

# A la découverte des nombres et des opérations avec la Pascaline

## Scénarios pour l'école élémentaire

Extraits traduits en français du document rédigé par :

Rita Canalini Corpacci

Franca Ferri

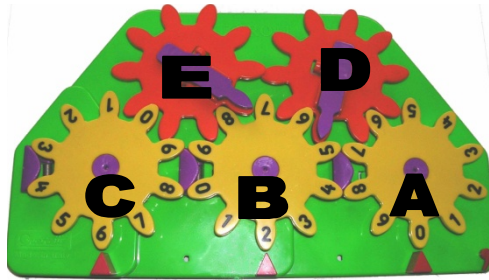
Michela Maschietto

2010



XXXIX Colloque COPIRELEM - 20, 21 et 22 juin 2012 - QUIMPER

*Faire des mathématiques à l'école : de la formation des enseignants à l'activité de l'élève*



## Scénario 1

### Zero+1 et l'écriture des nombres naturels

#### Structure

1. Situation A – La découverte de la machine arithmétique Zero+1 « Pascaline »
2. Situation B – La structure de la Pascaline
3. Situation C – La représentation des nombres
4. Situation D – Évaluation

Temps nécessaire : 14 heures environ

### Situation A - La découverte de la machine arithmétique Zero+1 (Pascaline)

**Temps** : 6 heures environ

**Objectifs** :

- identification et description des éléments constitutifs de la machine ;
- observation de deux manières possibles pour la rotation des roues (dans le sens des aiguilles d'une montre et dans le sens contraire des aiguilles d'une montre) ;
- représentations graphiques des sens de rotation des roues.

**Matériel nécessaire** : au moins une machine pour trois élèves, copie de la fiche.

<b>Travail</b>	<b>Commentaires</b>
<p><b>1)</b> TRAVAIL EN BINOME OU EN PETIT GROUPE L'enseignant propose aux élèves d'observer la Pascaline, d'en étudier les caractéristiques et d'essayer de comprendre si et comment ses composantes peuvent être manipulées pour écrire les nombres.</p>	<p><i>Il est très probable que la Pascaline soit en soi suffisamment attrayante pour éveiller la curiosité des élèves.</i></p>
<p><b>2)</b> TRAVAIL INDIVIDUEL L'enseignant demande à chaque élève de dessiner la Pascaline en essayant de montrer comment elle fonctionne pour écrire un nombre.</p>	<p><i>Pour dessiner l'instrument et expliquer comment il fonctionne, les élèves doivent prendre en compte ses caractéristiques structurelles et choisir des symboles, en général des flèches, pour indiquer le sens de rotation des roues.</i></p> <p><i>Pour aider les élèves dans cette tâche, l'enseignant observe comment les élèves écrivent les nombres avec la machine et leur pose des questions auxquelles ils répondent par écrit.</i></p>
<p><b>3)</b> TRAVAIL INDIVIDUEL OU EN PETIT GROUPE L'enseignant donne la <a href="#">FICHE 1</a>.</p>	<p><i>Les roues fixées avec des attaches parisiennes permettent de simuler le fonctionnement de la machine. L'enseignant recueille et analyse les productions des élèves afin de mener à bien l'activité suivante.</i></p>

## Situation B – La structure de la Pascaline

**Temps** : 3 heures environ.

**Objectifs** :

- nommer correctement les éléments constitutifs de la machine (roues dentées, engrenages...) ;
- description des roues avec les chiffres en relation avec leur succession pour l'écriture des nombres.

**Matériel nécessaire** : les dessins faits par les élèves (situation A), quelques machines, copies de la fiche 2.

<b>Travail</b>	<b>Commentaires</b>
<p><b>1)</b> TRAVAIL COLLECTIF – AOMPTE RENDU DU TRAVAIL INDIVIDUEL DE LA SITUATION A L'enseignant accroche au tableau quelques dessins d'élèves qui montrent les diverses typologies de représentation de la machine. Chaque élève essaie de relier son dessin à une des typologies affichées, en explicitant son choix.</p>	<p><i>Ce type de travail amène les élèves à mieux analyser la machine et à distinguer les éléments fondamentaux (par exemple, les roues dentées et engrenages) par rapport aux caractéristiques secondaires telles que la couleur. L'enseignant peut solliciter l'utilisation de termes précis en se référant aux composantes de la machine et/ou aider à les repérer.</i></p>
<p><b>2)</b> TRAVAIL INDIVIDUEL OU EN BINOME L'enseignant explique que dans d'autres classes des élèves ont travaillé avec la Pascaline et fait des dessins de la machine. Il leur demande d'observer attentivement ces dessins (reproduits dans la <a href="#">FICHE 2</a>) et de mémoriser leurs remarques pour la mise en commun. Ensuite, l'enseignant fait une courte phase de bilan sur les remarques et les observations à partir de la Fiche 2.</p>	<p><i>Les quatre dessins contiennent des erreurs : les reconnaître est un moyen pour retravailler la structure de la pascaline et d'identifier des composants ayant un lien étroit avec le contenu mathématique en jeu :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>Dans le dessin de Sara, les dents des roues du bas ne contiennent pas le chiffre 0 ; la présence du symbole 0 et l'existence d'une dent pour celui-ci représentent une caractéristique importante, qu'il expliciter, notamment dans le cas où les élèves ont déjà travaillé avec un boulier à neuf boules ;</i></li> <li>- <i>Dans le dessin d'Omar, les chiffres ne sont pas écrits dans le bon ordre ; on veut ainsi mobiliser la connaissance sur la suite des nombres naturels ;</i></li> <li>- <i>Dans le dessin de Maria, les roues ne sont pas reliées entre elles : on porte ainsi l'attention sur le fonctionnement des engrenages de la pascaline et la transmission du mouvement.</i></li> <li>- <i>Dans le quatrième dessin, celui de Luca, les roues n'ont pas toutes le nombre correct de dents : on veut faire réfléchir à la présence des dix chiffres sur chaque roue et faire expliciter le lien avec notre système d'écriture des nombres.</i></li> </ul>

### Situation C – La représentation des nombres

**Temps** : 4 heures environ.

**Objectifs** : description du fonctionnement (schèmes d'utilisation) de la Pascaline pour l'écriture des nombres.

**Matériel nécessaire** : quelques machines, copies de la fiche.

<b>Travail</b>	<b>Commentaires</b>
<p><b>1)</b> TRAVAIL INDIVIDUEL L'enseignant propose l'écriture de quelques nombres. Il donne la consigne suivante : « Écris le nombre treize sur la Pascaline. Explique bien comment il faut faire pour l'écrire »</p>	<p><i>Ce travail vise à faire expliciter les procédures pour écrire les nombres.</i></p>
<p><b>2)</b> DISCUSSION COLLECTIVE L'enseignant guide une discussion collective afin de faire identifier les deux procédures pour écrire les nombres avec la Pascaline.</p>	<p><i>Les deux procédures :</i> - partant de zéro, faire tourner la roue en bas à droite dans le sens des aiguilles d'une montre en comptant treize déclics produits lors du passage d'une dent (procédure récursive). - partant de zéro, faire tourner la roue en bas à droite (roue des unités) dans le sens des aiguilles d'une montre en comptant trois déclics produits lors du passage d'une dent, puis tourner la roue centrale (roue des dizaines) dans le sens des aiguilles d'une montre en comptant un déclic (procédure par décomposition) <i>Nota Bene</i> : il est intéressant que les expressions « roue des unités », « roue des dizaines » et « roue des centaines » soient utilisées car cela crée un lien entre l'utilisation de la machine et les mathématiques qu'elle contient.</p>
<p><b>3)</b> TRAVAIL COLLECTIF après la discussion, les élèves remplissent la <a href="#">FICHE 3</a>.</p>	

### Situation D - Evaluation

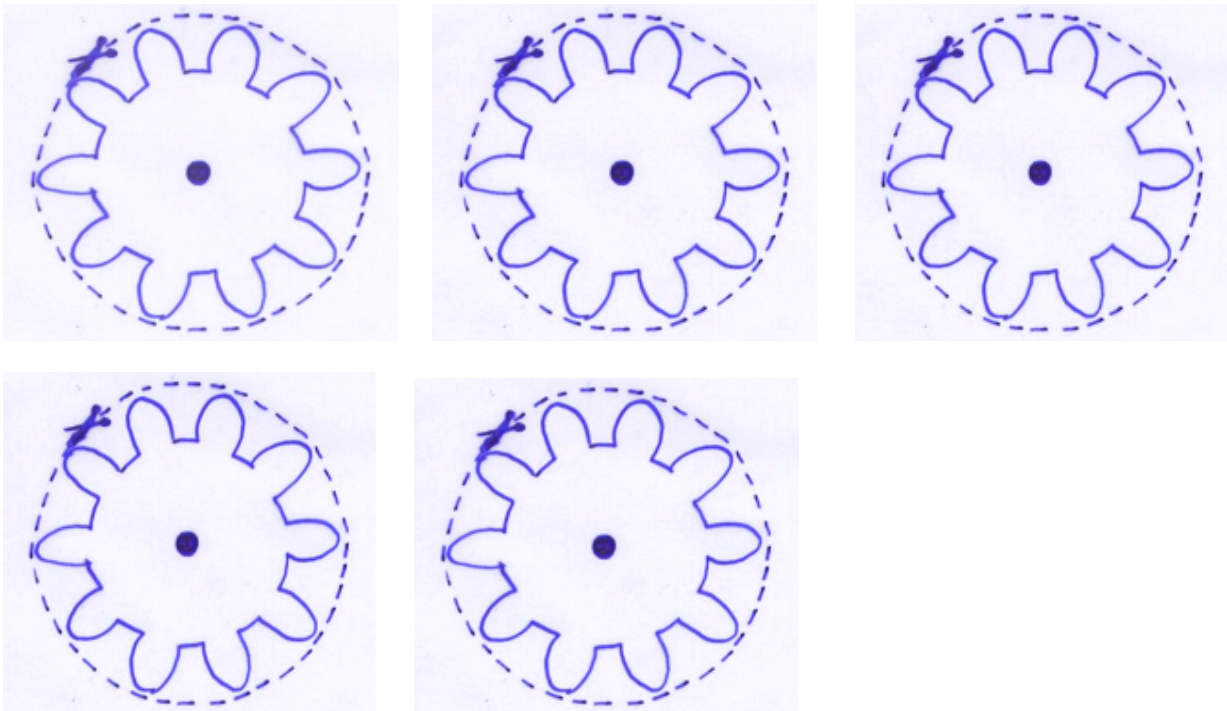
**Temps** : 1 heure

**Matériel nécessaire** : copies de la fiche.

<p>TRAVAIL INDIVIDUEL SUR LA FICHE L'enseignant demande de remplir la <a href="#">FICHE 4</a></p>	
-------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

1) Découpe les roues dentées, place-les sur ton cahier comme celles de la Pascaline et fixe-les avec des attaches parisiennes de façon à ce qu'elles puissent tourner.

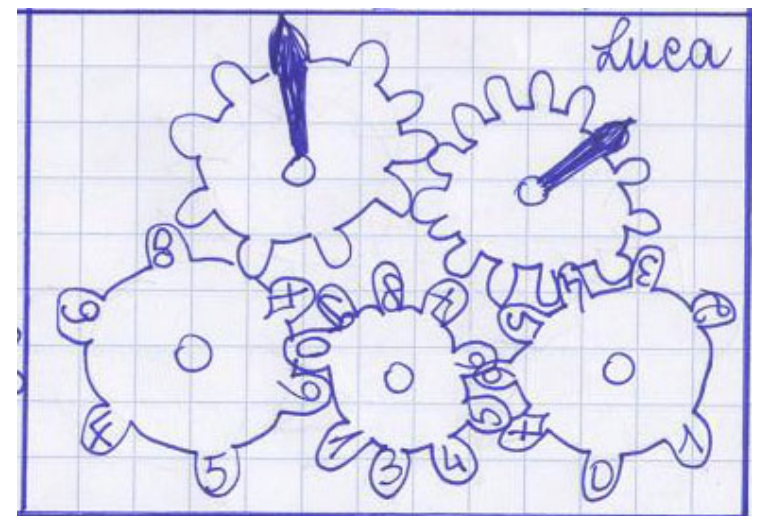
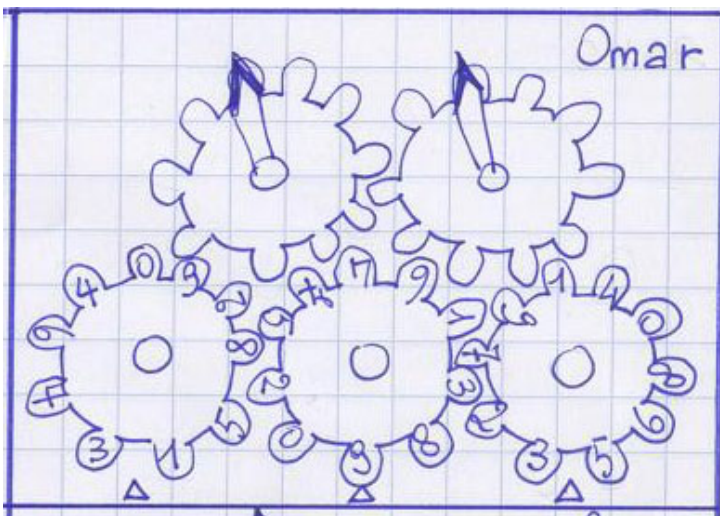
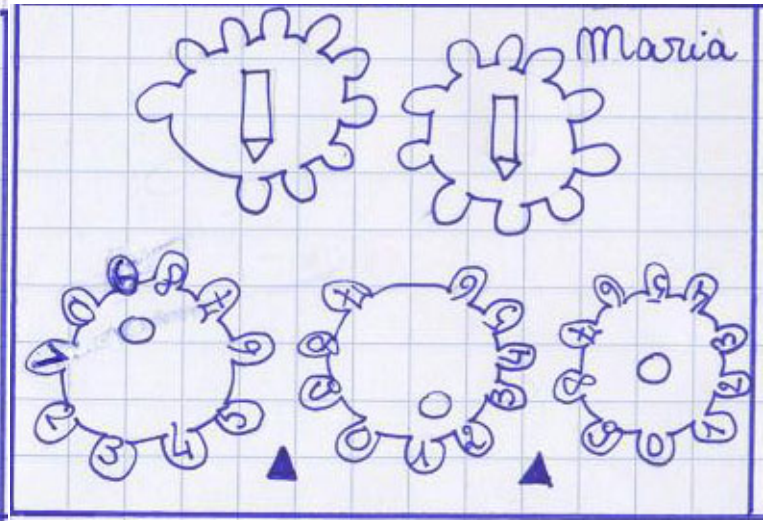
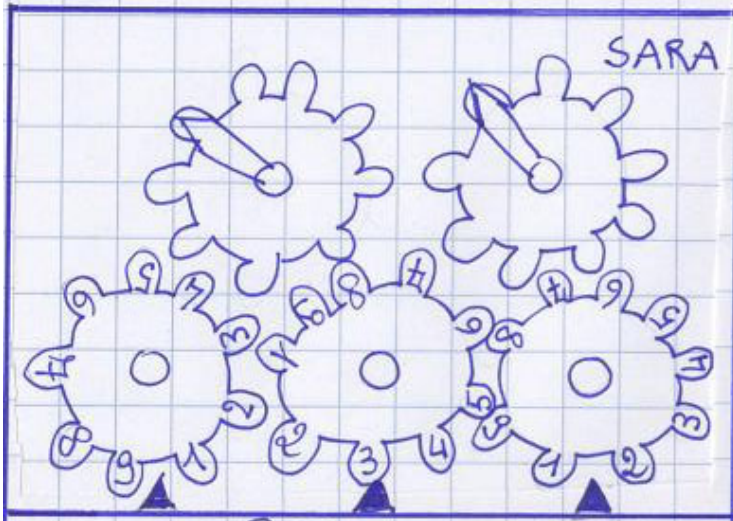
Écris les chiffres sur les dents des roues et dessine des flèches pour indiquer les sens de rotation.



2) Réponds aux questions suivantes ; tu peux utiliser la machine, si tu en as besoin

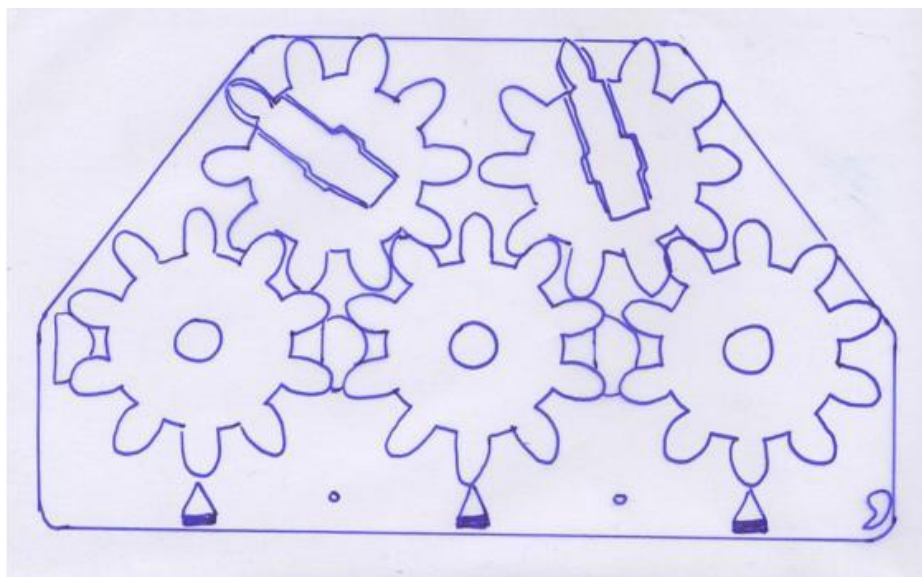
- 1) La machine est constituée d'un mécanisme à engrenage ; combien de roues composent cet engrenage ?
- 2) Que peux-tu voir sur les trois roues du bas ?
- 3) Comment les roues dentées bougent-elles ?
- 4) En tournant la roue en bas à droite, que se passe-t-il ? Y a-t-il une autre roue qui tourne en même temps ?
- 5) À ton avis, à quoi sert la roue en bas à droite ?





## COMPLÉTONS ENSEMBLE LE DESSIN ET LE TEXTE

Le nombre d'élèves de notre classe est écrit sur la machine.



Cette machine s'appelle \_\_\_\_\_ et permet d'écrire les nombres à partir de \_\_\_\_ jusqu'à \_\_\_\_\_. Elle est composée d'une base et de cinq \_\_\_\_\_ dentées. Trois roues sont placées \_\_\_\_\_, chaque roue a \_\_\_\_\_, où on peut lire les dix \_\_\_\_\_ que nous utilisons pour écrire les nombres.

Pour écrire, par exemple, le nombre douze, on peut, partant de zéro, tourner la roue jaune en bas à droite, celle des \_\_\_\_\_ en comptant douze déclics.

Il est aussi possible d'écrire ce nombre d'une autre manière, c'est-à-dire en mettant la roue des \_\_\_\_\_ et celle des \_\_\_\_\_ de façon telle qu'en bas à droite on lise le chiffre \_\_\_\_\_ et à sa gauche le chiffre \_\_\_\_\_.

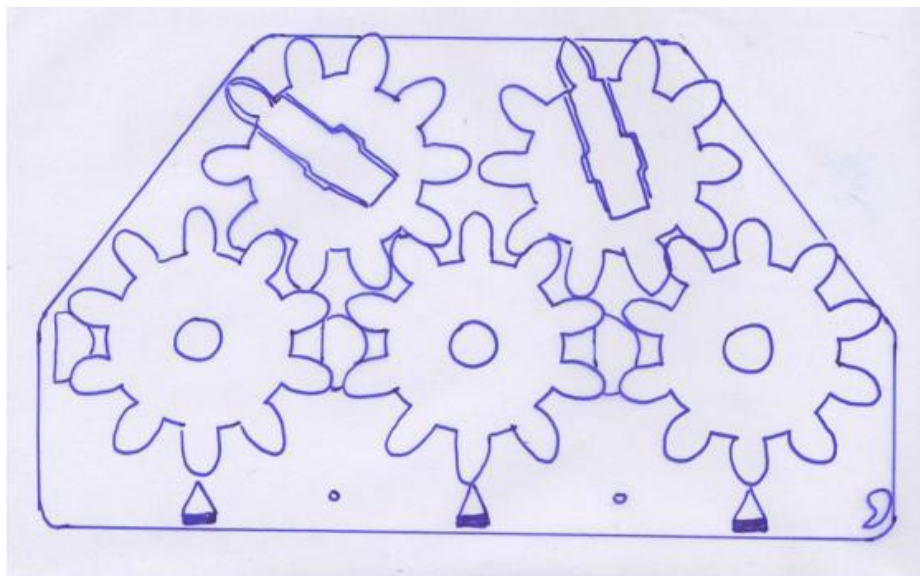
**MOTS À UTILISER POUR COMPLÉTER LE TEXTE**

0	Pascaline	roues	999	en bas	chiffres
dix dents	unités	dizaines	unités	2	1



FICHE 4

Dans le dessin ci-dessous, insère les chiffres manquants quand le nombre 16 est écrit sur la machine.



Complète les énoncés de façon à les rendre corrects.

1) Pour écrire 13 sur la Pascaline, il faut tourner la roue jaune en bas à droite en comptant

\_\_\_\_\_

- les roues
- seulement la dizaine
- treize déclics

2) Pour écrire le nombre 28 sur la Pascaline, il faut tourner la roue des dizaines et celle des unités qui est placée

- en haut à gauche
- en bas à droite
- en bas à gauche

3) Avec la Pascaline on peut écrire \_\_\_\_\_

- tous les nombres existants
- tous les nombres sans le 0
- les nombres de 0 à 999

## **Scénario 2**

### **La Pascaline et les opérations d'addition et soustraction**

#### **Structure**

1. Situation A – La découverte de la machine
2. Situation B – Zero+1 et l'addition
3. Situation C – Additions avec Zero+1
4. Situation D – Zero+1 et la soustraction
5. Situation E – Soustractions avec Zero+1
6. Situation F – La propriété commutative de l'addition

Temps nécessaire : 21 heures environ

### Situation A : la découverte de la Pascaline

Cette situation 'résume' le scénario 1 sur l'écriture des nombres

**Temps** : 6 heures

#### Objectifs :

- identification et description des éléments constitutifs de la machine ;
- observation de deux manières possibles de faire tourner les roues (dans le sens des aiguilles d'une montre et dans le sens contraire des aiguilles d'une montre) ;
- écriture des nombres.

**Matériel nécessaire** : au moins une Pascaline pour trois élèves, copies des fiches.

Travail	Commentaires
<p><b>1)</b> TRAVAIL EN BINOME OU EN PETIT GROUPE L'enseignant propose aux élèves d'observer la Pascaline, d'en étudier les caractéristiques et d'essayer de comprendre si et comment ses composantes peuvent être manipulées pour écrire les nombres.</p>	<p><i>Il est très probable que la Pascaline soit en soi suffisamment attrayante pour éveiller la curiosité des élèves.</i></p>
<p><b>2)</b> TRAVAIL INDIVIDUEL L'enseignant demande à chaque élève de dessiner la Pascaline en essayant de montrer comment elle fonctionne pour écrire un nombre. La <a href="#">FICHE 1</a> est donnée aux élèves.</p>	<p><i>Pour dessiner l'instrument et expliquer comment il fonctionne, les élèves doivent prendre en compte ses caractéristiques structurelles et choisir des symboles, en général des flèches, pour indiquer le sens de rotation des roues.</i></p> <p><i>Pour aider les élèves dans cette tâche, l'enseignant observe comment les élèves écrivent les nombres avec la machine et leur pose des questions auxquelles ils répondent par écrit.</i></p> <p><i>En général, l'enseignant peut intervenir pour amener les élèves à s'intéresser (i) à la façon dont les échanges (unité-dizaine, dizaine-centaine) sont automatisés par la machine et (ii) à la procédure par décomposition qui permet d'ajouter 10 en tournant la roue des dizaines d'un cran dans le sens des aiguilles d'une montre (un seul déclic).</i></p>
<p><b>3)</b> DISCUSSION COLLECTIVE L'enseignant guide la discussion collective afin de faire expliciter les deux procédures permettant d'écrire les nombres.</p>	<p><i>Les deux procédures :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- partant de zéro, faire tourner la roue en bas à droite dans le sens des aiguilles d'une montre en comptant treize déclics produit lors du passage d'une dent (procédure récursive).</li> <li>- partant de zéro, faire tourner la roue en bas à droite (roue des unités) dans le sens des aiguilles d'une montre en comptant trois déclics produit lors du passage d'une dent, puis tourner la roue</li> </ul>

	<p><i>centrale (roue des dizaines) dans le sens des aiguilles d'une montre en comptant un déclic (procédure par décomposition)</i>  <i>Nota Bene : il est intéressant que les expressions « roue des unités », « roue des dizaines » et « roue des centaines » soient utilisées car cela crée un lien entre l'utilisation de la machine et les mathématiques qu'elle contient.</i></p>
<p><b>4)</b> TRAVAIL INDIVIDUEL  L'enseignant propose le travail de la <a href="#">FICHE 2</a>. La tâche vise à donner du temps à chaque élève pour qu'il élabore et renforce ce qui a été discuté collectivement.</p>	<p><i>Il est probable que certains élèves n'aient pas envisagé qu'il existe plusieurs façons d'utiliser la machine pour écrire un nombre. L'enseignant peut intervenir lors du travail individuel auprès des élèves les plus en difficulté pour relancer l'exploration de la machine par des questions. En général, l'enseignant peut intervenir pour amener les élèves à s'intéresser à (i) l'automatisation de l'échange quand une roue passe de 9 à 0 et (ii) l'intérêt de la procédure par décomposition qui permet d'ajouter 10 en tournant la roue des dizaines d'un cran dans le sens des aiguilles d'une montre (un seul déclic).</i></p>
<p><b>5)</b> TRAVAIL COLLECTIF  L'enseignant lie et commente avec les élèves les textes produits individuellement et présente les deux procédures d'écriture.</p>	<p><i>Pendant la discussion, il est important mettre en évidence les valeurs différentes des chiffres selon la position qu'ils occupent dans l'écriture du nombre ainsi que l'intérêt de la procédure par décomposition dans le cas où les nombres sont supérieurs à 10. On peut également souligner que l'ordre de manipulation des roues des dizaines et des unités est indifférent pour écrire un nombre.</i></p>
<p><b>6)</b> TRAVAIL INDIVIDUEL  La <a href="#">FICHE 3</a> est donnée aux élèves comme évaluation.</p>	<p><i>Évaluation sur l'écriture des nombres</i></p>

### Situation B – Pascaline et l'addition

**Temps** : 2 heures

**Objectifs** : identification des modes d'utilisation de la machine pour l'addition.

**Matériel nécessaire** : au moins une Pascaline pour trois élèves, copies des fiches.

<b>Travail</b>	<b>Commentaires</b>
<p><b>1) TRAVAIL EN BINOME OU EN PETIT GROUPE</b> L'enseignant présente de nouveau la Pascaline à la classe et se réfère à l'histoire de Pascal qui invente une machine à calculer, en 1600, qui a inspiré la Pascaline actuelle. Il donne une machine à chaque binôme et assigne une nouvelle tâche : les élèves doivent essayer d'utiliser la machine pour faire des opérations, en particulier les additions. Il précise que chaque binôme devra faire ensuite un compte rendu de son travail.</p>	<p><i>Une consigne possible pourrait être : « observez bien la Pascaline et essayez de faire une addition avec elle. Comment faire ? Quand vous aurez terminé, chaque groupe présentera ce qu'il a fait ».</i> <i>La lettre de présentation de la Pascaline au Monsieur le Chancelier est disponible sur le site <a href="http://abu.cnam.fr/cgi-bin/go?machine3">http://abu.cnam.fr/cgi-bin/go?machine3</a></i></p>
<p><b>2) TRAVAIL COLLECTIF</b> Un élève de chaque groupe présente à la classe le travail réalisé avec le(s) camarade(s) dans la phase d'exploration de la machine.</p>	<p><i>Ce travail est très important car il permet aux élèves de partager les doutes et les difficultés rencontrées pour faire des calculs avec la machine. De fait, la procédure de calcul avec la Pascaline est bien différente de la procédure habituelle en vigueur en classe. Deux types de difficultés apparaissent :</i> <i>- difficultés pour répondre à la consigne (« alors, il y a eu beaucoup de difficultés parce qu'au début on ne comprenait pas comment faire le travail »)</i> <i>- difficultés liées à la manière dont on fait les calculs avec la machine : (« alors au début on avait quelques difficultés car on ne comprenait pas comment elle fait les additions parce que si on savait faire les additions, on ne réussissait pas à les faire avec la machine »).</i></p>



### Situation C – Additions avec la Pascaline

**Temps** : 4 heures.

**Objectifs** : expliciter les modes d'utilisation de la Pascaline pour l'addition

**Matériel nécessaire** : au moins une Pascaline pour trois élèves, copies des fiches.

Travail	Commentaires
<p><b>1) TRAVAIL COLLECTIF</b> L'enseignant distribue une machine pour chaque groupe et, ensuite, demande à la classe d'indiquer toutes les étapes à accomplir pour faire l'addition <math>11 + 13</math>.</p>	<p><i>Le conseil est de travailler d'abord sur la seule addition pour permettre à tous les élèves de construire et stabiliser les procédures pour faire des additions. La soustraction est considérée dans la situation D. En tout cas, les expérimentations déjà conduites montrent que la soustraction apparaît dans les protocoles des élèves.</i></p>
<p><b>2) TRAVAIL EN BINOME OU EN PETIT GROUPE</b> L'enseignant écrit au tableau quelques additions et demande aux élèves de les faire une par une avec la machine.</p>	<p><i>On peut proposer les additions suivantes :</i></p> <p><i>1) <math>4 + 5</math> : pour consolider la procédure basique de la Pascaline, qui demande d'écrire le premier nombre et d'ajouter le deuxième en comptant les unités (addition récursive).</i></p> <p><i>2) <math>6 + 8</math> : pour montrer la prise en compte automatique de la retenue par la Pascaline. Il est important d'observer et de faire observer aux élèves qu'un déclic plus sourd est associé à la retenue.</i></p> <p><i>3) <math>4 + 15</math> : pour solliciter l'utilisation de la commutativité comme stratégie économique pour faire des additions (en termes de nombre d'actions sur les dents des roues, actions élémentaires). Ainsi, écrire 4 puis actionner 15 fois la roue des unités est plus laborieux qu'écrire 15 et actionner 4 fois la roue des unités.</i></p> <p><i>4) <math>87 + 14</math> : pour aborder le cas de deux retenues.</i></p> <p><i>5) <math>24 + 47</math> : pour solliciter la procédure de calcul par décomposition. La taille des nombres est une variable de la situation, puisqu'elle peut avoir des valeurs qui provoquent un changement de procédure. La procédure d'addition récursive peut devenir coûteuse en termes de nombre d'actions élémentaires.</i></p>
<p><b>3) TRAVAIL COLLECTIF</b></p>	<p><i>Dans cette phase, l'enseignant recueille et fait</i></p>

<p>Les additions écrites au tableau sont faites collectivement.</p>	<p><i>comparer les procédures des élèves. Sur la base des opérations choisies, deux procédures devraient apparaître.</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- <i>addition réursive : écrire un des deux nombres, puis tourner la roue des unités dans le sens des aiguilles d'une montre le nombre de fois indiqué par le second nombre.</i></li><li>- <i>Addition par décomposition : écrire un des deux nombres, puis tourner la roue des unités (resp dizaines, centaines) dans le sens des aiguilles d'une montre le nombre de fois indiqué par le chiffre des unités (resp dizaines, centaines) du second nombre.</i></li></ul> <p><i>Il est important de prendre en charge les aspects linguistiques de la description des procédures. Par exemple, l'enseignant et les élèves peuvent s'accorder sur :</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- <i>utilisation de la machine pour faire une addition en ajoutant toujours une unité à la fois ;</i></li><li>- <i>utilisation de la machine pour faire une addition en ajoutant des dizaines et des unités.</i></li></ul>
<p><b>4) TRAVAIL INDIVIDUEL</b> La <a href="#">FICHE 4</a> est donnée aux élèves.</p>	<p><i>Fiche d'évaluation</i></p>

### Situation D – La Pascaline et la soustraction

**Temps** : 2 heures.

**Objectifs** :

- expliciter les modes d'utilisation de la Pascaline pour la soustraction

**Matériel nécessaire** : au moins une Pascaline pour trois élèves, copies des fiches.

<b>Travail</b>	<b>Commentaires</b>
1. TRAVAIL EN BINOME OU A PETIT GROUPE L'enseignant propose la <a href="#">FICHE 5</a> .	<i>La Fiche 5 propose deux types d'opérations :</i> - $9 - 3$ : la soustraction concerne seulement la roue des unités sans la retenue ; - $12 - 4$ : la soustraction implique une retenue, qui détermine la rotation, ainsi qu'un 'bruit', de la roue rouge de droite (roue D sur le schéma initial de la Pascaline, p. 20) .
2. TRAVAIL COLLECTIF Les opérations de la Fiche 5 sont faites et commentées collectivement.	<i>Dans cette phase, l'enseignant recueille et sollicite la comparaison entre les procédures des élèves. Deux éléments devraient être mis en évidence :</i> - le sens de rotation des roues par rapport l'addition : pour la soustraction, le sens est inversé. La relation entre les deux opérations se fonde sur ce mécanisme, l'une étant l'inverse de l'autre. - le mouvement conjoint des roues de la Pascaline.

### Situation E – Soustractions avec Zero+1

**Temps** : 5 heures.

**Objectifs** :

- mettre en relation les opérations d'addition et de soustraction en référence avec le mouvement des roues de la Pascaline

**Matériel nécessaire** : au moins<sup>1</sup> une Pascaline pour trois élèves, copies des fiches

Travail	Commentaires
<p>1. TRAVAIL EN BINOME OU EN PETIT GROUPE L'enseignant écrit au tableau quelques soustractions et demande aux élèves de les faire une à une avec la machine.</p>	<p><i>On peut proposer les opérations suivantes :</i></p> <p>1) <math>15 - 8</math> 2) <math>36 - 19</math> 3) <math>164 - 26</math> 4) <math>157 - 78</math></p> <p><i>N.B. la Pascaline permet d'effectuer la soustraction 18-24 par exemple. Elle ne produira pas de rétroactions sur le fait que l'opération effectuée n'est pas définie sur les nombres naturels.</i></p> <p><i>Si l'on part de la position 000, un tel type d'opération (18-24, mais aussi 0-1) donne un résultat intéressant, que l'enseignant devrait prendre en charge et faire interpréter par les élèves.</i></p>
<p>2. TRAVAIL COLLECTIF Les opérations écrites au tableau sont faites collectivement.</p>	
<p>3. TRAVAIL EN BINOME OU EN PETIT GROUPE Les étapes pour faire une soustraction sont demandées dans la <a href="#">FICHE 6</a>.</p>	<p><i>Pour consolider les connaissances des élèves sur la soustraction et leur faire expliciter les procédures de soustractions, un travail sur fiche est proposé.</i></p> <p><i>Comme précédemment, l'enseignant peut intervenir pour amener les élèves à s'intéresser à (i) l'automatisation de l'échange quand une roue passe de 9 à 0 et (ii) l'intérêt de la procédure par décomposition qui permet d'ajouter 10 en tournant la roue des dizaines d'un cran dans le sens des aiguilles d'une montre (un seul déclic).</i></p>
<p>4. TRAVAIL INDIVIDUEL La comparaison entre les opérations d'addition et de soustraction est demandée dans la <a href="#">FICHE 7</a>.</p>	<p><i>La fiche 7 permet d'aider les élèves à mettre en évidence le lien entre les opérations d'addition et de soustraction.</i></p>

<sup>1</sup> Le travail de groupe s'organise en groupe de 2 ou 3 élèves selon la disponibilité des machines.

### Situation F – Propriété commutative de l'addition

**Temps** : 2 heures.

**Objectifs** :

- explorer la propriété commutative de l'addition

**Matériel nécessaire** : moins une Pascaline tous les trois élèves, copies des fiches

<b>Travail</b>	<b>Commentaires</b>
1. TRAVAIL EN BINOME OU EN PETIT GROUPE L'enseignant propose la <a href="#">FICHE 8</a> .	<i>La FICHE 8 propose de faire quelques additions et de rechercher des couples d'additions qui fournissent le même résultat.</i>
2. TRAVAIL COLLECTIF Les opérations de la Fiche 8 sont faites et commentées collectivement.	<i>Dans cette phase, le professeur recueille les observations faites par les enfants pendant le travail sur la FICHE 8, et permet la formulation de la commutativité de l'addition.</i>
3. TRAVAIL INDIVIDUEL La <a href="#">FICHE 9</a> est distribuée aux élèves comme évaluation.	<i>Dans cette fiche, les élèves doivent chercher la façon la plus rapide de faire des additions avec la Pascaline. Cela correspond à la mise en œuvre de la commutativité.</i>



FICHE 1

Écris le nombre 13 sur la Pascaline. Explique bien comment il faut faire pour l'écrire. Tu peux réaliser des dessins.

Réorganise les deux séquences d'images et de légendes, en complétant les textes. Ensuite, écris le titre correct en choisissant entre ces deux possibilités :

- ÉCRITURE DU NOMBRE 13 EN AJOUTANT TOUJOURS UNE UNITÉ
- ÉCRITURE DU NOMBRE 13 EN AJOUTANT UNITÉS ET DIZAINES

**ÉCRITURE DU NOMBRE 13 EN AJOUTANT** .....

	<p>Tourne la roue en bas à ..... dans le ..... des aiguilles d'une montre en comptant ..... déclics.</p>
	<p>Tourne une ou plusieurs roues de la ..... de façon à ce qu'elles indiquent zéro. Attention! À la fin, tous les triangles rouges en bas doivent ..... le chiffre .....</p>
	<p>Observe la machine et lis le ..... treize.</p>

**ÉCRITURE DU NOMBRE 13 EN AJOUTANT** .....

	<p>Observe la machine et lis le ..... treize.</p>
	<p>Tourne la roue des dizaines, celle à gauche par rapport à la roue des....., dans le sens .. ..... en comptant un .....</p>
	<p>Tourne une ou plusieurs roues de la ..... de façon telle qu'elles indiquent zéro. Attention ! À la fin, tous les triangles rouges en bas doivent ..... le chiffre .....</p>
	<p>Tourne la roue des unités, celle en bas à ..... dans le ..... des aiguilles d'une montre en comptant ..... déclics.</p>

Des élèves ont écrit le nombre douze sur la pascaline. D'après ce qu'ils disent, détermine s'ils ont ajouté toujours une unité en comptant jusqu'à douze, ou s'ils ont ajouté les dizaines et les unités séparément.

Je m'appelle SARA. Après avoir mis la machine à zéro, j'ai bougé une seule roue



C'est OMAR. Sur la pascaline, j'avais mis zéro partout et j'ai tourné la roue centrale en bas puis celle en bas à droite



Salut, je m'appelle GIORGIO. Pour écrire le nombre 13 j'ai compté de 1 à 12 sans m'arrêter en faisant tourner la roue en bas à droite.

Mon prénom est LUCA. J'ai pensé que le nombre 13 est composé de 3 unités et une dizaine pour devoir compter.



Bonjour, c'est LISA. J'ai mis à zéro la machine, puis en tournant seulement deux roues j'ai obtenu le résultat 12.



LES ENFANTS QUI ÉCRIVENT DOUZE EN AJOUTANT TOUJOURS UNE UNITÉ SONT :

-----

LES ENFANTS QUI ÉCRIVENT DOUZE EN AJOUTANT LA DIZAINE ET LES DEUX UNITÉS SONT :

-----

Recopie dans le bon ordre les phrases qui sont écrites en vrac ci-dessous. Elles décrivent les deux façons de calculer l'addition  $19 + 12$  avec la Pascaline.

Attention! Il y a douze phrases, mais il ne t'en faut que neuf pour refaire le texte. IL Y A DES PHRASES QUE TU DOIS SUPPRIMER.

1. Mettre à zéro la Pascaline
2. Tourner 12 fois de suite, une à la fois, les dents de la roue des unités dans le sens des aiguilles d'une montre.
3. Tourner 12 fois, une à la fois, les dents de la roue des unités dans le sens inverse des aiguilles d'une montre
4. Lire le résultat.
5. Tourner 2 fois les dents de la roue des unités dans le sens des aiguilles d'une montre.
6. Tourner 2 fois les dents de la roue des unités dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.
7. Tourner une dent de la roue des dizaines dans le sens des aiguilles d'une montre
8. Tourner une dent de la roue des dizaines dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.
9. Écrire le nombre 19 sur la Pascaline
10. Mettre à zéro le Pascaline
11. Écrire le nombre 19 sur la Pascaline
12. Lire le résultat

UTILISATION DE LA MACHINE POUR FAIRE UNE ADDITION EN AJOUTANT TOUJOURS UNE UNITÉ À LA FOIS	UTILISATION DE LA MACHINE POUR FAIRE UNE ADDITION EN AJOUTANT DES DIZAINES ET DES UNITÉS

1) Avec la Pascaline, fais la soustraction  $9 - 3$  et explique comment tu as fait.

2) Avec la Pascaline, fais la soustraction  $12 - 4$ .

Répond aux questions suivantes :

- as-tu suivi le même procédé que pour la soustraction  $9 - 3$  ?

OUI

NON. Explique ce qui est différent.

.....

.....

.....

- la Pascaline a-t-elle fonctionné comme pour la soustraction  $9 - 3$  ?

OUI

NO. Explique ce qui est différent.

.....

.....

.....



Recopie dans le bon ordre les phrases, qui sont écrites en vrac ci-dessous, pour décrire les deux modes de calcul de la soustraction  $29 - 14$  avec la Pascaline.

Attention! Il y a douze phrases, mais il ne t'en faut que neuf pour refaire le texte. **IL Y A DES PHRASES QUE TU DOIS SUPPRIMER.**

1. Mettre à zéro la Pascaline.
2. Tourner 14 fois, une à la fois, les dents de la roue des unités dans le sens des aiguilles d'une montre.
3. Tourner 14 fois, une à la fois, les dents de la roue des unités dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.
4. Lire le résultat.
5. Tourner quatre fois les dents de la roue des unités dans le sens des aiguilles d'une montre
6. Tourner quatre fois les dents de la roue des unités dans le sens inverse des aiguilles d'une montre
7. Tourner une dent de la roue des dizaines dans le sens des aiguilles d'une montre
8. Tourner une dent de la roue des dizaines dans le sens inverse des aiguilles d'une montre
9. Écrire le nombre 29 sur la Pascaline
10. Mettre à zéro la Pascaline
11. Écrire le nombre 29 sur la Pascaline
12. Lire le résultat.

UTILISATION DE LA MACHINE POUR FAIRE UNE SOUSTRACTION EN ENLEVANT TOUJOURS UNE UNITÉ À LA FOIS	UTILISATION DE LA MACHINE POUR FAIRE UNE SOUSTRACTION EN ENLEVANT DIZAINES ET UNITÉS

Fais les opérations suivantes :

$$24 + 8 =$$

$$24 - 8 =$$

Explique les façons de faire ces opérations, en précisant ce qui est fait de la même manière et qui est fait différemment. Tu peux faire aussi des dessins.

1. Fais ces additions avec la Pascaline et relie-les par des flèches avec le bon résultat.

$8 + 33$

$17 + 9$

$15 + 5$

$5 + 15$

$33 + 8$

$9 + 17$

$21 + 19$

$19 + 21$

20   50   27   41   43   26   32   40

2. Écris les additions qui donnent le même résultat.

\_\_\_\_\_ et \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ et \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ et \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ et \_\_\_\_\_

Quelles observations peux-tu faire?

FICHE 9

Explique quelle est la manière la plus rapide de faire des additions avec la pascaline.