)^2$ tu n'as pas besoin de calculatrice pour trouver 4.
9 h 50
P : on continue lundi
FIN

C. Documents issus de la calculatrice et produits par deux des élèves observés

Voici un descriptif des documents relevés en fin d'heure depuis les calculatrices de deux élèves observés.

Les équations seront notées E_1, E_2, E_3 et les droites associées : (d_1), (d_2), (d_3).

E_1 $y = -1,8x + 5$ (d_1) $y = -1,8x + 5$

E_2 $x - y = -6$ (d_2) $y = x + 6$

E_3 $x + 2y = 6$ (d_3) $y = 3 - \frac{x}{2}$

Document de T

(d'après P, T a utilisé la calculatrice comme brouillon pour faire des essais)

1ère page : application calcul

Trois systèmes :

- E_1 et une équation erronée $x + 7 = -6$
- E_3 et E_1 avec une erreur de signe : 1,8 au lieu de – 1,8.
- E_2 et E_3 tout est correct

2ème page : application graphique

Sur le graphique figurent la parabole ainsi que les trois droites, tout est correct.

Document de R

1ère page : application graphique

La parabole et les trois droites sont tracées

2ème page : application calcul

Les trois systèmes d'équations donnés dans la 2ème question sont résolus de manière exacte (dans l'ordre de l'énoncé). Ensuite, on trouve la recherche d'une valeur approchée pour chacune des expressions suivantes qui sont les valeurs obtenues en résolvant les systèmes d'équations :

$\left(-\frac{5}{14}\right)^2$ $\frac{79}{14}$ $\left(\frac{20}{13}\right)^2$ $\frac{29}{13}$

D. Activité qui précède immédiatement l'expérimentation

(Fiche élève)

DROITES et SYSTEMES- Avril 2008.

Exercice 1.

1. *On a vu que toute fonction affine a une droite pour représentation graphique.*

a. Dans un repère orthonormal du plan, tracer la représentation graphique de la fonction f , définie sur R par : $f(x) = x - 1$.

b. Dans le même repère, tracer la représentation graphique de la fonction g, définie sur R par : $g(x) = 2$.

2. *On se propose de vérifier si, réciproquement, toute droite du plan est la représentation graphique d'une fonction affine.*

On considère les points A(2 ; 3) , B(4 ; 7) , C(2 ; 5) et D(0 ; 3) .

a. Placer les points A, B, C et D dans le plan.

b. Déterminer la fonction affine h telle que $h(2) = 3$ et $h(4) = 7$.

En déduire que la droite (AB) est la représentation graphique de la fonction h.

c. La droite (AC) est-elle la représentation d'une fonction affine ?

La droite (AD) est-elle la représentation d'une fonction affine ?

Exercice 2.

Partie A.

On s'intéresse ici à l'équation du premier degré à deux inconnues (E) : $3x - 2y = 1$.

1.a. Le couple (1 ; 1) est solution de (E) car $3\times1 - 2\times1 = 1$.

Montrer que le couple (7 ; 10) est solution de (E). Donner d'autres couples (x ; y) solutions de (E).
Le couple (-1 ; - 3) est-il solution de (E) ?
b. Placer les points ayant ces coordonnées sur un graphique.
Qu'observe-t-on pour les couples solutions de l'équation (E) ?
2.a. Exprimer y en fonction de x .
Quelle instruction de la TI-Nspire peut-on utiliser pour vérifier le résultat précédent ?
Justifier que les couples solutions de l'équation (E) sont les coordonnées des points d'une droite d.
b. On visualise les couples solutions à l'aide de la TI-*Nspire.*
Comment procède-t-on ? Afficher le tracé de la droite d.
c. Tracer la droite d sur le graphique de la question 1b.

Partie B.
On considère maintenant l'équation du premier degré à deux inconnues (E') : 2x + 3y = 18.
1.a. Donner trois couples solutions de l'équation (E').
b. Exprimer y en fonction de x.
Sur le même graphique que la partie A, tracer la droite d' dont les points ont pour coordonnées les couples solutions de l'équation (E').
Afficher le tracé de la droite d' sur l'écran de la TI-*Nspire.*
2. a. S'il existe un couple de nombres, solution à la fois des équations (E) et (E'), à quoi doit-il correspondre graphiquement ? Un tel couple existe-t-il ? Si oui, déterminer ce couple par lecture graphique.
b. Retrouver le résultat précédent par le calcul.

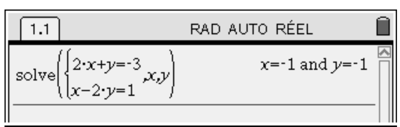
E. Evaluations

Interrogation 14 mai 2008
Exercice .

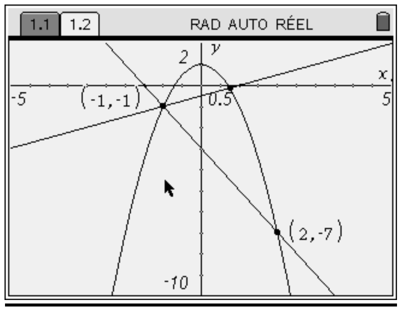
On considère le système (S) $\begin{cases} 2x+y=-3 \\ x-2y=1 \end{cases}$

et la courbe représentative *C* de la fonction f définie dans R par : f(x) = -2 x ^{2} +1 .
1. Quel est le couple solution du système (S) ?
Indiquer la séquence d'instructions de la TI-Nspire qui permet de résoudre le système (S).
2a. Dans une page « Graphiques & géométrie » de la calculatrice, tracer la courbe *C* et les droites d et d', d'équations respectives 2x + y = - 3 et x – 2y = 1 .
On choisira comme fenêtre d'affichage : Xmin = -5 ; Xmax = 5 ; Ymin = - 10 ; Ymax = 2.
b. Reproduire le dessin obtenu, sur la copie.
3. Prouver que le point d'intersection A des droites d et d' est un point de la courbe *C* .
4a. La droite d, recoupe la courbe *C* au point B . Déterminer les coordonnées du point B.
Quelle séquence d'instructions de la TI-Nspire permet de déterminer les coordonnées du point B..
b. Donner une équation d'une autre droite passant par B.

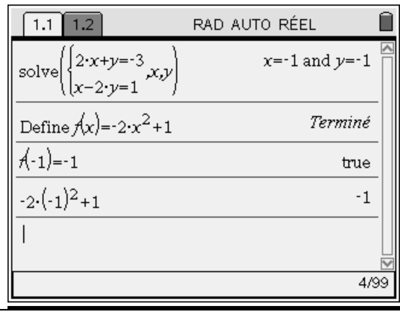
Indications de correction

1. Le couple solution du système (S) est (-1 :-1). On utilise l'instruction solve . Pour écrire le système, appuyer sur les touches ctrl x. Ne pas oublier d'appuyer sur les touches : ,x,y	

2ab. Pour régler la fenêtre d'affichage sélectionner :
menu 4 1 .
La droite d a pour équation réduite y = -2x – 3.
Cette droite est la représentation graphique de la fonction affine f1 définie par f1 (x) = -2x – 3.
La droite d' et la représentation graphique de la fonction affine f2 définie par f2(x) = $\frac{1}{2}$ x - $\frac{1}{2}$.
En utilisant l'instruction Define, on peut définir la fonction f.
Dans la ligne de saisie de la page « Graphiques & géométrie », on écrira f3(x) =f(x).

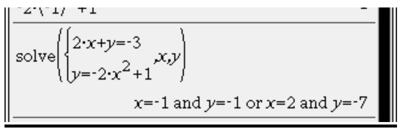


3. Le point d'intersection, A, des droites d et d' a pour coordonnées (- 1 ; - 1).
C'est le couple solution du système (S) formé par les équations des deux droites (question **1.)**
Puisque f(-1) = -1, on en déduit que le point A est un point de la courbe *C*.



4a. Les coordonnées des points d'intersection de la courbe *C* et de la droite d sont les solutions du système (S') formé par les équations de *C* et de d'. (S') $\begin{cases} 2x+y=-3 \\ y=-2x^2+1 \end{cases}$.

Pour résoudre ce système, avec la TI-Nspire, on utilise la même syntaxe que dans la question **1.**
Il y a deux couples solutions (-1 ; -1) et (2 ; -7).
Ce sont les coordonnées respectives de A et de B.



b. L'équation réduite d'une droite passant par B est de la forme y = ax+b.
On choisit un coefficient directeur, a, quelconque, par exemple 3.
Puisque la droite passe par B, les coordonnées de B doivent vérifier l'équation. Donc le réel b est solution de l'équation - 7 = 3×2 = b. On obtient b= - 13. La droite a pour équation y = 3x – 13.

<u>Le 29 mai 2008 –Devoir surveillé de mathématiques.</u>

<u>Exercice 1.</u> (*12 points*)
On ne demande pas de dessin dans cet exercice.
On considère les systèmes d'équations :

(S) $\begin{cases} 3x+2y=-4 \\ 0,5x-4y=1,5 \end{cases}$ et (S') $\begin{cases} 3x-2y=1 \\ x+6y=2 \end{cases}$.

<u>Pour chacun des deux systèmes</u>, répondre aux questions suivantes :
1) En expliquant la réponse donnée, indiquer le nombre de solutions du système.
2) Résoudre le système par la méthode qui vous semble la plus appropriée.
* Expliquer le choix de la méthode.
* Ecrire le détail des calculs.
3) Vérifier, avec la TI-Nspire, le résultat précédent.
* Quelle instruction permet cette vérification ?
* Indiquer sur la feuille de copie, l'écran obtenu pour cette vérification.

<u>Exercice 2.</u> (*8 points*)
Cet exercice doit être traité avec la TI-Nspire.

Soit f la fonction définie dans R par $f(x) = x^2$ et C sa représentation graphique dans un repère du plan.

Soit g la fonction définie, pour tout réel x non nul par $g(x) = 5 - \frac{2}{x}$. C ' est sa représentation graphique.

1) Soit A, le point de C d'abscisse - 2. Quelle est son ordonnée ? Le point A est-il un point de C' ?
Comment utilise-t-on la TI-Nspire pour répondre à ces deux questions ?

2) Dans une page « Graphiques&géométrie » de la calculatrice, tracer les courbes C et C'.
On choisira comme fenêtre d'affichage : Xmin = - 3 ; Xmax = 3 ; Ymin = -3 et Ymax = 7.
Reproduire le dessin obtenu sur la feuille de copie.

3) Donner une valeur approchée des coordonnées des points d'intersection des deux courbes à 0,01 près.
Comment utilise-t-on la TI-Nspire pour répondre à cette question ?

4) a. Ecrire un système d'équations dont les solutions sont les coordonnées des points d'intersection des courbes C et C'..

b. Résoudre le système obtenu, <u>avec la calculatrice</u>, en indiquant sur la feuille de copie :

***** la séquence d'instructions de la TI-Nspire permettant d'effectuer cette résolution.

* des valeurs approchées des solutions du système.

c. Le résultat obtenu confirme-t-il celui de la question **3**?

F. Enoncé donné en mai 2007

Index	Consignes	Manipulations et conseils
	Tu trouveras ci-contre les explications pour résoudre un système d'équations avec la calculatrice. Pour t'exercer, voici un exemple à traiter. Exemple Résous le système d'équations suivant, tout d'abord sans la calculatrice, puis avec la calculatrice. Vérifie que tu obtiens bien le même résultat dans les deux cas. (2 x + y = 8 (5 x – y = 6 Il s'agit maintenant de résoudre le problème suivant. Tu as la possibilité d'utiliser différentes fonctionnalités de la calculatrice -effectuer un graphique -résoudre un système d'équations	Pour résoudre un système d'équations. Ouvre une page de calcul, choisis le menu 3, puis le n° 1 (résoudre), puis le menu 2 puis le n° 1(système d'équations), choisis OK pour le nombre d'équations (car 2 est affiché et cela convient). Ensuite écris la 1ère équation, puis en dessous la 2ème, puis appuie sur la flèche directionnelle de droite, et écris : , x puis tape : entrée. Tu obtiens ainsi la solution du système d'équations.
	Problème Soit la fonction f définie sur R par f(x) = x ², on appelle (P) la parabole qui est la représentation graphique de f dans un repère orthonormé. Voici six équations : a) x + y = 2,1 d) x + ¼ y = – 1 b) x + y = – 1,2 e) – x + y = 6 c) – 2 x + y = – 0,9 f) – x – y = 1 1) Choisis deux de ces équations pour former un système sachant que la solution doit être représentée par un point de la parabole (P). Trouve tous les systèmes de deux équations dont la solution corresponde à un point de la parabole. Résous ces systèmes d'équations (sauf si tu as déjà effectué ces calculs), puis donne une conclusion pour cette question.	
	2) Invente toi-même deux équations qui forment un système dont la solution soit représentée par un point situé sur la parabole (P). 3) Avec deux des six équations données au départ, forme un système qui n'admet pas de solution. 4) Choisis deux des six équations données pour former un système sachant que la solution doit être représentée par un point de l'axe des abscisses.	
	Après avoir résolu ce problème, qu'est ce qu'il est important de retenir ? Donne tes réponses par écrit.	

G. Nouvelle version de la fiche-élèves

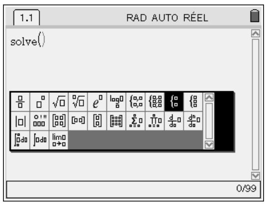
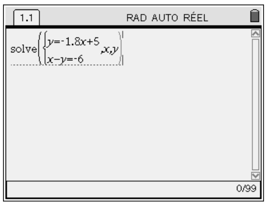
Modifiée à la suite des observations effectuées le 30 avril 2008.

TI-*n* spire Droites Situation : Systèmes d'équations	Sur la parabole, pas sûr !

Soit la fonction f définie sur R par f(x) = x ². On appelle (P) la parabole qui est la représentation graphique de la fonction f dans un repère orthonormal.
On considère trois droites dont les équations sont respectivement :

d_1 : y = - 1,8 x + 5 , d_2 : x – y = - 6 et d_3 : x + 2y = 6

Consignes	**Manipulations et conseils**
Créer un nouveau dossier. *Nommer ce dossier « Systèmes d'équations »* *Dans ce dossier, créer un nouveau classeur.* *Nommer ce classeur « Sur la parabole… ».* *Ajouter une page « Calculs ».* *Régler le classeur en mode « Exact »*	Touche . Choisir 7 :Mes classeurs Touches ctrl 1 (Nouveau dossier) Touche . Choisir :Nouveau classeur. Ouvrir le menu « Outils » : Touches ctrl . Choisir 1 :Fichier, puis 6 :Réglages du classeur Dans Automatique ou Approché, sélectionner « Exact ».
1) Parmi les trois droites d_1,d_2 et d_3 , peut-on en trouver deux dont l'intersection se trouve sur la parabole (P) ? Y a-t-il aucune, une ou plusieurs possibilités ? Préciser la réponse.	
2) Résoudre à l'aide de la calculatrice (voir ci-contre), chacun des systèmes d'équations suivants : a) $\begin{cases} y = -1.8x + 5 \\ x - y = -6 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - y = -6 \\ x + 2y = 6 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + 2y = 6 \\ y = -1.8x + 5 \end{cases}$	- pour « résoudre » : menu 4 (Algèbre), puis 1 (Résolution) - ensuite, pour définir le système d'équations, la touche ctrl puis . Sélectionner l'avant-dernier icône de la première ligne. Ecrire les deux équations l'une au dessous de l'autre, puis utiliser la flèche directionnelle vers la droite avant d'écrire « , x, y », valider par pour finir.

  3) Les résultats de la 2ème question confirment-ils tous ceux qui ont été obtenus à la 1ère question ?	

4) Les droites d'équations respectives $-4x + y = 5$ et $-6x + y = -5$ ont-elles un point d'intersection situé sur la parabole (P) ?

5) Inventer deux équations pour former un système dont la solution soit représentée par un point situé sur la parabole

6) Inventer deux équations pour former un système dont la solution soit représentée par un point situé sur l'axe des abscisses.

7) Le système d'équations ci-dessous :

$$\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ x - y = 1{,}1 \end{cases}$$

est-il représenté par deux droites dont l'intersection est située sur la courbe (C) d'équation :
$y = -x^2 + 5$?

8) Après avoir résolu ce problème, écrire ce qu'il est important de retenir du point de vue des mathématiques.