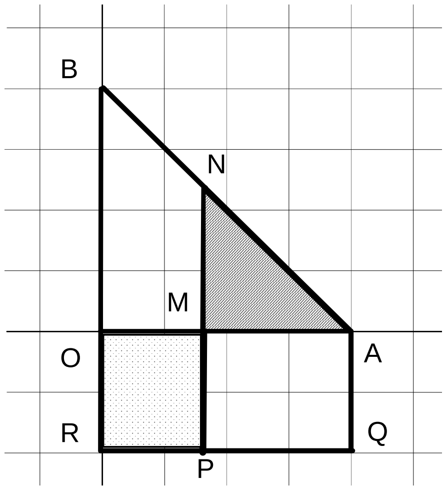
Aires égales
Exercice d'évaluation



Sur la figure ci-contre :
le triangle OAB est rectangle et isocèle en O avec OA = 4 ;
le quadrilatère OAQR est un rectangle avec OR = 2.

Par un point M du segment [OA] on a tracé une parallèle à (OB) qui coupe [AB] en N et [RQ] en P.

L'objectif de cet exercice est de déterminer la position à donner au point M pour que l'aire du rectangle OMPR et l'aire du triangle MNA soient égales.
Pour cela, on désigne par **x la distance OM** ,
on appelle **$A(x)$ l'aire du rectangle OMPR**
$B(x)$ l'aire du triangle MNA.

1. **a)** Exprimez à l'aide de x les distances MA et MN.

b) Justifiez que $A(x) = 2x$ et que $B(x) = \dfrac{x^2 - 8x + 16}{2}$.

2. Ouvrir le classeur « **A08 exercice evaluation** »

a) En page 1 déplacez le point M afin que les deux aires affichées soient aussi proches que possible l'une de l'autre.
Complétez :
la valeur affichée de OM qui réalise au mieux l'égalité des deux aires est : . . . .

b) En page 2 complétez le tableur afin de pouvoir répondre aux questions suivantes.
Donnez un encadrement de OM à 0,5 près afin que les deux aires soient les plus proches l'une de l'autre : . . . . . . $\leq$ OM $\leq$ . . . .
Donnez un encadrement de OM à 10^{-2} près afin que les deux aires soient les plus proches l'une de l'autre : . . . . . . $\leq$ OM $\leq$ . . . .
Recopiez le contenu des cellules du tableur permettant d'argumenter cette dernière réponse :

OM : x	A(x)	B(x)

c) Insérez une page de calculs et résolvez avec la TI-*n*spire l'équation $A(x) = B(x)$.
Notez les solutions fournies par la machine.

Les résultats sont-ils cohérents avec ceux de la question précédente ? Commentez.

3. *Résolution algébrique*

a) Justifiez que l'équation $A(x) = B(x)$ peut aussi s'écrire : $x^2 - 12x + 16 = 0$.

b) Vérifiez que $x^2 - 12x + 16 = (x - 6)^2 - 20$.

c) Factorisez $(x - 6)^2 - 20$.

c) Démontrez que l'équation $A(x) = B(x)$ admet une unique solution dans l'intervalle [0 , 4] que vous préciserez.