

La représentation matriciel de les faces du cube

23/05/2012

## 0.1 Le cas de la matrice $4 \times 4$

La matriz  $A$  representa un papel cuadriculado con 16 cuadrados, los 1s representan las caras que se eligen y los 0s las caras que no se eligen; la idea es siempre elegir una  $T$  con 6 caras para formar un cubo de papel.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Pregunta 1. ¿Se puede partir de la matriz  $A$  y generar los otros casos posibles?

Respuesta. Parece posible a través de matrices de permutación y matrices transpuestas. Por ejemplo,

al multiplicar por la derecha la matriz de permutación  $P_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  a la matriz  $A$  generamos

otro caso:

$$AP_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Por otra parte,  $A^t$  es

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

y el producto de  $P_1 A^t$  es

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Ahora multiplicamos por la izquierda de  $A$  la matriz de permutación  $P_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  y

obtenemos la matriz:

$$P_2 A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Un caso más se obtiene con la transpuesta de  $P_2 A$ :

$$(P_2 A)^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

La cosa no para aquí pues  $P_2Ap_1$  es

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

y para terminar la transpuesta de  $P_2Ap_1$  es

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

De esta forma hemos generado los 8 casos posibles de un cubo T sobre una hoja con 16 cuadrados.

## 0.2