



# A vo(u)s Paris !

## Première partie Jeu de dés

On lance deux dés cubiques parfaitement équilibrés, à six faces numérotées de 1 à 6. On note ensuite le numéro obtenu sur la face supérieure de chaque dé, puis on effectue la différence de ces nombres (en ôtant le plus petit au plus grand pour obtenir un nombre positif).

Exemple : on obtient 1 sur un dé et 4 sur l'autre ; la différence est :  $4 - 1 = 3$ .

Sur quelle différence pariez-vous ?

Mon pari :  $\Rightarrow$  .....

Les paris de la classe :  $\Rightarrow$  .....

Par binôme, réalisez dix expériences, c'est-à-dire dix lancers de deux dés, et notez dans l'ordre d'apparition les dix différences obtenues.

Les 10 différences obtenues par mon binôme :  $\Rightarrow$  ... ..

Afin de mettre en commun tous les résultats de la classe, recopiez au tableau vos dix différences parmi celles des autres binômes ; reportez ensuite ci-dessous les résultats de la classe, puis construisez dans la zone graphique le polygone des effectifs.

Valeurs de la différence	Effectif de chaque différence	
0	...	
1	...	
.	...	
.	...	
.	...	
.	...	

### Vocabulaire

Chaque série de 10 résultats s'appelle un **échantillon**.

Le tableau précédent a été réalisé à partir de ..... échantillons de taille 10.

### Constat et vocabulaire:


Pour des échantillons de même taille, les résultats ne sont pas les mêmes d'un échantillon à l'autre.

On dit qu'il y a **fluctuation d'échantillonnage**.















Au vu des résultats de la classe, changez-vous votre pari ?  $\Rightarrow$  .....

Que faire pour avoir un pari plus sûr ?  $\Rightarrow$  .....

<b>TI-nspire</b> Séquence 5  <b>Dossier :</b> Statistiques  <b>Classeur :</b> A vos paris	<h1>A vos paris !</h1> 
---	--

**Ouvrez** le classeur « A vos paris », page 1.1

Index	Consignes	Manipulations et conseils																					
<div>Page 1.1</div> <div>Editeur mathématique Calculs</div> <div></div>	<div><u>Préambule : simulation du lancer d'un dé équilibré à 6 faces</u></div> <div>Lisez les consignes présentes dans l'éditeur mathématique (partie supérieure de la page 1.1) et répondez dans l'application calculs (partie inférieure de la page 1.1).</div> <div><div>Soit <math>a, b</math> des nombres entiers relatifs, <math>n</math> un entier naturel non nul. <b>randInt(a,b)</b> renvoie un entier aléatoire compris entre <math>a</math> et <math>b</math> ; en particulier, <b>randInt(1,6)</b> simule le lancer d'un dé équilibré à six faces. <b>randInt(a,b,n)</b> renvoie un échantillon de <math>n</math> entiers aléatoires compris entre <math>a</math> et <math>b</math>.</div></div> <div>Passez à la page 1.2 du classeur.</div>	<div>La fonction randInt peut être entrée lettre après lettre au clavier ou bien sélectionnée dans le catalogue (pressez la touche  puis la lettre R et le bouton de navigation vers le bas).</div>																					
<div>Page 1.2</div> <div>Tableur</div> <div></div>	<div><u>Simulation du jeu de dés de la première partie</u></div> <div>Faites afficher dans les colonnes B et C deux échantillons du lancer simulé d'un dé équilibré à six faces ; la taille de ces échantillons sera accessible dans la cellule A2.</div> <div>Régénérez les deux échantillons.</div> <div>Affichez dans la colonne D les différences des nombres inscrits dans les colonnes B et C. Le résultat vous paraît-il satisfaisant ? Expliquez.</div> <div>⇒ .....</div> <div><div>Pause débat</div></div> <div>Modifiez la formule entrée dans la colonne D.</div> <div>Fixez à 20 la taille des échantillons.</div> <div>Notez la liste des 20 différences obtenues et comptez le nombre d'occurrences de chacune des six différences possibles.</div> <div>⇒ ... ..</div> <div><table><tr><td>Valeurs de la différence</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>Effectif de chaque différence</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>Fréquence de chaque différence</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table></div>	Valeurs de la différence	0	1	2	3	4	5	Effectif de chaque différence							Fréquence de chaque différence							<div>Dans la cellule d'édition de formule de la colonne B (repérée par le symbole ♦) tapez : =randInt(1,6,a2). Faites de même dans la colonne C.</div> <div> <b>R</b> relance l'exécution des formules inscrites dans le tableur actif.</div> <div>Dans la cellule D♦ tapez la formule : =b - c puis pressez .</div> <div>⇒ .....</div> <div>Rappel : la taille s'affiche en A2.</div> <div>On doit ici compter le nombre de « 0 » présents dans la liste des 20 différences et faire de même pour le nombre de « 1 », de « 2 », ...</div> <div>Une fonction du tableur permet d'automatiser cette tâche : la fonction « frequency ». Attention : frequency renvoie des effectifs et non des fréquences !</div>
Valeurs de la différence	0	1	2	3	4	5																	
Effectif de chaque différence																							
Fréquence de chaque différence																							

<p>Page 1.2 <i>Tableur</i></p>	<p>Dans la colonne E <b>entrez</b> la suite des six différences possibles.</p> <p><b>Affichez</b> dans la colonne F l'effectif de chaque valeur de la colonne E présente dans la colonne D, c'est-à-dire le nombre de 0 présents dans D, le nombre de 1 présents dans D, ... , jusqu'au nombre de 5 présents dans D.</p> <p><b>Comparez</b> les résultats affichés dans la colonne F à ceux obtenus précédemment « à la main » et notés ci-dessus.</p> <p><b>Affichez</b> dans la colonne G les fréquences des six différences possibles ; <b>notez</b> la formule à entrer dans la cellule G♦.</p> <p>Passez à la page 1.3 du classeur.</p>	<p><u>Rappel</u> : on peut entrer un à un les six entiers 0, 1, ... , 5, ou bien entrer 0 et 1 dans les cellules E1 et E2, les sélectionner, puis par une « saisie rapide »  3  3 étendre la suite jusqu'à la cellule E6, ou encore entrer directement en E♦ la formule =seq(x,x,0,5) .</p> <p>Entrez en F♦ la formule : =frequency(d,e) puis pressez  .</p> <p>⇒ .....</p>
<p>Page 1.3 <i>Données &amp; Statistiques</i></p> 	<p><b>Observez</b> le nuage de points affiché ; <b>notez</b> les coordonnées du point (ou de l'un des points) d'ordonnée maximum : abscisse ..... ordonnée ..... ; quelle information ces coordonnées traduisent-elles sur le jeu simulé dans le tableur de la page 1.2 du classeur ?</p> <p>⇒ .....</p> <p>.....</p> <p><i>Pause débat</i></p> <p>Revenez à la page 1.2 du classeur.</p>	<p>Déplacez le curseur sur le point considéré à l'aide du bouton de navigation puis exercez une pression prolongée sur  : les coordonnées du point s'affichent.</p>
<p>Pages 1.2 et 1.3</p>	<p><b>Régénérez</b> les deux échantillons d'entiers aléatoires compris entre 1 et 6.</p> <p><b>Passez</b> à la page 1.3 et <b>observez</b> l'effet de la régénération sur le nuage de points ; <b>notez</b> ce que vous constatez.</p> <p>⇒ .....</p> <p>.....</p> <p><b>Répétez</b> quelques fois ces deux dernières instructions.</p>	<p><u>Rappel</u> : il suffit de presser   lorsque l'application tableur est sélectionnée ; cela a pour effet de relancer dans les colonnes B et C la formule =randInt(1,6,a2)</p>

### Troisième partie Fluctuation et taille des échantillons



#### *Pause information et débat*

	<p>La fonction « <b>echantillon</b> » permet de simuler autant de fois qu'on le souhaite le jeu décrit dans la première partie. Ainsi, la commande echantillon(10) simule 10 jeux répétés et renvoie les fréquences des six différences possibles, par exemple {.2,.3,.2,.2,.1,0}.</p> <p>Que traduit le nombre 0,3 (noté .3 dans la syntaxe TI-nspire) dans la réponse ci-dessus ?</p> <p>⇒ .....</p> <p>Que traduit le nombre 0 dans la réponse ci-dessus ?</p> <p>⇒ .....</p> <p>Passez à la page 2.1 du classeur.</p>	<pre> Define echantillon(n)=Func   Local b,c,d,e,f,g,h   b:=randInt(1,6,n)   c:=randInt(1,6,n)   d:= b-c    e:=seq(x,x,0,5)   f:=frequency(d,e)   g:=approx(<math>\frac{f}{n}</math>)   h:=left(g,6)   h EndFunc </pre>
--	---	---

**Testez** la fonction « echantillon » sur des tailles différentes, 10, 100, 500 par exemple et observez les réponses.

*On s'intéresse désormais à l'amplitude de la fluctuation.*

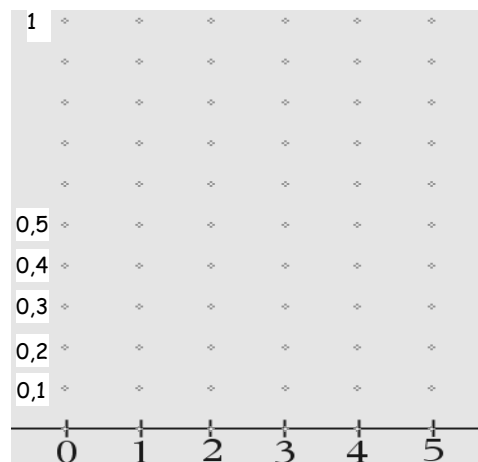
**Faites afficher** (dans la page *Calculs*) cinq échantillons de taille 10.

Sur le graphique ci-dessous, **tracez** le polygone des fréquences correspondant à chaque échantillon (utilisez des couleurs différentes).

On note  $f_0$  la fréquence de la différence 0 obtenue dans chacun des cinq échantillons de taille 10 et on note de même  $f_1, f_2, f_3, f_4, f_5$  pour chacune des autres différences.

**Précisez** ci-dessous l'encadrement de  $f_0$  et son amplitude  $a_0$  ; procédez de même pour  $f_1, f_2, f_3, f_4, f_5$ .

⇒ ...  $\leq f_0 \leq$  ...  $a_0 =$  ...  
 ...  $\leq f_1 \leq$  ...  $a_1 =$  ...  
 ...  $\leq f_2 \leq$  ...  $a_2 =$  ...  
 ...  $\leq f_3 \leq$  ...  $a_3 =$  ...  
 ...  $\leq f_4 \leq$  ...  $a_4 =$  ...  
 ...  $\leq f_5 \leq$  ...  $a_5 =$  ...



Comment pourrait-on matérialiser ces encadrements sur le graphique précédent ?

*Pause débat*

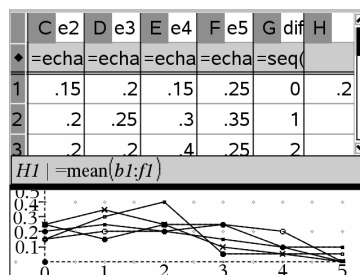


*Pause information : mise en relation des cinq échantillons du tableur et des cinq nuages de points associés.*

Passez à la page 2.2 du classeur.

**Régénérez** plusieurs fois les cinq échantillons de taille 20 et observez les nuages de points affichés.

**Redimensionnez** les fenêtres de la page 2.2 comme sur l'écran ci-contre.



**Calculez** pour chaque différence la moyenne des fréquences obtenues dans vos cinq échantillons et l'amplitude de chacun des encadrements de ces fréquences et **notez** les résultats dans le tableau ci-dessous.

*Tableau des résultats observés pour 5 échantillons de taille 20*

différence	fréquence moyenne	encadrement
0		... $\leq f_0 \leq$ ...
1		... $\leq f_1 \leq$ ...
2		... $\leq f_2 \leq$ ...
3		... $\leq f_3 \leq$ ...
4		... $\leq f_4 \leq$ ...
5		... $\leq f_5 \leq$ ...

ctrl R

ctrl F6 1 : Personnaliser le partage d'écran ; pressez alors le bouton de navigation vers le bas puis enter.

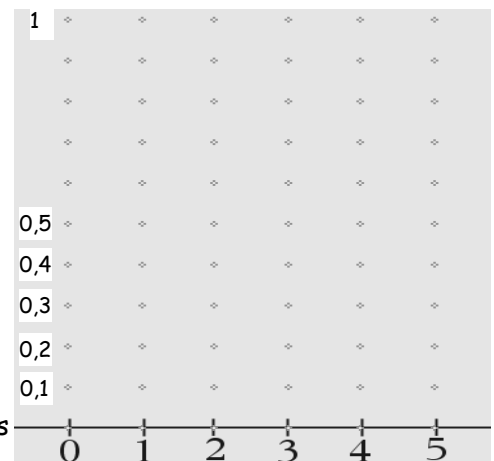
La moyenne des fréquences de la différence 0, présentes dans le tableur (page 2.2, cellules b1 à f1), se calcule à l'aide de la fonction « mean » ; entrez dans la cellule h1 la formule :  
 =mean(b1:f1)

L'amplitude de l'encadrement des fréquences de la différence 0 se calcule à l'aide des fonctions « max » et « min » ; entrez dans la cellule i1 la formule :  
 =max(b1:f1) - min(b1:f1)

**Fixez à 100 la taille des échantillons dans la page 2.2 du tableur : les cinq échantillons de cette page sont aussitôt régénérés. Complétez le tableau ci-dessous.**

Tableau des résultats observés pour 5 échantillons de taille 100

différence	fréquence moyenne	encadrement des fréquences	amplitude de l'encadrement
0		$\dots \leq f_0 \leq \dots$	
1		$\dots \leq f_1 \leq \dots$	
2		$\dots \leq f_2 \leq \dots$	
3		$\dots \leq f_3 \leq \dots$	
4		$\dots \leq f_4 \leq \dots$	
5		$\dots \leq f_5 \leq \dots$	



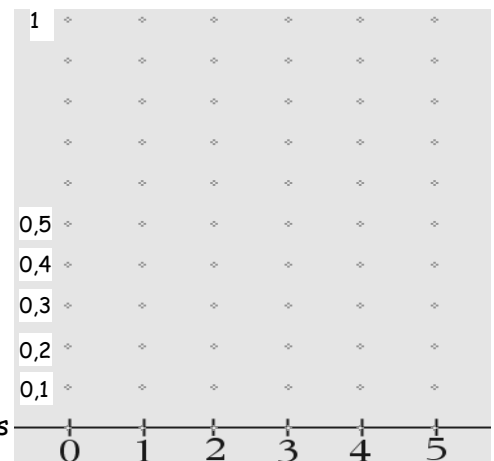
Sur le graphique ci-contre, **représentez** les fréquences moyennes et **matérialisez** l'encadrement des fréquences  $f_0, f_1, \dots, f_5$ .

**Régénérez** plusieurs fois les cinq échantillons de taille 100 et **observez** les nuages de points affichés.

**Fixez à 500 la taille des échantillons dans la page 2.2 du tableur : les cinq échantillons de cette page sont aussitôt régénérés. Complétez le tableau ci-dessous.**

Tableau des résultats observés pour 5 échantillons de taille 500

différence	fréquence moyenne	encadrement des fréquences	amplitude de l'encadrement
0		$\dots \leq f_0 \leq \dots$	
1		$\dots \leq f_1 \leq \dots$	
2		$\dots \leq f_2 \leq \dots$	
3		$\dots \leq f_3 \leq \dots$	
4		$\dots \leq f_4 \leq \dots$	
5		$\dots \leq f_5 \leq \dots$	



Sur le graphique ci-contre, **représentez** les fréquences moyennes et **matérialisez** l'encadrement des fréquences  $f_0, f_1, \dots, f_5$ .

**Régénérez** plusieurs fois les cinq échantillons de taille 500 et **observez** les nuages de points affichés.

A ce stade de l'expérimentation, quel est votre pari sur le jeu de dés ?

Mon pari actuel :  $\Rightarrow$  .....

Pensez-vous que de nouveaux essais pourraient vous amener à réviser encore votre pari ?

Pourquoi ?

$\Rightarrow$  .....  
.....

A quel pourcentage évalueriez-vous vos chances de voir votre pari se réaliser ?

$\Rightarrow$  .....

*Pause débat*

**Constat**



#### Quatrième partie    Vers la fréquence théorique de chaque différence

**Trouvez** un argument irréfutable en faveur du pari sur la différence la plus probable (obtenue à la fin de la troisième partie).

⇒ .....  
.....

Nous admettons que les fréquences expérimentales des cinq différences obtenues dans la troisième partie s'approchent, lorsque la taille des échantillons augmente, de valeurs exactes appelées *fréquences théoriques*.

**Cherchez** un moyen de calcul de ces fréquences théoriques.

⇒ .....  
.....