Université Claude Bernard Lyon 1

Master 2 HPDS

Histoire Philosophie et Didactique des Sciences

Étude du processus de recherche d'élèves de terminale scientifique confrontés à la résolution d'un problème ouvert en arithmétique

Marie-Line GARDES

Sous la direction de Véronique BATTIE et Laurent HABSIEGER

22 Juin 2009

Remerciements

Je tiens tout d'abord à exprimer toute ma reconnaissance à Véronique Battie grâce à qui cette année de recherche m'a donné envie de continuer. Sa disponibilité et sa précision m'ont permis d'acquérir une méthodologie de recherche méticuleuse. Nos rendez-vous, parfois interminables, ont toujours été riches en discussions didactiques. Son soutien m'a été, à toute épreuve, une aide extrêmement précieuse. J'espère sincèrement que nous aurons l'occasion de travailler à nouveau ensemble.

Un immense merci à Laurent Habsieger qui a encadré avec une grande générosité mon travail mathématique. Je suis heureuse de pouvoir espérer continuer l'aventure de la recherche en sa compagnie.

Je suis très reconnaissante envers Michel Mizony qui, après avoir assisté à ma première présentation, s'est intéressé avec grand intérêt à mon travail. C'est avec une généreuse disponibilité qu'il a accepté de m'aider dans la réalisation d'une partie de mon mémoire. Nos entretiens m'ont été d'une aide extrêmement précieuse.

Je tiens à remercier Sébastien Gauthier pour avoir participé à ma première présentation et surtout pour avoir très gentiment répondu à mes questions. Ses réponses ont nourri de façon très riche ma réflexion.

Merci à Thomas pour la relecture de mon mémoire…dans deux mois les rôles seront inversés !

Je remercie vivement les élèves de terminale scientifique de leur accueil chaleureux et de leur bonne volonté pour mon expérimentation. Un immense merci à leur professeur de mathématiques, mon père, qui a accepté de m'accueillir dans sa classe et pris beaucoup de son temps pour discuter avec moi de mes recherches. Merci à ma mère de supporter nos longues discussions lors des dîners familiaux de fin de semaine…et merci à PC de supporter ceux de la semaine !

SOMMAIRE

Introduction

Dans notre travail de mémoire de master 1 en Histoire, Philosophie et Didactique des Sciences (HPDS) soutenu en Juin 2007, nous avions mené une recherche en didactique des mathématiques dans le domaine de l'arithmétique. Soucieuse de conserver cette articulation entre questions didactiques et domaine de l'arithmétique, notre présente recherche se situe dans le cadre de la didactique des mathématiques et s'intéresse aux processus de recherches de résolution d'un problème ouvert en arithmétique.
Précisons que nous parlerons dans la suite d'arithmétique au sens de la théorie élémentaire des nombres et de problème ouvert au sens de problème non résolu par les chercheurs en mathématiques.

Notre place d'assistante pédagogique au sein d'un lycée nous a conduite à privilégier l'enseignement secondaire et plus particulièrement la classe de terminale scientifique, rare section[1] qui étudie l'arithmétique[2] à ce niveau. Ainsi nous étudierons les processus de recherches d'élèves de terminale scientifique confrontés à la résolution d'un problème ouvert en arithmétique. Notre analyse comporte deux axes. Le premier axe d'étude tentera de répondre à la question : comment les élèves confrontés à la résolution d'un problème ouvert utilisent-ils leurs connaissances mathématiques ? Le second axe se penchera sur la question suivante : quels éléments comparatifs peut-on observer entre la recherche d'élèves suivant la spécialité mathématique et la recherche d'élèves ne suivant que l'enseignement obligatoire ?

Spécifions les raisons qui nous ont conduite au choix d'un problème ouvert pour notre recherche. Ce choix a d'abord été motivé par un projet à long terme : étudier et comparer les processus de recherche d'élèves et de chercheurs confrontés à la résolution d'un même problème. Des conditions sur le problème à proposer se profilaient : non connu, suffisamment intéressant et motivant pour les chercheurs, accessible et permettant une recherche effective aux élèves. Nous pensons alors qu'un problème ouvert peut remplir ces critères. Notons que ce problème remplira alors ceux d'un problème ouvert au sens de Lyon 1 (Arsac et Mante, 2007) pour les élèves. En effet, l'énoncé sera court afin de donner envie de chercher, il n'induira ni la méthode, ni la solution et celle-ci ne sera pas réduite à l'utilisation ou l'application du cours. De plus, pour que le problème soit accessible aux élèves, il devra se trouver dans un domaine conceptuel qui leur est familier.

[1] La spécialité mathématique de la classe de terminale littéraire propose un enseignement d'arithmétique.
[2] En classe de terminale scientifique les élèves ont le choix entre différentes spécialités dont celle de mathématique qui comporte un enseignement de géométrie et un enseignement d'arithmétique.

De nombreux groupes de travail s'intéressent à la pratique des mathématiques dans l'enseignement et encouragent vivement la mise en place dans les classes d'activités de recherche mathématique, notamment à caractère expérimental. Nous pouvons ainsi citer, MATH.en.JEANS[3], Main à la pâte[4], Math à modeler[5] ou encore le groupe Exprime[6]. Ainsi en choisissant notre objet d'étude parmi leurs ressources, notre problème répondrait aux critères mentionnés ci-dessus. Nous avons ainsi consulté les problèmes proposés par MATH.en.JEANS[7]. Les problèmes qu'ils exposent sont ouverts au niveau de la recherche et accessibles aux élèves. Les ateliers de ce groupe « *apportent aux élèves, y compris aux plus démotivés ou à ceux qui sont scolairement faibles, un lieu de découverte, de création et d'investissement possible, un environnement qui encourage et valorise leur initiative.»*[8]. Leur objectif de motivation rejoint ainsi notre critère de mobilisation des élèves. Cependant, les contextes d'étude du problème sont différents : ateliers répartis sur l'année scolaire dans le cadre de MATH.en.JEANS et séance ponctuelle dans le cadre de notre recherche. C'est pourquoi nous avons sélectionné un problème répondant au critère supplémentaire d'être accessible aux élèves sur une seule séance de recherche.

Afin de répondre à nos questionnements relatifs à l'étude des processus de recherche d'élèves de terminale scientifique confrontés à la résolution d'un problème ouvert en arithmétique, nous avons scindé notre travail en trois parties. **La partie 1** présente les différents travaux de recherches en mathématiques et en didactique des mathématiques qui nous serviront de cadres théorique et méthodologique. **La partie 2**, consacrée à l'analyse *a priori* du problème, expose une approche épistémologique et didactique. La partie épistémologique comporte une brève étude historique sur l'origine du problème choisi ainsi qu'une étude mathématique. L'approche didactique présente les différents éléments préalables à l'expérimentation en classe de terminale scientifique. Nous exposons ainsi un extrait des programmes de cette section, nous développons les différentes procédures de recherche possibles pour le problème, nous analysons la place de la calculatrice dans la recherche et enfin nous décrivons un milieu propice à la dévolution du problème. **La partie 3** expose l'analyse *a posteriori* de l'expérimentation en classe de terminale scientifique. Dans un premier temps nous revenons sur les conditions dans lesquelles s'est déroulée l'expérimentation en présentant notamment la classe. Dans un second temps, nous exposons les résultats obtenus par les élèves à l'aide de

[3] http://mathenjeans.free.fr/amej/accueil.htm
[4] http://lamap.inrp.fr/
[5] http://mathsamodeler.ujf-grenoble.fr/
[6] http://eductice.inrp.fr/EducTice/projets/corise/exprime
[7] Nous avons choisi MATH.en.JEANS, groupe auquel L.Habsieger a participé pendant plusieurs années.
[8] Citation extraite du site Internet mentionné plus haut.

l’analyse de leurs productions finales. Dans un troisième temps, nous analysons leur recherche grâce aux transcriptions de leurs échanges et selon trois axes d’étude : descriptions et analyse des procédures en jeu, analyse d’un résultat trouvé par tous les élèves et analyse complémentaire de certaines connaissances utilisées par les élèves.

Partie 1 : Eléments théoriques et méthodologiques

Nous allons présenter différents travaux de recherche en mathématiques et en didactique des mathématiques, en lien avec notre travail, qui nous servirons de cadre théorique et méthodologique.

Concernant la recherche en didactique des mathématiques, nous nous sommes appuyées essentiellement sur ces chercheurs : Balacheff, Brousseau, Perrin, Battie et Leron et Zaslavsky.

De Brousseau (Brousseau, 1988), nous retiendrons, en particulier, sa définition de **milieu** : « *c'est le système antagoniste* [*de l'élève*] *que nous avons proposé d'appeler milieu*». Nous citerons également Perrin (Perrin, 1999) qui utilise la notion de milieu à deux échelles différentes : « *une échelle un peu globale où il s'agit de déterminer un milieu pour l'apprentissage d'un savoir et une échelle plus locale d'étude d'une situation à laquelle se rattache la structuration du milieu.* ». Dans notre travail, nous nous intéresserons à une échelle globale de la notion de milieu.

De Battie (Battie, 2007), nous utiliserons les notions de **dimensions organisatrice et opératoire** afin d'analyser les raisonnements et les processus de recherche d'élèves de terminale scientifique confrontés à la résolution d'un problème en arithmétique. Nous rappelons ici les définitions de ces deux dimensions complémentaires l'une de l'autre : la dimension organisatrice « *s'identifie au raisonnement global qui traduit la mise en acte d'une visée* ». La dimension opératoire « *correspond quant à elle à tout ce qui relève des manipulations calculatoires, opérées sur les objets en jeu, qui sont utilisées au fil de la démonstration et qui permettent la mise en œuvre des différentes étapes du raisonnement global suivi (dimension organisatrice)* ». Outre les figures usuelles du raisonnement mathématique, en particulier le raisonnement par l'absurde, Battie identifie par exemple au niveau de la dimension organisatrice le raisonnement par récurrence (et autres formes d'exploitation dans le raisonnement de la propriété de bon ordre de l'ensemble $\mathbb{N}$), la disjonction de cas et la recherche exhaustive avec l'idée de ramener la résolution d'un problème à l'étude d'un nombre fini de cas, le jeu d'extension-réduction (méthode spécifique aux anneaux factoriels[9]) et le principe local-global[10]. Pour la dimension opératoire, Battie

[9] Lorsqu'il s'agit par exemple de montrer qu'une propriété est vraie pour tout élément de Z : cet anneau étant factoriel (donc en particulier nœthérien) si l'on montre que la propriété est multiplicative (au sens où si elle vraie pour deux éléments alors elle est encore vraie pour leur produit) et qu'elle est vraie pour tout nombre premier, alors elle sera vraie pour tout entier.

[10] Battie (Battie, 2009) cite l'exemple élémentaire suivant : Proposition. Soit m un entier de la forme $m = 4r(8s+7)$ avec r et s entiers strictement positifs. Alors l'équation $x^2 + y^2 + z^2 = m$ n'a pas de solutions rationnelles. Démonstration. S'il y avait une solution rationnelle, il y aurait une solution entière non triviale (en

donne pour exemples les formes de représentation choisies pour les objets (structuration autour des nombres premiers, congruences etc.), l'utilisation de théorèmes-clefs, les manipulations de nature algébrique et l'ensemble des traitements opératoires relevant de l'articulation entre la structure d'anneau de ($\mathbb{Z}$,+,×) et celle d'ensemble bien ordonné de ($\mathbb{N}$, ≤) relative aux deux ordres divisibilité et ordre naturel.

Concernant la recherche en mathématiques, nous nous sommes appuyés sur un article de Perrin (Perrin, 2007) et sur les recherches en théorie des nombres à l'aide de Habsieger.

L'article de Perrin (Perrin, 2007) s'intitule *L'expérimentation en mathématiques* et il est issu d'une conférence donnée dans le cadre d'un colloque. Dans cette publication l'auteur présente **l'expérimentation en mathématiques** en réponse à la question : comment faire des mathématiques ? Or selon lui, la vocation première des mathématiques est de poser et de résoudre des problèmes. Tout au long de son article il va ainsi, sur différents exemples, de difficultés diverses et empruntés à divers domaines des mathématiques, montrer l'importance de l'expérimentation, comme méthode de recherche et d'investigation. Il précise que c'est sa vision de l'activité mathématique mais que c'est aussi comme cela qu'il la pratique, en tant que chercheur mais aussi en tant qu'enseignant. Il met ainsi en lumière divers intérêts de l'expérimentation pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques.

Nous présentons ici quelques passages de son article. Tout d'abord Perrin propose « *une méthode d'investigation systématique* » qu'il n'hésite pas à « *désigner sous le nom de méthode expérimentale* » pour résoudre des problèmes[11] mathématiques. Cette méthode comprend plusieurs étapes à répéter éventuellement : « *expérience, observation de l'expérience, formulation de conjectures, tentative de preuve, contre-expérience, production éventuelle de contres-exemples, formulation de nouvelles conjectures, nouvelles tentative de preuve, etc…* ». Concernant l'étape de l'expérience, l'auteur explique que « *cela signifie que, face à un problème général, on va regarder d'abord un cas particulier, a priori plus simple, plus facile à examiner, plus aisément calculable, et le faire varier éventuellement. On examine ce qui se passe dans ce cas, on y repère des phénomènes, avec toujours en tête*

chassant les dénominateurs) pour l'équation $(8s+7)t^2 = x^2 + y^2 + z^2$. Quitte à diviser x, y, z, t par un même nombre, on peut alors supposer qu'ils sont premiers entre eux dans leur ensemble. On regarde ensuite l'équation modulo 4 : dans Z/4Z, les carrés sont 0 et 1 ; ainsi t ne peut être pair sinon $x^2 + y^2 + z^2$ serait divisible par 4 ce qui impliquerait que x, y, z soient tous pairs, en contradiction avec l'hypothèse. Mais si t est impair, alors $(8s+7)t^2$ est congru à −1 modulo 8 et $x^2 + y^2 + z^2$ aussi, ce qui est impossible car les carrés de Z/8Z sont 0, 1 et 4.

[11] L'auteur entend problème au sens d'une question mathématique.

d'idée de ***généraliser***[12] *ce que l'expérience nous aura montré* ». Il précise aussi que « *ce qu'on espère de l'exemple que l'on a choisi d'étudier, c'est qu'il soit un exemple* ***générique***[12]*, c'est à dire un exemple où les comportements observés vont s'étendre au cas général*».

Leron et Zaslavsky (2009) partagent cette même définition de l'exemple générique : "*An example simple enough to be easy and familiar for the students, but complex enough to be free of distracting special features, thus having the potential of representing the "general case" for the students*". Pour compléter leur définition, ils ajoutent une citation de Mason and Pimm (1984), pour lesquelles, un exemple générique doit permettre "*to see the general through the particular*". Leron et Zaslavsky insistent également sur le caractère de complexité de l'exemple générique, comme le souligne Perrin « *Pour trouver un exemple générique, on commence par étudier le premier exemple non trivial, le premier que l'on ne comprend pas complètement.*»

Dans notre recherche nous utiliserons cette définition de l'**exemple générique**, à savoir, un exemple non trivial qui peut potentiellement représenter le cas général.

Concernant **la preuve générique**, Leron et Zaslavsky donnent cette définition : « *A generic proof is, roughly, a proof carried out on a generic example.* » Perrin présente également la preuve par généralisation comme « *cette méthode, qui consiste à induire d'un cas particulier une formule générale (ou un théorème général) ».*

Illustrons ces propos à l'aide de deux exemples proposés par Perrin, Leron et Zaslavsky.

L'exemple 1, issu de Perrin (2007), concerne les différences de deux carrés. Il s'agit de démontrer cette conjecture : « *Les entiers n qui sont différences de deux carrés d'entiers sont les nombres impairs et les nombres multiples de 4.* ». Pour cela il présente la liste des carrés : 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144 … et en compulsant la liste, il remarque, par exemple, que le nombre impair 11 (c'est-à-dire $2p+1$ avec $p = 5$) est atteint comme différence de $36 = 6^2$ moins $25 = 5^2$. Il annonce alors la généralisation : « *Il n'est pas besoin d'être grand clerc pour voir ce qu'il faut vérifier :* $2p + 1 = (p + 1)^2 - p^2$*, c'est bien vrai !* » Il donne également une autre méthode : « *De même, on obtient* $20 = 4 \times 5$ *comme différence de* $36 = 6^2$ *moins* $16 = 4^2$ *et on voit aussitôt que c'est bien une formule générale :* $4p = (p + 1)^2 - (p - 1)^2$ ».

L'exemple 2, issu de Leron et Zaslavsky (2009), concerne les nombres parfaits. Le théorème à démontrer est le suivant : "*A natural number which is a perfect square (i.e., the square of another natural number) has an odd number of factors*." Avant d'effectuer la preuve générique, ils donnent quelques exemples : « *For example, the number 16 has 5 factors*

[12] En gras dans le texte.

(namely: 1, 2, 4, 8, 16), and 25 has 3 factors (namely: 1, 5, 25). » Voici la preuve générique qu'ils exposent :

Generic Proof: Let us look for example at 36 (a perfect square). We want to show that it has an odd number of factors. There are several ways in which 36 can be written as a product of two factors. We systematically list all such factorizations: 1×36, 2×18, 3×12, 4×9, 6×6.

All the factors of 36 appear in this list. Counting the factors, we see that the factors appearing in all the products, except the last, come in pairs and are all different, thus totaling to an even number. Since the last product 6×6 contributes only one factor, we get a total of odd number of factors. Specifically, for the case of 36, we have $2\times4 + 1 = 9$ factors.

Ils précisent que "*we consider 36 a good generic example for a generic proof of the "perfect square" theorem above, while 4, 16, 25 or even 169 (= 13^2) would have been too special (e.g., have too few factorizations).*"

Concernant les types de preuves par généralisation, nous nous réfèrerons à Balacheff (Balacheff, 1987). Il distingue en effet quatre types de preuves : l'empirisme naïf, l'expérience cruciale, l'exemple générique et l'expérience mentale. L'ordre rend compte d'une hiérarchie de ces différents types de preuves. Rappelons ce que l'auteur définit par ces termes. L'**empirisme naïf** consiste à *« tirer de l'observation d'un petit nombre de cas la certitude de la vérité d'une assertion* ». C'est « *l'une des premières formes des processus de généralisation* ». L'**expérience cruciale** est « *un procédé de validation d'une assertion dans lequel l'individu pose explicitement le problème de la généralisation et le résout en pariant sur la réalisation d'un cas qu'il reconnaisse pour aussi peu particulier que possible. Ainsi l'expérience cruciale consiste à provoquer un évènement sur lequel « on ne fait pas de cadeau » en affirmant que « si cela marche, alors cela marchera toujours»* ». Balacheff précise que « *cette démarche qui reste fondamentalement empirique se distingue de l'empirisme naïf en ce que le problème de la généralisation est effectivement posé et que l'é1ève se donne un moyen de décider autrement que péremptoirement.* » L'**exemple générique** consiste en « *l'explicitation des raisons de la validité d'une assertion par la réalisation d'opérations ou de transformations sur un objet présent non pour lui-même, mais en tant que représentant caractéristique d'une classe d'individus. La formulation dégage les propriétés caractéristiques et les structures d'une famille en restant attachée au nom propre et à l'exhibition de l'un de ses représentants.* ». L'**expérience mentale** invoque « *l'action en l'intériorisant et en la détachant de sa réalisation sur un représentant particulier. Elle reste marquée par la temporalité anecdotique, mais les opérations et les relations fondatrices de la* *preuve sont désignées autrement que par le résultat de leur mise en oeuvre; ce qui était le cas pour l'exemple générique*. »

L’analyse en termes de dimensions organisatrice et opératoire (Battie, 2007), articulée avec l’analyse des différentes étapes de l’expérimentation en mathématiques (Perrin, 2007) constitue notre principal cadre théorique et méthodologique pour notre recherche. Ce cadre a pour fonction de mettre en évidence les caractéristiques épistémologique, mathématique et didactique de notre expérimentation en classe de terminale scientifique. Nous verrons comment ce cadre nous a permis de développer des outils et méthodes pour analyser le processus de recherche d’élèves confrontés à la résolution d’un problème ouvert.

Partie 2 : Analyse *a priori* du problème

Introduction

Notre analyse *a priori* du problème comporte trois études : une approche historique, une approche mathématique et une approche didactique. Ces trois axes sont articulés avec une analyse épistémologique. Nous nous réfèrerons pour cela à la définition de l'épistémologie de Glaeser, (Glaeser, 1999) : « *C'est le nom que l'on donne à l'étude des facteurs commandant la production de la connaissance scientifique* ». Il souligne aussi que « *le didacticien réclame [plutôt] un récit des enchaînements de pensée qui ont abouti à la construction de la mathématique actuelle.* » C'est donc dans cette perspective que nous mènerons notre analyse *a priori*.

Nous allons dans un premier temps présenter le problème que nous avons choisi puis nous l'étudierons suivant les trois approches : historique, mathématique et didactique.

Présentation du problème

Le problème que nous avons choisi pour étudier le processus de recherche d'élèves de Terminale Scientifique confrontés à la résolution d'un problème ouvert en arithmétique est issu, au départ, de sujets proposés par Math.En.Jeans en 1996. Il était rédigé sous cette forme :

Fractions égyptiennes

Une fraction égyptienne est une fraction de la forme $\frac{1}{m}$, où m est un entier naturel. La conjecture d'Erdös-Straus affirme que toute fraction de la forme $\frac{4}{n}$ peut être décomposée en somme de trois fractions égyptiennes. En d'autres termes, il s'agit de résoudre l'équation

$$\frac{4}{n} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}.$$

La conjecture de Sierpinski est similaire et concerne la décomposition de $\frac{5}{n}$ en trois fractions égyptiennes.

Le groupe « MATH.En.JEANS » propose de faire de la recherche mathématique aux élèves. Leur organisation est la suivante : un enseignant et un groupe d'élèves de deux établissements travaillent sur le même problème à l'aide d'un chercheur en mathématiques (Habsieger a par exemple participé pendant plusieurs années) pendant toute l'année scolaire. Les séances de travail sont réparties en trois types d'ateliers : des ateliers hebdomadaires de travail collectif

(d'environ 1h30), 3 "séminaires" réunissant tous les participants, et une présentation "officielle" des résultats (communication en congrès et rédaction d'un article).
Dans notre recherche, les conditions seront différentes. Le problème reste le même mais l'énoncé a été modifié et les élèves n'auront qu'une séance de travail collectif de 2h. Nous présenterons les conditions de notre expérimentation en classe de terminale scientifique dans le paragraphe : 2. Approche didactique.

1 Approche épistémologique

Dans cette partie nous allons préciser quelques éléments historiques concernant la conjecture d'Erdös-Straus puis nous mènerons une analyse mathématique du problème.

1.1 Eléments historiques

Ce problème étant actuellement à l'état de conjecture, nous avons consulté un ouvrage de Guy (Guy, 2004) qui recense de nombreux problèmes non résolus en théorie des nombres. L'auteur nous apprend l'état actuel des recherches ainsi que les principales références concernant cette conjecture. Or ces résultats ne proviennent pas de Erdös et Straus, auteurs du problème. Nous avons donc voulu en connaître davantage sur le rôle respectif d'Erdös et Straus à propos de cette question mathématique restée ouverte.
Plusieurs mathématiciens, antérieurs à Erdös et Straus, ont travaillé sur les décompositions en fractions égyptiennes. Citons par exemple Léonard de Pise (Fibonacci), qui dans son livre *Liber abaci* paru en 1202, donne sans démonstration un algorithme qui permet d'obtenir une décomposition de toute fraction en une somme de fractions égyptiennes. Il utilise pour cela le résultat suivant : on cherche la fraction inférieure à $\frac{4}{n}$ la plus proche, on trouve ainsi $\frac{1}{x}$ puis on regarde $\frac{4}{n} - \frac{1}{x}$ et on réutilise la même méthode[13]. Cependant, la décomposition n'est pas nécessairement de trois fractions, et elle ne donne pas les décompositions avec les dénominateurs les plus petits. La méthode a été redécouverte en 1880 par James Sylvester qui a démontré que l'algorithme donne bien une décomposition en un nombre fini de fractions.
Nos premières recherches sur les différents résultats mathématiques établis sur la conjecture d'Erdös et Straus donnent deux dates : 1948 et 1950[14]. De plus, Erdös est très souvent cité contrairement à Straus. Nous avons donc essayé de retrouver la première publication de cette

[13] Pour plus de précision, se rapporter au site Internet : http://www.paperblog.fr/470155/l-il-d-horus-plane/
[14] Nous avons notamment consulté le livre de Guy (2004), une page internet : http://www.paperblog.fr/470155/l-il-d-horus-plane/ et un article de Elsholtz, « Sums of k unit fractions », *American Mathematical Society*, 2001.

conjecture. Les références du livre de Guy (Guy, 2004) mentionnent un article de Erdös (Erdös, 1950) dans une revue hongroise comme première parution du problème. Grâce à l'aide de mathématiciens hongrois, nous avons pu avoir une copie de cet article. Erdös présente un problème plus général concernant le nombre minimal de fractions unitaires pour décomposer une fraction :

Soit $N(a, b)$ le plus petit entier n tel que $\frac{a}{b} = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \ldots + \frac{1}{x_n}$ avec $x_1 < x_2 < \ldots < x_n$.

Avec d'autres mathématiciens, il a trouvé plusieurs majorants de $N(a, b)$. Et il précise, qu'avec Strauss, ils ont conjecturé que $N(4, b) < 4$ pour tout $b \geq 4$ et que Straus l'a prouvé pour $b < 5000$. Il ne mentionne cependant pas la méthode que ce dernier a utilisée pour le démontrer. Ainsi nous nous sommes posées d'autres questions : comment cette conjecture a émergé ? Est ce en travaillant sur certains types d'objets mathématiques ? Et surtout, avec quels outils Straus a réussi à la démontrer pour $b < 5000$?

En parcourant l'article, on voit apparaître la décomposition : $\frac{1}{k} = \frac{1}{k+1} + \frac{1}{k(k+1)}$ et la méthode de $\frac{4}{n} - \frac{1}{x}$, où $\frac{1}{x}$ est la fraction inférieure la plus proche de $\frac{4}{n}$, mais cela semble être utilisé pour déterminer un majorant de $N(a, b)$. Il semblerait donc que Erdös et Straus aient établi cette conjecture en travaillant sur les décompositions d'une fraction en fractions unitaires. Concernant la méthode et/ou les outils utilisés par Strauss pour la démontrer pour $b < 5000$, Erdös ne nous renseigne pas et nous n'avons pas trouvé de sources non plus.

Lors d'une présentation de l'avancement de notre travail dans le cadre d'un séminaire, nous nous posions cette question : comment cette conjecture a-t-elle émergé ? Un enseignant-chercheur en histoire des mathématiques, Gauthier (Lyon 1), a alors apporté quelques éléments de réponse. Erdös et Straus étaient des mathématiciens qui travaillaient essentiellement par résolutions de problèmes, posés entre eux ou par eux-mêmes. Nous retrouvons cela dans un article de Erdös (Erdös, 1963) intitulé *Quelques problèmes de théorie des nombres* où il dit, en mentionnant notamment le problème qui nous intéresse ici : « *[ils] sont des problèmes difficiles, peut être sans importance, où il reste beaucoup de questions, sinon presque tout, à résoudre.* » et il ajoute « *bien entendu, je n'ai pas la prétention d'être complet et je me suis, dans une trop grande mesure peut-être, confiné dans des problèmes particuliers ;mon excuse est que ce sont ceux que je connais le mieux.* ». Dans cet article, il mentionne 76 problèmes de théorie des nombres, classés en six catégories : problèmes de divisibilité dans les suites finies, problèmes de divisibilité dans les suites infinies, problèmes sur les sommes et les différences des termes d'une ou plusieurs suites, problèmes sur les congruences, les diviseurs d'un entier, les progressions arithmétiques, problèmes sur les nombres entiers et problèmes divers et enfin, problèmes d'analyse indéterminée et problèmes analogues. C'est dans ce dernier chapitre que se trouve la conjecture sur les fractions égyptiennes. Cet article nous semble être un indicateur pertinent de la manière dont Erdös et Straus pratiquaient la recherche mathématique. On observe en effet, le grand nombre et la diversité des problèmes sur lesquels ils réfléchissaient : certains sont « *de simples exercices* », d'autres sont difficiles, d'autres sont ouverts, certains sont démontrés…Voici quelques exemples :

Problème 1.

Si $n+1$ nombres entiers sont $\leq 2n$, l'un au moins d'entre eux est divisible par un des autres.

Problème posé par P. Erdös dans *Am. math. Monthly*, 42 (1935), p. 396, problème 3739; solution par Martha Wachsberger et E. Weiszfeld dans *Am. math. Monthly*, 44 (1937), p. 120.

C'est un problème qu'il qualifie d'exercices simples et dont il donne la démonstration qui est courte. On peut remarquer que c'est lui qui pose le problème mais qu'il a été résolu par deux autres mathématiciens. C'est en cela que l'article montre bien sa façon de faire des mathématiques et ses multiples communications avec d'autres mathématiciens. On peut ainsi lire de nombreuses fois dans cet article, « *problème posé par P. Erdös, solution par…* » ou « *Erdös et… ont démontré que, montré que…* ». Voici quelques extraits :

Problème posé par P. Erdös dans *Am. math. Monthly*, 50 (1943), p. 330, problème 4083; solution par W. Scobert, *Am.*

Problème posé par P. Erdös dans *Am. Math. Monthly*, 56 (1949), p. 479, problème 4352; solution par G. Szekeres, *Am.*

Mais Posa et Erdös ont remarqué que

H. Davenport et P. Erdös (voir problème 21) ont montré que, si on adjoint à une suite d'entiers:

Voici deux exemples types de la diversité des problèmes que l'on trouve dans cet article d'Erdös (Erdös, 1963) :

Problème 25.

Soit

$$a_1 < a_2 < \dots$$

une suite infinie d'entiers telle que, pour n suffisamment grand, le nombre $f(n)$ de solutions de la relation

$$n = a_i a_j ,$$

ne soit pas nul. Ce nombre $f(n)$ vérifie la relation:

$$\overline{\lim} f(n) = \infty . \qquad (1)$$

La démonstration est assez difficile et n'a pas été publiée.

C'est ici un problème qu'il qualifie de difficile et dont la démonstration n'est pas publiée. Le dernier exemple de problème est celui concernant les fractions égyptiennes. Il représente le dernier type de problème : ceux restés à l'état de conjecture.

Problème 71.

La relation:

$$\frac{4}{n} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}.$$

a-t-elle des solutions en entiers x, y, $z > 1$, pour tout entier $n > 2$? (hypothèse de STRAUS et P. ERDÖS).

Cette brève analyse historique et épistémologique nous a donc donné des éléments sur la façon dont Erdös et Straus pratiquaient les mathématiques et donc une indication sur la manière dont a émergé cette conjecture. Cependant, nous n'avons pas pu avoir d'éléments sur la méthode ou les outils utilisés par Straus pour démontrer cette conjecture pour $b < 5000$.

A travers l'article de Erdös (Erdös, 1963), *Quelques problèmes de théories des nombres,* nous avons pu apercevoir que de nombreux mathématiciens travaillaient en se posant et en résolvant de nombreux problèmes, parfois isolés et disparates. Cette pratique des mathématiques fait écho à l'article de Perrin (Perrin, 2007) *L'expérimentation en* *mathématiques*. En effet, l'auteur plaide pour une pratique des mathématiques en posant et résolvant des problèmes non seulement dans l'activité de recherche mais aussi dans l'enseignement des mathématiques. Pour cela, il se base sur sa profession de chercheur et d'enseignant. Il donne ainsi de nombreux arguments pour motiver une activité de recherche et d'apprentissage sous cette forme. Outre le fait qu'il plaide pour faire des mathématiques en posant et résolvant des problèmes, il mentionne aussi un problème sur des fractions égyptiennes mais plus général que la conjecture d'Erdös et Straus. En effet il pose le problème suivant :

<u>Exemple 5</u> : Les fractions égyptiennes

Enoncé : Tout rationnel positif peut-il s'écrire comme somme finie de fractions égyptiennes de dénominateurs tous différents ?

Dans un autre travail[15], nous avons montré l'existence de similitudes dans les différentes phases de la démarche expérimentale des deux problèmes. Ce problème nous a ainsi servi de point de départ pour notre analyse *a priori*, en particulier pour l'étude du caractère expérimental.

[15] Analyse de l'article : PERRIN D. (2007), *L'expérimentation en mathématiques*, Revue Petit *x* n°73, Ed. IREM de Grenoble, France, pp 6-34.

1.2 Analyse mathématique

Dans ce paragraphe, nous allons faire un bilan des résultats connus actuellement sur la conjecture d'Erdös-Straus concernant la décomposition en trois fractions égyptiennes de $\frac{4}{n}$.

Tout d'abord, nous énoncerons les trois résultats connus avec les références correspondantes puis nous donnerons les démonstrations complètes ou seulement quelques éléments suivant les connaissances en jeu (en vue de l'analyse didactique).

1.2.1 Etat de la recherche actuelle :

Ernst Straus (1922-1983) et son ami Paul Erdös (1913-1996), tous deux mathématiciens (l'un américain, l'autre hongrois), s'intéressent, en 1948, à la décomposition d'une fraction $\frac{a}{b}$ en une somme de fractions unitaires et énoncent la conjecture (Erdös, 1950) selon laquelle :

Pour tout n au moins égal à 2, on peut trouver des entiers (non nécessairement distincts) tels que :

$$\frac{4}{n} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$$

Nous présentons les trois résultats connus actuellement sur ce problème dans un ordre non chronologique. Les auteurs et la date de ces résultats sont ceux mentionnés en référence.

Premier résultat : On sait déterminer des solutions de cette équation pour tous les nombres différents de : 1, 11^2, 13^2, 17^2, 19^2, 23^2 modulo 840 par une certaine méthode. Ces solutions sont polynomiales en *n*.

Référence : Mordell L.J, *Diophantine equations*, London, New York : Academic press, 1969, chapter 30.

Second résultat : Pour les nombres congrus à 1, 11^2, 13^2, 17^2, 19^2, 23^2 modulo 840, Andrzej Schinzel a montré que ces solutions n'étaient pas polynomiales en *n* lorsque *n* parcourt l'une de ces progressions arithmétiques.

Référence : Schinzel A. On sums of three unit fractions with polynomial denominators. *Funct. Approx. Comment. Math*. 28 : 187-194, 2000.

Troisième résultat : La conjecture a été vérifiée pour tous les nombres inférieurs à 10^{14}.

Référence : page Internet d'Allan Swett : http://math.uindy.edu/swett/esc.htm, 1999.

Actuellement ce sont donc des nombres dont tous les facteurs premiers sont de la forme 1, 11^2, 13^2, 17^2, 19^2, 23^2 modulo 840 et plus grand que 10^{14} qui posent problème. Cependant, il suffit de prouver la conjecture pour les nombres premiers de la forme 1, 11^2, 13^2, 17^2, 19^2, 23^2 modulo 840 et plus grand que 10^{14} en vertu du résultat suivant et du théorème de décomposition d'un entier en produit de facteurs premiers :

si l'équation pour l'entier *n* admet une solution (*x*, *y*, *z*), alors l'équation pour l'entier *kn* admet une solution (*kx*, *ky*, *kz*).

En effet, il découle immédiatement de l'équation initiale que : $\frac{4}{kn} = \frac{1}{kx} + \frac{1}{ky} + \frac{1}{kz}$.

Les chercheurs utilisent aujourd'hui des ordinateurs mais de nombreuses solutions ont été trouvées « à la main ». Selon Erdös (Erdös, 1950), Straus a démontré cette conjecture pour $n < 5000$ et Bernstein pour $n < 8000$.

Concernant les algorithmes qui existent aujourd'hui, citons celui qui permet de décomposer une fraction en somme de trois fractions unitaires mais seulement pour *n* différent de 1 et 17 modulo 24.

Référence : algorithme créé par Michel Mizony, enseignant-chercheur en mathématiques à l'université de Lyon 1.

Nous verrons par la suite les algorithmes utilisés aujourd'hui pour prouver cette conjecture jusqu'à 10^{14} notamment.

Les conséquences de cette conjecture sont assez limitées. On peut citer par exemple la recherche ou la perfection de méthodes algorithmiques.

1.2.2 Démonstration des résultats

Démonstration du premier résultat (d'après la démonstration de Mordell) :

On sait déterminer les solutions de cette équation pour tous les nombres différents de : 1, 11^2, 13^2, 17^2, 19^2, 23^2 modulo 840 par une certaine méthode. Les solutions sont polynomiales en n.

Première remarque : si l'équation pour l'entier n admet une solution (x, y, z), alors l'équation pour l'entier kn admet une solution (kx, ky, kz). En effet, il découle immédiatement de l'équation initiale que : $\frac{4}{kn} = \frac{1}{kx} + \frac{1}{ky} + \frac{1}{kz}$.

En particulier, l'équation admet les solutions particulières suivantes :

- $n = 2$, $(x, y, z) = (1, 2, 2)$
- $n = 3$, $(x, y, z) = (1, 6, 6)$
- $n = 5$, $(x, y, z) = (2, 5, 10)$
- $n = 7$, $(x, y, z) = (2, 21, 42)$

On en déduit donc qu'elle admet des solutions pour certaines relations de congruence sur n :

n	x	y	z
$n \equiv 0\ [2]$	k	$2k$	$2k$
$n \equiv 0\ [3]$	k	$6k$	$6k$
$n \equiv 0\ [5]$	$2k$	$5k$	$10k$
$n \equiv 0\ [7]$	$2k$	$21k$	$42k$

Deuxième remarque : Si n est un nombre premier > 3 alors x, y et z ne peuvent pas être tous les trois multiples de n.

En effet, si $x = k_1 n$, $y = k_2 n$ et $z = k_3 n$, $k_i \in \mathbb{N}^*$ pour $i = 1, 2, 3$ alors :

$\frac{4}{n} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \Leftrightarrow 4 = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} \leq 3$. Contradiction.

Donc soit un seul est multiple de n, par exemple x, soit deux sont multiples de n, par exemple y et z. Cela donne alors :

$$\frac{4}{n} = \frac{1}{nx} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z},\ yz \neq 0 \pmod{n} \qquad (1)$$

$$\frac{4}{n} = \frac{1}{x} + \frac{1}{ny} + \frac{1}{nz},\ x \neq 0 \pmod{n} \qquad (2)$$

Or ces représentations existent sous certaines conditions :

(1) existe si et seulement si pour tout $a, b, c, d \in \mathbb{N}$, $(x, y, z) = (bcd, acd, abd)$ où $(a, b) = (b, c) = (c, a) = 1$, n ne divise pas $abcd$ et $a + bn + cn = 4abcd$.

(2) existe si et seulement si pour tout $a, b, c, d \in \mathbb{N}$, $(x, y, z) = (bcd, abd, acd)$ où $(a, b) = (b, c) = (c, a) = 1$, n ne divise pas bcd et $na + b + c = 4abcd$.

Preuve pour (2), sens direct :

Soit $(y, z) = \delta$.

Il existe alors $b \in \mathbb{N}$ tel que $y = \delta b$.

De même, il existe $c \in \mathbb{N}$ tel que $z = \delta c$.

Alors $\frac{4}{n} = \frac{1}{x} + \frac{1}{ny} + \frac{1}{nz} \Leftrightarrow \frac{4}{n} = \frac{nyz + xz + xy}{nxyz}$

$$\Leftrightarrow 4nxyz = n\,(nyz + xz + xy)$$

$$\Leftrightarrow 4xyz = nyz + xz + xy$$

$$\Leftrightarrow 4x\delta b\delta c = n\delta b\delta c + x\delta c + x\delta b$$

$$\Leftrightarrow 4x\delta bc = n\delta bc + cx + bx$$

Comme $(b, c) = 1 = (b + c, bc)$, posons $x = bcd$, alors n ne divise pas bcd.

On a alors $4\, bcd\, \delta bc = n\delta bc + cbcd + bbcd$

$$\Leftrightarrow 4d\delta bc = n\delta + (c + b)d$$

Alors, avec $\delta = a$, on obtient $4abcd = na + b + c$.

On va donc chercher des solutions sous la forme $(x, y, z) = (bcd, nabd, nacd)$. Comme on vient de le voir, l'équation initiale se transforme en : $na + b + c = 4abcd$ (E)

En choisissant convenablement a, b, c et d, cette dernière équation permet d'obtenir des solutions pour certaines relations de congruence sur n :

- si $a = 2$, $b = 1$, $c = 1$ alors $n = 4d - 1$.
- si $a = 1$, $b = 1$, $c = 1$ alors $n = 4d - 2$.

Les cas $n \equiv 2, 3 \bmod 4$ sont donc traités. Le cas $n \equiv 0 \bmod 4$ a également été traité.

Reste donc le cas $\boldsymbol{n \equiv 1 \bmod 4}$.

- Si $a = 1$, $b = 1$, $c = 2$ alors $n \equiv -3 \bmod 8$.

Reste donc à considérer le cas $\boldsymbol{n \equiv 1 \bmod 8}$.

Ecrivons (E) sous la forme : $na + b = c(4abd - 1) = cq$ où $q + 1 \equiv 0 \bmod 4ab$.

- Prenons $q = 3$, $a = b = 1$, alors $n \equiv -1 \bmod 3$.

Comme le cas $n \equiv 0 \bmod 3$ a été résolu plus haut, il reste le cas $\boldsymbol{n \equiv 1 \bmod 3}$.

- Prenons $q = 7$, alors $ab \mid 2$ et on obtient $n \equiv -1, -2, -4 \bmod 7$.

Comme le cas $n \equiv 0 \bmod 7$ a été résolu plus haut, il reste les cas $\boldsymbol{n \equiv 1, 2, 4 \bmod 7}$.

- Prenons $q = 15$ alors $ab \mid 4$ et avec $(a, b) = (1, 2)$ ou $(2, 1)$, on obtient $n + 2 \equiv 0 \bmod 15$ et $n + 8 \equiv 0 \bmod 15$.

Si $n \equiv 1 \bmod 3$, on a $n \equiv -2, -3 \bmod 5$. Les cas restants à traiter sont donc $\boldsymbol{n \equiv 1, 4 \bmod 5}$.

On a donc trouvé des solutions à l'équation pour :

- $n \equiv 0, 2$ [3]
- $n \equiv 0, 2, 3$ [5] (ce qui revient à $n \equiv 7, 13$ [15])
- $n \equiv 0, 3, 5, 6$ [7]
- $n \equiv 0, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ [8] ($n \equiv 0,2, 4, 6$ [8] sont traités par le cas $n \equiv 0$ [2] et $n \equiv 3,7$ [7] sont traités par le cas $n \equiv 3$ [4])

Et on n'a pas de solutions pour $n \equiv 1$ [8], $n \equiv 1, 2, 4$ [7] et $n \equiv 1, 4$ [15].

<u>Récapitulation :</u>

a	b	c	d	$na + b + c = 4abcd$	x	y	z
1	1	k	1	$n \equiv 2$ [3]	k	$3k - 1$	$k(3k-1)$
2	1	1	k	$n \equiv 3$ [4]	k	$2k(4k-1)$	$2k(4k-1)$
2	1	$2k-1$	1	$n \equiv 3$ [7]	$2k-1$	$2(7k-4)$	$2(2k-1)(7k-4)$
1	2	k	1	$n \equiv 5$ [7]	$2k$	$2(7k-2)$	$k(7k-2)$
1	1	k	2	$n \equiv 6$ [7]	$2k$	$2(7k-1)$	$2k(7k-1)$
1	1	2	k	$n \equiv 5$ [8]	$2k$	$k(8k-3)$	$2k(8k-3)$
2	1	$2k-1$	2	$n \equiv 7$ [15]	$2(2k-1)$	$4(15k-8)$	'$(2k - 1)(15k - 8)$
1	2	k	2	$n \equiv 13$ [15]	$4k$	$4(15k-2)$	$2k(15k - 2)$

Déterminons maintenant l'ensemble des nombres pour lesquels cette méthode ne permet pas de trouver des solutions.

D'après le théorème des restes chinois[16], il y a donc 6 classes de congruences ($1 \times 3 \times 2$) et on peut alors exhiber les nombres n modulo 840 pour lesquels on ne connaît pas de solution :

$n \equiv 1$ [8] $n \equiv 1$ [7] $\quad n \equiv 1$ [840] $n \equiv 1$ [15]	$n \equiv 1$ [8] $n \equiv 2$ [7] $\quad n \equiv 17^2$ [840] $n \equiv 4$ [15]
$n \equiv 1$ [8] $n \equiv 1$ [7] $\quad n \equiv 13^2$ [840] $n \equiv 4$ [15]	$n \equiv 1$ [8] $n \equiv 1$ [7] $\quad n \equiv 19^2$ [840] $n \equiv 1$ [15]
$n \equiv 1$ [8] $n \equiv 2$ [7] $\quad n \equiv 11^2$ [840] $n \equiv 1$ [15]	$n \equiv 1$ [8] $n \equiv 4$ [7] $\quad n \equiv 23^2$ [840] $n \equiv 4$ [15]
$\boldsymbol{n \equiv 1, 11^2, 13^2, 17^2, 19^2, 23^2 \ \ [840]}$	

Donc pour les n modulo 840 suivant, il n'y a pas de solutions déterminées par cette méthode :

$$\boldsymbol{n \equiv 1, 11^2, 13^2, 17^2, 19^2, 23^2 \ \ [840]}$$

Démonstration du second résultat :

Pour les nombres congrus à 1, 11^2, 13^2, 17^2, 19^2, 23^2 modulo 840, Andrzej Schinzel a montré que les solutions n'étaient pas polynomiales en n lorsque n parcourt l'une de ces progressions arithmétiques.

Dans ce paragraphe, seules les grandes lignes de la démonstration sont exposées. La totalité de la preuve est donnée en annexe (annexe 1). Andrzej Schinzel énonce un résultat plus général que celui ci-dessus :

[16] Soient $n_1, \ldots n_k$ des entiers deux à deux premiers entre eux. Alors pour tous les entiers $a_1, \ldots a_k$, il existe un unique entier x modulo $n = n_1 \times \ldots \times n_k$ et tel que $\begin{cases} x \equiv a_1 \ [n_1] \\ \ldots \\ x \equiv a_k \ [n_k] \end{cases}$

Théorème : Soient a, b des entiers tels que $a > 0$ et $(a, b) = 1$. Si b est un résidu quadratique modulo a alors il n'existe pas de polynômes F_1, F_2, F_3 dans $\mathbb{Z}[X]$ avec des coefficients positifs tels que $\dfrac{m}{ax+b} = \dfrac{1}{F_1(x)} + \dfrac{1}{F_2(x)} + \dfrac{1}{F_3(x)}$ avec $m \equiv 0 \bmod 4$.

Avec $m = 4$, $a = 840$ et $b = 1$ (ou 11^2, 13^2, 17^2, 19^2, 23^2) on a le cas particulier qui nous intéresse.

La preuve de ce résultat se fait par l'absurde :

On suppose qu'il existe F_1, F_2, F_3 tels que $\dfrac{4}{ax+b} = \dfrac{1}{F_1(x)} + \dfrac{1}{F_2(x)} + \dfrac{1}{F_3(x)}$. (*)

On a alors $4\, F_1(x)\, F_2(x)\, F_3(x) = (ax + b)\big(F_2(x)F_3(x) + F_1(x)F_2(x) + F_1(x)F_3(x)\big)$

D'où $F_1\left(-\dfrac{b}{a}\right) F_2\left(-\dfrac{b}{a}\right) F_3\left(-\dfrac{b}{a}\right) = 0$.

Si $F_i\left(-\dfrac{b}{a}\right) = 0$, $\forall$ i ≤ 3, alors il existe $G_i \in \mathbb{Q}[X]^+$ tel que $F_i(X) = (ax + b)G_i(x)$. Comme $(a, b) = 1$ alors par le lemme de Gauss, $G_i \in \mathbb{Z}[X]^+$. Soit $k \in \mathbb{Z}$ tel que $(ak + b)\, G_1(k)\, G_2(k)\, G_3(k) \neq 0$. On obtient : $4 = \dfrac{1}{G_1(k)} + \dfrac{1}{G_2(k)} + \dfrac{1}{G_3(k)} \leq 3$. Contradiction.

Donc, à une permutation près de F_1, F_2, F_3 on a deux cas à traiter :

(1) $F_1\left(-\dfrac{b}{a}\right) = F_2\left(-\dfrac{b}{a}\right) = 0$ et $F_3\left(-\dfrac{b}{a}\right) \neq 0$

(2) $F_1\left(-\dfrac{b}{a}\right) = 0$ et $F_2\left(-\dfrac{b}{a}\right) F_3\left(-\dfrac{b}{a}\right) \neq 0$

L'étude des deux cas repose sur l'arithmétique dans $\mathbb{Z}[X]$ et sur le lemme 1 suivant :

Lemme 1 : Si $A, B, C, D \in \mathbb{Z}[X]$, $(A, B) = 1$ et $\dfrac{A}{B} = \dfrac{C}{D}$. Alors $C = HA$ et $D = HB$ avec $H \in \mathbb{Z}[X]$. De plus, si $(C, D) = 1$ alors $H = \pm 1$.

La preuve de ce théorème est rapide grâce au théorème de Gauss.

Enfin, les contradictions s'obtiennent grâce au lemme 2 qui est une conséquence d'un théorème de Yamamoto.

Lemme 2 : Les équations

$$n^2 = 4\,(cs - b^*)b^*r - s$$
$$n^2 s = 4\,(cs - b^*)b^*r - 1$$

n'ont pas de solutions entières positives (b^*, c, n, r, s).

Ce résultat se démontre en utilisant le symbole de Kronecker ou le symbole de Jacobi.

On peut remarquer que les démonstrations des résultats de Mordell et de Schinzel présentent une structure commune. En effet, la première étape de leurs preuves consiste à montrer que l'étude de l'égalité $\frac{4}{N}=\frac{1}{X}+\frac{1}{Y}+\frac{1}{Z}$ revient à étudier deux cas :

(a) $\frac{4}{N}=\frac{1}{NX}+\frac{1}{Y}+\frac{1}{Z}$

(b) $\frac{4}{N}=\frac{1}{NX}+\frac{1}{NY}+\frac{1}{Z}$

où N est un nombre premier, X, Y, Z des entiers positifs dans la preuve de Mordell et N est un polynôme de la forme $ax + b$ avec a et b entiers et $(a, b) = 1$, X, Y, Z des polynômes à coefficients entiers positifs dans la preuve de Schinzel.

Le troisième résultat :

Nous présentons, dans ce paragraphe, les travaux de deux chercheurs. Les premiers sont dus à Michel Mizony, enseignant-chercheur à l'Irem de Lyon qui s'est intéressé à notre travail suite à notre présentation dans le cadre d'un séminaire étudiant. Les seconds sont ceux d'Allan Swett qui a mis ses résultats en ligne, sur sa page Internet.

Travail de Michel Mizony

Suite à notre présentation de mémoire dans le cadre du séminaire étudiant, Michel Mizony s'est intéressé à la conjecture d'Erdös-Straus et sa résolution par algorithme. Il a ainsi créé un algorithme (avec Maple) permettant de décomposer une fraction en somme de deux fractions égyptiennes puis un algorithme permettant de décomposer une fraction en somme de trois fractions égyptiennes.

A partir de nombreux entretiens avec Michel Mizony et à l'aide de son article (Mizony, 2009) nous allons essayer de retracer le cheminement de sa pensée pour la création de ce dernier algorithme.

- Tout d'abord, il a remarqué que si k vérifie la conjecture, alors kn aussi, pour tout $k \in \mathbb{N}$. Ayant trouvé des solutions pour $n = 2, 3, 5, 7$, il faut essayer de trouver une décomposition générique pour tout nombre premier.
- Ensuite, il a fait un premier algorithme qui correspond à la méthode de la fraction inférieure la plus proche de $\frac{4}{n}$. Or cette méthode donne des résultats si et seulement si n est différent de 1 et 17 modulo 24.
- Il a alors cherché une méthode donnant des résultats pour $n \equiv 17 \bmod 24$. Il a ici utilisé les résultats connus pour $n \equiv 2 \bmod 3$, à savoir l'égalité :

$$\frac{4}{(2+3k)} = \frac{1}{(1+k)} + \frac{1}{(2+3k)} + \frac{1}{(1+k)(2+3k)}$$

- Il ne reste alors que les nombres $n \equiv 1$ mod 24. Il a alors cherché x sous la forme $E\left[\frac{n}{4}\right] + 1 + a$ et effectué tout un balayage pour différentes valeurs de a afin de trouver des solutions. Il s'est alors rendu compte du rôle joué par les nombres premiers de la forme $4m - 1$, $m \in \mathbb{N}^*$.
- Il a exhibé un résultat pour les nombres premiers de la forme $4m - 1$, $m \in \mathbb{N}^*$ et il a remarqué que x pouvait se chercher sous la forme d'un multiple de n. Sa démarche a donc opéré un changement radical, en particulier, celui de se passer de $E\left[\frac{n}{4}\right] + 1$.
- Avec cette nouvelle méthode, à savoir, chercher x comme multiple de n, avec le calcul modulo 24, il a remarqué une symétrie et donc que le calcul modulo 12 pouvait s'imposer.

L'algorithme suivant est donc composé de ces étapes :

Etape 1 : la conjecture est prouvée pour les nombres premiers de la forme $4m - 1$, $m \in \mathbb{N}^*$ grâce à ses résultats sur la décompositions d'une fraction en deux fractions égyptiennes.
La conjecture est donc déjà prouvée pour la moitié des nombres premiers. En effet, les nombres premiers, supérieurs strictement à 3, sont congrus à 1, 5, 7, 11 modulo 12 et les nombres premiers de la forme $4m - 1$, $m \in \mathbb{N}^*$, à 7 et 11 modulo 12. Il reste donc les nombres congrus à 1 et 5 modulo 12 à traiter.

Etape 2 : les nombres congrus à 5 modulo 12 sont congrus à 2 modulo 3. Il utilise donc le résultat vu plus haut, à savoir, $x = p$, $y = \frac{(p+1)}{3}$ et $z = p \times y$.
Il reste plus que les nombres congrus à 1 modulo 12.

Soit $p = (4m - 1) \times k + b$ où m est un entier positif et b le reste de la division euclidienne de p par $4m - 1$.

Posons $x = m\,p$, $y = E\left[\frac{p}{4}\right] + 1 = m\,k + 1 + E\left[\frac{mb}{4m-1}\right]$ et $z = \dfrac{p \times y \times m}{(4m-1) \times (1 + E\left[\frac{mb}{4m-1}\right] - mb)}$

.

On appelle $T(m)$ l'ensemble des b tels que z soit un polynôme en k à coefficients entiers.

Etape 3 : On introduit ces ensembles $T(m)$ pour $m < m_0$ où $m_0 = 200$.

Si $p \equiv 1$ [12] et si p mod $4m - 1$, où $m \in \mathbb{N}$, est dans $T(m)$, alors $x = mp$, $y = \mathrm{E}\left[\dfrac{x}{4m-1}\right] + 1$ et $z = \dfrac{1}{\frac{4}{p} - \frac{1}{x} - \frac{1}{y}}$ est solution. Pour les quelques nombres restants, on teste, pour $m > m_0$, $x = mp$, $y = E\left[\dfrac{x}{4m-1}\right] + 1$ et $z = \dfrac{1}{\frac{4}{p} - \frac{1}{x} - \frac{1}{y}}$. Si z est un entier alors on obtient une solution.

Il en reste à peu près $\dfrac{1}{1000}$ cas pour $n < 10^8$ et $m_0 = 200$ et aucun pour $m_0 = 2000$. Ainsi cet algorithme donne toujours une solution !

Remarque : cet algorithme fonctionne aussi pour les entiers non premiers, sauf un nombre fini de puissance de deux, même s'il suffit de tester les nombres premiers pour établir le résultat. De plus ce programme fonctionne aussi pour la conjecture de Sierpinsky ($\dfrac{5}{n}$ se décompose en somme de trois fractions égyptiennes) et plus généralement pour la décomposition de $\dfrac{a}{n}$ en trois fractions égyptiennes.

Page d'Allan Swett

Sur sa page Internet, Allan Swett explique comment la conjecture pour $n < 10^{14}$ a été prouvée. Il précise que le résultat connu et publié est pour $n < 10^8$ et que cette page et ses liens démontrent les progrès effectués depuis.

Nous allons également retracer ici les résultats qui justifient son algorithme (en C++).

Il utilise tout d'abord le lemme suivant, le premier résultat énoncé ci-dessus et un théorème :

Lemme : Soit $k \in \mathbb{N}^*$ et $m \in \mathbb{N}^*$, $m < 4000$. Si $k \wedge m \neq 1$ alors l'équation est vraie pour $\dfrac{4}{k}$.

Premier résultat : On sait déterminer les solutions de cette équation pour tous les nombres différents de : 1, 11^2, 13^2, 17^2, 19^2, 23^2 modulo 840 par une certaine méthode. Les solutions sont polynomiales en k.

Vocabulaire : pour $n > 0$, $\boldsymbol{S(n)}$ est l'ensemble des entiers $A \in \{0, 1, 2, \ldots, 4n - 2\}$ tel que : $AX + W \equiv 0 \bmod (4n - 1)$ pour les diviseurs entiers positifs X, W de n.

$\boldsymbol{E(n)}$ est l'ensemble des entiers positifs congrus, modulo $4n - 1$ à un élément de $S(n)$.

Théorème : Si $k \in \mathbb{N}^*$ et si pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $k \in E(n)$ alors l'équation est vraie pour $\dfrac{4}{k}$.

Pour Swett, ces trois résultats fonctionnent comme un filtre. Il rajoute un lemme qui permet d'ôter les carrés parfaits (puisqu'il découle de ce lemme que seuls les nombres premiers sont à étudier) :

Lemme : Si l'équation est vraie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ alors elle est vraie pour tout $m \in \mathbb{N}^*$, multiple de n.

Les nombres qui passent à travers ce filtre sont donc des cas à examiner de plus près. Or le programme montre qu'il ne reste que 7132 cas sur 10^{14} pour lesquels la conjecture n'est pas prouvée. Parmi ces exceptions, qui sont de la forme 1, 11^2, 13^2, 17^2, 19^2, 23^2 modulo 840, il ne va conserver que ceux qui sont premiers. Cela réduit le nombre de cas à 3209.

Enfin, pour résoudre l'équation pour ces 3209 nombres restant, il utilise ce dernier lemme :

Lemme : Soient n, $d \in \mathbb{N}^*$ tels que $n \wedge d = 1$. Alors $\frac{n}{d}$ est une somme de deux fractions unitaires si et seulement si il existe a et $b \in \mathbb{N}^*$, diviseurs de d tels que $a + b$ soit divisible par n.

En appliquant ce programme aux cas restants, il résout l'équation pour $n < 10^{14}$.

Aujourd'hui, ce qui limite l'extension de résultats sur cette conjecture est la puissance des machines. Cependant, aucune formule n'a été trouvée pour résoudre le problème donc il n'est pas certain qu'un jour, un nombre premier ne pose pas problème.

Nous pouvons remarquer que ces deux algorithmes, qui sont très différents, ont néanmoins des similitudes quant à leur conception. Ainsi, le premier résultat énoncé par Mizony et Swett est celui qui permet de restreindre la nature de n, à savoir passer des entiers naturels aux nombres premiers. La dimension organisatrice en jeu est donc la même, à savoir, le jeu d'extension/réduction (Battie, 2007). Puis ils ont créé un programme permettant de traiter certaines solutions connues pour cette équation. A l'intérieur de la première dimension organisatrice se trouve donc une sous dimension organisatrice, elle aussi identique, qui serait la réduction de la recherche via la recherche de classification de solutions connues. Un parallèle peut être fait avec les dimensions organisatrices définies par Battie (Battie, 2007) dont l'idée est de ramener la résolution d'un problème à l'étude d'un nombre fini de cas. L'idée sous jacente de limitation de la recherche est la même, en revanche notre problème ne relève pas de caractère fini. Les dimensions opératoires en jeu dans leurs démonstrations sont cependant différentes : Swett a utilisé le résultat de classification modulo 840 alors que Mizony s'est appuyé sur les nombres premiers congrus à 3 modulo 4 et sur une classification des nombres premiers modulo 12. Ils ont ensuite établi un algorithme donnant une solution pour les exceptions, c'est à dire les nombres qui n'appartenaient pas à leur classification. Pour Swett ces exceptions sont les nombres premiers de la forme 1, 11^2, 13^2, 17^2, 19^2, 23^2 modulo 840 et pour Mizony, ce sont certains nombres premiers congrus à 3 modulo 4 et congrus à 1 modulo 12.

Il est donc intéressant de remarquer que ces deux chercheurs en mathématiques ont créé des algorithmes très différents puisqu'ils ne reposent pas sur les mêmes classifications de nombres (dimensions opératoires différentes) mais que leur genèse a un cheminement commun (dimensions organisatrices) « en entonnoir » : ils testent pour certaines valeurs, trouvent des similitudes entres certaines, font alors un programme pour ces classes de nombres, puis ils cherchent à réduire au fur et à mesure les classes de nombres constituant des exceptions.

Cette analyse révèle une complémentarité entre les dimensions organisatrice et opératoire et le caractère expérimental du problème. En effet, la dimension organisatrice utilisée par les chercheurs est porteuse de ce caractère expérimental. Une fois la dimension organisatrice choisie (limitation de la recherche), il faut chercher comment effectuer cette réduction de la recherche. Il semble alors naturel pour les chercheurs d'étudier les décompositions des fractions $\frac{4}{n}$ pour certaines valeurs de *n*. Cela constitue la première étape (l'expérience) de la démarche expérimentale de Perrin (Perrin, 2007). Ce caractère expérimental est donc révélé par la dimension organisatrice. De même il semble apparaître une interaction entre l'expérimentation et la dimension opératoire. En effet les conjectures établies peuvent alors être différentes en raison de l'utilisation et de la nature de leurs exemples. C'est pourquoi les dimensions opératoires en jeu dans les étapes de formulation de conjecture et élaboration d'une preuve sont différentes. Nous pouvons donc relever que l'expérience est une étape décisive puisque c'est cette phase de la recherche qui mènera à des dimensions opératoires différentes. Les deux chercheurs ont donc utilisé une démarche expérimentale (essais pour des valeurs de *n*, formulation de conjecture, création d'un algorithme permettant une preuve et retour à l'expérience pour améliorer l'algorithme) où la forme des étapes, c'est à dire les dimensions organisatrices reste la même mais pas leurs contenus, à savoir les dimensions opératoires.

Un autre point clé à signaler est le caractère algorithmique de leurs résultats. Nous pouvons remarquer que les deux chercheurs ont travaillé sur ordinateur, avec des logiciels de programmation. Cet outil a permis un gain de temps pour l'étape de l'expérience. C'est en effet grâce à la multiplication d'exemples que Mizony a trouvé l'importance du rôle joué par certains nombres premiers. Perrin le mentionne d'ailleurs dans son article : « *cet aspect expérimental est lié à la technologie dont on dispose*. » Nous voyons donc la place essentielle que peut occuper l'utilisation d'un ordinateur ou d'une calculatrice programmable dans la recherche de ce problème. Nous reprendrons cette analyse, plus détaillée, dans la paragraphe concernant l'approche didactique de la situation.

Conclusion

L'approche historique nous a permis de comprendre comment les auteurs de la conjecture pratiquaient les mathématiques. Nous pouvons donc avoir une idée de la façon dont la conjecture a émergé : en posant et résolvant tout genre de problème. Cependant nous n'avons pas pu recueillir d'éléments concernant la méthode entreprise par Straus pour vérifier cette conjecture pour $n < 5000$. Cette approche nous a également permis de recenser les différents résultats actuellement connus et établis sur cette conjecture ainsi que leurs auteurs. Dans l'approche mathématique, nous avons présenté ces résultats et leurs démonstrations afin de faire une synthèse sur les recherches concernant ce problème. Cela nous a permis de définir comment une situation en classe de terminale scientifique pouvait être envisageable autour de la recherche de cette conjecture. Puis nous avons défini les différents résultats abordables à ce niveau afin de prévoir différentes procédures possibles de recherche. Enfin nous avons pu mettre en relief différentes dimensions organisatrices et opératoires dans la recherche de ce problème ainsi que l'importance de l'expérimentation.

Nous allons maintenant présenter la situation telle qu'elle a été proposée à une classe de terminale scientifique. Nous exposerons les différentes procédures possibles de recherche puis nous étudierons l'apport de l'utilisation d'une calculatrice du type TI-89. Enfin nous préciserons les conditions dans lesquelles s'est déroulée la séance.

2 Approche didactique

Dans cette partie, nous allons tout d'abord présenté le problème proposé aux élèves lors de l'expérimentation en classe de terminale scientifique. Puis nous préciserons quelques éléments du programme de mathématiques de cette classe. Après avoir exposé les attentes en termes de résultats, nous développerons les différentes procédures envisageables à ce niveau. L'utilisation de la calculatrice sera ensuite étudiée. Enfin nous décrirons un milieu permettant une dévolution de ce problème.

Nous rappelons que le problème proposé aux élèves est issu d'une activité de recherche proposée dans le cadre des ateliers Maths en Jeans. Les conditions de réalisation de la situation de recherche étant très différentes, nous avons posé le problème aux élèves sous une autre forme. En effet, les séances de Maths en Jeans sont hebdomadaires (2h), durant toute l'année scolaire avec pour objectif principal : « *Faire de la recherche mathématique, voilà un moyen de découvrir les mathématiques autrement, de l'intérieur.* » Bien que l'objectif de notre situation, à savoir confronter les élèves à la résolution d'un problème ouvert, soit assez proche de celui de Maths en Jeans, les conditions sont nettement différentes puisque notre situation sera ponctuelle, une séance de 2h30 de recherche et une séance d'une heure de synthèse. Voici l'énoncé et les consignes proposés aux élèves :

Séance du 20 mars 2009

Un problème de fractions égyptiennes

Enoncé :

Pour tout n *entier naturel, peut-on trouver trois entiers naturels* a, b, c *tels que :*

$$\frac{4}{n}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\ ?$$

Consignes :

1. Réfléchir à ce problème **individuellement** pendant 10 min.
2. **Travail en groupe** pour résoudre ce problème.
3. A la fin de ce temps de recherche en groupe, il vous est demandé de rendre une **production unique** par groupe. Ce travail doit rendre compte de l'état de votre recherche. Vous préciserez ainsi les résultats démontrés, ceux restés à l'état de conjectures, les pistes qui seraient à développer…
4. Lors d'une **séance de synthèse**, ces différents résultats seront présentés à l'ensemble de la classe.

Remarque : Tous les documents sont autorisés ainsi que les calculatrices.

2.1 Eléments du programme de terminale scientifique

L'arithmétique, en classe de terminale scientifique, fait partie de l'enseignement de spécialité. D'après le *B.O n°4 du 30 Août 2001*[17], les notions en jeu dans le programme de spécialité de cette classe sont les suivantes : divisibilité dans $\mathbb{Z}$, division euclidienne (algorithme d'Euclide pour le calcul du PGCD[18]), congruences dans $\mathbb{Z}$, entiers premiers entre eux, nombres premiers (existence et unicité de la décomposition en produit de facteurs premiers), PPCM[19], théorèmes de Bézout et de Gauss.

Aux vues de ces notions, nous allons présenter les résultats qui peuvent être attendus des élèves ayant conduit une recherche sur notre problème.

L'approche mathématique de la situation et les éléments du programme de la classe de terminale scientifique nous permettent en effet de définir les résultats qui seront abordables pour les élèves de ce niveau. Nous allons reprendre chaque résultat et donner les éléments qui peuvent être soit trouvés, soit compris ou qui seront inabordable à leur niveau.

En ce qui concerne la première remarque, associée au premier résultat (si l'équation admet une solution pour n alors l'équation admet une solution pour kn, $k \in \mathbb{N}$), elle peut être trouvée par tous les élèves. En effet les connaissances en jeu (multiplication d'une expression par un nombre entier, égalité…) sont *a priori* acquises en classe de terminale scientifique. N'étant pas nécessairement mobilisées, il se peut que les élèves n'établissent ce résultat que pour certains multiples de n et ne généralisent pas l'égalité obtenue. Le reste de la démonstration de ce premier résultat peut être approché, par exemple en trouvant certaines classes de nombres qui conviennent, mais les progressions modulo 840 ne seront pas établies. Cependant, dans le cadre d'un enseignement de spécialité mathématique, cette démonstration est abordable et peut donc faire l'objet d'un problème.

Le second résultat, dû à Schinzel, est basé sur l'arithmétique dans $\mathbb{Z}[X]$. C'est pour cette raison qu'il devient hors de portée des élèves de terminale scientifique, même en spécialité mathématique.

Enfin, le troisième résultat, exposé sous forme d'un algorithme a peu de chance d'émerger sous quelque forme que ce soit dans la mesure où les élèves ne disposent d'aucune formation en algorithmique et en programmation. Cependant, si l'un d'entre eux sait programmer sur sa calculatrice ou sur un ordinateur, des algorithmes pour trouver des solutions peuvent être créés. Nous pouvons souligner aussi que l'étude de ce troisième résultat révèle l'importance de l'ordinateur, ou, à défaut, d'une calculatrice évoluée. Grâce aux analyses historique,

[17] Un extrait du programme officiel de la classe de terminale scientifique de 2002 se trouve en annexe 2.
[18] Plus Grand Diviseur Commun.
[19] Plus Petit Multiple Commun.

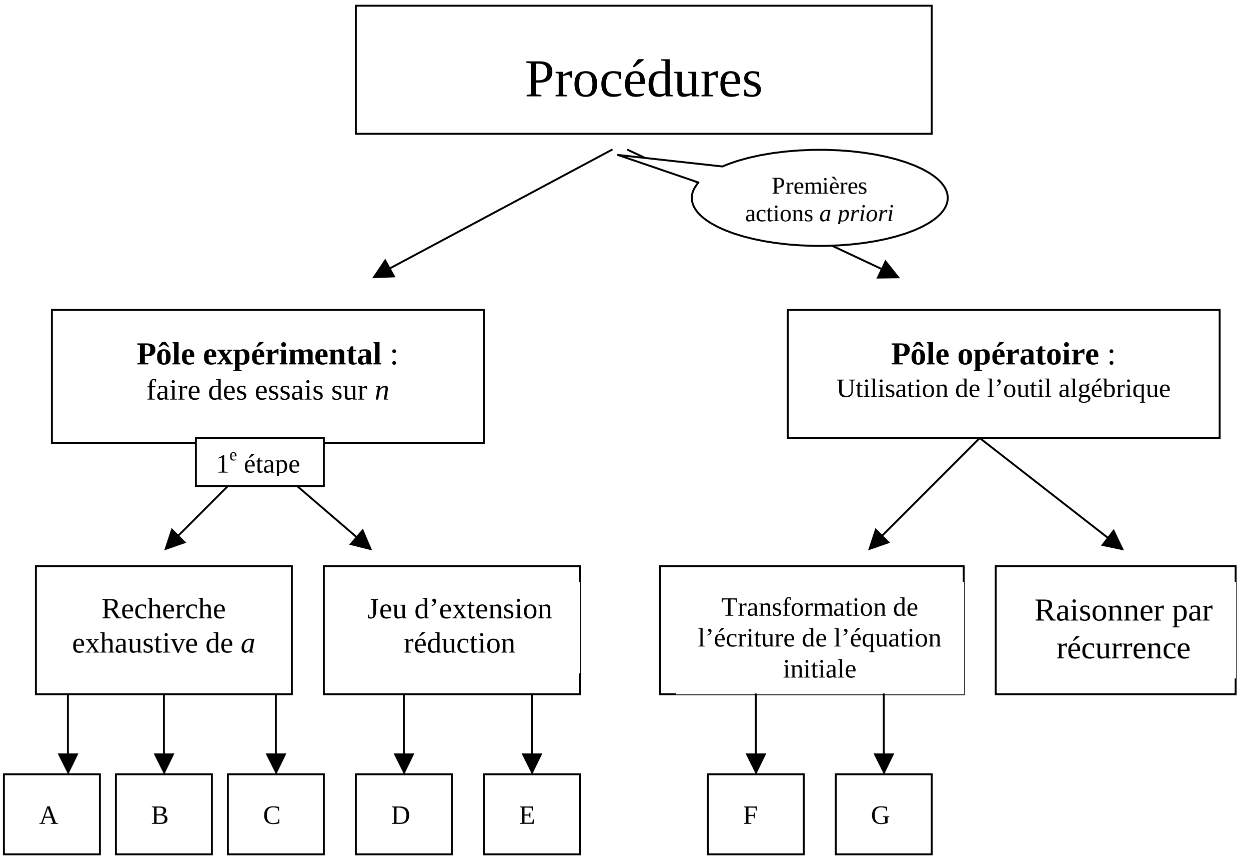
épistémologique et mathématique de notre problème, nous avons pu définir les différentes procédures que pourraient être développées par les élèves lors de notre expérimentation en classe. Elles seront ainsi présentées dans le paragraphe suivant en tenant compte, entre autres, de cette analyse : connaissances en jeu, dimensions organisatrice et opératoire et caractère expérimental.

2.2 Les différentes procédures

Le premier travail de l'approche didactique a été de déterminer les différentes procédures possibles des élèves. Les approches historique, épistémologique et mathématiques nous ont permis d'en établir quatre. Nous distinguerons ces différentes procédures tout d'abord en fonction de leur caractère expérimental puis en termes de dimensions organisatrice et opératoire. Ainsi nous ferons un premier groupe de procédures à caractère expérimental, elles commencent alors par une première étape commune énoncée ci-dessous. Les autres seront dans un second groupe, celui de l'utilisation de l'outil algébrique. L'analyse en termes de dimensions permettra la distinction des procédures au sein de ces deux groupes.

Dans chaque présentation de procédure, nous indiquerons les connaissances en jeu ainsi que des aides possibles à donner aux élèves dont la recherche n'est plus fructueuse. Elles ont pour but d'encourager les élèves à développer une piste de recherche ou à les orienter vers une nouvelle réflexion. Ces indications sont présentées de manière identique à celles destinées aux élèves.

Nous présentons ci-dessous un diagramme de classification de nos procédures. Il a été pensé en privilégiant l'analyse de la caractérisation des premières actions d'une procédure. Ainsi nous avons dégagé deux pôles : un pôle opératoire dont la dimension est l'exploitation de l'outil algébrique et un second pôle à caractère expérimental, à savoir, effectuer des essais pour différentes valeurs de *n*.



A = manipulation de nature algébrique (utiliser une égalité connue)
B = manipulation de nature algébrique (résoudre une équation du second degré)
C = programmation d'un algorithme
D = forme de représentation choisie pour les objets ($n = 4k - 1$)
E = forme de représentation choisie pour les objets (congruences)
F = essais pour différentes valeurs d'inconnues (expérimental)
G = manipulation de nature algébrique

Concernant le pôle expérimental, deux dimensions organisatrices sont susceptibles d'être en jeu : recherche exhaustive de *a* et jeu d'extension réduction. Différentes dimensions opératoires (A, B, C et D, E) peuvent alors être relevées pour chaque dimension organisatrice. Concernant le pôle opératoire une seule dimension organisatrice est identifiée : le raisonnement par récurrence. L'autre procédure de ce pôle est caractérisée par une dimension opératoire principale : transformation de l'écriture de l'équation initiale.

A noter que le caractère expérimental peut intervenir dans le pôle opératoire. C'est d'ailleurs ce qui distinguera les procédures nommées F et G. De même les procédures A, B et C ou E et D du pôle à caractère expérimental se différencient par un caractère opératoire. Il existe donc de nombreuses interactions entre ces deux pôles. Dans ce diagramme, ils nous permettent simplement de classifier les procédures suivant les premières actions possibles.

Nous allons présenter en détail ces différentes procédures. Nous commençons par donner l'étape commune qui caractérise les procédures du pôle expérimental : faire des essais sur *n*.

Première étape

Cette première étape prévisible relève du caractère expérimental du problème. En effet, en référence à Perrin (Perrin, 2007), l'expérimentation débute avec une expérience. Dans ce problème, cela serait d'essayer de décomposer $\frac{4}{n}$ en somme de trois fractions unitaires pour différentes valeurs de *n*. Voici un exemple :

$n = 1$ impossible car $4 < 3$.

$n = 2$ donne $\frac{4}{2} = 2 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$.

$n = 3$ donne $\frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3} = 1 + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$ ou $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ ou $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{12}$.

$n = 4$ donne $\frac{4}{4} = 1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$…

$n = 5$ donne $\frac{4}{5}$ …

Nous avons mis ici plusieurs décompositions possibles de ces fractions. Deux raisons expliquent ce choix : la première est la découverte de la non-unicité de la décomposition d'une fraction en fractions unitaires, la seconde réside dans l'influence de ces décompositions pour la formulation de conjecture.

Nous pensons que cette première étape peut être commune à plusieurs procédures. En effet, si nous trouvons les exemples suivants :

$\frac{4}{2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$\frac{4}{3} = \frac{1}{1} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$

$\frac{4}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$

$\frac{4}{6} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12}$

Alors deux conjectures sont possibles :

<u>Conjecture 1</u> : pour $n < 4$ les fractions se décomposent en $1 + \frac{p}{q}$. Pour $n > 4$, la décomposition ne peut pas être $1 + \frac{p}{q}$ car la fraction est plus petite que 1. On remarque cependant que lorsque

la fraction est plus grande que $\frac{1}{2}$, on peut prendre $\frac{1}{2}$ comme première fraction égyptienne. Pour les autres, qui sont plus petites que $\frac{1}{2}$, on peut utiliser $\frac{1}{3}$ comme première fraction égyptienne…

.<u>Conjecture 2</u> : pour les nombres pairs, on peut prendre $a = \frac{n}{2}$, $b = \frac{n}{2} + 1$ et $c = a \times b$.

Et si nous prenons les exemples suivant, il est difficile d'obtenir la conjecture 1 ci-dessus et nous obtiendrons une conjecture 2 un peu différente :

<u>Conjecture 2bis</u> : pour les nombres pairs, on peut prendre $a = \frac{n}{2}$, $b = n$ et $c = n$.

$\frac{4}{2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$.

$\frac{4}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

$\frac{4}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

$\frac{4}{6} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$

Nous pouvons remarquer que tous ces exemples sont des exemples génériques, ils permettent en effet d'énoncer une propriété de caractère général.

La conjecture 1 mènera sur la première procédure à caractère expérimental détaillée ci-dessous alors que les deux conjectures suivantes donneront lieu à la seconde procédure.

Cette étape permet aussi de se rendre compte que l'équation devient plus difficile lorsque $n > 4$ c'est à dire quand $\frac{4}{n} < 1$. C'est un indice important pour le choix d'un exemple générique.

Les connaissances en jeu dans cette première étapes concernent les fractions, les opérations sur les fractions et les fractions inférieures ou supérieures à 1.

Les aides possibles à donner aux élèves qui n'arrivent pas à démarrer la recherche ou qui ont commencé à explorer cette première étape sont les suivantes :

Pour un groupe qui n'arrive pas à démarrer au bout de 15 min : Faire des essais pour différentes valeurs de n.

Pour un groupe qui n'arrive pas à trouver de solutions particulières pour $n > 4$:

pourquoi la résolution devient plus difficile pour $n > 4$?

$\frac{4}{n}$ pour $n < 4$ peut être décomposée en $1 + \frac{p}{q}$. Pourquoi $\frac{4}{n}$ pour $n > 4$ ne peut pas être décomposée en $1 + \frac{p}{q}$? Peut-on trouver une décomposition semblable ?

Groupe 1 : les procédures du pôle expérimental « faire des essais sur *n* »

Les deux procédures de ce premier groupe se distinguent par leur dimension organisatrice. Celle de la première procédure est une recherche exhaustive afin de trouver la valeur de *a* et la seconde est un jeu d'extension-réduction.

<u>Première procédure</u> : trouver une (ou la) valeur de *a*

Cette première procédure relève d'une remarque issue de la première étape. Si on remarque que les fractions $\frac{4}{n}$ pour $n < 4$ s'écrivent $1 + \frac{p}{q}$ et que les fractions $\frac{4}{n}$ avec $n > 4$ s'écrivent $\frac{1}{2} + \frac{p}{q}$ ou $\frac{1}{3} + \frac{p}{q}$, etc, on peut se demander comment trouver la première fraction de cette décomposition. Pour cela il est possible, à nouveau, de faire une expérience avec des essais pour une valeur de *n* et une valeur de *a*. Voici quelques exemples :

- $n = 7$ et $a = 2$

$\frac{4}{7} - \frac{1}{2} = \frac{1}{14}$ donc $\frac{4}{7} = \frac{1}{2} + \frac{1}{14}$.

- $n = 11$ et $a = 2$

$\frac{4}{11} - \frac{1}{2} = \frac{-3}{22}$ ne répond pas à la question donc essai avec $a = 3$.

$\frac{4}{11} - \frac{1}{3} = \frac{1}{33}$ donc $\frac{4}{11} = \frac{1}{3} + \frac{1}{33}$.

- $n = 17$ et $a = 5$

$\frac{4}{17} - \frac{1}{5} = \frac{3}{85}$ donc $\frac{4}{17} = \frac{1}{5} + \frac{3}{85}$.

Une conjecture peut alors être établie : $a = E\left[\frac{n}{4}\right] + 1$.

Pour la suite de cette procédure, plusieurs méthodes sont possibles. Elles se distinguent selon leur dimension opératoire.

<u>Possibilité A</u> : manipulation de nature algébrique

remarquer que $\frac{1}{n} = \frac{1}{2n} + \frac{1}{2n}$ ou remarquer que $\frac{1}{n} = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n(n+1)}$.

<u>Possibilité B</u> : manipulation de nature algébrique

$\frac{4}{n} - \frac{1}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ équivaut à $\frac{4}{n} - \frac{1}{a} = \frac{b+c}{bc}$ et résolution d'un système du second degré.

Exemple :

$\frac{4}{17} - \frac{1}{5} = \frac{3}{85}$. On obtient donc $\frac{3}{85} = \frac{b+c}{bc}$.

Cela revient à résoudre le système : $\begin{cases} 3k = b + c \\ 85k = bc \end{cases}$ avec $k \in \mathbb{N}^*$

équivalent à $\begin{cases} b = 3k - c \\ 85k = (3k - c)c \end{cases}$

équivalent à $\begin{cases} b = 3k - c \\ c^2 - 3kc + 85k = 0 \end{cases}$

On cherche alors les solutions de cette équation du second degré.

$\Delta = (-3k)^2 - 4 \times 1 \times 85k = 9k^2 - 340k = k(9k - 340)$

Il existe des solutions si et seulement si $\Delta \geq 0$. Mais $k > 0$ donc il existe des solutions si $\Delta > 0$.

Donc $k > \frac{340}{9}$ c'est à dire $k \geq 38$ ($k \in \mathbb{N}^*$).

Puis les solutions sont $\frac{3k \pm \sqrt{\Delta}}{2}$ ce qui impose :

$\Delta = \alpha^2$ avec $\alpha \in \mathbb{N}^*$ et $3k \pm \sqrt{\Delta}$ pair.

A partir de ces conditions, on peut chercher des valeurs de k qui conviennent.

<u>Possibilité C</u> : programmation d'un algorithme

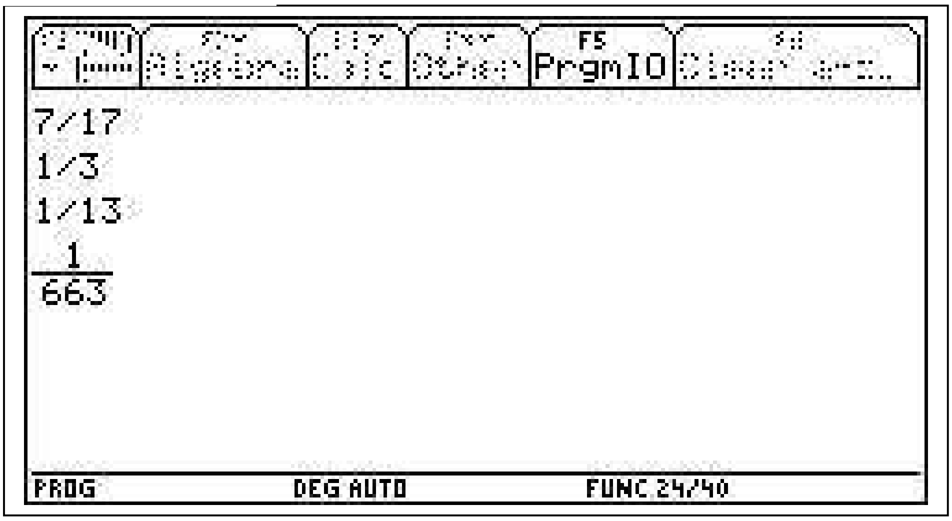
On réitère la méthode en cherchant b puis c. Il est alors possible de mettre en œuvre un algorithme programmant cette méthode.

Nous présentons ici deux algorithmes différents.

<u>Algorithme n°1</u> : programmation de l'algorithme de Fibonacci-Sylvester (voir algorithme TI-89, référence : http://pagesperso-orange.fr/debart/ti92/fracegypt.html)

```
EGYPT(x)
Prgm
Local p,q,f,n
ClrIO
Disp x
numer(x) → p
While p>1
Denom(x) → q
If mod(q,p)=0 Then
q/p → n
Else
entPréc(q/p)+1 → n
EndIf
 Disp 1/n
 x-1/n → x
```

EGYPT(7/17) donne



Numer(x) → p
EndWhile
Disp x
EndPrgm

Une question serait alors : comment l'améliorer pour qu'il ne donne que trois fractions égyptiennes ? Une réponse serait :

Algorithme n°2 : programmation de l'algorithme amélioré qui donne exactement trois fractions égyptiennes. (algorithme de Mizony)

```
> erdos:=proc(n)
local a,b,c;
a:=trunc(n/4)+1;b:=trunc(1/(4/n-1/a))+1;c:=(1/(4/n-1/a-1/b));
if is(c,integer) then return([4/n=[1/a,1/b,1/c]]) else
return([n,`non`]) fi:
end:
```

```
> erdos(11);erdos(13);erdos(15);erdos(17);
```

$$\left[\frac{4}{11}=\left[\frac{1}{3},\frac{1}{34},\frac{1}{1122}\right]\right]$$

$$\left[\frac{4}{13}=\left[\frac{1}{4},\frac{1}{18},\frac{1}{468}\right]\right]$$

$$\left[\frac{4}{15}=\left[\frac{1}{4},\frac{1}{61},\frac{1}{3660}\right]\right]$$

$$[17, non]$$

Les connaissances en jeu sont les suivantes : opérations sur les fractions, fractions inférieures ou supérieures à 1, égalité de deux fractions, résolution d'un système par combinaison ou substitution, résolution d'une équation du second degré, les entiers pairs, les carrés parfaits et la partie entière.

Les aides possibles à donner aux élèves concernant cette procédure sont :

Pour un groupe qui peine à trouver la « bonne » valeur de a : pourquoi quand *a* est trop petit, la décomposition est impossible ? exemple : $\frac{4}{11}-\frac{1}{2}=-\frac{3}{22}$.

Pour un groupe qui a trouvé la valeur de x mais pas les valeurs de b et c : comment décomposer $\frac{1}{n}$ en somme de deux fractions unitaires ? Exemples : décomposer $\frac{1}{10},\frac{1}{7},\frac{1}{23}$.

Pour faire trouver la valeur de a (généralisation) : $\frac{4}{n}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$ entraîne $\frac{4}{n}>\frac{1}{a}$. Pourquoi ? Que peut-on alors dire sur *a* ?

Pour faire évoluer le premier algorithme : comment améliorer l'algorithme afin qu'il ne donne que trois fractions unitaires ?
Pour faire évoluer le second algorithme : le programme fonctionne-t-il pour tous les nombres ? Exemples : $n = 17$ ou $n = 25$. Sous quelles conditions ce résultat est donc valable ?

Grâce à l'étude d'exemples génériques, cette procédure peut amener les élèves à énoncer le résultat partiel de l'algorithme de la fraction inférieure la plus proche de $\frac{4}{n}$ donné ci-dessus. De plus il permet de trouver de nombreuses solutions particulières.

<u>Seconde procédure</u> : multiple de *n*
Cette seconde procédure est basée sur le résultat suivant :

si (a, b, c) est solution de $\frac{4}{n} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$*, alors (ka, kb, kc),* $k \in \mathbb{N}^*$ *est solution de*

$$\frac{4}{kn} = \frac{1}{ka} + \frac{1}{kb} + \frac{1}{kc}.$$

Ce résultat pourrait apparaître spontanément ou par observation d'exemples. En ce qui concerne les élèves de terminale scientifique, nous pensons qu'il sera établi à partir de la première étape, c'est à dire par l'observation de l'expérience. De plus, il ne pourrait apparaître que pour certaines valeurs de *k*, c'est à dire pour certains multiples de *n* et pas dans le cas général.
Une fois ce résultat établi, deux possibilités se distinguent. La dimension opératoire de la première est l'écriture des nombres grâce à la divisibilité et celle de la seconde est l'écriture des nombres grâce aux congruences.
<u>Possibilité D</u> : chercher *n* premier ou *n* impair sous la forme $2k + 1$ ou $4k - 1$ ou $4k - 3$, etc.
<u>Possibilité E</u> : chercher *n* premier ou *n* impair sous la forme d'une congruence, $n \equiv 1 \bmod 4$ ou $n \equiv 3 \bmod 4$.
Les congruences peuvent apparaîtrent :

- soit par observation d'essais sur des *n* différents et impairs.
(ex : $\frac{4}{7} = \frac{1}{2} + \frac{1}{14}$ et $\frac{4}{11} = \frac{1}{3} + \frac{1}{33}$ donnent $\frac{4}{4k-1} = \frac{1}{k} + \frac{1}{k(4k-1)}$)
- soit par introduction de l'objet : si *n* est impair alors $n \equiv 1 \bmod 4$ ou $n \equiv 3 \bmod 4$.

Les connaissances en jeu dans cette procédure sont les suivantes : multiplication de fractions, multiples d'un nombre entier, parité d'un nombre entier, nombre premier, théorème de décomposition d'un entier en produit de facteurs premiers, écriture de l'imparité, congruences.

Les aides possibles à destination des élèves sont :

Pour un groupe qui énonce le résultat $\frac{4}{kn} = \frac{1}{ka} + \frac{1}{kb} + \frac{1}{kc}$ *et ne pense pas à réduire l'ensemble des nombres n aux nombres premiers ou aux nombres impairs :* avec ce résultat, que peut-on en déduire sur les nombres n ?

Pour faire avancer un groupe sur une généralisation (congruences ou non) : quelles relations peut-on faire entre les dénominateurs des fractions suivantes : $\frac{4}{7} = \frac{1}{2} + \frac{1}{14}$ et $\frac{4}{11} = \frac{1}{3} + \frac{1}{33}$?

Pour faire avancer un groupe s'il est sur la piste des congruences : si $n = 4k - 1$ alors $n \equiv a$ mod b. Trouver a et b.

Cette procédure permet, à partir de l'étude d'exemples génériques, de formuler une généralisation plus aisément. Les élèves pourront trouver des résultats partiels (c'est à dire pour certaines congruences). C'est celle qui se rapproche le plus des résultats connus des chercheurs.

Groupe 2 : les procédures du pôle opératoire « utilisation de l'outil algébrique »

La distinction entre les deux procédures de ce groupe se situe au niveau des dimensions organisatrice et opératoire. Dans la première procédure, seules des dimensions opératoires ont été identifiées, à savoir différentes manipulations de nature algébrique alors que la seconde procédure est caractérisée par une dimension organisatrice particulière qui est le raisonnement par récurrence.

Première procédure : transformation de l'écriture de l'équation initiale

La première procédure que nous exposons ici est basée sur une transformation de l'équation initiale puis sur la résolution d'une équation ou d'un système d'équations.

Réduction au même dénominateur : $\frac{4}{n} = \frac{ab + ac + bc}{abc}$ est équivalent à $4k = ab + ac + bc$ et $kn = abc$, $k \in \mathbb{N}^*$

Pour traiter cette nouvelle égalité, deux possibilités sont envisageables :

Possibilité F : la dimension opératoire serait de faire des essais pour des valeurs de k et de n.

- $n = 5$ et $k = 1$ donne $n = abc$. Il faut donc décomposer 5 en produit de 3 facteurs.

$5 = 1 \times 1 \times 5$ donne $a = 1$, $b = 1$ et $c = 5$ *impossible*

- $n = 5$ et $k = 2$ donne $n = abc$. Il faut donc décomposer 10 en produit de 3 facteurs.
$10 = 1 \times 1 \times 10$ ou $1 \times 2 \times 5$ donne $a = 1$, $b = 1$ et $c = 10$ ou $a = 1$, $b = 2$ et $c = 5$ *impossible*
On pourrait alors remarquer que k ne peut pas être un nombre premier (car sinon a ou b ou c sera égal à 1, ce qui est impossible puisque $\frac{4}{n} < 1$). De même, pour $n = 6$, la méthode permet de trouver des conditions sur k : il ne peut pas être un multiple de 3 ni un nombre premier.

Possibilité G : la dimension opératoire serait la manipulation de nature algébrique, c'est à dire faire des essais de résolutions de cette équation en utilisant seulement l'outil algébrique.

Les connaissances en jeu dans cette procédure sont : deux fractions sont égales si et seulement si $\frac{a}{b} = k\frac{c}{d}$ avec $k \in \mathbb{R}$, la décomposition en produit de facteurs premiers ou décomposition en produit de facteurs (combinatoires) et les nombres premiers.

Les aides qui peuvent être apportées aux groupes utilisant l'outil algébrique et particulièrement la réduction au même dénominateur sont les suivantes :
- à quelles conditions deux fractions sont-elles égales ?
- si $\frac{4}{n} = k\frac{ab + ac + bc}{abc}$, k est-il quelconque ?

Avec cette procédure, des solutions particulières peuvent être trouvées. Cependant une propriété générale semble difficile à déterminer du fait de l'absence d'exemples génériques.

Seconde procédure : utilisation d'un raisonnement par récurrence
Cette procédure consiste à essayer de résoudre cette équation par récurrence en trouvant une relation entre $\frac{4}{n}$ et $\frac{4}{n+1}$.

Remarque : des relations de récurrence existent, par exemple, entre $\frac{4}{n}$ et $\frac{4}{n+4}$, c'est à dire pour $n \equiv 3$ [4], et par extension pour toutes les congruences vu dans la démonstration du premier résultat.

Exemple : si $n = 4k - 1$, on a $\frac{4}{4k-1} = \frac{1}{k} + \frac{1}{k(4k-1)}$

Notons (P_k) cette propriété et démontrons-là par récurrence pour $k \geq 1$:

Initialisation :

- $\dfrac{4}{4\times 1-1}=\dfrac{4}{3}$
- $\dfrac{1}{1}+\dfrac{1}{1\times(4\times 1-1)}=1+\dfrac{1}{3}=\dfrac{4}{3}$

Donc (P_0) est vraie.

Hérédité : supposons que (P_j) est vraie pour tout $j \geq 2$ et montrons que (P_{j+1}) est vraie.

(P_{j+1}) s'écrit $\dfrac{4}{4j+3}=\dfrac{1}{j+1}+\dfrac{1}{(j+1)(4j+3)}$

La relation entre $\dfrac{4}{4j-1}$ et $\dfrac{4}{4j+3}$ est la suivante : $\dfrac{4}{4j+3}=\dfrac{4}{4j-1}-\dfrac{16}{(4j+3)(4j-1)}$

Ce qui donne :

$$\begin{aligned}
\frac{4}{4j+3} &= \frac{4}{4j-1}-\frac{16}{(4j+3)(4j-1)}\\
&= \frac{1}{j}+\frac{1}{j(4j-1)}-\frac{16}{(4j+3)(4j-1)}\\
&= \frac{1}{j}+\frac{-12j+3}{j(4j+3)(4j-1)}\\
&= \frac{1}{j}-\frac{3}{j(4j-3)}\\
&= \frac{1}{j+1}+\frac{1}{j(j+1)}-\frac{3}{j(4j-3)}\\
&= \frac{1}{j+1}+\frac{j}{j(j+1)(4j-3)}\\
&= \frac{1}{j+1}+\frac{1}{(j+1)(4j-3)}
\end{aligned}$$

L'hérédité est donc établie.

L'égalité a donc été prouvée par récurrence.

Nous avons prévu une aide pour ceux qui tenteront une résolution par un raisonnement par récurrence et qui auront supposé une relation de récurrence fausse :

- essayer la relation de récurrence supposée sur les premières fractions.

Une autre aide est possible si on ne veut pas les diriger vers une autre méthode :

- existe-t-il une relation entre $\dfrac{4}{n}$ et $\dfrac{4}{n+2}$ ou $\dfrac{4}{n}$ et $\dfrac{4}{n+3}$… ?

Cette procédure repose sur une preuve par généralisation. Elle peut émerger spontanément ou provenir d'un travail sur des exemples (pas nécessairement génériques).

2.3 L'utilisation de la calculatrice

Lors de l'analyse mathématique du problème, nous avons présenté une synthèse des résultats actuellement connus et nous avons vu que la vérification de cette conjecture pour tous les nombres inférieurs à 10^{14} a été établie par un algorithme. Ainsi nous avons mis en avant l'utilisation cruciale des ordinateurs par les chercheurs, en particulier dans la recherche de Mizony (Mizony, 2009). La question des outils mis à disposition aux élèves lors de notre situation en classe s'est donc naturellement posée.

Dans un premier temps, nous pensions autoriser ordinateurs et tout type de calculatrice. Malheureusement, pour des questions techniques, nous ne pouvions pas mettre à disposition des ordinateurs aux élèves. Nous avons donc autorisé seulement les calculatrices, de tout type. Les élèves, dont nous analyserons la recherche, disposaient de calculatrices TI-89. Ces calculatrices sont graphiques, programmables, permettent le calcul fractionnaire et disposent d'un logiciel de calcul formel. Pour cette raison, nous nous pencherons sur ce type de calculatrice.

Nous allons étudier ce qu'apportent ces calculatrices dans la résolution de ce problème. Nous dégageons trois apports majeurs, à savoir, le calcul fractionnaire, le calcul formel et la programmation. Nous allons analyser l'apport de chaque fonction de cette calculatrice.

2.3.1 Utilisation du calcul fractionnaire

Les calculatrices TI-89 permettent de faire du calcul fractionnaire. Ainsi si on tape $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$ cette calculatrice affichera $\frac{7}{12}$. Alors qu'une calculatrice ne disposant pas du calcul fractionnaire affichera : 0.583333333. Le nombre de décimales variant selon le modèle et la puissance de la calculatrice.

Face à la résolution de notre problème, cette fonction de la TI-89 s'avère très utile. En effet il sera alors plus facile de savoir si une fraction est décomposée en fractions unitaires ou non. Donnons un exemple pour illustrer cela : comment vérifier, à l'aide d'une calculatrice, que $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{12}=\frac{2}{3}$?

A l'aide d'une TI-89, il suffit de taper la somme des trois fractions unitaires et elle donnera directement $\frac{2}{3}$. La vérification de ces calculs est donc aisée.

A l'aide d'une calculatrice sans calcul fractionnaire, il faudrait taper $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12}$, ce qui donnera 0,6666667 puis $\frac{2}{3}$ ce qui donnera également 0.6666667. La vérification est possible mais on ne peut pas en être certain de l'égalité. En effet, on travaille ici avec des valeurs approchées. De même, si on calcule la différence, à savoir, $\frac{2}{3} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12}\right)$, on n'obtient pas 0 mais un résultat de l'ordre de 10^{-13} (avec une TI-80 par exemple).
La TI-89 devient alors plus pratique pour la recherche d'exemples. En effet, si on cherche quelle quantité il faut ajouter à $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ pour obtenir $\frac{2}{3}$, en effectuant $\frac{2}{3} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)$, on obtiendra directement $\frac{1}{12}$. Avec une calculatrice sans calcul fractionnaire, en effectuant ce même calcul, on obtient 0,08333333. Comment savoir alors que cette écriture est celle du rationnel $\frac{1}{12}$?
Nous pouvons donc remarquer que la calculatrice avec calcul fractionnaire est un outil important, surtout pour la première étape caractérisant les procédures du pôle expérimental « faire des essais sur n ». Cette remarque rejoint celle de Perrin (Perrin, 2007) : « *Cet aspect expérimental est lié à la technologie dont on dispose* ». Ainsi ce type de calculatrice permettra de faciliter les étapes de l'expérience et de la formulation de conjectures si une méthode expérimentale est mise en place par les élèves. Si cette dernière est la piste de recherche privilégiée, l'utilisation de ces calculatrices peut avoir un impact sur l'utilisation des dimensions organisatrices et opératoires. En effet, la procédure dont la dimension organisatrice est la recherche exhaustive de x en sera facilitée. L'exemple ci-dessus en témoigne : une fois les valeur de x et de y déterminées, la valeur de z en découle aisément. Concernant les dimensions opératoires, nous pouvons remarquer que l'utilisation d'une calculatrice du type TI-89 facilite les calculs. En effet, l'obtention des exemples est peu coûteuse en termes d'actions mathématiques.

2.3.2 Utilisation du calcul formel

Les calculatrices TI-89 disposent d'un logiciel de calcul formel. Elles peuvent donc résoudre des équations, factoriser ou développer des expressions, dériver, intégrer des fonctions, etc…Toutes ces commandes ne sont pas utiles à la résolution de notre problème. Cependant certaines peuvent être utilisées.

Ainsi avec la commande « factor » l'expression de départ $\frac{4}{n} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ peut être mise sur le même dénominateur. Avec la commande « résol », n peut être isolé : $n = \frac{4abc}{a(b + c) + bc}$. Dans les procédures du pôle opératoire, cela favoriserait et aiderait donc celle dont la dimension opératoire est la transformation de l'écriture de l'équation initiale (procédures E et F). Dans les procédures du pôle expérimental « faire des essais sur *n* », cela aiderait celle dont les dimensions opératoires sont différentes manipulations algébriques. Cependant, la calculatrice ne semble pas indispensable : ces calculs algébriques peuvent facilement être menés à l'aide d'un papier-crayon par les élèves de terminale scientifique.

2.3.3 Utilisation de la programmation

Les calculatrices TI-89 sont programmables. Ainsi il est possible de créer un algorithme de décomposition de fraction en fractions unitaires. Nous en avons donné un exemple, dans la procédure C, réalisé sur TI-89. Si certains élèves savent programmer, la calculatrice est donc un outil très important qui privilégierait une procédure à caractère expérimental, à dimension organisatrice, recherche exhaustive de *x* et dimension opératoire algorithmique.

Nous pouvons donc conclure que l'apport des calculatrices de type TI-89 est important dans la résolution de ce problème. Les fonctions calcul fractionnaire et programmation sont celles qui ont le plus d'influence sur la recherche et notamment sur le caractère expérimental dans les étapes de l'expérience et de formulation de conjectures. Une interaction avec les dimensions organisatrice et opératoire peut aussi être observée. En effet, l'utilisation de la calculatrice peut favoriser une dimension organisatrice et faciliter une dimension opératoire.

Regardons à présent les limites de l'utilisation de ces calculatrices face à la résolution de notre problème. Nous allons en développer principalement trois. Tout d'abord, nous avons pu voir que l'utilisation du calcul formel de la calculatrice est assez limitée. En effet, elle permet plutôt d'éviter ou de vérifier les calculs menés avec un papier et un crayon. Cette commande ne semble pas aussi déterminante que le calcul fractionnaire. En ce qui concerne la fonction de programmation, une limite serait la puissance de la machine. Face à un ordinateur, ces calculatrices sont nettement moins performantes. Le même algorithme programmé sur un ordinateur fonctionnerait plus vite et pour plus de valeurs élevées de *n*. Enfin, les calculatrices, très utiles dans les phases d'expérience et de formulation de conjectures semblent moins indispensables lors des étapes de tentatives de preuves. En effet, mise à part dans la procédure de programmation, elles ne donnent pas de pistes pour la démonstration.
En conclusion, la calculatrice est donc un élément fondamental du milieu matériel de cette situation. En effet, nous pouvons remarquer que, sans calculatrice, les calculs fractionnaires étant nombreux, le problème ne pourrait pas nécessairement vivre longtemps dans une classe

de terminale scientifique. Elle permet ainsi la dévolution du problème dans la mesure où elle permet aux élèves d'être dans l'action assez facilement. Les calculatrices du type TI-89 permettent d'améliorer la dévolution du problème.

2.4 Description d'un milieu permettant la dévolution du problème

Nous rappelons que nous nous intéressons à « *une échelle globale de la notion de milieu* » (Perrin, 1999). Dans ce paragraphe nous allons ainsi décrire un milieu qui permettrait la dévolution de notre problème de recherche. Pour cela, nous avons relevé trois critères que nous détaillerons : quelles sont les connaissances mathématiques nécessaires ? Quel rapport à la recherche mathématique faut-il avoir ? Faut-il introduire un outil particulier ?

D'après Perrin (Perrin,1999), « *la dévolution ne peut se faire convenablement du fait de l'absence dans les connaissances disponibles de l'élève d'éléments supposés dans le milieu*. » C'est pourquoi nous avons déterminé, sans prétendre à une exhaustivité, les différentes connaissances *a priori* nécessaires à une dévolution du problème.

Tout d'abord nous relèverons différentes notions mathématiques telles que les fractions, le calcul fractionnaire, les nombres entiers, les nombres premiers, les multiples et les diviseurs. Nous pouvons remarquer que ces connaissances ne sont pas nombreuses. Puis il nous semble nécessaire de connaître quelques notions relatives à l'activité de recherche. Savoir, par exemple, la définition d'une conjecture, d'un contre-exemple. Concernant la preuve, savoir que des exemples ne permettent pas de démontrer des propositions à quantifications universelles mais qu'ils permettent de démontrer des propositions à quantifications existentielles, qu'un contre-exemple permet d'invalider une proposition universelle… Cela nécessite ainsi d'avoir certaines notions sur les raisonnements possibles, en jeu dans une preuve.

En ce qui concerne le second critère, un rapport spécifique à la recherche mathématique semble nécessaire. En effet, savoir qu'un problème de mathématiques peut se chercher sur plusieurs heures, qu'au bout de ce temps de travail seuls des résultats partiels peuvent être trouvés ou que d'autres resteront à l'état de conjecture, paraissent, par exemple, de bons critères pour favoriser une dévolution.

Enfin, un outil nous semble nécessaire à introduire dans le milieu matériel même s'il n'est pas indispensable : la calculatrice. Les analyses précédentes ont en effet mis en évidence son importance, notamment dans les pôles opératoires. Les calculatrices apparaissent ainsi comme un outil nécessaire pour permettre la dévolution du problème.

En conclusion, le milieu qui permettrait une dévolution de notre problème serait principalement composé de trois éléments : les connaissances mathématiques nécessaires pour conduire une recherche sur cette conjecture, une représentation de l'activité de recherche mathématique particulière et un outil matériel, la calculatrice.

Conclusion

L'approche épistémologique a mis en évidence les potentialités de notre problème afin de répondre à nos questions didactiques concernant le processus de recherche d'élèves confrontés à la résolution d'un problème ouvert en arithmétique. Tout d'abord notre brève enquête historique a révélé que la conjecture a *a priori* émergé d'une pratique de la recherche mathématique particulière. C'est en se posant et en résolvant des problèmes divers et parfois disparates qu'Erdös et Straus ont conjecturé ce problème de fraction égyptienne. Ce dernier semblait ainsi adéquat pour l'activité de recherche de problème. L'analyse mathématique a ensuite permis de recenser les différents résultats établis actuellement sur cette conjecture. Nous avons alors mis en évidence la pertinence de l'analyse en termes de dimensions organisatrice et opératoire ainsi que la prise en compte du caractère expérimental du problème.

L'approche didactique présente alors ces potentialités pour une classe de terminale scientifique. Nous avons tout d'abord identifiés, à partir de notre analyse épistémologique, les résultats abordables pour les élèves conformément aux programmes de mathématiques de la classe. Nous avons ensuite exposé différentes procédures classifiées selon les premières actions *a priori* des élèves. Nous supposons qu'elles seront soit de nature expérimentale (faire des essais pour certaines valeurs de n), soit de nature opératoire (transformation de l'équation). Les connaissances en jeu pour chaque procédure ont également été identifiées. Nous avons ainsi mis à jour un outil méthodologique qui a pour essence la complémentarité entre une analyse en termes de dimensions organisatrice et opératoire et la prise en compte du caractère expérimental du problème. Puis, en étudiant l'impact de la calculatrice sur la recherche des élèves, nous pensons qu'elle est, certes pas indispensable, mais nécessaire, notamment pour la dévolution du problème. Enfin nous avons fait l'hypothèse qu'un milieu composé des connaissances mathématiques nécessaires pour conduire une recherche sur cette conjecture, d'une représentation de l'activité de recherche mathématique particulière et d'une calculatrice, permettrait une dévolution de ce problème.

L'analyse *a priori* du problème soulève alors de nombreuses questions auxquelles l'analyse *a posteriori* de notre expérimentation en classe de terminale scientifique tentera de répondre :

est-ce que les résultats identifiés comme accessibles pour les élèves seront trouvés ? Quelles procédures seront mises en place par les élèves, plutôt celles à caractère expérimental ou plutôt celles du pôle opératoire ? Les connaissances associées aux différentes procédures seront-elles mobilisées par les élèves dans leurs recherches ? Leur emploi sera-t-il problématique ? Les ressorts de la calculatrice de type TI-89 seront-ils tous exploités par les élèves ? Quelle utilisation en feront-ils ? Le milieu décrit comme permettant la dévolution sera-t-il en place et efficace ? Enfin, quels éléments comparatifs pourra-t-on observer entre les deux publics en jeu ?

Partie 3 : Analyse *a posteriori* de l'expérimentation en classe de terminale scientifique

Cette partie est découpée en trois paragraphes. Le premier présente les conditions de l'expérimentation, le second analyse les production finales de deux groupes en termes de résultats obtenus et enfin le troisième paragraphe étudie la recherche de ces deux groupes.

1 Les conditions de l'expérimentation en classe de terminale scientifique

Dans un premier temps nous allons reprendre les différents critères, dégagés dans l'analyse *a priori*, favorisant une dévolution du problème. Nous présenterons alors la classe de terminale scientifique où s'est déroulée notre expérimentation. Dans un second temps, nous présenterons les deux groupes sur lesquels porteront nos analyses.

Tout d'abord, à la lecture du programme de mathématiques de terminale scientifique, les connaissances mathématiques (les fractions, le calcul fractionnaire, les nombres entiers, les nombres premiers, les multiples et les diviseurs) sont des notions qui ont été déjà étudiées par les élèves.

La classe de terminale scientifique où s'est déroulée notre expérimentation a une culture mathématique spécifique. Tout d'abord les élèves ont l'habitude d'aborder l'activité mathématique par des recherches de problème. En effet, dans chaque devoir à la maison (environ 12 sur l'année scolaire) un exercice ouvert[20] ou à prise d'initiative leur est posé. De même dans chaque devoir surveillé (environ 6 sur l'année scolaire) un exercice de ce type leur est proposé[21]. De plus de nombreuses situations de recherches de problème, soit sous forme de débat scientifique ou soit forme de travaux en groupe, sont proposés aux élèves. Ces derniers sont également sensibilisés au vocabulaire relatif à une recherche : conjecture, preuve, contre-exemple…Enfin, pour les élèves suivant la spécialité mathématique, il est essentiel de savoir que le premier chapitre de la partie arithmétique portait sur les « différents types de raisonnement » en arithmétique[22]. Ainsi les connaissances mathématiques nécessaires relevées lors de l'analyse *a priori* semblent *a priori* dans le milieu des élèves. De même, le contrat « de recherche » établi au sein de la classe et à long terme laisse penser qu'ils ont acquis une représentation de l'activité de recherche mathématiques favorisant une dévolution de notre problème. De plus, comme nous l'avons souligné dans la partie 1, II.3

[20] Nous entendons exercice ouvert dans le sens de problème ouvert de Lyon 1 (Arsac et Mante, 2007).
[21] Exemples de ces exercices dans l'annexe 3.
[22] Ce chapitre est présenté dans l'annexe 4.

Utilisation de la calculatrice, les groupes dont nous analyserons la recherche, disposent de calculatrice du type TI-89 qui favorise davantage la dévolution.
Notre expérimentation s'est donc déroulée dans une classe de terminale scientifique dont le milieu est assez proche de celui que nous avions prévu pour favoriser une dévolution de notre problème.

La classe compte 36 élèves que nous avons répartis en groupe de la manière suivante : trois groupes d'élèves dont la spécialité est les mathématiques (2 groupes de 3 élèves et un groupe de 4 élèves) dont un muni de calculatrices programmables. Deux groupes ont été enregistré mais nous n'en exploiterons qu'un seul (groupe 1) en raison de la mauvaise qualité du second enregistrement. Il y avait également sept groupes d'élèves dont la spécialité ne sont pas les mathématiques (5 groupes de 4 élèves et 2 groupes de 3 élèves) dont un muni de calculatrices programmables. Trois groupes ont été enregistrés mais un seul enregistrement sera exploité dans la suite.
Nous avons constitué ces groupes en fonction du niveau des élèves, à l'aide de l'enseignant de mathématiques de la classe.

Les enregistrements utilisés concernent un groupe de spécialité mathématique avec calculatrices programmables et un groupe de non spécialité mathématique avec calculatrices programmables.
L'analyse portera sur deux groupes (1 et 2) que nous présentons ci-dessous. Le corpus en jeu pour chacun des groupes est le suivant : la production finale remise au bout des deux heures de recherche, les transcriptions des discussions des élèves pendant tout le travail collectif et certains brouillons d'élèves (uniquement le groupe 1).

Groupe 1
Ce groupe est composé de quatre élèves suivant la spécialité mathématique. Ils sont de très bons élèves, dans la tête de classe, suivant deux heures de mathématiques en plus par semaine pour préparer leur entrée en classes préparatoires ou écoles d'ingénieurs. Certains ont passé le concours général en mathématiques. Au départ seulement trois élèves sont présents, un quatrième arrive au cours de la séance.

Groupe 2

Ce groupe est composé de trois élèves ne suivant pas la spécialité mathématique. Ils sont de très bons élèves, dans la tête de classe, suivant deux heures de mathématiques en plus par semaine pour préparer leur entrée en classes préparatoires ou écoles d'ingénieurs. Certains ont passé le concours général en mathématiques.

D'un point de vue méthodologique, après avoir analysé les productions finales des élèves, nous étudierons les différentes procédures utilisées dans leur recherche. Puis nous analyserons en détail la production d'un résultat trouvé par les deux groupes. Nous effectuerons ensuite une analyse complémentaire de certaines connaissances en jeu. Enfin nous étudierons l'utilisation des calculatrices.

2 Les productions finales des élèves

Nous présentons ici les productions finales des groupes 1 et 2 qu'ils nous ont remises au bout des deux heures du temps de recherche collective[23]. Les consignes étaient que ces documents devaient rendre compte de l'état présent de leur recherche, notamment en précisant les résultats démontrés, ceux restés à l'état de conjecture, les pistes qui n'ont pas abouties, celles qui ont permis de progresser et celles qui resteraient à explorer. Tout d'abord nous décrirons succinctement les contenus de ces productions de groupe puis nous les commenterons en termes de résultats.

Groupe 1

La production finale de ce groupe présente 2 résultats :

- un résultat pour n pair
- un résultat pour n multiple de 3

ainsi que quelques informations sur les démarches entreprises lors de leur recherche collective.

Ils écrivent qu'ils ont déjà trouvé des solutions à l'équation pour certaines valeurs de n (0, 1, 2, 3, 4, 8) mais ils ne les explicitent pas. Ils expliquent ensuite qu'ils ont essayé de changer la forme de l'égalité initiale afin d'obtenir une nouvelle égalité qui « *pourrait les aider* ». Mais ils mentionnent que cette piste ne leur a apporté aucun résultat. Puis ils présentent un raisonnement par récurrence qui a échoué car « *dans l'hérédité, on a fait plusieurs cas*

[23] Les productions finales se trouvent en annexes 5 et 6.

d'hypothèse ». Ils écrivent ensuite qu'ils ont à nouveau tenté de trouver quelques cas où l'équation a des solutions, ce qui les avait conduit à la formulation de la conjecture pour les nombres pairs.

Le résultat qu'ils énoncent est le suivant : *l'équation a des solutions pour n pair*. Ils le démontrent grâce à l'égalité suivante : $\frac{4}{n} = \frac{2}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n}$ où $n \equiv 0$ [2]. Pour cela ils ne semblent pas avoir utilisé que n pair se traduit par $n \equiv 0$ [2] mais plutôt par l'existence d'un entier n' tel que $n = 2n'$. Cette traduction n'est pas écrite comme telle mais ils écrivent l'égalité suivante :

$\frac{2}{n} = \frac{2}{2n'} = \frac{1}{n'}$. Enfin ils concluent que $\frac{4}{n} = \frac{1}{\frac{n}{2}} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n}$ pour n pair.

L'autre résultat présenté sur leur production finale concerne les nombres n multiples de 3 : *l'équation a des solutions pour n multiples de 3*. La démonstration est basée sur une autre égalité : $\frac{4}{n} = \frac{8}{2n} = \frac{3}{2n} + \frac{3}{2n} + \frac{1}{n}$. Ils présentent cette égalité et directement ils en déduisent que « *pour n divisible par 3 ça marche car* $\frac{4}{n} = \frac{1}{2\alpha'} + \frac{1}{2\alpha'} + \frac{1}{n}$ ». Nous n'avons aucune indication sur la provenance et la nature de α'. Nous pouvons supposer qu'ils ont traduit n divisible par 3 par il existe un entier α' tel que $n = \frac{\alpha'}{3}$.

Nous pouvons remarquer que leurs démonstrations ne sont pas très rigoureuses, les idées-clés sont présentées mais aucun élément de rédaction ne permet d'en comprendre le cheminement. L'étude des transcriptions de leur recherche devient alors nécessaire pour déterminer le cheminement de leur recherche.

<u>Groupe 2</u>

La production finale de ce groupe présente 3 résultats :

- un résultat pour n pair
- un résultat pour n multiple de 3
- un résultat pour n multiple de 5

mais peu d'éléments sur les différents pistes étudiées au cours de leur recherche collective.

Le document nous apprend qu'« *après étude des nombres n pairs, ils ont dégagé une conjecture* : $a = \frac{n}{2}$, $b = a + 1 = \frac{n}{2} + 1$ et $c = a \times b = \frac{n}{2} \times (\frac{n}{2} + 1)$ ». Ils donnent ensuite des exemples de décompositions pour n = 2, 4, 6, 8. Puis vient la démonstration de leur conjecture où ils prouvent que chaque nombre a, b et c est un entier car n est un entier pair. Le caractère pair de n est n'est pas formalisé. Ils écrivent simplement n est un multiple de 2 différent de 0 donc $a = \frac{n}{2} \in \mathbb{N}^*$. Ils concluent leur démonstration par « *pour tout entier n multiple de 2,* $\frac{4}{n} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$*, il y a trois entiers naturels a, b et c*».

Concernant le résultat pour n multiple de 3, la présentation est la même, à savoir : conjecture des valeurs de a, b et c, exemples pour certaines valeurs de n multiples de 3 et démonstration. Nous pouvons ainsi émettre l'hypothèse qu'ils ont formulé cette conjecture en adaptant celle trouvée pour n pair. Leur conjecture donne $a = \frac{n}{3}$, $b = n + 3$ et $c = a \times b$. Les exemples mentionnés sont pour $n = 3$, 6 et 9. La démonstration est également présentée sous la même forme que la précédente : n divisible par 3, or $a = \frac{n}{3}$ donc $a \in \mathbb{N}^*$. De même ils prouvent que b et c sont des entiers naturels. La même phrase de conclusion termine leur preuve.

Le résultat pour n multiple de 5 suit encore le même cheminement. Ils conjecturent que $a = \frac{2n}{5}$ $b = 2n$ et $c = n$, puis donnent des exemples pour $n = 5$, 10 et enfin écrivent la démonstration (n divisible par 5, or $a = \frac{2n}{5}$ donc $a \in \mathbb{N}^*$ et la phrase de conclusion).

Nous pouvons remarquer que leurs démonstrations sont très bien présentées, rigoureuses avec un cheminement très clair. Ce document retrace les résultats aboutis du groupe mais pas leur processus de recherche (par exemple, comment leurs conjectures ont émergé ? Les exemples ont-ils été utilisés uniquement pour tester la conjecture ?), ni les pistes de réflexion qui n'ont pas abouties. L'étude des transcriptions de leur recherche collective permettra certainement de combler cette lacune.

A la lecture des productions finales, nous pouvons émettre des hypothèse quant au processus de recherche des deux groupes. Si le groupe 1 a retracé brièvement leur itinéraire de recherche, le groupe 2 n'en a présenté que peu d'éléments. En revanche ce groupe a mentionné les résultats qui ont abouti avec une démonstration bien construite, ce qui n'est pas le cas dans la production du groupe 1. En effet, leurs preuves sont très succinctes et peu claires. Nous pourrions alors supposer que la recherche effective du groupe 2 a été linéaire et maîtrisée à l'image de leur démonstration très organisée et claire alors que la recherche du groupe 1 aurait été plus instable et irrégulière. Cependant, des travaux (Battie, 2007) ont montré qu'une production écrite qui est très bien construite et très policée peut dissimuler une recherche effective relativement erratique . Nous pouvons supposer de même qu'une production finale écrite peu construite dissimule une recherche effective relativement organisée avec des argumentations rigoureuses. Ainsi, les transcriptions semblent nécessaires afin de pouvoir analyser le processus de recherche des élèves. Les recherches de Battie (2007) montrent effectivement « *les limites d'une analyse qui ne prendrait en compte que les productions écrites des élèves*».

Dans la partie suivante, nous allons ainsi analyser les recherches des élèves à partir des transcriptions des échanges du groupe lors du travail collectif.

3 Analyse de recherches d'élèves

Notre analyse des recherches des élèves grâce aux transcriptions des échanges[24] ayant eu lieu au sein du groupe lors de la phase de travail collective suit trois axes. Notre premier axe de réflexion présentera les itinéraires et les procédures mises en œuvre dans chaque groupe ainsi que les premiers éléments d'analyse quant au processus de recherche des élèves. Le second axe d'étude confirmera ces premiers éléments d'analyse en détaillant précisément un résultat trouvé par les deux groupes. Enfin le troisième axe exposera une analyse complémentaire de certaines connaissances utilisées par les élèves des deux groupes.

3.1 Itinéraire des groupes et premiers éléments d'analyse

Dans un premier temps nous allons décrire l'itinéraire suivi par les groupes lors de leur recherche collective. Nous identifierons également les différentes procédures que les élèves ont utilisées. Nous présenterons, dans un second temps, les premiers éléments d'analyse concernant le processus de recherche des élèves.

3.1.1 Itinéraires et procédures des deux groupes

Les recherches des deux groupes (1 et 2), via les transcriptions, ont été découpées respectivement en 46 et 52 épisodes. Les critères qui ont permis cette trame sont les suivants : apparition d'une nouvelle piste de recherche, apparition d'une nouvelle idée au sein d'une réflexion ou intervention des enseignants. Nous exposons, dans cette partie, l'itinéraire suivi par chaque groupe. Le découpage des transcriptions en épisodes se trouve en annexe[25].

[24] Les transcriptions complètes se trouvent en annexes 10 et 11.
[25] Voir les annexes 7 et 8.

3.1.1.1 Itinéraire et procédures du groupe 1

Nous avons scindé la recherche de ce groupe en deux parties. La première phase de leur travail (durée : 1h30) est guidée par la dimension organisatrice. Elle est effectivement motivée par l'utilisation de raisonnements institutionnalisés dans le cours d'arithmétique afin de prouver si la conjecture est vraie ou fausse. Leur réflexion est alors souvent déconnectée de l'expérimentation en jeu dans la recherche. C'est précisément ce recours à l'articulation entre dimension organisatrice et expérimentation qui marquera la seconde phase de leur travail collectif qui durera environ ¾ d'heure.

Itinéraire de la première phase de recherche :

La première phase de recherche dure environ une heure et demie. Elle comprend les épisodes 1 à 38. Trois axes de recherches sont répertoriés :

- le problème posé par $n = 1$ et $n = 0$ (épisodes 1, 3, 7, 12 et 20).
- volonté de se situer dans une dimension organisatrice particulière (épisodes 2 à 6, 9 à 11, 15 à 24, 26 à 31 et 36 à 38).
- Essai de trouver des solutions pour certaines valeurs de n (épisodes 8, 13, 14, 25, 28)

Le groupe débute son travail collectif par un problème soulevé par un élève : « *si on prend n = 1, il n'y a pas de solutions* ». Il explique alors aux autres son argument : « *donc ça fait 4 = 3 donc déjà avec n = 1 c'est pas possible* ». Un autre élève pense que $n = 0$ pose également un problème. Les élèves concluent que ce n'est pas possible pour tout entier naturel n. Le problème posé par $n = 0$ et $n = 1$ reviendra 4 fois dans les discussions des élèves. En effet, ils pensent avoir répondu à la question mais ne semblent pas convaincus complètement. Il ne sera résolu qu'avec l'intervention de l'enseignant à l'épisode 20.

Dans les épisodes 2 à 6 les élèves essaient d'abord de transformer l'écriture de l'équation initiale en utilisant l'inverse puis en évoquant les équations diophantiennes. Ils pensent ensuite à effectuer un raisonnement par récurrence afin de démontrer que la conjecture est vraie pour tout entier n. La piste de l'inverse est rejetée car l'élève qui l'a entreprise a commis une erreur en prenant l'inverse d'une somme, celle des équations diophantiennes n'a pas de suite et celle du raisonnement par récurrence n'est pas retenue car les élèves ne voient pas comment établir l'hérédité de la propriété.

Dans l'épisode 8, une nouvelle piste est proposée par un élève : essayer de trouver des solutions pour $n = 2$. Cette dernière est vite rejetée car le groupe ne voit pas de généralisation possible à partir de cet exemple.

Dans les épisodes 9 à 11, les élèves essaient toujours de transformer l'écriture de l'équation initiale. Ils l'écrivent alors sous la forme $4abc = n\ (ab + ac + bc)$. Ils pensent au théorème de Gauss (qu'ils confondent avec le théorème de Bézout) et établissent une conjecture : soit 4 divise *n*, soit 4 divise $ab + ac + bc$. Dans ce dernier cas, ils étudient la parité de *a*, *b* et *c* afin que 4 divise $ab + ac + bc$. Afin de prouver cette conjecture, ils pensent aux congruences. Cette piste finit par être abandonnée en raison du nombre élevé de cas à étudier.

Les élèves se dirigent alors vers une autre piste (épisode 13 et 14) : trouver des solutions pour des valeurs de *n* particulières. Ils trouvent des solutions à l'équation pour $n = 2, 3, 4$ mais pas pour $n = 5$. Ils ont remarqué qu'à partir de $n = 5$, la fraction $\frac{4}{n}$ devenait inférieure à 1 et pensent que cela peut compliquer la recherche de solutions. Cette recherche est interrompue par l'arrivée du quatrième élève.

Après avoir expliqué à cet élève les pistes que le groupe a suivi jusqu'à présent, les élèves reprennent la piste abandonnée établie à l'aide du théorème de Bézout (qui est fait le théorème de Gauss). Ils abandonnent définitivement cette conjecture lorsqu'un élève pense avoir trouvé un résultat basé sur l'inverse (épisode 19). Ce dernier sera laissé de côté car le raisonnement a été conduit à partir d'une égalité fausse. Dans les épisodes suivants (21 à 24) les élèves évoquent un raisonnement par disjonction de cas et un raisonnement par récurrence. Le premier sera abandonné rapidement par défaut de cas à étudier. Le second raisonnement ne sera pas suivi car la majorité du groupe (3 élèves sur 4) sont sceptiques, ils ne voient pas comment établir l'hérédité. Cependant un raisonnement par récurrence sera effectué par un élève. Il produira de nombreuses discussions au sein du groupe (épisodes 26 à 31) d'une part pour comprendre les raisons d'entreprendre un tel raisonnement et d'autre part pour conduire le raisonnement. Parallèlement, un élève continue de chercher des solutions pour certaines valeurs de *n*. Lors de l'épisode 28 il est d'ailleurs question de démontrer une conjecture établie à partir de ses exemples : l'équation admet des solutions pour *n* multiples de 4. Les élèves évoquent alors trois dimensions organisatrices afin d'établir une preuve de ce résultat : par récurrence, par disjonction de cas et par l'absurde.

Le raisonnement par récurrence précédent abandonné (en raison de l'hypothèse de récurrence qui n'est pas vérifiée), les élèves se tournent vers la piste de l'épisode 28.

Cet épisode marque donc le début de l'articulation entre leur volonté de suivre une dimension organisatrice particulière et une recherche expérimentale fondée sur des essais de valeurs particulières de *n*.

Itinéraire de la seconde phase de recherche

La seconde phase de recherche annoncée par l'épisode 28 dure environ ¾ et comprend les épisodes 39 à 47. Trois axes de recherches sont répertoriés :

- conjecture pour les nombres pairs (épisodes 39 et 41).
- conjecture pour les nombres multiples de 3 (épisodes 42 à 44).
- essai afin de trouver une conjecture pour les nombres multiples de 5 (épisodes 45 et 46).

Dans l'épisode 39, un élève trouve un solution à l'équation pour n = 6. Cela ouvre une piste de recherche : les élèves conjecturent alors que l'équation a des solutions pour les multiples de 4 et de 6 puis pour les nombres pairs. Ils démontreront ensuite ce résultat dans l'épisode 41 grâce à une égalité et à la prise en compte de la nature des nombres en jeu.

Dans les épisodes 42 et 43 les élèves vont essayer de trouver une conjecture pour les nombres impairs. Le groupe essaie d'abord de dupliquer la recherche conduite pour la formulation de leur conjecture pour les nombres pairs. Puis, comme ils pensent que l'équation n'a peut-être pas de solution pour les nombres impairs, ils évoquent une autre dimension organisatrice : par l'absurde. A l'épisode 44, les élèves trouvent finalement une conjecture pour les nombres divisibles par 3 seulement (grâce à un parallèle avec celle des nombres pairs). Ils prennent alors conscience du rôle des nombres premiers.

A l'épisode 45, le professeur intervient pour donner les consignes de la fin de la séance et les élèves reviennent sur les nombres premiers et ne sont pas d'accord sur la démarche à prendre : « *on ne va pas faire tous les nombres !* ». Dans l'épisode suivant, le groupe discute autour d'une conjecture pour les multiples de 5 sans la déterminer.

Procédures utilisées par les élèves

La première procédure (épisode 1) rencontrée dans la recherche des élèves correspond à la première étape décrite dans notre analyse *a priori*, à savoir, faire des essais sur les premières valeurs de n. Les élèves de ce groupe ont ainsi repéré que l'équation n'admet pas de solution pour $n = 0$ et $n = 1$: « *si on prend n = 1, il n'y a pas de solutions* ». L'argument donné pour justifier cette hypothèse est celui que nous avons présenté (impossible car sinon 4 < 3). Un autre aspect de cette première expérience peut être relevé dans la recherche de ce groupe : le fait que la décomposition de $\frac{4}{n}$ en fractions unitaires devienne plus difficile lorsque n > 5 (épisode 14) : « *parce que là on passe en dessous de 1, et oui, là ça change tout là* ».

La seconde procédure que l'on peut repérer est celle basée sur l'utilisation de l'outil algébrique afin de transformer l'écriture de l'équation initiale (procédure G). Elle apparaît lorsque les élèves veulent appliquer le théorème de Bézout (épisode 9), l'inverse (épisodes 2 et 6) ou les équations diophantiennes (épisode 5). Cette procédure sera beaucoup discutée mais jamais mise en œuvre jusqu'au bout.

Une troisième procédure apparaît (épisode 31), celle du raisonnement par récurrence, lorsqu'un élève conduit un tel raisonnement afin de démontrer que l'équation admet des solutions pour tout entier *n*.

Enfin, une quatrième procédure peut être repérée, celle du jeu d'extension/réduction (procédures D et E). Les élèves utilisent cette dimension organisatrice afin d'avancer sur la résolution du problème en réduisant à chaque conjecture l'ensemble des nombres restant à étudier (épisode 39 à 46) : « *Bon ben maintenant il ne nous manque plus que les impairs, ce n'est pas beaucoup* » (épisode 42) « *Pour montrer que c'est vrai pour tous les impairs, il faut montrer que c'est vrai pour tous les nombres premiers* » (épisode 44).

Nous pouvons donc conclure que l'itinéraire de ce groupe a été marqué de deux temps : une première phase de recherche, axée sur la dimension organisatrice du problème en essayant d'exploiter les différents raisonnements connus d'arithmétique mais en étant souvent déconnecté de l'expérimentation en jeu dans le problème ; une seconde phase de réflexion qui articule ces deux axes de recherches, dimension organisatrice et expérimentation. Cela se confirme par l'analyse des procédures qui met en évidence tout d'abord l'utilisation de procédures utilisant l'outil algébrique puis d'une procédure à caractère plus expérimental avec comme dimension organisatrice le jeu d'extension/réduction.

Afin d'illustrer l'articulation entre la volonté de se situer dans une dimension particulière et la pratique de l'expérimentation, nous allons étudier plus en détail des extraits de l'épisode 28. Cet épisode commence avec l'élève E : « *Tiens j'en ai encore trouvé un, c'est simple, pour les multiples de, pour n multiple de 4* ». A l'aide de décompositions trouvées pour certaines valeurs de *n*, il conjecture que pour les multiples de 4 l'équation admet des solutions. Afin de prouver ce résultat Ar fait une première proposition : « *tu peux faire par disjonction de cas, n congrus à 0, 1, 2, 3 modulo 4* ». Les élèves discutent alors du cas où *n* est congru à 0 modulo 4 et E propose « *Si n est congru à 0 modulo 4, là tu peux, je me demande si tu ne peux pas lancer un truc par récurrence là, non ?* ». Ce raisonnement est vite mis de côté car ils pensent que l'hérédité serait trop compliqué à démontrer. Ils reviennent sur le cas où *n* est congru à 0 modulo 4. E pense que c'est vrai et ne cherche pas à le démontrer alors que Al répète de nombreuses fois « *faudrait le prouver* ». Les élèves se prononcent ensuite sur les autres cas modulo 4 et conjecturent alors que l'équation n'a pas de solution pour n congru à 1 modulo 4 car ils n'ont pas trouvé de solution pour $n = 5$. Ils veulent alors essayer de trouver une solution pour $n = 9$. E propose pour le démontrer « *Mais c'est là qu'il faut faire la raisonnement par l'absurde je suis sûr* ».

Dans cet épisode les élèves essaient de démontrer une conjecture formulée grâce à une expérience : trouver des solutions pour certaines valeurs de n et étudier ces décompositions. Lors de l'étape de tentative de preuve de leur démarche expérimentale, ils essaient de se placer dans une dimension organisatrice particulière. Pour cela, ils exploitent différents raisonnements qu'ils ont étudié en cours de mathématiques et plus particulièrement en arithmétique.

Cet épisode est le premier où les élèves formulent une conjecture qu'ils n'abandonnent pas rapidement. Nous pouvons émettre l'hypothèse que la connexion faite par les élèves entre dimension organisatrice et expérimentation en jeu dans le problème est ce qui a permis que cette piste de recherche ne soit pas abandonnée. En effet, lors de leur première phase de recherche, où les procédures utilisant l'outil algébrique et celles basées sur la caractère expérimental du problème se juxtaposaient, leur travail n'a pas été fructueux en terme de résultats. En revanche, une fois l'articulation établie, les élèves ont trouvé et démontré deux conjectures.

3.1.1.2 Itinéraire et procédures du groupe 2

Nous avons scindé la recherche de ce groupe en deux parties. La première phase de leur travail (durée : 1h00) est guidée par la formulation de conjectures pour certaines classes de nombres. Elle est effectivement centrée sur le caractère expérimental du problème : faire des essais sur différentes valeurs de n. La seconde phase de leur travail collectif se distingue de la première dans la mesure où ils tentent de démontrer leurs conjectures d'une part et qu'ils essaient de lier ces conjectures entre elles afin de généraliser leur résultat d'autre part.

Itinéraire de la première phase de recherche :

La première phase de recherche dure environ une heure. Elle comprend les épisodes 1 à 34. Deux axes de recherches sont répertoriés :

- volonté de se situer dans une dimension organisatrice particulière (épisodes 3, 5 à 9, 11)
- Essai de trouver des solutions pour certaines valeurs de n (épisodes 1, 2, 4, 10, 12 à 29, 31 à 34)

Le groupe débute sa recherche collective par des essais sur deux valeurs de n particulières, 7 et 1. Le nombre 7 intervient comme contre-exemple à une première conjecture établie par un élève : l'équation n'a pas de solution pour les nombres premiers. Le nombre 1 est également un contre-exemple qui permet d'établir que l'équation n'a pas de solution pour tout entier naturel.

Dans les épisodes suivants (5 à 9), les élèves essaient de trouver une méthode afin de résoudre l'équation. La première idée est de transformer l'écriture initiale de l'équation grâce à l'inverse. Elle ne sera pas développée car l'élève qui la propose a commis une erreur : l'inverse d'une somme n'est pas la somme des inverses. La seconde piste proposée est un raisonnement par l'absurde, non nommé : « *on suppose qu'il n'y a pas de solution et on montre qu'on arrive à un résultat incohérent* ». Un élève n'est pas d'accord et pense à une autre méthode : « *partir de la solution et voir si tout n marche* ». Pour cela ils vont transformer l'écriture de l'équation initiale en $n = \frac{4abc}{ab + bc + ac}$, cherchent ensuite des valeurs interdites pour a, b et c. Ils abandonneront cette piste car ils pensent ne pas savoir résoudre une équation avec autant d'inconnues.

A partir de l'épisode 10, la majorité de leurs actions est la recherche de décompositions pour certaines valeurs de n. C'est ce qui les mènera à énoncer, dans l'épisode 15 une conjecture pour les nombres pairs. A l'épisode suivant, les élèves se penchent donc sur l'étude du problème pour les nombres impairs. Ils essaient d'abord de faire un parallèle avec le processus qui les a conduit à la conjecture pour les nombres pairs : observer les exemples trouvés pour n impair. Après avoir étudier une piste non fructueuse proposée par un élève, le groupe trouve une conjecture. Cependant elle leur pose problème car elle n'est pas vérifiée par leur décomposition pour $n = 9$. Cette piste est alors laissée de côté.

A l'épisode 18, les élèves essaient de formaliser la conjecture formulée pour les nombres pairs. Lors des épisodes 19 et 20 ils reviennent sur l'étude du problème pour les nombres impairs à partir des exemples pour $n = 5, 7, 9$. Un élève se demande si « *il n'y aurait pas un truc spécial pour les impairs et un truc spécial pour les premiers ?* ». Il va donc chercher des solutions pour $n = 11, 13$. L'épisode 21 marque une pause dans leur recherche d'une conjecture pour les nombres impairs car un élève veut essayer de trouver une décomposition pour un nombre pair ($n = 252$). Dans les épisodes 22 à 25, les élèves continuent de chercher une conjecture pour les nombres impairs. Ils reviennent notamment sur leur conjecture de l'épisode 22 qui serait vérifiée pour les multiples de 3, hormis 9. Un élève pense alors à chercher une autre décomposition de $\frac{4}{9}$ qui correspondrait à leur conjecture. Le groupe établit ainsi, à l'épisode 25, que l'équation admet des solutions pour *n* multiple de 3. Ils vérifieront cette conjecture sur certaines valeurs de *n*. Ils évoqueront une première fois la démonstration de ce résultat (par récurrence) dans l'épisode 30 mais elle ne sera pas menée.

Dans les épisodes suivants (28 à 34), le groupe s'attache à trouver une conjecture pour les multiples de 5. Les élèves essaient d'abord de faire un parallèle avec les conjectures précédentes. Ils étudient ainsi des décompositions pour n multiple de 5, par exemple *n* = 5, 15. Mais ils se rendent compte que 15 n'est pas un bon exemple car il est aussi multiple de 3 donc ils prennent 25. Un élève trouve une méthode pour passer d'un multiple de 3 à un autre et propose d'adapter cela pour les multiples de 5. Cette piste n'aboutira pas et c'est finalement en retournant sur l'observation de la décomposition de $\frac{4}{5}$ qu'ils établiront une conjecture. Ils vont ensuite la vérifier, dans un premier temps avec *n* = 10, 15 puis dans un second temps avec *n* = 20, 150, 355.

L'épisode 34 marque une transition dans leur recherche. En effet, les élèves discutent de la suite de leur recherche et un élève remarque : « *faudra faire ça pour tous les nombres premiers et après tu* ». Mais un autre pense qu'il faudrait déjà trouver des conjectures jusqu'à *n* = 9 et après chercher des liens entre ces conjectures afin de généraliser aux nombres premiers.

Dans la seconde phase de recherche les élèves vont d'une part, essayer de trouver une relation, des liens entre les conjectures établies et d'autre part, effectuer les démonstrations de leurs conjectures pour *n* pair, multiple de 3 et multiple de 5.

Itinéraire de la seconde phase de recherche :

Cette phase dure environ une heure et comprend les épisodes 35 à 52. Nous retrouvons plusieurs axes de recherche :

- essai d'établir un lien entre les 3 conjectures formulées (épisodes 36, 38, 40, 41).
- démonstration de la conjecture pour *n* pair (épisodes 37, 39, 43, 48).
- recherche autour de l'aide apportée par les professeurs (42, 44 à 47, 49 à 52).

Dans les premiers épisodes de cette seconde phase de recherche, les élèves mènent en parallèle une recherche de conjecture pour les nombres premiers et la rédaction de leur production finale. Ainsi dans les épisodes 36, 38, 40 et 41 deux élèves en particulier essaient d'établir un lien entre les trois conjectures formulées précédemment. Pour cela ils les reprennent une par une et les formalisent en langage mathématique. Ne trouvant pas de relation, ils essaient alors d'établir une conjecture pour les multiples de 7 sur le même processus suivi pour les multiples de 2, 3 et 5. Parallèlement, le troisième élève du groupe essaie de conduire un raisonnement par récurrence afin de prouver leur conjecture pour les nombres pairs. Cette démonstration sera finalement démontrée sans ce raisonnement mais à partir d'une égalité et de la nature des nombres en jeu (épisode 43).

A partir de l'épisode 42 leur recherche se modifie dans la mesure où un professeur est intervenu pour leur donner l'aide écrite suivante : *quelles relations peut-on faire entre les dénominateurs des fractions suivantes :* $\frac{4}{7} = \frac{1}{2} + \frac{1}{14}$ *et* $\frac{4}{11} = \frac{1}{3} + \frac{1}{33}$ *?* L'enseignant intervient une seconde fois (épisode 45) pour aider à mettre à profit cette aide. Les élèves essaient alors de trouver une décomposition pour $n = 13$ puis de faire une généralisation pour les nombres premiers. Leur piste n'aboutit pas car la décomposition de $n = 13$ ne vérifie pas la conjecture établie à partir de $n = 7$ et $n = 11$. Les élèves laissent donc une piste à explorer : celle des nombres premiers.

<u>Procédures utilisées par les élèves</u>

La première procédure relevée (épisodes 1 et 2) dans la recherche de ce groupe est la première étape décrite dans notre analyse *a priori*, à savoir, faire des essais sur les premières valeurs de n. Un élève a déterminé une solution à l'équation pour $n = 7$ et un autre a repéré que l'équation n'admet pas de solution pour $n = 1$. L'argument donné pour justifier cette hypothèse est celui que nous avons présenté (impossible car sinon $4 < 3$). Un autre aspect de cette première expérience peut être relevé dans la recherche de ce groupe : le fait que la décomposition de $\frac{4}{n}$ change lorsque $n > 5$ (épisode 33) : « *Et la limite justement c'est que ça doit être, à 5* ».

La seconde procédure que l'on peut repérer est celle basée sur l'utilisation de l'outil algébrique afin de transformer l'écriture de l'équation initiale (procédure G). Elle apparaît lorsque les élèves veulent utiliser l'inverse (épisode 5) ou leur calculatrice afin d'avoir : $n = \frac{4abc}{ac + ab + bc}$ (épisodes 7 et 8). Cette procédure ne sera pas longtemps discutée et rapidement laissée de côté.

Une troisième procédure apparaît, celle de la recherche exhaustive de a. Un élève explique (épisode 10) comment il a déterminé la décomposition de $\frac{4}{7}$: « *J'ai enlevé 1/3 et puis après j'ai regardé ce que je pouvais enlever* ». A l'épisode 13 il utilise à nouveau cette méthode afin de déterminer une décomposition de 4/5 : « *4/5 , je vais enlever 1/10 pour voir si ça marche, alors il reste 7/10, si j'enlève 1/3 ça fait quoi ? ça fait 1/3, merde. Euh…ça ne marche pas donc. Si j'enlève 1/4 …* ».

Une quatrième procédure peut être repérée, celle de la limitation de la recherche (procédures D et E). Les élèves utilisent cette dimension organisatrice afin de réduire l'ensemble des nombres à étudier et ainsi avancer sur la résolution du problème. Cette procédure est dominante dans tout leur recherche : « *on va essayer pour ceux qui ne sont pas pairs maintenant* » (épisode 16) « *Ah on a déjà trouvé la moitié des nombres comment ça marche* » (épisode 25) et « *Après on va faire tous ceux qui sont divisibles par 5 et puis on va faire etc* » (épisode 26).

Enfin, une cinquième procédure rencontrée par les élèves, est celle du raisonnement par récurrence pour démontrer que l'équation admet des solutions pour tous les nombres premiers : *« Faudrait faire un raisonnement par récurrence pour démontrer, excuse-moi, pour démontrer pour passer d'un nombre premier à un autre, pour démontrer que c'est héréditaire quand on passe d'un nombre premier à un autre* ». Elle ne sera pas mise en application car un élève du groupe répond qu'il n'y a pas de lien entre les décompositions de tous les nombres premiers: « *Ben la preuve que ça ne marche pas forcément pour tous puisque avec 13 il y a un truc qui ne marche pas* ».

Nous pouvons donc conclure que l'itinéraire de ce groupe a été marqué de deux temps : une première phase de recherche, axée sur la détermination de conjecture pour certains ensembles de nombres, à partir d'exemples et une seconde phase de recherche motivée par l'écriture des démonstrations des conjectures et la recherche d'une conjecture pour les nombres premiers, à partir des conjectures établies. Nous pouvons ainsi remarquer que la recherche de ce groupe a été particulièrement motivée par la dimension organisatrice du jeu d'extension/réduction, porteuse du caractère expérimental du problème. C'est pourquoi l'expérimentation a pris une place importante dans leur travail collectif, dès les premiers épisodes. L'analyse en terme de procédures en rend compte puisque les procédures utilisant l'outil algébrique sont apparues dans peu d'épisodes (5 sur 52) alors que les procédures à caractère expérimental « faire des essais sur n », dont les dimensions organisatrices sont la recherche exhaustive de a et le jeu d'extension/réduction, sont en évidence dans la majorité des épisodes.

Afin d'illustrer leur processus de recherche, nous allons détailler plus précisément des extraits de l'épisode 28. Dans cet épisode, les élèves essaient de trouver une conjecture pour les multiples de 5. Pour cela ils commencent par chercher une décomposition pour un n multiple de 5 « *ben alors avec 15, 15 c'est divisible par 5* ». Afin de trouver une solution pour n = 15, ils utilisent la conjecture pour les multiples de 3 ($a = \frac{n}{3}$, $b = n + 3$ et $c = a \times b$) en l'adaptant : $a = \frac{n}{5}$, $b = n + 5$ et $c = a \times b$, ce qui leur donne $\frac{1}{3} + \frac{1}{20} + \frac{1}{60}$. Ils concluent alors : « ç*a fait* $\frac{2}{5}$ *c'est un petit peu plus grand hein. Pour les multiples de 5 il faut trouver autre chose alors* ». Les élèves reprennent alors les conjectures précédemment formulées pour essayer de trouver une relation qui leur permettrait de déterminer celle pour les multiples de 5. Puis un élève rappelle que la décomposition pour n = 15, ils l'avaient déjà et affirme « *C'est la même chose que ce que l'on faisait pour les multiples de 3* ». Mais un autre élève remarque que « *Ben oui mais, normal puisque 15 c'est divisible par 3* ».Ils décident donc de prendre un autre exemple « *il faut prendre 1/25 par exemple* ». Ils repartent des conjectures déjà formulées et repèrent : « *et ça se divise par 2 donc c'est 1/2 effectivement. Pour les divisibles par 3, c'est 1/3 et après il y a un deuxième nombre, pour les divisibles par 5 est ce que ce serait 1/5 ?* ». Ils essaient alors cette méthode sur n = 25 « *donc 1/25 euh mais pareil 4/25 –1/5 c'est pas bon, ça ne marche pas, parce que 1/5 c'est supérieur à 4/25* ». Ils abandonnent et font alors des essais pour des très grands nombres (n = 10000, 10002) divisibles par 2 ou par 3. Ils reviennent ensuite sur leur recherche d'une conjecture pour les multiples de 5 où un élève tente une hypothèse « *non mais j'ai essayé de trouver un truc avec 1/5 mais euh, parce que avec 4/5, tu prends 1/5 au milieu, t'enlèves 3, tu multiplies par 2 le, tu multiplies les 2 et ça marche pas hein* » (il sous-entend que ça ne marche pas pour n = 25). A la fin de l'épisode, le groupe n'a pas trouvé de conjecture pour les nombres multiples de 5. Il faudra attendre l'épisode 33 pour la voir émerger…de l'observation de la décomposition de n = 5 et n = 10 !

Cet extrait du travail collectif du groupe 2 met en évidence leur processus de recherche d'une conjecture à l'aide d'expérience. Lorsqu'ils ont déterminé la conjecture pour les nombres pairs, ils ont commencé à étudier certaines décompositions de $\frac{4}{n}$. Cette observation de cas particuliers leur a ensuite permis d'établir la conjecture, qu'ils ont ensuite vérifiée à l'aide d'autres exemples. A noter que la première expérience n'était pas réduite à l'étude de cas pairs. C'est donc cette étape qui a conduit les élèves dans une dimension organisatrice particulière, à savoir le jeu d'extension/réduction. Leur démarche de recherche s'identifie ainsi complètement à la méthode expérimentale de Perrin (Perrin, 2007) : expérience, observation de l'expérience, formulation de conjecture, retour à l'expérience. L'épisode 28 met en évidence cette démarche avec toutefois une adaptation de la dimension opératoire : les élèves, pour déterminer une décomposition de $\frac{4}{n}$ pour n multiple de 5 vont d'abord utiliser les conjectures précédentes et non chercher à décomposer la fraction grâce à la méthode de la recherche exhaustive de *a*. Outre cette modification de leur démarche, cet extrait révèle aussi que les élèves sont sensibles au choix de leurs exemples génériques. En effet ils choisissent d'abord $n = 15$ pour multiple de 5 mais ils se rendent ensuite compte que cet exemple n'est pas judicieux puisque 15 est aussi divisible par 3. C'est d'ailleurs pour cette raison qu'ils retombent sur la conjecture pour les multiples de 3. Ils changent donc d'exemple et prennent $n = 25$. Un élève mentionne même que « *25 c'est chaud parce que c'est le carré de 5 donc ça fera un truc merdique* ». Cependant le groupe ne le suivra pas et cherchera quand même une décomposition de $\frac{4}{25}$.

Cet extrait met en lumière une forte complémentarité des dimensions organisatrice et opératoire avec l'aspect expérimental du problème. En effet il semble que ce soit la première expérience (observer des décompositions de $\frac{4}{n}$ pour certaines valeurs de *n*) qui ait situé les élèves dans une dimension organisatrice particulière (jeu d'extension/réduction) lorsqu'ils ont trouvé une conjecture pour les nombres pairs. Puis les conjectures établies ont entraîné les élèves à modifier leur dimension opératoire afin de déterminer d'autres conjectures.

3.1.2 Premiers éléments d'analyse

A la lumière de ces premières analyses, nous pouvons souligner que le processus de recherche des deux groupes est différent. Le groupe 1 a d'abord mené une recherche axée principalement sur la dimension organisatrice en essayant d'exploiter de nombreux raisonnements d'arithmétique institutionnalisés dans le cours de spécialité. Une déconnexion avec le caractère expérimental en jeu dans le problème était parfois présente. Puis les élèves ont articulé cette volonté de se situer dans une dimension organisatrice avec l'aspect expérimental du problème, faire des essais sur différentes valeurs de *n*. Cette complémentarité leur a ainsi permis d'établir deux résultats. Le groupe 2 a, au contraire, exploité rapidement cet aspect expérimental du problème, ce qui l'a conduit à suivre une dimension organisatrice particulière. Les élèves ont établi, grâce à cette démarche, trois résultats. Même si les recherches des deux groupes n'ont pas été menées de la même manière, nous pouvons constater qu'elles se rejoignent sur la complémentarité de nos deux outils d'analyse en jeu. Nous pouvons ainsi émettre l'hypothèse que l'articulation entre les dimensions, et particulièrement la dimension organisatrice, et le caractère expérimental du problème a permis, aux élèves, d'établir des conjectures pour certains ensembles de nombres.

Nous pouvons également supposer que si cette articulation a été mise en place plus rapidement dans le groupe 2 c'est en raison du statut de l'exemple. En effet, si l'expérience a orienté les élèves du groupe 2 vers cette dimension organisatrice particulière, il semble que ce soit dû au statut de l'exemple au sein du groupe. En effet, les élèves semblent utiliser les exemples en vue d'une généralisation. Ainsi le fait qu'un exemple puisse être générique semble une connaissance mobilisée spontanément par ces élèves. En revanche, cela ne semble pas être le cas dans le groupe 1. En effet, lorsqu'un élève propose d'étudier une décomposition pour une valeur particulière de *n* (épisode 8), les autres sont sceptiques, comme en témoigne cet extrait :

131	Al	On va chercher pour supérieur à 1. Après, j'ai fait deux trois trucs euh, j'ai fait, euh, avec 2, tu vois j'ai essayé c'est faisable après
132	E	Avec 2 ?
133	Al	Ben
134	E	Ça te fait 2, 1/2 ouais ouais
135	Al	Mais euh, après ça doit être possible **mais je ne vois pas trop comment le prouver**
136	E	Ouais après euh, ouais mais **après il faut le prouver dans le cas général, tu ne vas pas le faire pour chaque**
137	Al	Oui ben oui, c'est pour ça, non mais pour voir déjà si ça marchait à partir de 2

Ils abandonnent alors cette piste de recherche qui ne reviendra au centre des discussions de ce groupe qu'à l'épisode 14. De plus ce groupe est très soucieux de « prouver », en particulier l'élève Al. C'est d'ailleurs pour cette raison que les élèves rejettent la piste de l'exemple générique « *je ne vois pas trop comment le prouver* ». La preuve par généralisation qui, selon Perrin (Perrin, 2007), vit difficilement dans les classes semble effectivement un obstacle pour ce groupe.

Afin d'illustrer les caractéristiques des processus de recherche des deux groupes ainsi que leurs différences et similitudes, nous allons analyser la genèse et la démonstration d'une conjecture, formulée par les deux groupes.

3.2 Analyse d'un résultat trouvé par les deux groupes

L'analyse de ce résultat : *l'équation admet des solutions pour tout n pair*, trouvé par les deux groupes a pour but de mettre en évidence les caractéristiques de la recherche des deux groupes pointées dans la partie précédente. Cette étude comporte trois parties : la première analyse les phases d'expérience et de formulation de conjecture du résultat alors que la seconde expose la phase de tentative de preuve. Nous présenterons tout d'abord ces analyses pour chaque groupe afin de procéder ensuite, dans une troisième partie, à une comparaison des processus de recherche des deux groupes.

3.2.1 Analyse des épisodes relatifs aux phases d'expérience et de formulation de conjecture

Ces deux épisodes, épisode 39-groupe 1 et épisodes 12 à 15-groupe 2, concernent la recherche et la formulation de la conjecture pour *n* un nombre pair. Pour le groupe 1, cette phase constitue une rupture avec le reste de leurs recherches. En effet, ils ont établi cette conjecture après 1h30 de travail collectif, centré davantage sur la recherche d'une dimension organisatrice et dans cet épisode, ils procèdent à une recherche davantage basée sur le caractère expérimental « faire des essais sur *n* ». En revanche, pour le groupe 2, cette phase est dans la continuité des recherches centrées sur l'expérimentation, elle arrive très tôt, après 30 minutes.

Nous allons tout d'abord commencer par analyser chaque épisode avant d'en faire une comparaison.

3.2.1.1 Extraits de l'épisode 39 – Groupe 1

1650	E	Tiens j'ai trouvé celui pour 6	Episode 39
1651	Ar	Ah ouais ?	39a
1652	E	Arthur, pour n égal 6 : 4, 4, 6	
1653	Ar	6, n est égal à 6, ça fait, 4, 4, 6	
1654	E 1'31'17	Ben ça doit être facile, ça fait 2, 2, 3 ; 4, 4, 6	
1655	**Al**	**Bah oui, c'est multiplié par 2. 4, 4, 6 c'est multiplié par 2. Si n est multiplié par 2, les solutions aussi**	
1656	Ar	Non non parce que pour n est égal à 12 ça fait 9, 9, 9. Si on multiplie 6 par 2 ça fait pas 9, 9, 9	
1657	E	Oui mais tu n'as pas multiplié par 2	
1658	Ar	Ça fait, ça fait 8, 8, 12. Et 8, 8, 12 est ce que ça marche ?	
1659	E	Hein ? 1/8 plus	
1660	Al	Peut être que ça marche aussi	
1661	Ar	Oui	
1662	E	Et ce serait pour n égal à combien ?	
1663	Ar	Pour n est égal à 12	
1664	E	A 12, pour n est égal à 12	
1665	Ar	Ouais pour n est égal à 12.	
1666	E	Ça marche, 8, 8, 12 ça marche	
1667	Ar	8, 8, 12 ça marche	
1668	E	hum	
1669	Ar	Ah, oh	
1670	Ar	8, 8, 12, il suffit de multiplier par 2 les	
1671	**E**	**Mais c'est là qu'on peut essayer de tenter un raisonnement par récurrence là**	
1672	Ar	Ah mais oui, c'est logique, c'est logique parce que	
1673	Al	Non	
1674	Ar	Non, non ce n'est pas logique	
1675	E	Donc après il y aurait 16 et tu dis que 16 ça ferait combien ? 4/16, 16 pour toi ça ferait combien ?	
1676	Ar	Alors 16, ça doit faire	
1677	Al	16, 16, 24	
1678	Ar	Non, ça fait 8, 8 non, 16	
1679	E	Mais change le déjà le 8, on en a trouvé un autre, le 8 là, change-le	
1680	Ar	On a trouvé combien ?	
1681	E	Et ben 8, 8, 12, non ?	
1682	Ar	Non c'était pour n est égal à 12	

1683	E	Ah, n égal, ah donc mais mets aussi 8, 8, 12	
1684	Ar	Les deux ? n est égal à 8 et	
1685	E	Non non mais pour n égal 12, tu mets 8, 8, 12	
1686	Ar	Ouais, 8, 8, 12	
1687	E	Parce que si on, si on a trouvé un truc là. Donc pour 16, ça ferait combien ?	
1688	Ar	Pour 16 ? non pour 18 plutôt	
1689	E	Pour 18 ?	
1690	**Ar**	**Alors pour 18 ça fait, ça fait, 12, 12 non attends, il faut multiplier par 3, ça fait 12, 12, euh, 12, 12, 18. 12, 12, 18**	
1691	E	Et ça c'est pour ?	
1692	Ar	n est égal à 18	
1693	E	Ouais	
1694	Ar	Pour les multiples de 4, non pour les multiples de, ouais	
1695	E	Non non c'est 18, 18 c'est pas par 4 hein	
1696	Ar	Ah bon ? j'ai dis 18 ?	
1697	E	Ouais c'est 18 que ça marche	
1698	Ar	Ah ben non pour les multiples de 6	
1699	E	De 2	
1700	Ar	Pour les multiples de 6	
1701	E	Mais de 2 aussi, 8 il marche. 8 il marche aussi non ? Porte plainte là pour euh	
1702	Al	Oui, je vais exploser la caméra	
1703	E	Il va porter plainte pour utilisation de l'image	
1704	P	Ben oui, si il se penche trop, on le voit, mais bon	
1705	Al	Je suis comme ça moi	
1706	E	Il veut gagner de l'argent. Pardon, alors fais voir pour 8 par rapport à 4 ou euh	
1707	J	Mais non ça sert à rien ce que je mets là	
1708	Ar	Attends pour 6, 8, 12, 24 ça marche, pour les multiples de 6 on peut trouver	
1709	E	Ouais	
1710	J	C'est toujours rationnels	
1711	E	Mais pour les multiples de 4	
1712	J	Je suis trop con moi	
1713	Ar	8, 12 alors 16, alors attends, 4, 4	
1714	**E**	**Ben voilà là on a pour congru à 0 et pour congru à 2 modulo 4 là**	
1715	Ar	8, 16, 16 ça doit faire 12, 12, 12 non, je ne sais plus, non	
1716	E	Si ça doit être ça parce que c'est 4/16, si, mais euh	
1717	Ar	Donc pour les multiples de 4 et les multiples de 6 ça marche, c'est incroyable	Fin 39a
1718	E 1 :35 :02	Est ce que ça nous permet de tous les trouver les pairs ? Ben non parce que 10, il est pair et on ne l'a pas	39b
1719	Ar	Et ben oui	
1720	E	Fais voir, attends moi je vais tout y réécrire là, n = 2 c'est 1, 2, n est égal à 4, 3, 3	

[…]

1732	Ar	Pour les multiples de 4 ça marche, pour les multiples de 6 ça marche	
1733	**E**	**Oui non mais fois 2 ou je ne sais pas trop quoi là**	
1734	**Al**	**Oui qu'on multipliait par 2 mais bon ça, on l'a**	
1735	E	Ah oui	
1736	Al	Si n est congru à 2 modulo 4	

[…]

1756	E	Si c'est bon, j'ai trouvé moi le truc hein. Oh tu reprends par rapport à 2 et tu multiplies euh par rapport à	39d
1757	Ar	Ah oui,	

[…]

1767	E	Tu vois, là ça veut dire que, avec le plus grand, en fait, tu prends 2 tu vois ?	
1768	Al	Non les iut c'est pas	
1769	J	90	
1770	Al	Ah bon?	
1771	J	ouais	
1772	Ar	ouais	
1773	Al	Oh à Troyes c'est gratos hein	
1774	E	Et euh 2 fois le truc, tu trouveras toujours le plus grand	
1775	Al	Ben c'est au Creusot que c'est gratos	
1776	J	Et au Creusot il y a quoi ?	
1777	E	Tu vois ce que je veux dire ?	
1778	Al	Il y a un iut au Creusot	
1779	J	Ah oui	
1780	E	Comme là 8, on peut changer ça, si on fait fois 4	
1781	J	Ah oui, moi je te parle de l'ut pas de l'iut	
1782	Al	aah	
1783	E	1/4+1/4+1/8 ça fait, égal à 4/3	
1784	J	Là on peut faire aussi	
1785	Ar	Ouais change, mets pas les 6, 6, 6 ils ne sont pas bons là	
1786	J1 :38 :24	Ah lui il fait sa star, il parle en plein dans le micro(rires)	
1787	Al	Devant la caméra en plus	
1788	J	La star	
1789	Al	Il a quelque chose d'important à dire. Vas-y Thuthur (rires)	
1790	Ar	Ouais le gros DJ est là	
1791	E	si c'est bon, tu vois ce que je veux dire	
1792	Ar	Ouais ouais	
1793	E	Ban c'est ça, ça te fait une bonne conjecture déjà	
1794	Al	1, 2, 1, 2	
1795	Ar	Ouais	
1796	J	Ouais mais le problème en plus avec mon truc là c'est que, si c'est vrai, l'hypothèse est vraie à un rang mais elle n'existe pas au rang d'après	Fin 39d
1797	**Ar**	**Donc en fait pour tous les multiples de 2 ça marche en fait**	**Fin épisode 39**

Nous allons tout d'abord retracer l'itinéraire des élèves dans cet épisode puis nous analyserons leurs recherches afin de faire une comparaison avec l'autre groupe.

Itinéraire des élèves

L'élève E annonce qu'il a trouvé une solution pour n = 6. Lorsqu'il l'énonce, il remarque de suite qu'il y a un lien avec la solution qu'ils avaient trouvée pour n = 3 : « *Ben ça doit être facile, ça fait 2, 2, 3 ; 4, 4, 6* ». En effet, ils ont : $\frac{4}{6} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}$ et $\frac{4}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$. Al dit alors « *Bah oui, c'est multiplié par 2. 4, 4, 6 c'est multiplié par 2. Si n est multiplié par 2, les solutions aussi*». Mais Ar intervient pour le démentir puisque cela ne correspond pas à leur solution pour n = 12. En effet, ils ont $\frac{4}{12} = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}$ ce qui est différent de $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{12}$, solution obtenue avec la proposition d'Al. Cependant, ce dernier propose de vérifier que (8, 8, 12) est aussi une solution pour $n = 12$. Ils font ensuite des essais pour $n = 16$ puis pour $n = 18$ à l'aide de cette idée. Pour $n = 18$ Al la modifie : « *Alors pour 18 ça fait, ça fait, 12, 12 non attends, il faut multiplier par 3, ça fait 12, 12, euh, 12, 12, 18. 12, 12, 18*». Cependant ils ne l'utilisent pas pour émettre leurs premières conjectures, à savoir que l'équation est vérifiée pour les multiples de 6 et les multiples de 4. Enfin E se demande si elle n'est pas vérifiée pour les nombres pairs. Il répond tout d'abord non car ils n'ont pas trouvé de solution pour $n = 10$, 10 étant pair. Puis il revient sur la première idée de Al et il semble que ce soit grâce à cela qu'il trouve l'égalité $\frac{4}{n} = \frac{1}{\frac{n}{2}} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n}$ qui leur permettront ensuite de prouver leur conjecture.

Nous n'avons malheureusement pas d'éléments afin de savoir comment les premières décompositions, pour $n = 3$ et $n = 6$, ont été trouvées par les élèves. Cependant nous pouvons remarquer qu'elles leur ont permis de faire un lien entre elles et d'établir une première piste, à savoir : si n est multiplié par 2 alors les solutions sont multipliées par 2. Les élèves effectuent donc la première étape des procédures à caractère expérimental présentée dans l'analyse *a priori*. Le fait que la décomposition trouvée initialement pour $n = 12$ ne valide pas ce résultat ne les a pas mis en difficulté outre mesure. En effet, Al pense à une autre décomposition. La non-unicité de la décomposition ne leur pose donc pas de problème. Nous pouvons observer qu'ils vont quand même tester cette hypothèse sur d'autres exemples ($n = 16$ et $n = 18$). Nous pourrions penser que c'est pour l'établir en tant que conjecture. Ce n'est, en fait, pas le cas puisque la conjecture qu'ils formulent concerne des nombres multiples de 4 et de 6. A noter que Al, dans cette discussion avait modifié son résultat : si n est multiplié par 3 alors les solutions sont multipliées par 3 . Ils étaient donc assez proches du résultat (si (a, b, c) est une solution de l'équation pour n alors (ka, kb, kc) est une solution de l'équation pour kn, $k \in \mathbb{N}^*$) permettant le jeu d'extension/réduction. En effet, les élèves ont établi ce résultat pour $k = 2$ et pour $k = 3$. De plus l'adaptation spontanée de l'élève Al pour passer de $k = 2$ à $k = 3$ laisse penser qu'il a tous les éléments pour établir le résultat dans le cas général. Il semble alors qu'il l'a fait automatiquement, sans être conscient des potentialités de son raisonnement. Même si ce résultat ne sera ni énoncé, ni utilisé par les élèves, c'est cette idée sous jacente qui permettra à E d'établir l'égalité et la conjecture pour les nombres pairs. Elle permettra également de démontrer ce résultat.

En termes de dimension organisatrice, nous pouvons relever que l'élève E se demande si un raisonnement par récurrence ne peut pas être tenté. Il ne précise pas ce qu'il veut démontrer avec ce raisonnement par récurrence. Nous pourrions penser que c'est pour essayer de démontrer l'hypothèse énoncée par Al : si *n* est multiplié par 2 alors les solutions aussi. Cela n'est qu'une supposition car il ne reviendra pas dessus et les autres élèves n'ont pas relevé sa question. Nous montrons dans la suite que ce groupe essaie d'utiliser de nombreuses dimensions organisatrices pour l'étape de la preuve de leur démonstration. Concernant la dimension opératoire, nous pouvons en relever une : l'utilisation des congruences. En effet pour dire qu'ils ont trouvé des solutions pour les multiples de 4 et 6, E l'énonce sous cette forme : « *Ben voilà là on a pour congru à 0 et pour congru à 2 modulo 4 là* ». Cependant, ils n'utilisent pas toujours cette notation. Ar conclue par exemple cette recherche de conjecture par : *« Donc en fait pour tous les multiples de 2 ça marche en fait »*. Nous montrerons, dans l'étude de la preuve de cette conjecture, les différentes écritures qu'ils utilisent pour caractériser la parité de *n*.

Nous allons maintenant analyser la même phase, c'est à dire la recherche de la conjecture pour les nombres pairs, pour le groupe 2. Cette étape se décompose en plusieurs épisodes.

3.2.1.2 Extraits des épisodes 12 à 15 – Groupe 2

236	F	Donc si n = 4 déjà ça ne marche pas…a,b,c…euh	Episode 12
237	F	Bon alors	
238	L	Faut chercher quoi ensuite	
239	F	Pour 4 ça marche	
240	L	Pour 4 ça marche, tu trouves comment ?	
241	F	Ben oui 1/2, 1/3, 1/6	
242	F	Enfin 1, 1 ça fait 1/2 + 1/3 + 1/6	
243	**L**	**Oui, 1/3 et 1/6, il y a peut être moyen de faire quelque chose puisque 1/6 c'est ½ fois 1/3, c'est peut être un hasard mais**	
244	F	C'est un hasard parce que 7 ça ne se multiplie pas…mais il y a toujours, euh, 7 c'est pareil il y a 1/3 et 1/6	
245	L	1/3, 1/6 et 1/14	
246	F	Hum	
247	**L**	**Et faudrait essayer avec une autre valeur**	
248	F	Et euh…si tu veux être fourbe, tu regardes que 14 ça fait 2 fois 7	
249	L	Ouais	
250	F	Et que 3 c'est 2 fois 6	
251	L	Et puis1/2 c'était deux fois 1	
252	F	Hein ?	
253	L	Ah mais non mais non c'est 7 en fait, là t'as 4/7	
254	F	Qu'est ce qu'il dit ?	
255	L	Non mais parce que je pensais que, je pensais que c'était, t'avais pour le 1, t'as pris n = 1 ou, pour 1 ici ?	
256	F	Euh pour 1 heu, le tout ?	
257	L	Ouais parce que 1/2 le deux qu'il y a au-dessous du demi, c'est deux fois 1 donc ça aurait pu être fourbe	
258	F	C'est la moitié de 4…mais j'ai pris 4 en dessous là	
259	L	Oui ben oui	
260	F	c'est 2 fois 7 mais c'est la moitié de 4	
261	L	Ouais non…(rires)	
262	F	C'est con hein ?	Fin episode

			12
263	**L 20’ 08**	**Ça dépend si c’est un nombre pair ou impair**	Episode 13
264	M	oh	
265	L	S’il est pair, impair, premier	
266	F	4/5 , je vais enlever 1/10 pour voir si ça marche (rires), alors il reste 7/10. Si j’enlève 1/3 ça fait quoi ? ça fait 1/3 merde	
267	L	Si tu enlèves 1/3 et 7/10 il reste 1/3 ?	
268	F	ouais	
269	F	Ah non, j’ai écrit 1/3 et forcément, 1/3 c’est égal à 1/3. Je recommence	
270	M	11/30 il reste	
271	F	Et toi tu le sais, quand je dis ça, toi tu dis ouais	
272	L	Ouais mais peut être parce que non	
273	F	7/10 ce n’est pas égal à 2/3	
274	L	Mais justement c’était chaud à calculer	
275	F	Euh…ça ne marche pas donc. Si j’enlève 1/4	
276	L	Vas-y je vais essayer…pff, hein voilà quoi…mais pour résoudre, tu fais à partir de ça ?	
277	M	1/5 il ne te reste plus qu’un demi…mais tu as déjà fait 1/5	
278	F	Ouais, non, aah on a enlevé 1/5, 1/10 et 1/2	

291	F	Attends regarde, j’avais dit quoi là tout à l’heure qui marchait	Episode 14
292	M	4	
293	F	1, 4/4 c’est égal à	
294	M	1	
295	F	1/2 + 1/3 + 1/6 c’est ça ?	
296	L	Oui	
297	M	Et euh, on commence par 4/2	
298	F	Donc ce qu’il y a de con c’est que pour 5, ça fait 1/10 + 1/5 + 1/2 , à chaque fois il y a un truc des multiplications. 2*3 = 6, 2*5 = 10, j’en sais rien moi mais…non c’est vrai, regarde	
299	L	Quoi ?	
300	F	2*3 ça fait 6 et 2*5 ça fait 10	
301	L	Essaye avec 4/6	
302	F	Ça serait quoi votre logique ? maintenant essaye avec 4/2	
303	L	Ben regarde quand tu fais	
304	F	Quoi ?	
305	M	Essaye avec 4/2, t’as déjà fait 4/3, 4/4, 4/5	
306	F	4/3 on l’a fait ?	
307	M	Non	
308	F	Bon alors	
309	M	4/2, on commence par le début, on sait que sur 1 ça ne marche pas	
310	F	4/2 on va galérer alors que 4/6…	
311	M	ben	
312	F	Alors 4/6 si je le	
313	L	Ben regarde là, 1/2 * 1/3 ça fait 1/6	
314	F	Mais 4/6 - 1/3 ça va faire combien	
315	L	Là 1/2 * 1/5 ça fait 1/10	
316	M	Quoi ?	
317	F	4/6 – 1/3 ça va faire combien ?	
318	L/ F	Ça fait 1/3	
319	L	Et après c’est 1/3 + 1/6 + 1/6, ah ben non, 1/3 plus euh… ben oui il te reste 1/3, tu prends	
320	**F**	**Ça fait 1/3, 1/4, 1/12. C’est pas un petit peu bizarre ça pour vous ? non ?**	
321	**M**	**Ça cache quelque chose moi je dis**	
322	**F**	**Ça cache quelque chose**	

323	L	Par contre il faudrait trouver un rapport entre le 1/3 qui est le plus petit et le 1/2 là qui est le plus petit	
324	F	Ben c'est la même chose hein	
325	L	Ouais mais	Fin épisode 14
326	F	Pour celui là, pour les pairs ça marche hein	Episode 15
327	L	Pour les pairs quoi ?	
328	**F**	**Pour les pairs, tu divises par 2 et après tu prends celui au-dessus, on va essayer avec 4/8 attends, si je divise pas 2, ça fait 1/4 + 1/5 + 1/20. Tu vas voir que ça va être complètement faux**	
329	M	1/4 plus un quoi	
330	L	Plus 1/5 plus 1/20	
331	M	1/2	
332	F	Ça fait 1/2 c'est con, eh ben oui, ça fait 4/8	
333	M	Ben oui	
334	F	ooh	
335	M	J'ai pas compris, vous pouvez me	
336	**L**	**mais en fait ça il faut y démontrer**	
337	F	En fait regarde, si tu prends n'importe quel chiffre	
338	M	Attends je vais écrire des trucs	
339	L	Pair	
340	F	si tu prends n'importe quel chiffre pair	
341	L	Vas-y écrit, un chiffre pair, n'importe lequel	
342	M	Un chiffre pair, n'importe lequel	
343	F 24'21	Tu, tu fais euh…oh on a trouvé un truc, pour les chiffres pairs en fait, si on divise par 2, qu'on rajoute 1 et qu'on multiplie les 2, ça fait le bon truc	
344	M L	Bon, faut le formuler, allez-y	
345	**F**	**Comment, par un phrase ? on ne va pas le démontrer ça parce que je pense qu'on y arrivera pas**	
346	M L	Oui vous le mettez par une phrase, par un langage mathématique, vous le mettez comme vous voulez	
347	L	De toutes façons il faudra le démontrer après ça à mon avis	
348	**F**	**C'est vrai ou pas ?**	
349	M L	(geste je ne sais pas)	
350	**F**	**Ah là là, on a essayé pour un nombre au hasard ça a marché, je vais essayer pour 1/20, non pour 4/20**	
351	F	Wouahouh	
352	M	He he tu m'expliques	
353	L	Ouais donc là par exemple	
354	F	Pas trop fort ils vont nous piquer nos idées (rires)	
355	L	4/8	
356	M	Ouais	
357	L	Le 8 tu le divises, tu le divises par deux	
358	M	Ouais	
359	L	Ça donne	
360	M	1/4	
361	L	1/4, là tu rajoutes 1 à ça, ça donne 1/5	
362	F	Oh là là, hé Lélien	
363	L	Attends, attends, et là, et là tu raj.., tu multiplies les deux ensemble, ça donne 1/20 et ça ça marche	
364	F	Ouais regarde Lélien	
365	M	*inaudible*	
366	L	Ça marche aussi	
367	F	Ça marche pour 1/20	
368	L	Ah ça a l'air d'être ça	Fin épisode 15

Itinéraire des élèves

Dans l'épisode 12, F annonce que pour $n = 4$ il a trouvé une solution : $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$. Il le justifie en disant que c'est une décomposition de 1. L pense alors de suite à un lien qui peut être établi : « *il y a peut être moyen de faire quelque chose puisque 1/6 c'est ½ fois 1/3, c'est peut être un hasard mais* ». F intervient alors en pensant que c'est un hasard puisque pour $n = 7$, ce lien n'existe pas. En effet, il a $\frac{4}{7} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{14}$. Cependant il remarque que $2 \times 7 = 14$ et $2 \times 3 = 6$. Il explique alors que 2 représente la moitié de 4. L pense que ça dépend de la parité de n. Dans l'épisode 13, F essaie de développer son idée et essaie avec $\frac{4}{5}$. Ainsi il effectue $\frac{4}{5} - \frac{1}{10}$ (car $2 \times 5 = 10$). Il obtient $\frac{7}{10}$. Il essaie alors d'enlever $\frac{1}{3}$, il obtient $\frac{11}{30}$ qui ne lui convient pas donc il essaie $\frac{1}{4}$ puis $\frac{1}{5}$. Il trouve finalement la décomposition de $\frac{4}{5} = \frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{1}{2}$. Dans l'épisode suivant, il reprend son idée de départ : « *Donc ce qu'il y a de con c'est que pour 5, ça fait 1/10 + 1/5 + 1/2 , à chaque fois il y a un truc des multiplications. 2*3 = 6, 2*5 = 10, j'en sais rien moi mais…non c'est vrai, regarde* » Il essaie alors de décomposer $\frac{4}{6}$. Pour cela il enlève d'abord $\frac{1}{3}$. Comme il obtient $\frac{1}{3}$ il commence par dire que $\frac{4}{6} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$ puis tout de suite il se reprend et modifie « *Ça fait 1/3, 1/4, 1/12. C'est pas un petit peu bizarre ça pour vous ? non ?*» Il conclut alors en énonçant la conjecture : pour les nombres pairs ça marche. Dans l'épisode 15, il va expliquer cette conjecture et la tester sur deux autres valeurs de n, $n = 8$ et $n = 20$.

F n'explique pas réellement comment il a déterminé la décomposition de $\frac{4}{4}$. En effet sa justification est que c'est la décomposition de l'unité. Cependant aucun élément nous permet de savoir comment il a trouvé la décomposition de 1 en ces trois fractions. Cette décomposition permet à L de repérer une relation entre les fractions unitaires, à savoir que la première multipliée par la seconde donne la troisième. C'est donc une première piste de réflexion vers une conjecture. F et L effectuent donc la première étape des procédures à caractère expérimental présenté dans l'analyse *a priori*. Mais F dément cette hypothèse avec sa décomposition de $\frac{4}{7}$ qui ne la vérifie pas. Il part alors sur une autre piste de réflexion à partir de cet exemple : il prend la moitié de 4 et la multiplie par n pour trouver une des fractions unitaires. Il essaie, grâce à cette méthode, de trouver une décomposition pour $n = 5$. Ici il explique comment il procède : il effectue $\frac{4}{5} - \frac{1}{10}$ car $10 = 2 \times 5$. Au résultat qu'il obtient, il lui ôte $\frac{1}{3}$. Là il n'explique pas pourquoi il enlève $\frac{1}{3}$ et pas une autre fraction. Il ne précise pas pourquoi lorsqu'il fait cette opération que ça ne marche pas. Nous pouvons penser qu'il veut obtenir une troisième fraction unitaire. En effet, il a déjà $\frac{1}{10}$ puis $\frac{1}{3}$. Si le résultat de $\frac{4}{5} - \frac{1}{10} - \frac{1}{3}$ est une fraction unitaire alors il aura trouvé la décomposition cherchée. Si ce n'est pas le cas, il ôtera $\frac{1}{4}$ à la place de $\frac{1}{3}$ puis $\frac{1}{5}$, etc. La première procédure du pôle expérimental « faire des essais sur n » concernant la recherche exhaustive de la valeur de a puis de b et enfin de c est donc mise en œuvre sur cet exemple. Cependant l'élève cherche simplement une décomposition particulière grâce à cette méthode. Il essaie donc toutes les valeurs possibles pour un entier et ne cherche pas à déterminer la « bonne » valeur. Ainsi il ne cherche pas à généraliser cette méthode de décomposition. Plus tard, il change un peu sa méthode lorsqu'il cherche la décomposition de $\frac{4}{6}$. En effet il ne commence pas par enlever $\frac{1}{12}$ mais $\frac{1}{3}$. Les enregistrements et la production finale ne nous permettent pas d'en comprendre la raison. Il est ici plus proche de la procédure de la recherche de la valeur de a. Et c'est finalement cette méthode de décomposition qui va lui permettre de trouver la conjecture pour les nombres pairs. Il est intéressant de remarquer que L avait la conjecture dès le départ mais que le contre exemple de $\frac{4}{7}$ a posé problème. Ils n'ont en effet pas pensé à une autre décomposition possible de la fraction. La non-unicité de la décomposition a donc joué un rôle important. De plus la conjecture pour les nombres pairs a été établie à partir d'exemples pour diverses valeurs de n, non nécessairement pair. C'est bien le fait de chercher comment décomposer la fraction qui a permis à F d'énoncer la conjecture pour les nombres pairs.

Nous pouvons également relever que l'élève L dit qu'il faut démontrer le résultat mais il n'évoque pas de quelle manière. Au contraire, l'élève F pense que ce n'est pas à leur portée. Il dit donc sur un ton ironique « *Ah là là, on a essayé pour un nombre au hasard ça a marché, je vais essayer pour 1/20, non pour 4/20* ». Il semble donc dire que son résultat est validé puisqu'il est vérifié par un nombre au hasard. En référence aux types de preuves de Balacheff (1988), cet élève semble vouloir valider son résultat par l'expérience cruciale. En effet le problème de la généralisation est explicitement posé et F le résout « *en pariant sur la réalisation d'un cas qu'il reconnaît pour aussi peu particulier que possible* ». A noter qu'il le dit que le ton de la plaisanterie mais qu'il vérifie quand même pour $n = 20$. Le ton ironique sur lequel l'élève dit ces paroles laisse cependant penser qu'il est conscient que la preuve de ce résultat n'est pas pour autant établie. Cet élève semble avoir dépassé le stade de l'expérience cruciale tout en pensant que l'étape suivante, l'exemple générique, n'est pas à leur portée. Il élève donne ainsi un statut particulier à l'exemple : non seulement il l'utilise spontanément comme un exemple générique (au sens de Perrin, Leron et Zaslavsky) mais il lui donne aussi un rôle important dans la validation de sa conjecture.

Nous retrouvons des positions de Perrin (Perrin, 2007). En effet il explique que la preuve par généralisation est une méthode très présente dans la pratique des chercheurs en mathématiques mais qu'elle vit peu chez les élèves. Nous avons ici un exemple où elle vit dans la pratique de ces élèves sous la forme de l'expérience cruciale. De plus, nous pouvons aussi remarquer que F a confiance en sa conjecture car elle est vérifiée par un grand nombre d'exemples pris au hasard. Nous pouvons rapprocher cela de la confiance en les mathématiques dont Perrin parle au sujet des algorithmes. Si l'algorithme fonctionne alors c'est que la preuve doit être possible. Là encore il explique que cette confiance manque aux élèves. F est encore un contre-exemple ! Nous verrons par la suite que la démonstration de leur conjecture n'interviendra qu'une heure après ces épisodes. Ils ne sont donc pas tellement préoccupés par la preuve de leur conjecture.

3.2.1.3 Comparaison

Nous pouvons déjà remarquer que le caractère expérimental des deux recherches correspond tout à fait à la démarche expérimentale de Perrin (Perrin, 2007). En effet, les élèves procèdent à une expérience (essais sur des valeurs de n), observent les résultats de cette expérience afin de formuler des hypothèses (si n est multiplié par 2 alors les solutions aussi, la première fraction multiplié par la seconde donne la troisième puis la méthode de décomposition de F) puis ils retournent à l'expérience (essais sur de nouvelles valeurs de n) afin de formuler une conjecture. L'étape de tentative de preuve viendra dans la suite de leurs recherches. Le caractère expérimental des processus de recherche des deux groupes est donc de ce point de vue identique. Il apparaît également que ce soit l'expérimentation et plus précisément l'exploitation des exemples qui permette aux deux groupes d'établir la conjecture. Cependant l'utilisation des exemples diffère selon les groupes. En effet, le groupe 1 obtient sa conjecture en observant deux décompositions particulières alors que le groupe 2 formule sa conjecture en essayant de déterminer un moyen de décomposer une fraction pour un n particulier. Les élèves du groupe 1 utilisent ainsi l'exemple comme un produit fini alors que les élèves du groupe 2 cherchent à construite l'exemple. D'ailleurs le fait que le groupe 1 n'explique pas comment il trouve les décompositions de $\frac{4}{n}$ pour n = 3 et n = 6 alors que le groupe 2 essaie d'expliquer sa méthode de décomposition confirme cette différence. Nous pouvons également constater que ces exploitations différentes des exemples les conduisent à formuler des conjectures différentes comme cela a été pointé dans l'analyse *a priori*. Les rôles du contre-exemple et de la non-unicité des décompositions peuvent également être mis en avant dans les deux groupes. Dans le groupe 1, la conscience de la non-unicité des décompositions par un élève inhibe le rôle du contre-exemple. En effet lorsqu'un contre-exemple pour la conjecture établie est déterminé, les élèves ne remettent pas en cause cette dernière mais plutôt le contre-exemple en cherchant une nouvelle décomposition de la fraction. Le groupe 2 semble ne pas avoir une claire conscience, à ce moment précis de leur recherche, de la non-unicité des décompositions. Le contre-exemple joue alors pleinement son rôle : les élèves remettent en cause leur conjecture et ne cherchent pas d'autre décomposition afin de changer éventuellement le statut du contre-exemple en exemple vérificateur.

En conclusion, les conjectures établies par les deux groupes relèvent principalement du caractère expérimental de leur recherche et plus particulièrement de l'exploitation d'exemples. L'utilisation des exemples étant différente dans les deux groupes, les conjectures sont formulées différemment. Ces extraits de recherche mettent particulièrement en évidence le caractère expérimental du problème ainsi que la dimension organisatrice principale (jeu d'extension/réduction).

3.2.2 Analyse des épisodes relatifs à l'étape de la tentative de preuve.

Ces deux épisodes, épisode 41-groupe 1 et épisode 43-groupe 4, concernent la démonstration de la conjecture pour n un nombre pair. Pour le groupe 1, cette démonstration arrive dans la continuité de leur recherche. En effet, ils ont établi la conjecture après 1h30 de travail collectif et leur preuve est après 1h40. Tous les élèves participent donc à la discussion autour de la recherche de cette preuve. En revanche, l'étape de cette démonstration arrive une heure après avoir établit le résultat pour le groupe 4. Au moment où l'élève chargé d'écrire la production finale trouve comment établir cette preuve et abandonne l'idée du raisonnement par récurrence, les autres sont donc en train d'étudier une autre conjecture.

Nous allons tout d'abord commencer par analyser chaque épisode avant d'en faire une comparaison.

3.2.2.1 Episode 41 – Groupe 1

1829	E 1 :40 :42	En fait le truc, je pense que ça doit pouvoir être prouvé, en fait c'est euh, 4/n c'est égal à 1/(n/2) + 1/n + 1/n. Donc c'est égal en fait à	Episode 41
1830	Ar	Pour tout n	
1831	E	à 2/n + 1/n + 1/n	
1832	Ar	Pour tout n pair	
1833	J	Moi ce que je me disais c'est que	
1834	E	Donc attends	
1835	J	T'as dis 4/n	
1836	E 1 :41 :00	4/n est égal à 2/n + 1/n + 1/n	
1837	J	Oui c'était un peu ça mais pas tout à fait	
1838	E	En même temps c'est évident tu sais	
1839	J	Donc 4/n t'as un nombre, c'est un nombre	
1840	E	En même temps c'est évident non, regarde, (*il bafouille, inaudible*) même dénominateur	
1841	J	Ben oui, oh j'ai fait un raisonnement, 4/n ça fait 2/n + 1/n + 1/n	
1842	Al	Non mais attends, ce n'est pas forcement con parce que	
1843	J	Moi ce que je pensais faire c'est	
1844	E 1 :41 :26	Oui ce n'est pas con mais je disais en fait c'est évident, je veux dire et ça c'est la conjecture du truc, pour les nombres pairs, et ça il faudrait le prouver en fait	
1845	J	Dis moi si c'est complètement encore absurde ou pas, avec ça t'essaie le plus possible de te rapprocher de ça	
1846	E	Hum	
1847	J	Et avec le dernier tu ajustes, tu vois un peu ce que je veux dire	
1848	E	Avec le dernier tu, oula t'es un ouf-dingue un peu	
1849	J	Ben si parce que les deux là tu dois pouvoir, ou alors un seul tu dois pouvoir l'exprimer	
1850	E	C'est égal à 4/n. Non mais à mon avis avec le truc que j'ai, on pourrait faire un raisonnement par récurrence tu vois	
1851	Al	Voilà	
1852	Ar	(*s'adresse à un autre groupe*) Ça avance vous ?	
1853	E	Ouais mais c'est ce que j'avais mis avant sauf que j'y ai mis sur euh	
1854	Ar	Nous on a trouvé pour les nombres pairs ça marche normalement, on peut trouver pour tous les pairs non ?	
1855	E	C'est plus simple d'y écrire comme ça. Je n'ai pas écrit celle là, j'ai mis directement celle là quoi	
1856	Ar	Ah vous avez réussi à démontrer, c'est ce qu'on cherche à faire. Avec les congruences ? Avec les quoi ? (rires)	
1857	Al	Voilà	
1858	E	Oui mais c'est ce que je t'ai dis	
1859	Al	Voilà	
1860	Ar	Si ben nous on va faire comme ça	
1861	E	*inaudible* d'un raisonnement par récurrence pour montrer ça ?	
1862	J	Hein ?	
1863	E	Un raisonnement par récurrence pour montrer ça ?	
1864	Ar	Aah le but était si proche	
1865	J	Je ne comprends pas là	
1866	E	Un raisonnement par récurrence pour montrer ça	
1867	Al	Qu'est ce qu'il y a ?	
1868	Ar	Ben ils ont réussi à prouver que pour tous les nombres pairs ça marche. Qu'est ce qu'ils sont intelligents !	
1869	J	Ben oui, pour les nombres pairs, ben nous aussi, pour les nombres pairs, ça marche aussi. Pour tout n pair, c'est tout con, avec ça, avec le truc d'Erwan là, en deux secondes, tu vois que si n est pair ça marche	

1870	E	Pourquoi ?	
1871	Al	Pourquoi ?	
1872	E	Ben dis moi tout hein	
1873	Al	Pourquoi ça marche si n est pair	
1874	J	Alors si n est pair, donc t'as 1/n, 1/n ok et là si n est pair c'est 2n' donc c'est 1/n' et t'as 1/n', 1/n et 1/n	
1875	E	Attends tu la refais là vite fait parce que	
1876	Al	Ouais ouais	
1877	E	2/n, c'est 2/n' ?	
1878	J	Non 2/n c'est 1 sur, 2/n, si n est pair, c'est 1/2n'	
1879	Al	Ouais ouais, ben oui oui, en disant que c'est pair,	
1880	J	Donc c'est 1 sur	
1881	Al	Ben regarde, tu utilises ça, tu utilises ça, si n est pair	
1882	J	Ouais voilà, c'est ça	
1883	Al	Si n est	
1884	J	Si n est pair t'as ça et 1/n, 1/n	
1885	Al	Et ben oui, ben voilà, on fait ça	
1886	Al	C'est ce que j'ai trouvé tout à l'heure	
1887	J	Ouais voilà	
1888	Al	C'est tout donc	
1889	J	Donc pour les nombres pairs, voilà, c'est bon on l'a démontré	
1890	E	Vas-y ben démontre le au propre quand même	
1891	Al	Et ben, parce que là regarde	
1892	J	Et ben là tu en as pour deux lignes	
1893	E	Et ben oui ben fais-le	
1894	Al	T'y as vu ou pas	
1895	J	Ben passe-moi la feuille	
1896	Ar	Euh ouais vas-y montre-moi	
1897	Al	Regarde, t'as ça, t'es d'accord, ça, ça fait ça	
1898	Ar	Oui, hum	
1899	Al	Donc si, donc t'arrives, si, c'est exactement la même chose que ça, t'es d'accord, ça et ça, hein t'es d'accord ?	
1900	J	(*il est en train de faire la production commune*)Ça marche pour tous les nombres	
1901	Ar	De quoi ?	
1902	Al	Ça et ça c'est la même chose	
1903	J	Ah et puis après	
1904	E	On peut essayer avec les nombres impairs aussi	
1905	J	Non pour faire le nombre,	
1906	E	Attends faut faire ça et puis	
1907	Ar	Que 4/n c'est égal à ça ?	
1908	Al	Hum	
1909	Ar	non	
1910	J	Pour faire le nombre pair différent	
1911	Al	Ben si tu as celui là égal à ça donc tu divises celui par 2	
1912	J	avec 2 puis tu termines avec le 3e, peut être que ça devrait marche	
1913	Ar	Je divise celui par 2, ça fait, ouais	
1914	Al	Et ben si n est pair, ça, et ben a, b, et c sont bien des nombres entiers donc ça marche	
1915	J	(*il est en train de faire la production commune*)Pair, deux points, 4/n égal 2/n plus 1/n plus 1/n	
1916	Al	Alors que si c'est impair, ça ne marche pas ce raisonnement	
1917	Ar	Hum d'accord	
1918	Al	Donc ça marche si c'est pair	
1919	E	Ça y est nous aussi on a trouvé, du coup	
1920	Al	Non non dis-lui pas, en fait c'est un bluff (rires), ils n'ont pas trouvé	
1921	E	Ah oui	
1922	J	(*il est en train de faire la production commune*)Si n est congru à 0 modulo 2 alors 2/n = 2/2n' avec n'	Fin épisode 41

Après avoir établi la conjecture pour les nombres pairs à partir d'expériences sur différentes valeurs de *n*, les élèves ne l'avaient pas formulé explicitement. Ainsi lorsque l'élève E le fait, il énonce l'égalité $\frac{4}{n} = \frac{1}{\frac{n}{2}} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n}$ et il pense, grâce à cela, que la conjecture peut être prouvée. Il dit même que c'est logique, en mettant sur le même dénominateur, l'égalité est vérifiée. Nous pouvons donc penser que pour cet élève la conjecture est démontrée. Cependant nous observons vite qu'en fait, il ne pense pas avoir démontré la conjecture, il pense seulement avoir vérifié que l'égalité donnée est vraie. Il dit d'ailleurs « *il faudrait le prouver en fait* » et il donne une piste pour cela « *Non mais à mon avis avec le truc que j'ai, on pourrait faire un raisonnement par récurrence* ». L'élève J va dans le sens de E en disant ironiquement que son égalité n'est pas un raisonnement. L'élève Al, lui, fait remarquer que ce n'est peut être pas idiot et Ar évoque les congruences. Nous pouvons donc à nouveau remarquer la volonté de se situer dans une dimension organisatrice et donc d'utiliser un raisonnement ou des connaissances connus d'arithmétique pour démontrer leur conjecture. Finalement J intervient en disant que l'égalité démontre la conjecture pour *n* pair et il l'explique. L'enregistrement, comme la production finale, ne nous donne pas de renseignement sur la manière dont il a établit ce résultat. Nous avons l'impression que le raisonnement que J a mené lui est venu spontanément. Il explique alors aux autres élèves que, comme *n* est pair, on peut l'écrire 2*n*'. En remplaçant dans l'égalité de E, on obtient alors $\frac{4}{n} = \frac{1}{n'} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n}$. Comme il n'a pas convaincu tout le monde ou qu'il est allé trop vite, il insiste sur l'égalité : $\frac{2}{n} = \frac{1}{n'}$. A l'oral, il ne précise pas que *n'* est un entier naturel alors que dans la production écrite, il le mentionne. Par contre, il ne note pas que si *n* est pair alors *n* s'écrit 2*n'*. Dans leurs discussions, c'est un autre élève, Al qui précise que *a*, *b* et *c*, dans ces conditions, à savoir *n* pair, sont des entiers naturels, ce qui ne serait pas le cas si *n* était impair. Or cela n'apparaît pas non plus dans leur production finale. En revanche, ils ont noté *n* pair sous la forme d'une congruence $n \equiv 0$ [2] dont ils ne se servent pas ensuite. Nous pouvons penser que des liens entre les traductions opératoires du caractère pair d'un nombre ($n \equiv 0$ [2] et il existe *k* entier tel que $n = 2k$) sont établis par les élèves puisqu'ils utilisent les trois formes mais cependant il n'est pas certain que les équivalences entre ces trois écritures soient connues. Ou si elles le sont, elles semblent fragiles dans la mesure où elles ne sont pas formalisées et écrites par les élèves.

3.2.2.2 Episode 43 – Groupe 2

1367	L	Ah mais au début, il n’y avait pas besoin de faire par récurrence	Episode 43
1368	M	Ah moi je ne savais pas hein	
1369	L	Regarde	
1370	F	Ah mais vous êtes des boulets	
1371	L	n il appartient à N, n il appartient aux naturels, ça un naturel divisé par un naturel, ça reste un naturel	
1372	F	Ben non	
1373	L	Ben euh	
1374	F	4/7	
1375	L	Effectivement, mais si n il appartient, il appartient	
1376	F	(rires) mais t’es vraiment trop con	
1377	L	Mais ce n’est pas ce que je voulais dire en fait, c’est pour ça	
1378	L	n c’est un multiple de 2, dans ce qu’on a dit	
1379	F 1’30’58	Lélien vient d’inventer un monde où il n’y a pas de fractions, ouh	
1380	L	Dans ce qu’on a dit, c’est n est un multiple de 2 t’es d’accord ?	
1381	F	Quoi ?	
1382	L	Dans ce qu’on vient de démontrer, de dire, n est un multiple de 2	
1383	F	Qui nous le dit ?	
1384	L	Bah, la conjecture	
1385	L	Ben ça ça marche pour les multiples de 2 t’es d’accord ?	
1386	F	Mais oui	
1387	L	Donc là, a c’est égal à n/2 donc a c’est un naturel, forcément	
1388	F	Et pourquoi ?	
1389	L	Parce que n est divisible par 2	
1390	F	Oui et donc	
1391	L	b c’est n/2 + 1 donc ça marche aussi	
1392	F	Ouais	
1393	L	Et c c’est a*b	
1394	F	Et alors	
1395	L	Quand tu multiplies deux naturels, c’est forcement un naturel	
1396	F	Et ouais	
1397	L	Il n’y a pas besoin de faire par récurrence	Fin épisode 43
1398			

Après avoir établi la conjecture pour les nombres pairs, les élèves de ce groupe sont passés directement à la recherche d’une conjecture pour les nombres impairs. Ils n’ont pas cherché à formuler, écrire leur conjecture et encore moins à la démontrer. L’élève F pensait même que ce n’était peut être pas à leur portée et que ce n’était pas ce que nous attentions d’eux. La démonstration de leur conjecture arrive donc une heure après et sur demande des professeurs. C’est l’élève qui est chargé d’écrire la production finale qui revient sur ce résultat en évoquant la possibilité de faire une preuve sans raisonnement par récurrence. Cette preuve est basée sur la nature des nombres. Au départ il demande si la division de deux entiers naturels est un entier naturel, la réponse se faite vite entendre par les autres élèves. Mais il reprend son raisonnement à partir de n pair et d’une égalité. Cette égalité provient de leurs expériences avec diverses valeurs de n où ils ont remarqué que $a = \frac{n}{2}$, $b = a + 1$ et $c = a \times b$. L reprend son raisonnement en commençant par dire que a est un entier naturel car n est pair, b est un entier naturel car la somme de deux entiers naturels est un entier naturel et c est un entier naturel car le produit de deux entiers naturels est un entier naturel. La preuve est donc établie, sans récurrence. F est tout de suite d'accord avec lui, les autres n'interviennent pas. Nous pouvons remarquer qu'aucun n'élève évoque le fait que si n est pair alors n s'écrit $2k$, $k \in \mathbb{N}$. Lorsque F demande à L pourquoi $a = \frac{n}{2}$ est forcement un naturel, L répond « p*arce que n est divisible par 2* » et F comprend tout de suite. Nous pouvons donc penser que c'est un automatisme mais que la connaissance n est pair équivaut à $n = 2k$, $k \in \mathbb{N}$ n'est peut être pas acquises pour ces élèves. Leur production écrite n'apporte d'ailleurs rien de plus à leur raisonnement, ils ont simplement ajouté des exemples. Nous pouvons également remarquer qu'ils n'ont pas vérifié si leur égalité de départ, conjecturée à partir d'exemples sur n, est vraie. Nous pouvons émettre deux hypothèses à ce propos : soit ils ont oublié, soit il n'y ont pas pensé, peut être parce qu'elle est issue de leurs expériences et qu'elle était vérifiée tout le temps.

3.2.2.3 Comparaison des deux démonstrations

Ces deux groupes ont donc établi la conjecture suivante : pour tout n pair, on peut trouver des entiers naturels a, b et c tels que $\frac{4}{n} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$. Cependant, ils ne l'ont pas prouvé de la même façon. En effet, si leurs idées ont été les mêmes au départ, elles ont divergé ensuite. Les deux groupes utilisent en fait les mêmes dimensions organisatrices mais pas les mêmes dimensions opératoires. Tout d'abord les deux groupes évoquent une première dimension organisatrice : un raisonnement par récurrence pour établir la démonstration de cette conjecture. Les élèves en discutent un peu, essaient de mettre en œuvre le raisonnement sans aboutir. Puis vient l'idée d'étudier l'égalité qu'ils ont conjecturée pour n pair, à partir de leurs expériences sur des valeurs de n, à savoir, $\frac{4}{n} = \frac{1}{\frac{n}{2}} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n}$ pour le groupe 1 et $\frac{4}{n} = \frac{1}{\frac{n}{2}} + \frac{1}{\frac{n}{2}+1} + \frac{1}{(\frac{n}{2})(\frac{n}{2}+1)}$ pour le groupe 4. Les deux groupes se situent donc dans une nouvelle dimension organisatrice. Le fait que leurs égalités soient différentes est issu de la non-unicité des décompositions de $\frac{4}{n}$ en fractions égyptiennes. A partir d'ici, les deux démonstrations présentent des différences, notamment dans les dimensions opératoires en jeu. En premier lieu, un élève du groupe 1 vérifie que l'égalité conjecturée est vraie alors que dans le groupe 4 ils ne font pas cette étape. En second lieu, nous pouvons remarquer la similitude des arguments et la différences au niveau des connaissances mobilisées par les deux groupes. En effet, l'argument principal des deux groupes est le suivant : n est pair donc $\frac{n}{2}$ est un entier naturel. Seulement ils ne l'explicitent pas de la même manière car ils n'ont pas mobilisé les mêmes connaissances. Ainsi le groupe 1 explicite que n pair peut s'écrire $n = 2k$, $k \in \mathbb{N}$ alors que pour le groupe 4 cela reste non formalisé mais compris et utilisé en filigrane. De plus nous pouvons observer que la compréhension de ce raisonnement pose plus de problème aux élèves du groupe 1. Nous voyons deux hypothèses plausibles : la première serait que tout le groupe étant en train de chercher cette preuve, ils veulent tous la connaître et la comprendre ; la seconde serait qu'ils sont plus sceptiques à croire que le raisonnement de cette preuve n'est basé que sur une égalité et n pair. En effet, le groupe 4, au moment de cette explicitation de preuve n'est pas collectif, deux élèves cherchent une autre conjecture. Ainsi un seul réagit et la comprend tout de suite alors l'autre n'intervient pas. En ce qui concerne la seconde hypothèse, les travaux du groupe 1 ont effectivement été très axés sur la dimension organisatrice en œuvre pour résoudre le problème. Le fait que le raisonnement ne soit pas très compliqué, compte tenu de la situation, peut leur paraître, par contrat didactique, étrange.

Nous pouvons donc entrevoir des différences au niveau de la mobilisation et de l'utilisation des connaissances dans les deux groupes. Une hypothèse serait que cela provient de l'enseignement de spécialité. En effet, les élèves de terminale scientifique ne font plus d'arithmétique depuis la classe de seconde où est enseigné les multiples par exemple. Ainsi ceux qui font spécialité mathématique en terminale scientifique ont un bagage en arithmétique que les autres n'ont pas. Cela se ressent dans la volonté de chercher en premier lieu de se situer dans une dimension organisatrice pour tenter de résoudre le problème. C'est souvent une méthode en arithmétique qui porte ses fruits. Ainsi les élèves du groupe 1 puisent dans leurs connaissances d'arithmétique de spécialité les différents raisonnements qu'ils ont appris : raisonnement par récurrence, raisonnement par l'absurde, raisonnement par disjonction de cas. Le fait que le raisonnement par récurrence apparaisse aussi dans le groupe 4 n'est pas étonnant puisque, d'une pat c'est le seul raisonnement spécifique connu en terminale scientifique dans le tronc commun et d'autre part parce que le problème porte sur des entiers naturels. Cependant le groupe 4 est moins axé sur la dimension organisatrice du problème mais plutôt sur l'expérimentation, faire des essais sur différentes valeurs de n et trouver des classes de nombres qui vérifient l'égalité. Cette différence provient donc peut être de la culture arithmétique des élèves. Cela se ressent aussi dans la formulation de leur argumentation dans les démonstrations évoquées ci-dessus. Comme nous l'avons souligné, ceux qui suivent la spécialité mathématique formalisent le fait que si n est pair alors $n = 2k$,

$k \in \mathbb{N}$ alors que l'autre groupe l'utilise mais sans le dire, et peut être sans en être conscient. Or cette connaissance devrait être mobilisable depuis les classes de collège.

Conclusion

Les premiers éléments d'analyse des procédures ont montré que le processus de recherche des deux groupes était différent, l'un plus axé sur la dimension organisatrice, l'autre davantage centré sur la caractère expérimental du problème ; tout en présentant des similitudes quant à l'articulation des dimensions (organisatrice et opératoire) et d'un caractère expérimental du problème (faire des essais sur n). L'étude de l'émergence et de la construction de la preuve d'une conjecture établie par les deux groupes confirme cette analyse. En effet, la genèse de leur conjecture est différente car les deux groupes n'exploitent pas de le même manière leurs exemples. Il en découle des formulations de conjectures différentes. Cependant la démarche est la même dans les deux groupes : se situant dans une dimension organisatrice de jeu d'extension/réduction, ils développent une méthode expérimentale : expérience, observation de l'expérience, formulation de conjecture, tentative de preuve, retour à l'expérience. L'analyse des épisodes concernant la construction de la preuve des conjectures révèle que les deux groupes n'ont cependant pas utilisé la même dimension opératoire. L'argumentation est la même (basée sur la nature des nombres en jeu) mais les formes de représentation des nombres sont différentes. Nous faisons l'hypothèse que ces différences concernant les processus de recherche des deux groupes sont relatives, entre autres, à l'enseignement de spécialité arithmétique.

3.3. Analyse complémentaire de certaines connaissances utilisées par les élèves

Nous finissons notre analyse du processus de recherche des élèves confrontés à ce problème par l'analyse complémentaire de certaines connaissances utilisées par les élèves. Nous avons choisi trois entrées pour cette partie : analyse de dimensions organisatrices particulières, analyse d'une dimension opératoire (utilisation de l'inverse d'une somme) et analyse de la prise en compte de la nature des nombres.

3.3.1 Analyse de dimensions organisatrices particulières

L'analyse des procédures développées par les deux groupes révèle aussi que l'application de raisonnements vus en cours de mathématiques est problématique pour les élèves. Nous allons nous pencher plus précisément sur la mise en œuvre de trois dimensions organisatrices : raisonnement par récurrence, raisonnement par l'absurde et raisonnement par disjonction de cas. Les deux groupes ont essayé d'utiliser le raisonnement par récurrence : le groupe 1 pour démontrer que la conjecture est vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$ et le groupe 2 pour démontrer que la conjecture est vraie pour n pair. Ce n'est pas étonnant que les deux groupes aient pensé à ce type de raisonnement étant donné que le problème porte sur des nombres entiers naturels et qu'il a été vu et travaillé en tant qu'objet d'étude par tous les élèves. En ce qui concerne le raisonnement par l'absurde, seul le groupe 1 le nomme par son nom et essaie de l'utiliser. Le groupe 2 fait allusion à ce type de raisonnement mais ne le nomme pas. C'est un raisonnement qui se voit particulièrement en spécialité mathématiques donc il se peut qu'il n'ait pas été institutionnalisé pour ces élèves. De même pour le raisonnement par disjonction de cas que seul le groupe 1 évoque.

Nous allons regarder plus en détail comment les élèves essaient de mettre en application ces trois raisonnements à partir de différents extraits de leur recherche.

3.3.1.1 Le raisonnement par récurrence :

Le groupe 1 évoque de nombreuses fois le raisonnement par récurrence. Il est parfois simplement cité par volonté de se situer dans une dimension organisatrice sans discussion sur sa mise en œuvre. Dans les épisodes suivants, il est l'objet de discussion entre les élèves et deux questionnements apparaissent : comment mettre en œuvre l'hérédité ? Et que veut-on prouver avec ce raisonnement ? Ces deux interrogations semblent avoir un lien : il est difficile d'effectuer l'hérédité d'une propriété si on ne sait pas ce qu'on veut démontrer. C'est ce problème qui s'est posé au sein de ce groupe.

Dans l'épisode 23, J propose un raisonnement par récurrence pour démontrer que la conjecture est vraie pour tout n entier naturel. Les autres élèves ne comprennent pas comment il veut établir l'hérédité étant donné qu'ils pensent que c'est vrai pour certaines valeurs de n et faux pour d'autres :

950	J	Une récurrence	Episode 23
951		(rires)	
952	J	On va voir tu sais	
953	**E**	**Ce qu'il y a c'est que je ne sais pas comment tu vas faire l'hérédité**	
954	**Ar**	**Bon pour P0 je pense que ça ne va pas être trop difficile**	
955	**J**	**P0 euh, P2**	
956	**E**	**Non P2**	
957	**Ar**	**Non mais tu ne vas même pas pouvoir faire ta récurrence vu que il y a des cas qui sont bons**	
958	**Al**	**Ben si, justement si, tu**	
959	**E**	**Non mais c'est à partir de 2**	
960	**Al**	**Parce que tu fais P et P2 en premier, en terme initial tu fais P2 et après il faut arriver à la prouver**	
961	**Ar**	**Non mais il n'arrivera pas à le prouver vu que pour 3 ça marche, on peut le faire mais pour 5 on ne peut pas le faire**	
962	J	Bah on ne l'a pas prouvé qu'on ne peut pas le faire	
963	Al	Non mais on n'a pas trouvé	
964	Ar	Ouais	
965	E	On n'a pas prouvé, on n'a pas trouvé, ça ne veut pas dire qu'on ne peut pas le faire	
966	Al	C'est possible de	

967	Ar	Si, pour moi si	
968	E	Micro, dis-nous tout, si ça se trouve le micro il sait lui. Tiens tu veux reprendre ta feuille, pardon	
969	J	Ce qu'il y a c'est qu'avec tous les a, b, c je ne sais pas si ça va être faisable en fait	Fin épisode 23

Ce n'est pas étonnant que le raisonnement ne pose pas de problème à l'élève J puisqu'il semble conscient qu'ils n'ont pas démontré l'existence de *n* pour laquelle l'équation n'est pas vérifiée : « *Bah on ne l'a pas prouvé qu'on ne peut pas le faire* ». Ces discussions montrent cependant que le raisonnement par récurrence est une connaissance mobilisée spontanément pour tous les élèves du groupe. De plus nous pouvons supposer que la difficulté des élèves E, Ar et Al pour l'hérédité vient du fait qu'ils ne savent pas ce qu'ils veulent démontrer. L'épisode 26 confirme cette hypothèse :

1008	E	Ben faut que, tu supposes que, on sait que, donc on sait que 4/k est égal à, il faut que 4/k+1 est égal à (*pas très audible, discute sur une égalité*)	
1009	**Ar**	**Mais qu'est ce que tu cherches en fait à montrer par l'hérédité**	
1010	Al	Non mais à mon avis ça ne marche pas partout	
1011	Ar	Avec l'hérédité ça ne peut pas marcher	
1012	J	Pourquoi ?	
1013	Ar	Qu'est ce que	
1014	J	Pourquoi ça ne peut pas marcher ?	
1015	**Ar**	**Moi je voudrais savoir déjà ce que tu cherches, qu'est ce que tu cherches à prouver en fait**	
1016	J	Ben prouver que c'est possible pour tout n	
1017	Al	Après 2	
1018	**Ar**	**Pour tout n ?**	
1019	E	Supérieur à 2	
1020	J	Ben oui	
1021	E	Supérieur après 2	
1022	J	Supérieur ou égal à 2	
1023	Al	Sauf que, sauf que, je ne pense pas que ça marche avec n = 5, je ne vois pas de solution, honnêtement, là euh, ça me laisse franchement perplexe	
1024	E	Il t'a dit quoi comme truc euh, fais voir ton initialisation	
1025	J	C'est ça	
1026	E	C'est écrit 4/2 qui est égal à 1	
1027	Ar	Hum	
1028	J	Ben je ne sais pas j'ai cru que vous l'aviez fait, tu sais, je n'ai pas	
1029	**E**	**Mouais, mais tu vois mais c'est qu'on a pas de propriété de récurrence déjà**	
1030	J	Hum	
1031	**E**	**Qu'est ce que tu veux montrer, tu vois ? ce que je veux dire ?**	
1032	J	Non	
1033	E	Là tu ne passes pas par euh, ah si oui, soit Pn est égal à 4, ok	Fin épisode 26

En effet, J semble savoir ce qu'il veut démontrer puisqu'il commence à mettre en place la propriété de récurrence. Pour les autres élèves cela n'est pas clair puisqu'ils lui posent des questions « *Mais qu'est ce que tu cherches en fait à montrer par l'hérédité* », « *Moi je voudrais savoir déjà ce que tu cherches, qu'est ce que tu cherches à prouver en fait* ». J répond : « *Ben prouver que c'est possible pour tout n* ». Ar est étonné : « *pour tout n* ? » et Al ajoute : « *Sauf que, sauf que, je ne pense pas que ça marche avec n = 5, je ne vois pas de* *solution, honnêtement, là euh, ça me laisse franchement perplexe* ». Puis c'est l'élève E qui ne comprend pas non plus ce qu'il veut montrer et donc ne voit pas la propriété de récurrence. Il semble donc que le rejet de s'engager dans un raisonnement par récurrence par certains élèves vient du fait qu'ils sont persuadés que pour $n = 5$ l'équation n'a pas de solution. D'ailleurs, dans la suite de leur recherche, J va mener ce raisonnement par récurrence et les autres suivront une autre piste.

Ce raisonnement, mené par l'élève J est le suivant : il suppose que l'équation a des solutions pour tout entier n supérieur à 2. Dans l'étape de l'hérédité, il arrive à $\frac{4}{k+1} = \frac{1}{a + \frac{a}{k}} + \frac{1}{c + \frac{c}{k}} + \frac{1}{b + \frac{b}{k}}$ et remarque que cette équation a des solutions seulement si k divise a, b et c. Il abandonne alors ce raisonnement par récurrence.

Le raisonnement par récurrence est évoqué deux fois dans la recherche du groupe 2. La première fois il est question de démontrer que la conjecture est vraie pour les nombres pairs. La seconde fois, il est en discussion pour prouver que l'équation a des solutions pour les nombres premiers.

Dans l'épisode 40, les élèves sont en train de rédiger leur production finale et réfléchissent sur la preuve de leur conjecture établie pour les nombres pairs. Un raisonnement par récurrence est évoqué. L'élève M essaie alors de se rappeler la mise en œuvre d'un tel raisonnement. Il semble connaître le principe de la récurrence mais a des difficultés a exprimé la propriété à démontrer. Pour les deux autres élèves, cela ne semble pas poser de problème. C'est d'ailleurs L qui entreprend le raisonnement et pas M qui pourtant l'avait débuté.

1235	M	Ouais puis après on va mettre les démonstrations. **Ça marche comment le raisonnement par récurrence déjà ?** On veut que Pn, on sait que Pn égale machin, on veut que P(n+2) égale machin	
1236	F	P(n+1). Pourquoi tu dis P(n+2) ?	
1237	M	Parce que on ne veut que les nombres pairs	
1238	F	Ouais P(n+2)	
1239	M	On veut P(n+2) égale machin et après on part de Pn, on part de Pn ? ou on part de, on part de quoi après ?	
1240	F	Non on sait que, on sait que Pn est vraie et on veut prouver que P(n+1) est vraie	
1241	M	Ouais	
1242	F	voilà	
1243	M	Mais on part de quoi ?	
1244	F	Et avec 1 c'est 2 quoi	
1245	M	Ouais mais on part de quoi ? on part de	
1246	F	Ben tu fais P(n+1) et tu veux prouver que c'est égal à, à	
1247	L	Mais pour les nombres pairs, pour prouver que c'est toujours un réel, c'est assez simple hein. T'as a	
1248	F	Mais vas-y au feeling oh	

1249	L	De toutes façons t'as a, on sait qu'il est, on suppose que c'est vrai donc tu sais que a, ah c'es ça que tu veux prouver en fait, ça veut dire que a+1 ça fait n+2/2 donc ça fait, ça fait bien ça, t'es d'accord	
1250	M	Ben oui mais	
1251	L	Donc ça marche, après pour b tu fais pareil, ça fait n+2/2, ça fait n/2 + 1	
1252	M	hum	
1253	L	Donc ça marche, mais moi je pourrais la mettre, tu es sûr que je ne la mets pas directement là la démonstration ?	
1254	M	Si ben vas-y si tu veux, ça ne fait rien. Oh non non mais c'est bon, mais je ne sais pas si on aura le temps en fait	

Dans l'épisode 51, un raisonnement par récurrence est évoqué pour démontrer que la conjecture est vraie pour les nombres premiers. Une aide leur a été apportée : quelles relations peut-on faire entre les dénominateurs des fractions suivantes : $\frac{4}{7}=\frac{1}{2}+\frac{1}{14}$ et $\frac{4}{11}=\frac{1}{3}+\frac{1}{33}$?

De plus, nous sommes intervenus pour leur demander de généraliser la relation trouvée pour n = 7 et n = 11. Or ils ont trouvé que n = 13 ne vérifie pas cette relation établie. Voici l'extrait de leur recherche :

1678	L	Faudrait faire un raisonnement par récurrence pour démontrer, excuse moi, pour démontrer pour passer d'un nombre premier à un autre, pour démontrer que c'est héréditaire quand on passe d'un nombre premier à un autre	Episode 51
1679	M	Et ben ?	
1680	L	Faudrait démontrer par récurrence à la limite. C'est impossible ?	
1681	F	Que quoi est héréditaire ?	
1682	L	Ben quand on passe d'un nombre premier à un autre ça marche, ça	
1683	F	Ben la preuve que ça ne marche pas forcément pour tous puisque avec 13 il y a un truc qui ne marche pas	
1684	L	Comment on le sait ?	
1685	F	Mais il n'y a pas de lien entre les 2, on ne peut pas prouver une hérédité s'il n'y a pas de lien entre les deux	
1686	L	ouais	

L'élève F remarque qu'un raisonnement par récurrence ne serait pas approprié car leur relation n'est pas vérifiée pour une certaine valeur de *n*. Il dit ainsi que l'hérédité ne pourra pas être établie. La fin de l'épisode marque la fin de la discussion sur le raisonnement par récurrence et cela jusqu'à la fin de leur recherche.

Pour conclure, le raisonnement par récurrence semble être une connaissance mobilisée spontanément et bien intégrée par tous les élèves. En effet, dans le groupe 1, ceux qui pensent que l'équation n'a pas de solution pour n = 5 ne veulent pas le mettre en œuvre alors que l'élève qui est persuadé que la conjecture peut être vraie pour tout n entier n'hésite pas à le réaliser. De même, le groupe 2 renonce au raisonnement par récurrence lorsqu'un élève soulève le problème de la conjecture non vérifiée pour une certaine valeur de n. Ils ont donc bien assimilés que l'existence d'une valeur de n pour laquelle l'équation n'a pas de solution empêche une démonstration par récurrence.

La difficulté pour les deux groupes semble résider en fait, dans l'élaboration d'un raisonnement par récurrence dont l'hérédité consisterait à passer d'une propriété (P_n) à (P_{n+4}) par exemple[26], type de problème n'ayant jamais été rencontré à ce niveau là.

3.3.1.2 Le raisonnement par l'absurde :

Ce raisonnement est apparu dans la recherche des deux groupes. Dans le premier groupe, celui suivant la spécialité mathématique, il a été nommé plusieurs fois. Dans le second groupe, il a été évoqué mais n'a pas été nommé. Nous pouvons supposer que ce dernier ne connaissait pas son nom étant donné que c'est un raisonnement peu (voire pas du tout) étudié dans l'enseignement obligatoire de terminale scientifique.

Concernant le groupe 1 nous pouvons remarquer que le raisonnement par l'absurde est une connaissance mobilisée spontanément. En revanche sa mise en œuvre pose de nombreuses difficultés aux élèves. Nous voyons un problème crucial se poser : quelle est la proposition initiale qui sera contredite ? Et que veut-on démontrer, que la conjecture est vraie ou que la conjecture est fausse ? Ces deux questionnements sont liés puisque la proposition à nier sera différente selon l'affirmation ou non de la conjecture. Le fait de ne pas se poser la seconde question et surtout de ne pas y répondre peut donc provoquer le premier questionnement. C'est ce qui s'est déroulé dans le groupe 1. En effet, dans l'épisode 36, le premier épisode où ce groupe se penche sur le raisonnement par l'absurde, les élèves n'arrivent pas à le mettre en œuvre car ils ne savent pas comment le débuter :

1551	E	Après par l'absurde à mon avis ça doit être faisable	
1552	**Al**	**C'est faisable mais il faut partir sur la bonne hypothèse**	
1553	**E**	**Après il faut partir sur le bon truc, ouais, et c'est ça qui est chaud quoi**	

Les élèves AL et E sont donc bloqués pour mener ce raisonnement à cause de la « *bonne hypothèse* » à choisir pour démarrer. Ainsi ils semblent savoir comment se met en œuvre un raisonnement par l'absurde mais n'arrivent pas à déterminer la proposition qu'il faut nier. L'extrait suivant semble confirmer cette hypothèse :

1577	E	Euh, par l'absurde ?	
1578	Al	J'ai essayé un peu par l'absurde	
1579	J	Ou éventuellement autrement mais	
1580	**Al**	**Mais je ne vois pas l'hypothèse**	
1581	E	Ouais voilà, c'est ça, ben si il faut dire que, **il existe**	
1582	Al	A la limite, voilà, ce qu'il faudrait par l'absurde, c'est dire, voilà	
1583	**J**	**Que tu si c'est vrai ou si c'est faux puis ce que ça entraîne et puis ta conclusion**	
1584	**E**	**Il faut que tu dises que c'est impossible de trouver 3 entiers naturels a,b et c tels que 4 abc par exemple est égal à**	
1585	**Al**	**Donc ce n'est pas faux**	Fin épisode 36

[26] Ce raisonnement par récurrence a été effectué dans l'analyse *a priori*.

L'élève J décrit des étapes du raisonnement par l'absurde qu'ils voudraient mettre en œuvre. On peut remarquer qu'il ne tranche pas sur ce qu'il faut démontrer au départ. Le second questionnement mis en évidence ci-dessus ne semble pas être repéré par les élèves. Nous pouvons alors supposer que c'est pour cette raison qu'ils n'arrivent pas à effectuer le raisonnement par l'absurde.

Au vu de cet épisode, il semble que le raisonnement par l'absurde soit bien assimilé par les élèves. En effet, ils savent qu'il faut partir d'une hypothèse, qu'il faut obtenir une contradiction et par suite la conclusion. Cependant, il semble que ce soit le fait que la proposition à prouver ne soit pas déterminée clairement qui les empêche de mettre en œuvre ce raisonnement. Ces difficultés font échos à celles relevées par Battie (Battie, 2007) concernant la distinction entre la valeur épistémique de l'énoncé et sa valeur logique dans la mise en œuvre d'un raisonnement par l'absurde. Les contextes de ces deux études sont cependant différents : les positions des élèves par rapport à la valeur épistémique de l'énoncé sont effectivement différentes. Dans notre recherche les élèves hésitent sur la valeur épistémique de l'énoncé et c'est ce qui semble être à l'origine de leur difficulté de mise en œuvre du raisonnement par l'absurde. Dans les travaux de Battie, c'est au contraire « *si un doute subsistait sur la valeur épistémique de l'énoncé, rendant l'opposition de valeurs moins flagrante* » qui faciliterait, pour les élèves, l'entrée dans le raisonnement par l'absurde.

C'est ainsi ce problème de la détermination de la valeur épistémique de l'énoncé qui s'est posé dans l'épisode 43. Connaître le but de faire un tel raisonnement, voilà le questionnement de l'élève J : « *pour montrer quoi, que c'est vrai ?* » (épisode 43a) et quelques minutes plus tard : « *De montrer que c'est faux ?* » (épisode 43c). Lorsque J et Al discutent du raisonnement par l'absurde pour montrer que la conjecture est fausse pour les nombres impairs, J dit alors « *ah ouais, d'accord, de dire que c'est possible et arriver à une* », c'est Al qui finit sa phrase « *et arriver à une contradiction* ». Cela confirme le fait que de connaître le but du raisonnement par l'absurde leur permet de trouver la proposition initiale à contredire. Nous pouvons également observer que la connaissance de ce raisonnement semble solide chez l'élève J puisqu'il remarque tout de suite que « *Ouais mais on a montré que c'était vrai pour 3 et 3 est impair donc pour arriver à trouver la, pour arriver à trouver la contradiction. Tu ne pourras pas, tu ne pourras pas montrer la contradiction* ». De même il a bien compris que si le but est de démontrer que p implique q alors le raisonnement consiste à étudier p et non q. Or cela pose problème aux autres élèves du groupe qui se demandent s'il faut partir d'une hypothèse vraie ou fausse :

2019	J	Là je suis sûr par l'absurde, il y a moyen	43e
2020	Al	Par l'absurde, je pense	

2021	J	De montrer que	
2022	Ar	Qu'est ce qui se passe ?	
2023	E 1 :50 :09	Par l'absurde, passons par l'absurde	
2024	Al	Vas-y, tu fais un raisonnement toi, ça nous donnera notre raisonnement par l'absurde	
2025	E	Je peux avoir ta feuille de brouillon ?	
2026	Ar	2 est égal à 3	
2027	Al	Non non commence d'une hypothèse vraie (rires). Attends on va commencer	
2028	Ar	Si 4*5 est égal à 20	
2029	**E**	**Oh on part de quoi, on part d'une hypothèse vraie ?**	
2030	Al	Alors 2*2 est égal à 5	
2031	**E**	**Ou d'une hypothèse fausse ?**	
2032	**J**	**Ben d'une hypothèse supposée vraie**	
2033	E	Supposée vraie	
2034	**J**	**Ben comment tu veux dire, une hypothèse fausse, vraie pour montrer qu'elle est fausse, euh**	
2035	E	Non mais	
2036	Ar	Faux donc l'hypothèse	
2037	Al	Donc c'est faux pour les nombres impairs	
2038	Ar	Donc l'hypothèse	
2039	Al	Est fausse	
2040	Ar	Est fausse (rires)	
2041	E	Vas-y envoie moi le, hein ?	
2042	Al	Poum (rires)	
2043	E	C'est vrai ?	
2044	J	Sur 2n égal 3, alors 2n plus 3	
2045	E	Donc on part des impairs et on dit qu'ils divisent ou pas ?	
2046	Ar	Raisonnement par l'absurde ?	
2047	E	Oui, moi je le sens très bien l'absurde, depuis qu'on en parle là. Par l'absurde	Fin 43e

L'épisode montre que les élèves cherchent comment démontrer leur conjecture pour les nombres impairs, à savoir, l'équation n'est pas vérifiée pour les nombres impairs. Cependant lors de l'extrait 43e, E ne semble pas conscient de ce qu'il veut démontrer par l'absurde ce qui lui pose problème pour le débuter. Cela confirme à nouveau notre hypothèse : le raisonnement par l'absurde est un savoir mobilisé spontanément mais pas totalement intégré. Il le deviendrait certainement en déterminant clairement le but du raisonnement puisque cela leur permettrait de définir la proposition initiale à contredire.

En ce qui concerne le groupe 2, un seul épisode fait référence au raisonnement par l'absurde. Ce dernier n'est pas nommé mais il est reconnaissable grâce à la description des différentes étapes du raisonnement qu'ils veulent mettre en œuvre. L'élève M fait ainsi allusion à un « *truc* » que leur professeur leur avait montré :

111	M	Tu sais il avait fait un truc..euh…on suppose qu'il n'y a pas de solution et on montre qu'on arrive à un résultat incohérent	Episode 6
112	F	Mais en fait il y a des solutions. Ce qu'on devrait faire en fait c'est partir de la solution et essayer de voir si tout n marche ou pas	

M donne donc les différentes étapes du raisonnement par l'absurde. L'élève F repère tout de suite que ce type de pensée organisatrice ne conviendra pas pour prouver que la conjecture est vraie pour tout *n* entier dans la mesure où ils ont déjà trouvé des solutions. Ce groupe abandonne donc rapidement ce raisonnement et il n'y reviendra pas dans la suite de leur recherche.

Nous pouvons donc conclure que la dimension organisatrice « raisonnement par l'absurde » est mobilisée spontanément par les élèves. Dans les deux groupes, les différentes étapes du raisonnement sont décrites. Cependant lors de la mise en œuvre des problèmes se posent. Nous avons notamment mis en évidence la difficulté de déterminer le but du raisonnement ainsi que la difficulté à établir la proposition à contredire, ces deux problèmes étant liés, le premier ayant une forte influence sur le second.

3.3.1.3 Le raisonnement par disjonction de cas :

Ce raisonnement n'est apparu que dans le groupe 1. Comme nous l'avons souligné, cela vient du fait qu'il est étudié spécifiquement en spécialité mathématiques. La première allusion au raisonnement par disjonction de cas apparaît à l'épisode 24. Les élèves viennent de se rendre compte que leur piste basée sur l'inverse ne marche pas, ils évoquent un possible raisonnement par récurrence puis Ar lance :

970	Ar	Raisonnement par disjonction de cas à mon avis	Episode 24
971	J	Oui mais quels cas ?	
972	Ar	Je ne sais pas	
973		(rires)	
974	Al	Je dirais ceux divisibles par euh 10	
975	Ar	12	Fin épisode 24

Il semblerait qu'il donne cette remarque sans grande conviction, un peu par dépit, parce que c'est un raisonnement qu'ils n'ont pas encore essayé. D'ailleurs il ne sait pas quelle distinction de cas faire. Ils sont donc toujours dans la pensée organisatrice et ils essaient toutes celles qu'ils connaissent. Cette piste est laissée de côté mais le même élève, Ar, quelques minutes plus tard, dans l'épisode 28 reprend cette idée. Et cette fois il précise les différents cas :

1071	**Ar**	**Tu peux faire par disjonction de cas, n congru à**	**28b**
1072	E	à 0, à 1, à	
1073	Ar	0, 1, 2, 3	
1074	E	Oui, on peut le tenter hein	
1075	Ar	Oui mais là, on vient de montrer le cas 0 modulo 4 alors	
1076	E	Ça marche oui, ça marche tout le temps	
1077	Al	Il faut le prouver	
1078	Ar	Faudrait le prouver oui	

Les différents cas qu'il propose d'étudier sont distingués à l'aide des congruences. Nous pouvons ainsi penser que cette idée vient de leur enseignement de spécialité où ce raisonnement est assez classique. Cependant, il ne sera pas suivi par les élèves. En effet, ces derniers changent tout de suite de pensée organisatrice et propose un raisonnement par récurrence.

Plus tard, dans l'épisode 37, un autre élève J pense faire un raisonnement par disjonction de cas suivant la nature des nombres :

1600	J	4/n oui, euh, par disjonction de cas moi je ferais	
1601	E	C'est ce que Arthur avait dis, mais quel cas	
1602	J	Et après	
1603	Ar	On a essayé de	
1604	J	Après pour tous les entiers, après il faudrait faire pour 4/n entier pour 4/n euh etc etc	
1605	E	Mais tu n'as pas fini, avec tous les nombres premiers, tu vas manger déjà	
1606	J	Non non mais pour entiers, relatifs, rationnels, irrationnels	Fin épisode 37

Là encore il ne le fera pas et passera rapidement à une autre idée.

La première apparition du raisonnement par disjonction de cas semble être due à l'organisation de leur recherche. En effet ils sont axés sur la pensée organisatrice et semblent essayer tous les raisonnements utilisés en arithmétique (à leur niveau) qu'ils connaissent. Cette hypothèse peut être confirmée par d'autres travaux (Battie, 2009) : " The few explicit tracks for the organizing dimension generally come from a vague recollection of what has been done in the classroom. Pupils mention organizing dimensions encountered at school as induction, *reductio ad absurdum* and separating even and odd cases, but they awkwardly introduce them and, mostly, they don't use them afterwards in their research." Ainsi, ayant déjà pensé aux raisonnements par récurrence et par l'absurde, les élèves en essaient un troisième. D'ailleurs cette référence au raisonnement par disjonction de cas ne provient pas de leur recherche en cours, contrairement à la seconde fois où les élèves l'évoquent. En effet, la seconde allusion à ce raisonnement semble plus construite. Ils sont en train de réfléchir sur une conjecture pour les nombres multiples de 4, c'est donc naturel de penser à différents cas modulo 4. Ce raisonnement est donc dans la continuité de leur recherche. Cependant ils ne le mettent pas en œuvre non plus. Deux hypothèses peuvent l'expliquer : leur focalisation sur la « bonne » pensée organisatrice à suivre les auraient stoppés dans ce raisonnement pour basculer sur un autre raisonnement, celui par récurrence, ou la difficulté de traiter les différents cas évoqués les aurait poussés à abandonner. La troisième apparition du raisonnement par disjonction de cas dans ce groupe illustrerait plutôt la première hypothèse. En effet J intervient pour proposer différents cas sur la nature des nombres mais aucun élément nous permet de comprendre pourquoi il propose cela. Ce n'est effectivement pas dans la continuité de leur recherche, ce qui laisse penser une nouvelle fois à l'effet de leur volonté de suivre une certaine dimension organisatrice.

Nous pouvons donc conclure que ce raisonnement semble être apparu en raison de l'organisation de leur recherche, axée sur la pensée organisatrice. Cependant lorsqu'il semble être dans la continuité de leurs travaux, ils ne le conduisent pas, peut être par difficulté à traiter les différents cas distingués. Ce raisonnement est une connaissance sans aucun doute mobilisée spontanément mais les élèves rencontrent des difficultés dans sa mise en acte.

3.3.2 Analyse d'une dimension opératoire : l'inverse d'une somme

Les deux groupes ont essayé d'effectuer à un moment donné dans leur recherche l'inverse de $\frac{4}{n}$ et de $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$. Si l'inverse de $\frac{4}{n}$ ne leur a pas posé de problème, il n'en est pas de même de l'inverse de la somme. Voici des extraits de leur recherche concernant ce problème.

Dans chaque groupe un élève propose d'utiliser l'inverse. Cette proposition arrive très tôt dans le groupe 1 (épisode 2) : « *Attends par contre est ce que tu ne peux pas faire l'inverse là, là ? t'as 4 = n/a + n/b + n/c, est ce que tu peux dire que ça fait 1/4 sur a/n + b/n* ». Mais un élève réagit tout de suite pour lui dire que ce qu'il a fait n'est pas l'inverse mais qu'il a simplement multiplié par *n*. La question de l'inverse arrive de nouveau dans ce groupe à l'épisode 6 : « *Erwan, est ce que ça tu peux faire l'inverse ?* ». C'est d'ailleurs le même élève, Ar, qui pose la question. L'équation étant $4 = \frac{n}{a} + \frac{n}{b} + \frac{n}{c}$, il propose de faire l'inverse et d'écrire : $\frac{1}{4} = \frac{a}{n} + \frac{b}{n} + \frac{c}{n}$. Dans l'autre groupe c'est l'élève L qui propose aussi d'utiliser l'inverse : « *Ce qu'on peut faire déjà c'est retourner comme ça on a, n/4 = a + b + c* ». Le problème de l'utilisation de l'inverse est donc semblable aux deux groupes. Les réactions des autres élèves seront également identiques : « *Ben tu ne peux pas, t'as le droit, tu ne peux pas faire l'inverse* » (Al, groupe 1) et « *ça ne marche pas comme ça un inverse* » (F, groupe 2). F et Al ne donnent cependant pas d'arguments pour justifier que l'inverse d'une somme ne se calcule pas de cette façon. Al dit par exemple qu'on peut multiplier ou diviser mais pas prendre l'inverse. Ainsi cela semble être une évidence pour eux. D'ailleurs Al commence à dire « *parce que sinon ça serait trop* ». On peut penser que la suite serait « facile » en référence à l'équation obtenue plus simple : $\frac{1}{4} = \frac{a+b+c}{n}$ et au contrat didactique en jeu pour lui : si c'est une recherche de deux heures, cela ne peut pas être aussi simple. Nous ne pouvons cependant pas savoir pour quelles raisons les élèves pensent que c'est évident. En effet, ils ne donnent aucun argument permettant de voir s'ils savent faire l'inverse d'une somme. En ce qui concernent les autres élèves des groupes, un contre-exemple sera nécessaire pour les convaincre de l'erreur commise dans l'utilisation de l'inverse d'une somme. Ainsi l'élève E du groupe 1 propose d'étudier 3 = 2 + 1 et de regarder si $\frac{1}{3}$ est égal à $\frac{1}{2}$ + 1. L'élève F du groupe 2 l'illustre avec un autre exemple : « *1/2 + 1/3 + 1/4 est pas égal à 2 + 3 + 4, ce n'est pas 1/7 quoi* ». Les contre-exemples semblent convaincre tous les élèves que leur calcul de l'inverse d'une somme est faux. Cependant aucun élève ne se pose la question de l'existence de l'inverse d'une somme ni de son expression. Il semblerait qu'ils pensent qu'elle n'existe pas. En effet, les deux groupes abandonnent cette piste de recherche dès que leur erreur est admise par tous. Cette question de l'inverse ne reviendra effectivement plus dans la recherche du groupe 2 et réapparaîtra dans le groupe 1 mais introduite par un élève qui n'a pas assisté aux premières discussions.

En effet, ce problème de l'inverse d'une somme intervient à nouveau avec J, l'élève qui arrive une heure plus tard : « *Maintenant tu fais l'inverse de chaque côté* » dans l'épisode 19. L'égalité dont il parle est la suivante : $\frac{4}{n} = \frac{abc}{bc + ac + ab}$ et celle obtenue avec l'inverse est $\frac{n}{4} = \frac{\mathrm{bc + ac + ab}}{\mathrm{abc}}$. Al et Ar répondent de suite qu'il n'a pas le droit et qu'ils avaient déjà essayé de le faire. Il est intéressant de remarquer que Al ne donne toujours pas d'arguments puisqu'il répète : « *bah tu n'as pas le droit* » sans explication. Pour lui montrer, E reprend l'exemple donné à l'épisode 6. J ne dit plus rien pendant quelques minutes avant de reprendre : « *Mais si c'est bon on peut le faire ça* ». Il en est convaincu mais n'arrive pas à le formaliser. Il répète « *moi je dis qu'on peut le faire* » alors que Al, lui, est convaincu du contraire. Cependant aucun des deux n'argumente sa position. Puis E intervient : « *Non mais si parce que nous il y avait des additions mais là il n'y a pas d'addition* » ce qui permet à J d'ajouter : « *Là il n'y a pas d'addition c'est pour ça hein. Je suis d'accord quand tu as 1/a + 1/b + 1/c tu ne peux pas* ». E a donc remarqué que le problème venait de l'inverse de la somme. Les élèves semblent alors certains qu'il n'est pas possible de faire l'inverse d'une somme. La question de l'existence n'est toujours pas posée. C'est alors E qui explique les opérations que J a faites : « *Si ouais mais tu peux faire l'inverse là, tu fais le produit en croix et après tu divise par l'autre, ça te* ». J et E sont donc convaincus que c'est possible et savent expliquer leurs manipulations opératoires qui permettent de le prouver. Al est sceptique et non convaincu de leur proposition. Il demande alors à J ce qu'il fait après. J lui explique et il est d'accord « *si on a le droit de faire l'inverse* ». E lui demande alors s'il veut qu'il lui montre et Al répond :

« *bah vas-y prouve le moi* ». E et J expliquent donc à Ar et Al les opérations qu'ils ont faites : « *Tu fais le produit en croix et tu divises par l'un des deux membres* », « *C'est comme si tu faisais l'inverse* ». Al comprend et accepte leurs explications. Remarquons que chez cet élève, l'idée de l'impossibilité de prendre l'inverse est très prégnante et il a du mal à la dépasser et entendre ce que les autres veulent dire. Cette piste de l'inverse développée par J ne sera pas longtemps travaillée par le groupe étant donnée que l'égalité sur laquelle il s'est basée est fausse. Il ne sera alors plus question d'inverse dans le reste de leur recherche, en particulier lors de leur démarche expérimentale.

Ces analyses d'extraits mettent donc en relief une difficulté rencontrée par les élèves de terminale scientifique qui relève de l'existence et de l'utilisation de l'inverse d'une somme. Les deux groupes se sont confrontés à ce problème. Il s'est posé de la même façon : l'inverse d'une somme est la somme des inverses et il a été résolu de la même façon : par un contre-exemple. Pour Al du groupe 1 et F du groupe 2, cette difficulté apparaissait comme une évidence. Pour les autres, le contre-exemple a suffi *a priori* pour les convaincre de l'erreur commise. Une ambiguïté reste présente dans les deux groupes : les élèves pensent-ils que c'est uniquement le calcul de l'inverse tel qu'ils l'ont mené qui est impossible ou pensent-ils que l'inverse d'une somme n'existence pas ? En effet, aucun ne se pose la question de l'existence de l'inverse d'une somme. Il semblerait qu'ils soient convaincu de leur erreur mais ils ne cherchent pas à la corriger et préfèrent abandonner la piste de l'inverse. Cette recherche, menée lors de procédures non expérimentales, n'est pas survenue dans le reste de leur travail collectif. Cette question de l'inverse relève donc des dimensions organisatrice et opératoire mais pas du caractère expérimental. En effet, lors de cette phase de recherche, les élèves étaient dans une procédure utilisant l'outil algébrique avec comme dimensions opératoires « la transformation de l'écriture de l'équation de départ » et « des manipulations de nature algébrique ». Lorsqu'ils passent à une procédure à caractère expérimental et notamment à faire des essais sur des valeurs de *n*, la question de l'inverse ne réapparaît pas.

3.3.3 Nature des nombres

Nous avons pu remarquer dans l'analyse du résultat commun des deux groupes relatif aux nombres pairs que les élèves étaient très attentifs à la nature des nombres en jeu. Nous allons développer plus en détail cette analyse grâce à d'autres extraits de leur recherche.

Rappelons tout d'abord que les démonstrations des deux groupes du résultat concernant les nombres pairs portent sur la nature des nombres en jeu.

Dans leur production écrite relatant ce résultat, les élèves du groupe 1 ont bien précisé la nature des solutions. Dans leur recherche, l'élève J qui expose la démonstration ne l'explicite pas nettement mais on comprend qu'il est conscient de travailler avec des entiers puisqu'il écrit n pair sous la forme $2n'$ avec $n' \in \mathbb{N}^*$. De plus, l'élève Al précise que « *Et ben si n est pair, ça, et ben a, b, et c sont bien des nombres entiers donc ça marche […] Alors que si c'est impair, ça ne marche pas ce raisonnement* ».

Dans leur production écrite et dans leur démonstration du résultat pour les nombres pairs, les élèves du groupe 2 ont indiqué précisément la nature des nombres en jeu. Rappelons ici les éléments de leur preuve : n est un multiple de 2 donc $\frac{n}{2}$ est un entier, puis $\frac{n}{2} + 1$ est aussi un entier et enfin le produit de deux entiers est un entier donc $\frac{n}{2} \times (\frac{n}{2} + 1)$ est aussi un entier. D'où la conjecture est vérifiée pour les nombres pairs grâce à l'égalité $\frac{4}{n} = \frac{1}{\frac{n}{2}} + \frac{1}{\frac{n}{2} + 1} + \frac{1}{\frac{n}{2} \times (\frac{n}{2} + 1)}$.

Leur démonstration repose donc sur la nature des nombres en jeu aux dénominateurs des fractions unitaires. De plus au début de cet épisode, l'élève L qui fait cette démonstration commence par dire « *n il appartient à N, n il appartient aux naturels, ça un naturel divisé par un naturel, ça reste un naturel*. » L'élève F n'est alors pas d'accord et lui donne un contre-exemple : $\frac{4}{7}$. Il rigole de l'erreur de L et va même jusqu'à dire *« Lélien vient d'inventer un monde où il n'y a pas de fractions, ouh »* en se moquant de lui. Cette remarque n'est pas anodine et montre bien que F distingue parfaitement la nature des nombres. L se reprend très vite et enchaîne sur la démonstration ci-dessus.

Grâce à ces extraits, nous pouvons supposer que les élèves sont conscients qu'ils manipulent des nombres entiers mais aussi qu'ils savent en déterminer leur nature. D'autres extraits de leurs recherches nous permettent de confirmer cette hypothèse. Tout d'abord dans le souci de travailler et raisonner avec des nombres entiers naturels puis avec le rejet de travailler avec des nombres complexes.

Concernant le groupe 1, un extrait de l'épisode 19 illustre bien cette attention particulière à la nature des nombres en jeu. Alors que l'élève J essaie de transformer l'écriture de l'équation initiale grâce à l'inverse, il aboutit à cette égalité : $n^2 = 16$.

796	Ar	n^2 est égal à 16 donc n est égal à	
797	Al	à 4	
798	**Ar**	**à –4 ou à 4**	
799	**Al**	**Non à 4 parce qu'on n'a pas le droit à -4**	
800	**E**	**Non à 4 puisque n est un entier naturel**	
801	Ar	Oui oui	

Al donne directement une seule solution, on peut donc supposer qu'il a toujours en tête le fait que les nombres en jeu sont des entiers naturels, contrairement à Ar qui semble l'avoir oublié. Al dit qu' « *on n'a pas le droit à – 4* » mais n'explique pas pourquoi. En revanche, E donne l'argument qui justifie le fait qu'on ait « pas le droit » à – 4. Cela ne semble pas poser de problème à Ar qui est d'accord tout de suite.

De même, l'extrait suivant confirme que les élèves font toujours attention à la nature des nombres qu'ils manipulent. L'élève J essaie de faire un raisonnement par récurrence pour prouver que la conjecture est vraie pour tout n entier naturel. A l'aide de son brouillon[27], nous avons pu identifier les quantités désignées par « ça » :

1172	**J**	**montrer que ça, ça et ça se sont des entiers c'est faisable ça ?**	
1173	E	C'est tout pareil ça ?	
1174	J	Ouais	
1175	E	Donc t'as continué, t'as pas fait avec n congru à 1 toi ?	
1176	P	Allez vous commencez, donc une feuille par groupe hein	
1177	**J**	**Non parce que, est ce que tu crois que ça, ça et ça c'est des entiers ?**	
1178	**Al**	**Ben non ce ne sont pas des entiers, c'est sûr**	
1179	J	C'est sûr hein ?	
1180	Al	Oui	
1181	J	Merde	
1182	**E**	**Pourquoi ce n'est pas des entiers ?**	
1183	**Al**	**Bah, parce que tu sais que a, b, c ce sont des entiers**	
1184	**E**	**Ouais**	
1185	**Al**	**Donc un entier plus un entier, et k tu sais que c'est un entier aussi**	
1186	**E**	**Oui mais, il faudrait que k divise a, b et c**	
1187	**J**	**Voilà c'est ça**	
1188	**E**	**Si k qui divise a, b et c, a et c, a, b et c sont des entiers**	
1189	**Ar**	**Si tu as c qui est égal à 3 et b qui est égal à 1, là si tu fais**	
1190	**Al**	**Oui oui. Donc k divise a,b et c**	

Pour prouver l'hérédité de sa propriété, il mène une série de calculs. C'est lorsqu'il arrive à cette égalité : $\frac{4}{k+1} = \frac{1}{a+\frac{a}{k}} + \frac{1}{c+\frac{c}{k}} + \frac{1}{b+\frac{b}{k}}$ qu'il se demande si les dénominateurs de ces fractions sont des entiers. J, en posant la question, ne semble pas convaincu que ce soit effectivement des entiers. D'ailleurs lorsque Al lui répond « *Ben non ce ne sont pas des entiers, c'est sûr* », il ne demande pas plus d'explication. Il semble être convaincu.

[27] Voir en annexe 9.

En revanche, l'élève E veut savoir pourquoi ce ne sont pas des entiers, ce qui oblige Al à donner une explication. Il raisonne alors sur la nature des nombres en jeu, *a*, *b*, *c* et *k* et sur les opérations qui lient ces nombres entre eux. Avec la transcription, on ne comprend pas pourquoi ce ne sont pas des entiers car il ne finit pas son raisonnement. En effet il ne parle que d'addition d'entiers donc on ne peut pas comprendre pourquoi sa conclusion est que le nombre n'est pas entier. Grâce au brouillon, on peut penser qu'il veut dire que $a + \frac{a}{k}$, par exemple, sera un entier seulement si *k* divise *a*. Et donc que la somme de deux entiers sera un entier. Dans cet extrait, J est conscient que son résultat conviendra si les dénominateurs de l'expression qu'il a établie sont entiers. Il a donc toujours en tête que les nombres *a*, *b* et *c* cherchés doivent être des entiers naturels. Cependant il n'est pas certain que ce soit le cas. L'élève Al est de suite conscient que les nombres en jeu ne sont pas toujours des entiers. Nous pouvons donc à nouveau remarquer que tous les élèves de ce groupe sont attentifs à la nature des nombres en jeu et qu'ils sont capables de la déterminer.

Nous observons le même constat dans le groupe 2 à travers notamment cet extrait issu de l'épisode 7. Les élèves ont écrit l'équation sous la forme $n = \frac{4abc}{a(b+c)+bc}$ et ils cherchent des « *valeurs interdites* » pour *a*, *b* et *c*.

138	**F**	**Si ils sont naturels, ça veut dire qu'ils sont supérieurs à 0. Naturel c'est supérieur à 0**	
139	L	Ben ouais puis là il n'y a que des positifs	
140	**M**	**Ce n'est pas supérieur ou égal ?**	
141	F	Quoi ?	
142	M	Ce n'est pas supérieur ou égal ?	
143	F	Ben ça veut dire que déjà il faut…ouais mais naturel je crois c'est	
144	**L**	**Naturel c'est supérieur ou égal, si t'as**	
145	**F**	**Donc déjà faut qu'ils soient différents de 0**	
146	L	Si t'as a =0 et b= 0 t'as une valeur interdite	

Les élèves traduisent « nombre naturel » en « nombre supérieur à zéro ». Puis ils se posent la question de la stricte positivité ou non. C'est donc à nouveau en raisonnant sur la nature des nombres en jeu qu'ils avancent dans leur raisonnement. On retrouve cette discussion sur l'ensemble des nombres lorsque L rédige la production finale :

1334	**L**	**N* c'est quand on enlève le zéro c'est ça ?**	
1335	M	Faudrait séparer 1/3	
1336	F	Quoi ?	
1337	L	N* c'est quand on enlève le zéro ?	
1338	M	Oui	

De même l'épisode 30 met en scène l'élève L qui conduit un raisonnement en s'appuyant sur la nature des nombres qu'il utilise. Ce raisonnement fait partie d'une ébauche de raisonnement par récurrence pour prouver leur conjecture pour les nombres pairs :

855	L	a+2 ça sera toujours un nombre euh, enfin, là si tu rajoute un +2 là et que tu divise par 2, **a ça sera toujours un entier**, enfin je ne sais pas comment expliquer, attends je vais prendre une feuille. Là t'as a, là ça fait n/2, le prochain c'est forcement n+2 vu que c'est des multiples de 2, ça ne peut pas être n+1, donc t'as le prochain	
856	F	Ça fait n+2/2	
857	L	a' on va dire, ça fait n+2/2	
858	F	Ça fait n+1	
859	**L**	**C'est toujours, euh, il appartient toujours à N quoi**	
860	F	Ça fait a+1	
861	M	hum	
862	F	Ça fait a+1	
863	L	ouais	
864	F	A chaque fois on va monter de 1, c'est rigolo ça	
865	L	**Ça appartient toujours à N**	

On peut remarquer que L argumente en étudiant la nature de la fraction $\frac{n}{2}$ puis $\frac{n}{2}+1$. Ce sont exactement ces arguments là qu'il utilisera dans sa démonstration suivante. Ainsi il a changé de dimension organisatrice (raisonnement par récurrence puis raisonnement sur la nature des nombres en jeu) mais pas de dimension opératoire pour démontrer que la conjecture est vraie pour les nombres pairs. Il est donc intéressant de remarquer que cette prise en compte de la nature des nombres en jeu est indépendante du caractère expérimental et de la dimension organisatrice. Elle est indispensable pour la résolution du problème et intervient dans tous les types de procédures effectuées par les élèves.

Cette attention particulière sur la prise en compte de la nature des nombres en jeu se manifeste également, dans les deux groupes, dans le refus de travailler avec les nombres complexes. Le groupe 1 porte ainsi en dérision le fait de prendre des nombres complexes. Dans les deux épisodes (18 et 35), l'allusion aux nombres complexes est ironique et elle est suivie du rire des élèves. :

643	J	Merde, je voulais trouver une équation de plan en fait	Episode 18
644	Al	Hein ?	
645	**E**	**Moi je passerai bien par les nombres complexes (rires)**	
646	**Ar**	**Soit a est égal à x + iy**	
647		(rires)	
648	Al	Je ne sais pas moi je pense qu'on devrait le poser géométriquement ça nous aiderait vachement (rires)	
649	E	Mais dans l'espace ça pourrait être pas mal mais bon	

1491	**Ar**	**Tu veux, tu veux peut être rentrer les irréels dans les congruences pour voir**	Episode 35

Nous pouvons donc penser qu'ils savent pertinemment que les nombres complexes ne peuvent pas *a priori* rentrer dans ce problème, et plus généralement dans un problème d'arithmétique avec utilisation des congruences.
Même constat pour le groupe 2 qui exclue de travailler avec les nombres complexes :

227	**F**	**Pff qu'est ce que tu veux faire avec ça, on ne sait même pas comment on peut avancer…tiens puis si on utilisait les complexes ?**	
228	**L**	**utiliser quoi ?**	
229	**F**	**Les complexes**	
230	**M**	**T'es sûr que dans les entiers naturels il y a les complexes ?**	
231	**F**	**Et pourquoi pas ?**	
232	**L**	**Non parce que les complexes, c'est autour de R non ? c'est ça ? je ne sais pas quand tu fais les dessins là comme ça**	
233	**F**	**Et R c'est plus grand que les entiers naturels**	
234	L	Ben ouais c'est pour ça, justement	

Ainsi par dépit, F lance *« tiens puis si on utilisait les complexes* ? ». Les autres sont de suite sceptiques et argumentent : « *T'es sûr que dans les entiers naturels il y a les complexes ?* » et « *Non parce que les complexes, c'est autour de* $\mathbb{R}$ *non ? c'est ça ? je ne sais pas quand tu fais les dessins là comme ça*[28] ». Ils excluent donc rapidement cet ensemble de nombres, plus grand que l'ensemble de nombres qui les intéresse.

A travers ces différents extraits de recherche des deux groupes nous pouvons voir qu'ils portent une attention toute particulière à la nature des nombres en jeu. De plus ils jonglent avec les nombres et leur nature afin de démontrer de nombreux résultats. Pourtant ce souci de la nature des nombres en jeu n'est pas si évident pour les élèves de terminale scientifique, même pour ceux qui suivent la spécialité. C'est un résultat qui ressort des recherches de Battie (Battie, 2007) sur le raisonnement en arithmétique : « *[…] met en évidence l'absence d'une claire conscience que l'arithmétique (enseignée en terminale scientifique) concerne les entiers et que celle-ci n'exclut pas qu'une certaine attention soit portée à la nature des nombres en jeu* ». Nous pouvons émettre l'hypothèse que nos résultats sont différents en raison de notre public. En effet nos analyses concernent de très bons élèves, voire excellents.
En poursuivant nos recherches sur les autres groupes de la classe, nous obtiendrions probablement des résultats similaires aux travaux de Battie, comme une analyse très superficielle de ces groupes nous le laisse penser.

3.4 Utilisation de la calculatrice

Nous allons, dans un premier temps, décrire succinctement l'utilisation de la calculatrice faite par les deux groupes. Puis, dans un second temps, nous analyserons la place que la

[28] Les élèves font référence à la représentation des ensembles de nombres sous forme des diagrammes de Venn.

calculatrice a prise dans leur recherche. Afin de déterminer comment et quand les élèves ont utilisé leur calculatrice, nous avons visionné les films de leurs travaux.

Groupe 1

Ce groupe n'a pas beaucoup utilisé la calculatrice et seul un élève s'en sert régulièrement. Il l'utilise notamment pour trouver des valeurs de n pour lesquelles l'équation est vérifiée. Ainsi, dans l'épisode 25, il dit avoir trouvé pour $n = 8$. Lors du visionnage du film, on peut voir qu'avant cette déclaration, il utilise sa calculatrice. Il semble donc que cet élève trouve une solution pour $n = 8$ grâce à sa calculatrice, en essayant certainement des valeurs pour a, b et c. Cette hypothèse semble se vérifier puisque ce scénario se reproduit deux autres fois. A l'épisode 28 il déclare qu'il en a encore trouvé une et cela semble à partir de la même méthode, à savoir faire des essais sur sa calculatrice. De même au début de l'épisode 39, il trouve pour $n = 6$. C'est ce qui marquera d'ailleurs le début de leur étape dans l'élaboration de leur résultat pour les nombres pairs. A partir de ce moment là, il n'utilise plus sa calculatrice pour trouver des exemples où l'égalité est vraie mais pour tester leur conjecture pour n pair. A noter que les autres élèves n'utilisent pas plus leur calculatrice à ce moment là : soit ils attendent que E fassent les calculs, soit ils les font de tête.
Ce groupe n'a donc utilisé que la fonction de calcul fractionnaire de sa calculatrice. Elle lui a permis de trouver des valeurs particulières de n pour lesquelles l'équation est vérifiée et donc d'établir des conjectures. Puis ils ont utilisé cette commande pour vérifier ces conjectures pour d'autres valeurs de n. L'utilisation de la calculatrice a donc facilité la dimension opératoire de leur recherche, notamment lors des phases d'expérience et de formulation de conjectures. En revanche, elle n'a pas favorisé la dimension organisatrice. C'est d'ailleurs pour cela que ce groupe ne l'a pas beaucoup utilisée. En effet, étant plus guidé par la dimension organisatrice en essayant d'avoir un contrôle sur celle-ci, notamment en recherchant quel raisonnement pourrait les mener à la solution du problème, ils se tenaient éloignés du caractère expérimental et donc de l'utilisation plus primordiale de la calculatrice.

Groupe 2

Tous les élèves de ce groupe utilisent leur calculatrice. On peut distinguer deux phases dans l'utilisation de leurs TI-89 et elles correspondent à deux étapes de leur recherche. En effet, au départ, les élèves sont axés sur l'outil algébrique : ils essaient de résoudre une équation. Ils utilisent alors leurs calculatrices en mode calcul formel. Ainsi, avec la commande « résol » ils demandent d'isoler n. Ils trouvent ainsi $n = \frac{4abc}{a(b+c)+bc}$. Puis avec la même fonction ils essaient de résoudre cette équation en a, b et c. La calculatrice renvoie qu'il y a trop d'arguments. L'épisode 12 marque le changement d'étape dans l'utilisation de leur calculatrice. En effet, ils l'utilisent maintenant en mode calcul fractionnaire. Cela correspond au passage à des procédures de type expérimental. Ainsi c'est grâce à elle que F trouve une solution pour $n = 4$. Ensuite, il cherche comment trouver une solution pour $n = 5$ et pour cela calcule avec sa calculatrice $\frac{4}{5} - \frac{1}{10}$ puis soustrait $\frac{1}{3}$ mais se rend compte qu'il n'obtient pas une fraction unitaire donc recommence avec $\frac{1}{4}$ puis $\frac{1}{5}$ afin d'obtenir une troisième fraction unitaire. Tout au long de leur recherche d'exemples, ils vont utiliser leurs calculatrices. Enfin ils l'utiliseront pour vérifier les conjectures qu'ils auront établies à l'aide d'exemples.

Ce groupe a donc utilisé deux fonctions de la TI-89 : le calcul formel et le calcul fractionnaire. L'utilisation de la calculatrice en calcul formel n'a pas duré longtemps, ils ont vite compris qu'elle ne leur permettrait pas d'avancer dans la résolution de l'équation. En revanche, le calcul fractionnaire a été l'outil utilisé dans tout le reste de leur recherche. Et cela de deux manières différentes : pour trouver des exemples pour lesquelles l'égalité est vraie et pour vérifier sur des exemples leurs conjectures. Ainsi l'utilisation de la calculatrice les a dirigés vers une dimension organisatrice ou opératoire particulière. Tout d'abord vers un pôle opératoire, celui des transformations de l'écriture de l'équation de départ puis vers une pensée organisatrice, celle de la recherche exhaustive de x. Elle a également facilité la dimension opératoire des étapes de l'expérience et de la formulation de conjectures.

Nous pouvons donc conclure que les deux groupes se sont servis en majorité du mode calcul fractionnaire de la calculatrice de type TI-89. Le groupe 1 a moins utilisé les calculatrices que le groupe 2 qui a aussi utilisé le mode calcul formel. En revanche, aucun groupe n'a utilisé la programmation. Cela était prévisible, étant donné qu'ils n'ont pas de formation dans ce domaine, exceptée une éventuelle formation personnelle, ce qui n'était pas le cas *a priori*.

L'utilisation de la calculatrice révèle bien les différences des deux groupes concernant le caractère expérimental mais aussi concernant les dimensions organisatrice et opératoire. En effet, le groupe 2 étant plus axé sur un caractère expérimental de la recherche a utilisé la calculatrice fréquemment afin de trouver des exemples ou de vérifier ses hypothèses sur des exemples. Le groupe 1 étant plus axé sur la dimension organisatrice n'a utilisé la calculatrice qu'à partir du moment où il est passé à une recherche plus expérimentale. Ils disent d'ailleurs : « *Elle nous a pas servi à grand chose notre Ti de toutes façons* ». Il apparaît donc que la calculatrice est un outil qui n'est pas indispensable mais qui permet d'alléger les calculs. La dimension opératoire est donc facilitée.

Concernant les limites de la calculatrice, le groupe 2 a bien vu qu'elle ne permettrait pas de résoudre l'équation telle qu'elle. Ils sont donc passés très vite à une autre piste de recherche. Les limites en terme de programmation n'ont pas pu être révélées. En revanche, nous pouvons remarquer qu'elles n'ont pas joué un grand rôle dans la recherche de preuve. En effet, les élèves ne l'ont pas utilisée (en mode calcul formel) pour vérifier, par exemple, que leurs égalités ($\frac{4}{n} = \frac{1}{\frac{n}{2}} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n}$ ou $\frac{4}{n} = \frac{1}{\frac{n}{2}} + \frac{1}{\frac{n}{2}+1} + \frac{1}{\frac{n}{2}(\frac{n}{2}+1)}$) étaient vraies. Cela peut s'expliquer par le fait que les élèves ne connaissent pas tous les ressorts de leurs calculatrices. L'enseignant de la classe n'a en effet par pris en charge un apprentissage avec ce type de calculatrice. Ils se sont donc formés seuls à l'usage de leurs calculatrices TI-89.

Conclusion et perspectives

A l'articulation entre questions didactiques et domaine de l'arithmétique, l'objet de notre recherche est d'étudier les processus de recherche d'élèves de terminale scientifique confrontés à la résolution d'un problème ouvert en arithmétique. Comme nous le soulignons en introduction, le choix d'un problème ouvert a été motivé en premier lieu par un projet à long terme : comparer les processus de recherche d'élèves et de chercheurs sur un même problème. Nous supposons alors qu'un problème ouvert permet à la fois d'être non connu, suffisamment intéressant et motivant pour les chercheurs, accessible et permettant une recherche effective aux élèves. Cependant tous les problèmes ouverts ne répondent pas à ces critères. Si le qualificatif « ouvert » ne semble pas être essentiel pour les élèves, il apparait important pour les chercheurs. En effet, cela semble garantir une dévolution de la recherche auprès de ceux-ci. En ce qui concerne les élèves, c'est plutôt la caractéristique de proximité du problème avec un domaine conceptuel qui leur est familier qui favorise la dévolution de la recherche. Ainsi un problème qui présente une distance trop importante avec leurs connaissances, risque de ne pas révéler les caractéristiques des processus de leurs recherches, ces derniers n'ayant pas les outils nécessaires pour les mener. Cela dépend donc du problème ouvert. Nous avons ainsi porté une grande importance au choix de notre objet d'étude.

Afin d'étudier l'exploitation, par les élèves, des connaissances mathématiques dans la résolution d'un problème ouvert en arithmétique d'une part et d'analyser les éléments comparatifs entre la recherche d'élèves suivant la spécialité mathématique et la recherche d'élèves ne suivant que l'enseignement obligatoire d'autre part, nous avons mené une étude épistémologique et didactique. L'étude épistémologique nous a permis de spécifier les potentialités de notre problème afin de répondre à ces questions. Dans l'analyse *a priori* du problème nous avons mis à jour un outil méthodologique qui a pour essence la complémentarité entre une analyse en termes de dimensions organisatrice et opératoire et la prise en compte du caractère expérimental du problème. L'analyse *a posteriori* de l'expérimentation en classe de terminale scientifique exploite cet outil méthodologique afin notamment de déterminer les éléments comparatifs entre les deux publics en jeu.

Synthèse de cette recherche

L'analyse *a priori* du problème a spécifié les potentialités du problème choisi afin d'étudier le processus de recherche d'élèves de terminale scientifique confrontés à la résolution d'un problème ouvert. Nous avons en effet identifié les résultats accessibles aux élèves conformément au programme scolaire de la classe puis nous avons présenté les différentes procédures envisageables. Les connaissances en jeu pour chaque procédure ont également été mentionnées. Nous avons ensuite étudié l'influence de l'utilisation d'une calculatrice de type TI-89 sur la recherche des élèves. Enfin nous nous sommes attachées à décrire un milieu favorisant une dévolution du problème par les élèves. Cette étude préalable à notre expérimentation en classe de terminale scientifique a ainsi soulevé de nombreuses questions auxquelles l'analyse *a posteriori* a tenté de répondre : Les résultats identifiés comme abordables seront-ils trouvés par les élèves ? Quel type de procédures vont-ils mettre en œuvre ? En utilisant quelles connaissances ? De quelle manière vont-ils exploiter leur calculatrice ? Enfin, quels éléments comparatifs pourra-t-on observer entre les deux publics en jeu ?

L'analyse *a posteriori* de notre expérimentation a tout d'abord révélé que notre classe de terminale scientifique possédait un milieu permettant la dévolution de la recherche. En effet, cette classe a une certaine pratique de la recherche mathématique et le niveau scolaire de la classe est très bon, les connaissances nécessaires à la dévolution étaient donc présentes dans le milieu.

Concernant les résultats, les deux groupes ont établi et démontré que la conjecture d'Erdös-Straus est vérifiée pour les nombres pairs et les multiples de 3. Le groupe de non-spécialistes a établi et prouvé un résultat supplémentaire : l'équation admet des solutions pour les multiples de 5. Les élèves ont donc trouvé la première étape (la conjecture est vérifiée pour certaines classifications de nombres) du premier résultat démontré par Mordell. Cependant nous pensions que la généralisation (si n admet une solution alors kn admet une solution) de cette première étape pouvait être un résultat énoncé par les élèves mais cela n'a pas été le cas.

L'analyse des productions finales des élèves ainsi que des transcriptions de leurs échanges nous ont permis d'apporter de nombreux éléments comparatifs des deux publics en jeu. Les procédures exploitées dans la recherche des élèves ont été nombreuses. Toutes celles qui ont été présentées dans l'analyse *a priori* ont été relevées dans les travaux des élèves. Leurs premières actions ont effectivement été de deux natures : soit expérimentales, soit opératoires. Le groupe suivant la spécialité mathématique a davantage exploité les procédures du pôle opératoire alors que le groupe non-spécialiste a mené sa recherche avec des procédures à caractère expérimental. Cette étude a donc montré que le processus de recherche des deux groupes est différent, l'un plus axé sur la dimension organisatrice, l'autre davantage centré sur le caractère expérimental du problème. Le groupe suivant la spécialité mathématique a ainsi mené une recherche axée principalement sur la dimension organisatrice en essayant en particulier d'exploiter de nombreux raisonnements (par l'absurde, par disjonction de cas) et diverses connaissances (théorème de Gauss, équation diophantienne) d'arithmétique institutionnalisés dans le cours de spécialité. Une déconnexion avec le caractère expérimental en jeu dans le problème est parfois présente dans leur recherche. Le groupe ne suivant que l'enseignement obligatoire de mathématique a, au contraire, exploité rapidement cet aspect expérimental du problème, ce qui l'a conduit à suivre une dimension organisatrice particulière, le jeu d'extension/réduction (restriction de l'étude de l'équation initiale des nombres entiers naturels aux nombres premiers). Nous faisons l'hypothèse que ces élèves, n'essayant pas de se situer dans une dimension organisatrice, faute de posséder des outils théoriques d'arithmétique, ont eu recourt presque automatiquement au caractère expérimental en jeu. Il semblerait alors, que pour ce problème, l'influence de la culture d'enseignement spécifique à l'arithmétique ait freiné, dans un premier temps, la production de résultats des élèves suivant la spécialité mathématique.

Concernant les connaissances en jeu dans les différentes procédures, des exploitations différentes ont également pu être identifiées notamment dans les dimensions opératoires en jeu. Par exemple, la traduction de la parité d'un nombre sous deux formes différentes : par $n = 2k$, k entier pour les spécialistes et par $n/2$ entier pour les non-spécialistes. Nous faisons l'hypothèse que ces divergences sont relatives, entre autres, à l'enseignement de spécialité arithmétique.

Notre outil d'analyse nous a permis aussi de relever des similitudes dans les processus de recherches des deux groupes, notamment quant à l'articulation des dimensions (organisatrice et opératoire) et d'un caractère expérimental du problème (faire des essais sur n). Cette complémentarité se révèle notamment lors de leur recherche de conjectures pour certaines classes de nombres : se situant dans une dimension organisatrice de jeu d'extension/réduction, ils développent une méthode expérimentale : expérience, observation de l'expérience, formulation de conjecture, tentative de preuve, retour à l'expérience (Perrin, 2007). Nous avons aussi mis en évidence des analogies quant à l'utilisation de certaines connaissances par les élèves. Ainsi la mise en œuvre de certains raisonnements institutionnalisés en classe de terminale scientifique (raisonnement par récurrence, par l'absurde et par disjonction de cas) reste problématique pour la majorité des élèves. En revanche ils semblent avoir une claire conscience que l'arithmétique (enseigné à ce niveau) concerne les nombres entiers. Ce résultat semble *a priori* en contradiction avec les travaux de Battie (Battie, 2007). Le public en jeu, à savoir de très bons élèves, apparaît alors en être la raison. Ils attachent ainsi une grande importance à la prise en compte de la nature des nombres en jeu.

Concernant l'utilisation de la calculatrice de type TI-89, l'analyse *a priori* avait mis en évidence son importance pour permettre une dévolution du problème. Son utilisation permettait notamment de faciliter les manipulations opératoires, en particulier le calcul fractionnaire. Le calcul formel pouvait également être utilisé par les élèves. En revanche l'utilisation de la programmation semblait être plus incertaine. L'analyse a posteriori a révélé que les deux groupes se sont servis de la calculatrice en majorité pour le calcul fractionnaire. Le calcul formel a très peu été utilisé et la fonction de programmation pas du tout. La place que la calculatrice a prise dans les recherches des élèves révèle bien les différences des deux groupes concernant le caractère expérimental et les dimensions organisatrice et opératoire. En effet, le groupe plus axé sur un caractère expérimental de la recherche a utilisé la calculatrice fréquemment afin de trouver des exemples ou de vérifier ses hypothèses sur des exemples. L'autre groupe, plus axé sur la dimension organisatrice, n'a utilisé la calculatrice qu'à partir du moment où il est passé à une recherche plus expérimentale.

Enfin, nous pouvons également remarquer que ce problème a permis aux élèves de se questionner sur des connaissances mathématiques institutionnalisées dans des classes antérieures (nature des nombres, inclusion des différents ensembles de nombres, inverse d'une somme…). Nous voyons ici un intérêt particulier à ce genre de situation de recherche dont la visée n'est ni la découverte, ni le réinvestissement d'une nouvelle connaissance. Ce problème remplit ainsi les conditions des ressources mises en place par le groupe Exprime[29], à savoir « *des problèmes de recherche mettant en évidence, les ressorts fournis par la dimension expérimentale de l'activité mathématique d'une part, les connaissances mathématiques travaillées en lien avec les programmes, d'autre part* ».

Limites et perspectives de cette recherche

Tout d'abord, nous exposerons les limites et les perspectives de cette recherche quant à la prise en compte d'autres travaux.

Notre recherche s'est penchée sur l'expérimentation en mathématiques à travers le regard d'un enseignant chercheur en mathématiques (Perrin, 2007). De nombreuses recherches en didactique des mathématiques, que nous n'avons pas exploitées dans le cadre de ce travail, se sont également intéressées à la dimension expérimentale de l'activité mathématique (notamment les travaux de Dias, 2008). De même des travaux sur l'exemple et la preuve générique auraient pu être étudiés (par exemple les recherches de Rowland, 2002). Dans une perspective de continuation de notre recherche, un approfondissement de ces axes d'études semble nécessaire afin d'affiner nos analyses. De plus, il serait très intéressant de prendre en compte les travaux didactiques sur les situations de recherche en classe (en particulier les recherches de Grenier et Payan, 2003).

Nous sommes également consciente que nos sources, historique, mathématique et didactique sont sous exploitées. En effet, le texte d'origine de Erdös concernant la conjecture n'a pas été traduit. Un travail de traduction apporterait certainement d'autres éléments quant à l'émergence d'un tel problème. Concernant nos sources mathématiques, le travail de Mizony demande également à être exploré plus en détail. De même, notre étude de la place de la calculatrice dans la recherche des élèves est restée assez superficielle en raison d'un recueil de données insuffisant quant à l'utilisation de la calculatrice par les élèves. Enfin nos transcriptions des échanges des élèves se sont révélées très denses et nous n'avons pu, dans le cadre de ce master, en exploiter toute leur richesse. Un prolongement naturel de notre recherche serait donc de développer notre étude en étayant les analyses de l'ensemble de nos sources.

Enfin nous espérons que le projet dont est issue cette recherche verra le jour. Notre analyse a mis en évidence la pertinence du choix de notre problème afin d'étudier les processus de recherche d'élèves et de chercheurs confrontés à la résolution d'un même problème ouvert. En effet, notre travail, centré sur l'étude des processus de recherche d'élèves de terminale scientifique, a également permis une analyse partielle de la pratique d'un chercheur. Une première comparaison entre élèves de terminale scientifique et chercheur est ainsi possible à partir de ces travaux.

---

[29] Un article de recherche concernant notre problème et écrit par Michel Mizony figurera dans les ressources de groupe.

BIBLIOGRAPHIE

Livres/Articles :

ARSAC G. et MANTE M. (2007), *Les pratiques du problème ouvert*, Scéren CRDP de Lyon.

BALACHEFF N. (1987), « Processus de preuves et situations de validations », *Educational Studies in Mathematics* 18 (1987) pp.147-176.

BATTIE V. (2007), « Exploitation d'un outil épistémologique pour l'analyse de raisonnements d'élèves confrontés à la résolution de problèmes en arithmétique », *Recherches en Didactiques de Mathématiques*, Vol. 27/1, pp.9-43.

BATTIE V. (2009) Proving in number theory at the transition from the secondary level to the tertiary level : between organisazing and operative dimensions, in Lin F., Hsieh F.-J., Hanna G., De Villiers M. (Eds) *Proceedings of the ICMI Study 19 conference: Proof and Proving in Mathematics Education,* The Department of Mathematics, National Taiwan Normal University Taipei, Taiwan. http://140.122.140.1/~icmi19/files/Volume_1.pdf

BROUSSEAU G. (1988), « Le contrat didactique : le milieu », *Recherches en Didactique des Mathématiques,* Vol.9, n°3, pp. 309-336, 1988.

DIAS T. (2008), *L'intégration de la dimension expérimentale des mathématiques dans des situations d'enseignement et de formation*, thèse, Université Lyon 1.

ERDÖS P. (1950), "On a diophantine equation". (Hungarian. Russian, English summaries), *Mat. Lapok 1*, 1950, pp. 192-210.

ERDÖS P. (1963), « Quelques problèmes de théorie des nombres », *Monographies de l'Enseignement Math*., n°6, Geneva, 1963, p. 81-135.

ELSHOLTZ C. (2001), « Sums of k unit fractions », *American Mathematical Society*, 2001.

GLAESER G. (1999), *Une introduction à la didactique expérimentale des mathématiques*, La pensée sauvage, Grenoble, 1999.

GRENIER D. et PAYAN C. (2003), « Situation de recherche en classe : essai de caractérisation et proposition de modélisation », *Cahiers du séminaire national de recherche en didactique des mathématiques*, Paris, 19 Octobre 2002.

GUY R. (2004), *Unsolved problems in number theory*, Springer, cop. 2004.

LERON U. & ZASLAVSHY O. (2009) Generic Proving: Reflections on Scope and Method, in Lin F., Hsieh F.-J., Hanna G., De Villiers M. (Eds) *Proceedings of the ICMI Study 19 conference: Proof and Proving in Mathematics Education,* The Department of Mathematics, National Taiwan Normal University Taipei, Taiwan. http://140.122.140.1/~icmi19/files/Volume_2.pdf

MIZONY M., (2009), « La conjecture d'Erdös-Straus », ressource Groupe Exprime, Lyon, 2009, à paraître.

MORDELL L.J(1969), *Diophantine equations*, London, New York : Academic press, 1969, chapter 30.

PERRIN-GLORIAN M-J. (1999), « Problèmes d'articulation de cadres théoriques : l'exemple du concept de milieu », *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 19, n°3, pp. 279-321.

PERRIN D. (2007), « L'expérimentation en mathématiques », *Revue Petit x* n°73, Ed. IREM de Grenoble, France, pp 6-34.

ROWLAND T. (2002) *Generic proofs in number theory*. In Campbell, S. R., Zazkis, R. (eds.) (2002). Learning and teaching number theory: Research in cognition and instruction, Ablex Publishing, Westport, CT.

SCHINZEL A. (2000) On sums of three unit fractions with polynomial denominators. *Funct. Approx. Comment. Math*. 28 : 187-194, 2000.

Pages Internet :
Algorithme de Fibonacci : http://www.paperblog.fr/470155/l-il-d-horus-plane/

Page de SWETT A. : http://math.uindy.edu/swett/esc.htm

Algorithme pour TI-89 : http://pagesperso-orange.fr/debart/ti92/fracegypt.html

Autre document :
Programme de Terminale S spécialité mathématique de 2002 : B.O. hors-série n°4 du 30 août 2001.

ANNEXES

ANNEXE 1 : Démonstration du résultat de Schinzel.

ANNEXE 2 : Extrait du programme officiel de la classe de terminale scientifique de 2002.

ANNEXE 3 : Exemples d'exercices ouverts proposés par l'enseignant de mathématiques dans sa classe.

ANNEXE 4 : Premier chapitre de l'enseignement de spécialité arithmétique de la classe.

ANNEXE 5 : Production finale du groupe 1.

ANNEXE 6 : Production finale du groupe 2.

ANNEXE 7 : Descriptions des épisodes de la recherche du groupe 1.

ANNEXE 8 : Descriptions des épisodes de la recherche du groupe 2.

ANNEXE 9 : Extrait du brouillon de l'élève J du groupe 1.

ANNEXE 10 : Transcription de la recherche du groupe 1.

ANNEXE 11 : Transcription de la recherche du groupe 2.

Annexe 1 : Démonstration du résultat de Schinzel

Lemme 1 : Si $A, B, C, D \in \mathbb{Z}[X]$, $(A, B) = 1$ et $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$. Alors $C = HA$ et $D = HB$ avec $H \in \mathbb{Z}[X]$. De plus, si $(C, D) = 1$ alors $H = \pm 1$.

Preuve du lemme 1 :

$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \Rightarrow AD = BC.$

Or $(A, B) = 1$.

Donc d'après le lemme de Gauss, il existe $H \in \mathbb{Z}[X]$ tel que $D = HB$ et $C = HA$.

Si, de plus, $(C, D) = 1$ alors, d'après le lemme de Gauss, H divise 1.

H est donc constant dans $\mathbb{Z}[X]$ et inversible. Donc $H = \pm 1$.

Lemme 2 : Les équations

$$n^2 = 4\,(cs - b^*)b^*r - s \qquad (1)$$

$$n^2 s = 4\,(cs - b^*)b^*r - 1 \qquad (2)$$

n'ont pas de solutions entières positives (b^*, c, n, r, s).

Ce lemme est une conséquence d'un théorème de Yamamoto selon lequel, n^2 ne satisfait ni l'une, ni l'autre des congruences suivantes :

$$n^2 = -\,s \mod 4a^*b^* \qquad (3)$$

$$n^2 s = -1 \mod 4a^*b^* \qquad (4)$$

où $a^*, b^*, s \in \mathbb{N}^*$ et s divise $a^* + b^*$.

Cela revient en effet aux équations (1) et (2) avec $a^* = cs - b^*$.

Preuve de ce théorème :

(1) donne $n^2 = 4csb^*r - 4b^{*2}r - s = s\,(4cb^*r - 1) - 4b^{*2}r$.

(2) donne $n^2 s = 4csb^*r - 4b^{*2}r - 1$ donc $(ns)^2 = s\,(4cb^*r - 1) - 4b^{*2}rs$.

Pour $e = 2^{\alpha}e_0 > 0$, e_0 impair, on a grâce à la loi de réciprocité quadratique :

$$\left(\frac{-4b^{*2}e}{4b^*ec - 1}\right) = -\left(\frac{e_0}{4b^*ec - 1}\right) = -(-1)^{\frac{e_0 - 1}{2}}\left(\frac{4b^*ec - 1}{e_0}\right) = -(-1)^{\frac{e_0 - 1}{2}}\left(\frac{-1}{e_0}\right) = -1$$

Or $\left(\frac{-4b^{*2}e}{4b^*ec - 1}\right) = -1$ signifie que $-4b^{*2}e$ n'est pas un résidu quadratique de $4b^*ec - 1$. Donc il n'existe pas d'entier n^2 tel que $n^2 = -4b^{*2}e \mod (4b^*ec - 1)$.

(1) se prouve alors avec $e = r$ et (2) avec $e = rs$.

Théorème : Soient a, b des entiers tels que $a > 0$ et $(a, b) = 1$. Si b est un résidu quadratique modulo a alors il n'existe pas de polynômes F_1, F_2, F_3 dans $\mathbb{Z}[X]$ avec des coefficients positifs tels que $\dfrac{m}{ax+b} = \dfrac{1}{F_1(x)} + \dfrac{1}{F_2(x)} + \dfrac{1}{F_3(x)}$ avec $m \equiv 0 \bmod 4$.

Preuve du théorème :

Il suffit de le montrer pour $m = 4$.

On suppose qu'il existe F_1, F_2, F_3 tels que $\dfrac{4}{ax+b} = \dfrac{1}{F_1(x)} + \dfrac{1}{F_2(x)} + \dfrac{1}{F_3(x)}$. (*)

On a alors $4\, F_1(x)\, F_2(x)\, F_3(x) = (ax + b)\big(F_2(x)F_3(x) + F_1(x)F_2(x) + F_1(x)F_3(x)\big)$

D'où $F_1\left(-\dfrac{b}{a}\right) F_2\left(-\dfrac{b}{a}\right) F_3\left(-\dfrac{b}{a}\right) = 0.$

Si $F_i\left(-\dfrac{b}{a}\right) = 0$, $\forall$ i ≤ 3, alors il existe $G_i \in \mathbb{Q}[X]^+$ tel que $F_i(X) = (ax + b)G_i(x)$. Comme $(a, b) = 1$ alors par le lemme de Gauss, $G_i \in \mathbb{Z}[X]^+$. Soit $k \in \mathbb{Z}$ tel que $(ak + b)\, G_1(k)\, G_2(k)\, G_3(k) \neq 0$.

On obtient : $4 = \dfrac{1}{G_1(k)} + \dfrac{1}{G_2(k)} + \dfrac{1}{G_3(k)} \leq 3$. Contradiction.

Donc, à une permutation près de F_1, F_2, F_3 on a deux cas à traiter :

(3) $F_1\left(-\dfrac{b}{a}\right) = F_2\left(-\dfrac{b}{a}\right) = 0$ et $F_3\left(-\dfrac{b}{a}\right) \neq 0$

(4) $F_1\left(-\dfrac{b}{a}\right) = 0$ et $F_2\left(-\dfrac{b}{a}\right) F_3\left(-\dfrac{b}{a}\right) \neq 0$

Etude du cas (3) :

$$\begin{cases} F_i(x) = (ax+b)\, G_i(x) \text{ pour } i = 1,2 \text{ avec } G_i \in \mathbb{Z}[X]^+ \\ \big(F_3(x), ax + b\big) = 1 \end{cases}$$

Posons $D = (G_1, G_2)$, on a alors $G_i = DH_i$ pour $i = 1, 2$

$C = (4DH_1H_2 - H_1 - H_2, DH_1H_2) = (H_1 + H_2, D)$

$D = CR \qquad H_1 + H_2 = CS$

Avec H_i, C, R, $S \in \mathbb{Z}[X]^+$.

On a, de plus, $(H_1, H_2) = 1$; $(RH_1H_2, S) = 1$.

Ce qui donne, en remplaçant dans (*) :

$$\frac{ax+b}{F_3} = \frac{4CRH_1H_2 - CS}{CRH_1H_2} = \frac{4RH_1H_2 - S}{RH_1H_2}.$$

Comme $(ax + b, F_3) = 1 = (4RH_1H_2 - S, RH_1H_2)$ et $F_3, RH_1H_2 \in \mathbb{Z}[X]^+$, d'après le lemme 1 on a : $ax + b = 4RH_1H_2 - S = 4\,(CS - H_2)H_2R - S$. (3)

Comme b est un résidu quadratique modulo a et C, H_2, R et $S \in \mathbb{Z}[X]^+$, il existe $k, n \in \mathbb{Z}$ tel que $ak + b = n^2$ et $b^* = H_2(k)$, $c = C(k)$, $r = R(k)$, $s = S(k) \in \mathbb{Z}^+$.

On obtiendrait alors, en remplaçant dans (3) : $n^2 = 4\,(cs - b^*)b^*r - s$. Contradiction avec le lemme 2.

L'étude du cas (2) se traite de la même façon.

<u>Conclusion</u> : On a donc construit cette preuve par l'absurde. Si on suppose qu'il existe des polynômes qui réalisent l'égalité (*) alors cela revient à étudier les égalités (1) et (2). Or le lemme 2 nous permet d'établir une contradiction dans les deux cas. Donc il n'existe pas de polynôme satisfaisant l'égalité (*).

Annexe 2 : Extrait du programme officiel de la classe de terminale scientifique de 2002

III - ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Les paragraphes qui suivent concernent trois domaines choisis pour leur richesse mathématique au niveau d'une formation initiale.
L'arithmétique est un champ des mathématiques très vivant dont les applications récentes sont nombreuses ; c'est un domaine au matériau élémentaire et accessible conduisant à des raisonnements intéressants et formateurs. C'est un lieu naturel de sensibilisation à l'algorithmique où la nécessité d'être précis impose rigueur et clarté du raisonnement.
Avec l'étude des similitudes planes, on vise à la fois une synthèse des études antérieures sur les transformations et une première approche implicite de la structure de groupe.
Quant au paragraphe sur les surfaces, il ouvre le champ des fonctions de plusieurs variables dans un cadre géométrique porteur de sens et peut illustrer les liens entre les représentations en trois et deux dimensions de certains objets.

À titre indicatif, la répartition horaire entre les différents chapitres peut être : arithmétique : 50 % ; géométrie 50 %.

CONTENUS	MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE	COMMENTAIRES
Arithmétique		
Divisibilité dans $\mathbb{Z}$. Division euclidienne. Algorithme d'Euclide pour le calcul du PGCD. Congruences dans $\mathbb{Z}$. Entiers premiers entre eux.	On fera la synthèse des connaissances acquises dans ce domaine au collège et en classe de seconde. On étudiera quelques algorithmes simples et on les mettra en œuvre sur calculatrice ou tableur : recherche d'un PGCD, décomposition d'un entier en facteurs premiers, reconnaissance de la primalité d'un entier.	On montrera l'efficacité du langage des congruences. On utilisera les notations : $a \equiv b\ (n)$ ou $a \equiv b$ (modulo n), et on établira les compatibilités avec l'addition et la multiplication. Toute introduction de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ est exclue.
Nombres premiers. Existence et unicité de la décomposition en produit de facteurs premiers. PPCM.	On démontrera que l'ensemble des nombres premiers est infini.	L'unicité de la décomposition en facteurs premiers pourra être admise.
Théorème de Bezout. Théorème de Gauss.	Sur des exemples simples, obtention et utilisation de critères de divisibilité. Exemples simples d'équations diophantiennes. Applications élémentaires au codage et à la cryptographie. Application : petit théorème de Fermat.	L'arithmétique est un domaine avec lequel l'informatique interagit fortement ; on veillera à équilibrer l'usage de divers moyens de calculs : à la main, à l'aide d'un tableur ou d'une calculatrice.

Annexe 3 : Exemples d'exercices ouverts proposés par l'enseignant de mathématiques dans sa classe

Exemples d'exercices donnant lieu à une recherche soit en groupes, soit sous forme de débat scientifique

Exercice A1

Déterminer le nombre de solutions de l'équation :
$100\,x^3 - 10200\,x^2 + 20100\,x - 9999 = 0$
On donnera une valeur approchée à 10^{-2} près par défaut de chacune des solutions.

04/09/08

Exercice A7

On se propose d'étudier la croissance d'une population de bactéries en traçant une courbe représentant cette évolution.

Les observations conduisent aux hypothèses suivantes :

- Le nombre de bactéries double chaque heure
- Le nombre de bactéries augmente dans un même rapport sur des intervalles de temps de même durée.
  Autrement dit : sur des intervalles de temps de même durée, le coefficient multiplicateur de la population de bactéries est constant.

On note $P(t)$ le nombre de bactéries (exprimé en millions) à l'instant t (exprimé en heures).
Pour plus de simplicité, nous prendrons $P(0)$ comme unité pour la population.
A l'instant $t = 0$, le nombre de bactéries est donc 1.
(pour représenter graphiquement l'évolution de la population dans un repère orthogonal :
- on prendra les unités suivantes : en abscisses, 2 cm représente 1 heure, en ordonnées, 1 cm représente un million de bactéries.,
- on n'oubliera pas de tracer la courbe pour t négatif,
- on déterminera le rapport α dans lequel augmente la population de demi-heure en demi-heure pour placer les points d'abscisse $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}$, …., puis de quart d'heure en quart d'heure pour placer les points d'abscisse $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, -\frac{1}{4}, -\frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \ldots$
- on déterminera le rapport dans lequel augmente la population de $k^{\text{ièmes}}$ d'heure en $k^{\text{ièmes}}$ d'heure pour placer les points d'abscisse $\frac{1}{k}, \frac{2}{k}, \ldots$)

08/10/08

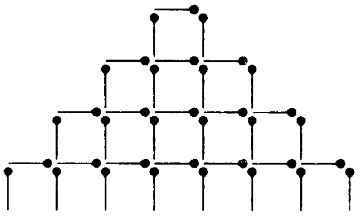
Exercice A17

Combien de régions du plan 1000 droites délimitent-elles ? (les droites sont telles que trois quelconques d'entre elles ne soient pas concourantes et deux quelconques non parallèles).

14/11/08

Exercice A28

On dispose des allumettes selon le schéma ci-contre.



Calculer le nombre de rangées obtenues avec

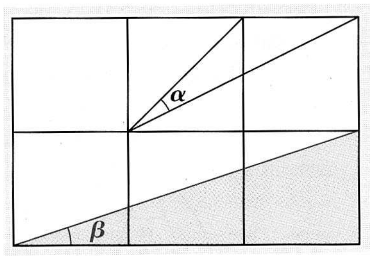
10440 allumettes.

15/12/08

Exercices de recherche donnés dans des devoirs à la maison

Exercice-ouvert n°1

La figure ci-contre est formée de 6 carrés.
Comparer les angles α et β .



Exercice-ouvert n°2

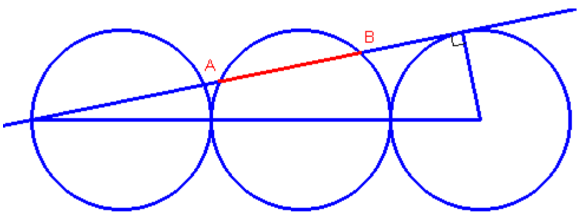
On considère les deux nombres :

$$A=\frac{1{,}000000000000004}{1{,}000000000000006^2} \quad \text{et } B=\frac{0{,}999999999999995^2}{0{,}999999999999998}$$

Comparer A et B.

Exercice-ouvert n°4

Les trois cercles ont pour rayon 5 cm. Calculer la distance AB.



Exercice-ouvert n°6

SABCD est une pyramide dont la base est un carré de côté 1 et la hauteur [SA] est telle que SA = 1.

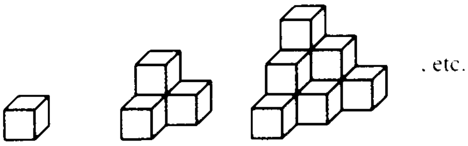
M est un point de [SC] défini par $\overrightarrow{SM} = k\,\overrightarrow{SC}$ avec $k \in [0\,;\,1]$.

Pour quelle valeur de k l'angle $\widehat{BMD}$ est maximal ?
Préciser alors sa mesure.

Exercice- ouvert n°9

On considère les constructions suivantes, effectuées avec des cubes de même dimension :

1 étage   2 étages   3 étages



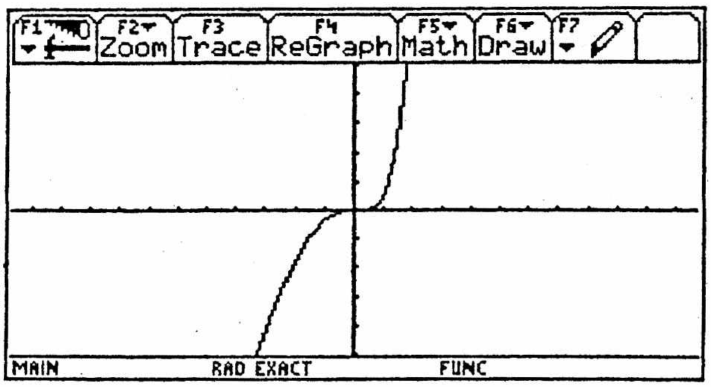
1 cube   4 cubes   10 cubes

Trouver le nombre d'étages de la construction, sachant qu'il y a 100 fois plus de cubes que d'étages.

Exercice-ouvert n°10

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2\, e^{x-1} - \frac{x^2}{2}$.

Le graphique ci-après est la courbe représentative de cette fonction telle que l'affiche une calculatrice dans un repère orthonormal.



A l'observation de cette courbe, quelle conjecture peut-on faire concernant le sens de variation de f sur $[-3 ; 2]$?
Etudier ensuite la véracité de cette conjecture.

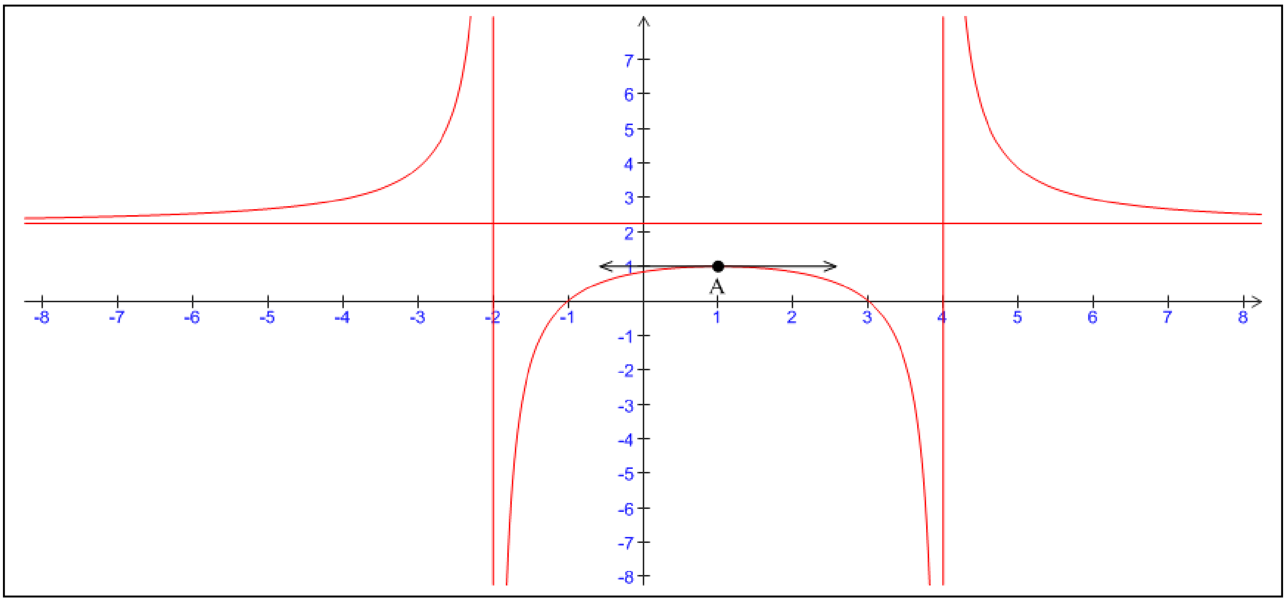
Exercice-ouvert n°11

Dans une boîte contenant 7 jetons rouges et n jetons noirs, on prend un premier jeton puis, **sans le remettre**, un deuxième jeton.
Déterminer la (ou les) valeur(s) de n pour lesquelles la probabilité d'obtenir deux jetons de couleurs différentes est maximale.

Exercices de recherche donnés dans des devoirs en classe

Exercice octobre 2008

Déterminer une fonction telle que sa courbe représentative ait l'allure suivante :



La courbe représentative de la fonction admet les trois droites tracées parallèles aux axes comme asymptotes dont une a pour équation $y = \frac{9}{4}$.

La tangente à la courbe au point A (1 ; 1) est horizontale.
On vérifiera avec soin que ces propriétés sont valides pour la fonction proposée.

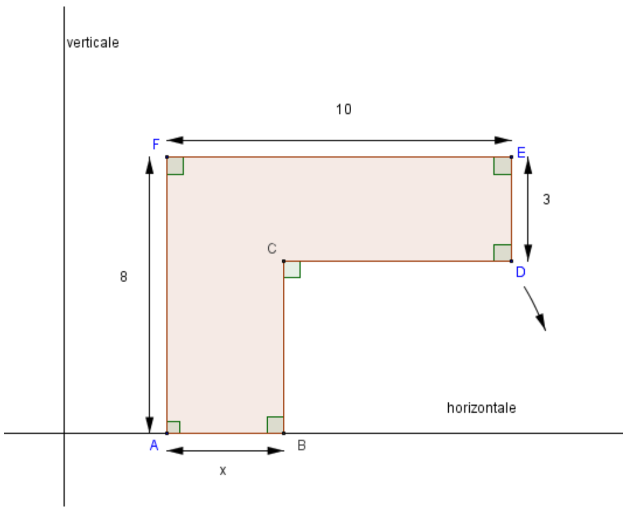
Exercice décembre 2008

Un prisme a pour base le polygone ABCDEF tel que AB = x , AF = 8, ED = 3 et EF = 10.

Les angles droits du polygone sont codés sur la figure ci-dessous.

Ce prisme bascule dans le sens de la flèche lorsque la verticale passant par le centre de gravité G de ABCDEF coupe l'horizontale (AB) à droite de B.

Jusqu'à quelle valeur de x le prisme bascule-t-il ?



Annexe 4 : Premier chapitre de l'enseignement de spécialité arithmétique de la classe.

DIFFERENTS TYPES DE RAISONNEMENT

I) Raisonnement par contraposée

Au lieu de prouver l'implication « si p alors q », on peut prouver de manière équivalente l'implication « si non q alors non p ».

On utilise la contraposée quand il est plus facile d'exprimer la proposition non q que la proposition p.

♦*Exemple : Montrer que si 10D + u n'est pas divisible par 19, alors D + 2u n'est pas congru à 10D + u modulo 19*

II) Raisonnement par condition nécessaire et suffisante

On utilise ce raisonnement quand on veut prouver une équivalence, quand on résout une équation, quand on cherche un ensemble de points, …

Cela se ramène à prouver ceci pour un objet mathématique X :

X vérifie la propriété A ⇔ X vérifie la propriété B

La démarche est alors la suivante :

- on suppose que X vérifie la propriété A et après diverses étapes on aboutit à la propriété B.
Cette partie est le raisonnement par condition nécessaire ou encore l'analyse du problème.
- en sens inverse, on suppose que X vérifie la propriété B et après diverses étapes on aboutit à la propriété A.

♦*Exemple : Montrer que : 10D + u est divisible par 19 si et seulement si D + 2u est divisible par 19.*

III) Raisonnement par l'absurde

Pour prouver l'implication « si p alors q », on montre qu'avoir p et non q simultanément aboutit à une contradiction.

On utilise très souvent ce raisonnement pour montrer la non-existence d'objets mathématiques. En effet, la proposition non q s'exprime comme l'existence de ces dits objets.

♦ Exemple : Montrer que $\sqrt{2}$ est irrationnel.

IV) Raisonnement par disjonction de cas.

Au lieu de prouver l'implication « si p alors q » on montre plusieurs implications « si p_1 alors q », « si p_2 alors q», « si p_3 alors q », … où la proposition p se décline en la réunion des cas p_1, p_2, p_3, …

♦ Exemple : Montrer que si $a^2 + b^2$ est divisible par 7 alors a et b sont divisibles par 7.

V) Raisonnement par récurrence

Ce raisonnement réside dans la propriété suivante des entiers naturels :

Si A est un ensemble de $\mathbb{N}$ tel que n_0 y appartienne et tel que si n appartient à A alors $n + 1$ y appartient, alors A est l'ensemble des entiers supérieurs ou égaux à n_0.

Ce raisonnement comporte trois étapes :

- initialisation : on vérifie que la propriété à démontrer est vraie au rang initial
- hérédité : on montre que si la propriété est vraie à un rang, alors elle est vraie au rang suivant
- conclusion.

♦ Exemple : Montrer par récurrence que $4^{n+1} + 6n + 5$ est divisible par 9 pour tout entier naturel n.

Annexe 5 : Production finale du groupe 1

D'abord on a trouvé que

. ça ne marche ni avec 0 ni 1.

. ça marche avec 2. 3. 4. 8.

On a essayé de changer la forme de l'égalité pour voir si cette nouvelle forme pouvait nous aider - Aucun résultat

On a essayé de faire un raisonnement par récurrence ; le problème c'est que dans "l'hérédité" on a fait ~~des cas~~ plusieurs cas de l'hypothèse: $\begin{cases} k \mid a \\ k \mid b \\ k \mid c \end{cases}$ et dans ce cas Pn est héréditaire. → Non concluant.

~~Si l'on avait plus de temps, nous essayerons par disjonction de cas : - $\frac{4}{n}$ entier naturel. - $\frac{4}{n}$ rationnel~~

On a retenté de trouver quelques cas où ça marche comme au début et on déduit l'hypothèse que ça marche pour tous n paire.

On a démontré que ça marche pour tous les n pairs :

$$\frac{4}{n} = \frac{2}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} \quad \text{et si } n \equiv 0(2).$$

$$\text{alors } \frac{2}{n} = \frac{2}{2n'} = \frac{1}{n'} \quad n' \in \mathbb{N}^*.$$

$$\frac{4}{n} = \frac{1}{n/2} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n}.$$

$$\frac{4}{n} = \frac{8}{2n} = \frac{3}{2n} + \frac{3}{2n} + \frac{1}{n}$$

Donc pour n divisible par 3 ça marche.

$$\text{car } \frac{4}{n} = \frac{1}{2a'} + \frac{1}{2a'} + \frac{1}{n}$$

Annexe 6 : Production finale du groupe 2

Un problème de fractions égyptienne.

. Après étude des nombres n pairs, nous avons dégager une conjecture :

- $a = \frac{n}{2}$
- $b = a + 1 = \frac{n}{2} + 1$
- $c = a \times b = \left(\frac{n}{2}\right) \times \left(\frac{n}{2} + 1\right)$

Exemples :

$$\frac{4}{2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{4}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$$

$$\frac{4}{6} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12}$$

$$\frac{4}{8} = \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{20}.$$

Démonstration : on a supposé que n était un multiple de 2 différent de 0.

Or . $a = \frac{n}{2}$ d'où $a \in \mathbb{N}^*$

. $b = \frac{n}{2} + 1$ d'où $b \in \mathbb{N}^*$

. $c = a \times b$ et a et b $\in \mathbb{N}^* \Rightarrow c \in \mathbb{N}^*$.

Donc a et b et c sont des entiers naturels.

Pour tout n multiple de 2, $\frac{4}{n} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$, il y a trois entiers naturels a, b et c.

. Nous avons ensuite étudié les multiples de 3 pour n, nous conjecturons que :

* $a = \frac{n}{3}$
* $b = n + 3$
* $c = a \times b$.

Exemples :

$$\frac{4}{3} = \frac{1}{1} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}.$$

$$\frac{4}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{9} + \frac{1}{18}.$$

$$\frac{4}{9} = \frac{1}{3} + \frac{1}{12} + \frac{1}{36}.$$

Démonstration : On a pris n tel que n divisible par 3.

Or : $a = \frac{n}{3} \Rightarrow a \in \mathbb{N}^*$

$b = n + 3 \Rightarrow b \in \mathbb{N}^*$

$c = a \times b$ et a et $b \in \mathbb{N}^* \Rightarrow c \in \mathbb{N}^*$.

Pour tout n multiple 3, $\frac{4}{n} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ a trois entiers naturels a, b et c.

. Nous avons enfin étudié les multiples de 5 pour n et il semble que :

* $a = \frac{2}{5} n$
* $b = 2n$
* $c = n$

Exemples :

$$\frac{4}{5} = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10}$$

$$\frac{4}{10} = \frac{1}{4} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20}$$

Démonstration : n divisible par 5.

or $a = \frac{2}{5} n \Rightarrow a \in \mathbb{N}^*$

$b = 2n \Rightarrow b \in \mathbb{N}^*$

$c = n \Rightarrow c \in \mathbb{N}^*$.

Pour tout n multiple de 5, $\frac{4}{n} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ a trois entiers naturels a, b et c.

Annexe 7 : Descriptions des épisodes de la recherche du groupe 1

<u>Episode 1</u> : « *si on prend n = 1, il n'y a pas de solutions* » (Al)
Les discussions débutent sur le problème soulevé par Al : « *si on prend n = 1, il n'y a pas de solutions* ». Il explique alors aux autres son argument : « *donc ça fait 4 = 3 donc déjà avec n = 1 c'est pas possible* ». E pense que $n = 0$ pose également un problème. Les élèves concluent que ce n'est pas possible pour tout entier naturel n.

<u>Episode 2</u> : « *est ce que tu ne peux pas faire l'inverse là* ? » (Ar)
Ar pose la question de l'utilisation de l'inverse sur l'égalité $4 = n/a + n/b + n/c$. Il propose d'écrire $1/4 = a/n + b/n + c/n$. Il se rend compte, à l'aide des autres élèves, qu'il a en fait multiplié par n l'équation initiale et non pris l'inverse comme il le pensait.

<u>Episode 3</u> : « *pour le n = 1 ça me pose un problème moi* » (Al)
Al reprend la discussion sur le problème posé par $n = 1$. Il évoque alors la possibilité que l'équation ait des solutions pour tout $n > 1$. Par rapport au problème posé, ils annoncent à nouveau que c'est faux avec 0 et 1 et donc qu'ils ont terminé « *Bon on a fini non ?* (rires)».

<u>Episode 4</u> : « *Avec un raisonnement par récurrence, on peut peut-être le faire non ?* » (Ar)
Ar soulève la possibilité de faire un raisonnement par récurrence. Il ne précise pas ce qu'il veut démontrer avec ce raisonnement et les autres élèves ne sont pas convaincus : « *tu ne peux pas* » mais n'argument pas leur position.

<u>Episode 5</u> : « *tu sais des trucs comme les équations diophantiennes* » (E)
E pense aux équations diophantiennes. Son idée serait de ramener l'équation initiale à une équation diophantienne.

<u>Episode 6</u> : « *est-ce que ça tu peux faire l'inverse ?* » (Ar)
Ar repose la question de l'utilisation de l'inverse. Il veut écrire $1/4 = a/n + b/n + c/n$ comme inverse de l'expression $4 = n/a + n/b + n/c$. Une discussion s'installe entre Al qui pense qu'il n'est pas possible de prendre l'inverse et les autres qui cherchent à comprendre pourquoi. Les élèves seront convaincus de l'erreur commise grâce à l'utilisation d'un « *exemple concret* ».

<u>Episode 7</u> : « *on peut directement répondre à la question en fait* » (E)
Les élèves reviennent sur la question posée. Ils pensent avoir déjà la réponse puisque avec $n = 0$ et $n = 1$ l'équation n'a pas de solutions. Cependant, ils pensent qu'il faut regarder pour $n > 1$ car « *on ne va pas s'arrêter là* ».

<u>Episode 8</u> : « *j'ai fait deux trois trucs euh, j'ai fait, euh, avec 2* » (Al)
Al dit qu'il a essayé de résoudre l'équation pour $n = 2$. Mais E lui répond « *ouais mais après il faut le prouver dans le cas général, tu ne vas pas le faire pour chaque* ». La piste est donc abandonnée.

<u>Episode 9</u> : « *De toutes façons vous étiez partis pareil là avec Bézout ?* » (Al)
Al pense au théorème de Bézout car il a mis l'équation sous la forme $4abc = n(ac + ab + bc)$. Il raisonne alors de cette façon : n est divisible par 4 ou $ac + ab + bc$ est divisible par 4. Ils examinent ensuite les conditions de parité de a, b et c afin que abc soit divisible par 4 ou non. Ils établissent alors une conjecture.

<u>Episode 10</u> : « *tu fais ça avec les congruences* » (E)
Les élèves veulent essayer de prouver leur conjecture. Pour cela, E introduit l'idée des congruences. Ils font ensuite le point sur ce qu'ils auront démontré et ce qu'il restera à prouver.

Episode 11 *: « On peut le prouver mais bon, on ne va pas perdre du temps pour les démonstrations quoi. » (Al)*
Les élèves discutent sur la démonstration autour de cette question : faut-il la faire ? La discussion se poursuit sur la production finale commune.

Episode 12 : « *on peut directement répondre à la question d*onc » (E)
E relance la discussion sur le fait qu'« *en toute rigueur, on a répondu à la question* » avec n = 1 et n = 0. Les élèves se mettent d'accord pour étudier la conjecture pour $n > 1$. Ils veulent ensuite commencer une feuille commune en notant leurs premières idées (à savoir leur conjecture de l'épisode 9).

Episode 13 : « *On peut faire, si n est égal à 1, 2 ou 4* » (Ar)
Les élèves discutent de l'existence de solutions possibles pour n = 1, 2 ou 4. (c'est à dire quand $4/n$ est un entier) Ils se prononcent ensuite sur la réponse à cette question : est-ce possible pour $n > 2$?

Episode 14 : « *Moi je propose de, de faire une suite par récurrence* » (Al)
Les élèves reviennent sur l'idée de faire des essais pour différentes valeurs de n. Ils pensent peut être trouver une suite ou une période. Ils remarquent qu'à partir de $n = 5$ cela va être plus compliqué car la fraction devient plus petite que 1. Ils discutent ensuite d'une relation établit entre deux exemples : « *on augmente de 2 là, 1, 2, 2 on augmente de 2 dans les 2, à chaque fois* ». Ils font ensuite une distinction sur la parité de n : l'équation serait vérifiée pour n pair et non vérifiée pour n impair.

Episode 15 : « *c'est Julien ?* » (E)
Un quatrième élève arrive. Les autres lui expliquent et lui proposent de chercher seul le problème pendant 10min. Ils pensent en effet qu'ils sont sur une mauvaise piste et qu'il pourrait peut-être en trouver une autre. Ar revient sur leur idée de l'épisode 9 mais en citant le théorème de Gauss. J donne ensuite sa première idée.

Episode 16 : « *Je lui explique vite fait* » (Al)
Al explique à J les premières idées et les premières pistes de recherche qu'ils ont suivies. Al conclut en précisant qu'ils ont trouvé des solutions pour $1 < n < 5$. Pour $n = 5$ ils n'ont pas trouvé mais cela ne veut pas dire que l'équation n'a pas de solution. Al évoque à nouveau le fait qu'à partir de $n = 5$, la fraction est plus petite que 1.

Episode 17 : « *Tu ne crois pas qu'ils peuvent être les 3 pairs* » (E)
E revient sur les différents cas évoqués dans l'épisode 9 sur la parité des entiers a, b et c pour que 4 divise $ab + ac + bc$. Après discussion ils abandonnent cette piste : « *Tu vois donc ça dépend vachement de n et tout donc ça fait trop de cas donc je ne vois pas, je ne pense pas que ça soit ça* ».

Episode 18 : « *C'est 1 sur qui m'embête, si c'était possible de trouver l'inverse de tout ça* » (J)
J essaie de trouver l'inverse de l'expression alors que les autres discutent d'autre chose (du concours général). Ils évoquent ainsi la difficulté du problème et relancent une nouvelle fois la discussion autour des entiers 0 et 1, contre-exemples pour la conjecture. Ils cherchent ensuite à placer le problème dans un domaine des mathématiques qu'ils ont étudié : évocation des équations de plans, nombres complexes, géométrie.

Episode 19 : « *Attendez, j'ai trouvé une piste là* » (J)
J a trouvé une piste basée sur l'utilisation de l'inverse.

19a : J présente sa piste basée sur l'utilisation de l'inverse. Les autres lui disent que son résultat est faux car il utilise mal l'inverse. Ils font référence à l'épisode 6 où ils ont déjà eu cette discussion.
19b : Al revient sur l'essai avec $n = 5$, J cherche toujours à développer son idée.
19c : J revient sur son raisonnement avec l'inverse et explique que c'est possible de faire l'inverse car il utilise un produit en croix et non la somme des inverses. E est d'accord avec lui, Ar ne semble pas tout comprendre et Al n'est pas convaincu.
19d : J explique en détail son raisonnement avec le produit en croix et réussit à convaincre tout le groupe.
19e : fin du raisonnement où ils montrent que n est toujours égal à 4. Ayant trouvé des solutions à l'équation pour $n = 2, 3$, ils savent que leur raisonnement est faux. Ils cherchent à quel moment leur démonstration est fausse.
19f : Ils demandent confirmation au professeur à propos de leur raisonnement erroné.

Episode 20 : « *enfin je ne sais pas mais si on prend n égal 1, c'est pas possible* » (E)
Les élèves demandent au professeur si le fait de trouver un contre-exemple permet de répondre à la question posée. Ils évoquent alors les contre-exemples obtenus avec 0 et 1.Le professeur confirme leur hypothèse et leur propose d'étudier la conjecture pour $n > 1$.

Episode 21 : « *on était sceptique parce qu'on ne trouvait pas la faille* » (J)
Les élèves, avec l'aide du professeur, trouvent « la faille » de leur raisonnement précédent.

Episode 22 : « *Je tente des factorisations à outrance mais euh* » (Ar)
Les élèves apprennent qu'un autre groupe a trouvé que l'équation a des solutions pour la moitié des nombres. Ils cherchent alors si *« il n'y a pas un truc entre les nombres pairs et les nombres impairs, là ? »*.

Episode 23 : « *Une récurrence* » (J)
J veut tenter un raisonnement par récurrence avec initialisation à P_2, c'est à dire pour $n = 2$. Les autres sont sceptiques. Ils ne voient pas comment faire l'hérédité étant donnée qu'ils pensent que pour certaines valeurs de n, l'équation a des solutions et que pour d'autres elle n'en a pas.

Episode 24 : « *Raisonnement par disjonction de cas à mon avis* » (Ar)
Ar évoque un raisonnement par disjonction de cas…mais ne sait pas avec quels cas ! L'idée est rapidement abandonnée.

Episode 25 : « *Tu es toujours avec le 5, avec le 4/5 toi ?* » (Ar)
J essaie toujours de chercher des solutions pour $n = 5$. Ar pense que ce n'est pas possible pour cette valeur mais E réplique « Qu'est ce que tu en sais que ce n'est pas possible ? ». Les élèves essaient ensuite de rechercher une solution pour $n = 8$ et $n = 6$. Ils évoquent alors une hypothèse : « *Ça marche pour les puissances de 2* ».

Episode 26 : « *une fois que tu en es là dans l'hérédité, tu ferais quoi là ?* » (J)
E pose une question à J concernant l'hérédité dans un raisonnement par récurrence. Le groupe est scindé : Ar, Al et E pensent qu'il n'est pas possible de faire un raisonnement par récurrence pour montrer que l'équation a des solutions pour tout entier $n > 1$ alors que J est persuadé du contraire.

Episode 27 : « *Donc ça si c'est faux, c'est pas, non si c'est vrai* » (J)
Al et J discutent sur la manière dont ils pourraient raisonner : « *Si c'est vrai, ça peut se démontrer comme ça* », « *Ouais, mais si on n'arrive pas à le démontrer, ça ne prouve pas que c'est faux* ».

Episode 28 : « *Tiens j'en ai encore trouvé un, c'est simple, pour les multiples de, pour n, hein* » (E)
E a trouvé des solutions pour une valeur de *n* particulière. Il pense alors que la conjecture est vraie pour *n* multiple de 4. Le groupe essaie ensuite de la démontrer.
28a : Les élèves conjecturent, grâce à des essais sur différentes valeurs de *n*, que pour les *n* multiples de 4 l'équation a des solutions.
28b : Ils évoquent un raisonnement par disjonction de cas sur les classifications de *n* modulo 4 pour démontrer leur conjecture.
28c : Ils pensent ensuite à utiliser un raisonnement par récurrence.
28d : Les élèves relancent la piste des différents cas selon les classifications de *n* modulo 4.
28e : Ils formulent une nouvelle conjecture : pour *n* congru à 1 mod 4, l'équation n'admet pas de solution.
28f : Afin de prouver cette nouvelle conjecture, ils évoquent un raisonnement par l'absurde.

Episode 29 : Les professeurs demandent aux élèves de commencer à faire leur production écrite et commune du groupe.

Episode 30 : « *montrer que ça, ça et ça se sont des entiers c'est faisable ça ?* » (J)
J a entrepris de démontrer que l'équation admettait des solutions pour tout entier $n > 1$ par un raisonnement par récurrence. Dans l'étape de l'hérédité, il se demande si certaines quantités sont des entiers. Pour cela, les élèves utilisent des critères de divisibilités. Ils évoquent ensuite les nombres premiers et premiers entre eux. Enfin, ils cherchent, à nouveau, de trouver dans quel domaine des mathématiques le problème pet se placer : barycentre, dérivées…

Episode 31 : « *Oh les gars, c'est bon* » (J)
J pense avoir réussi son raisonnement par récurrence. Il va l'expliquer aux autres élèves du groupe.
31a : J explique qu'il pense avoir trouvé un raisonnement par récurrence pour prouver que la conjecture est vraie pour tous les entiers naturels supérieurs ou égaux à 2.
31b : Les autres posent des questions, essayent de comprendre et critiquent son raisonnement.
31c : Ils discutent sur le fait que le raisonnement par récurrence est juste mais qu'il s'appuie sur une hypothèse de récurrence qui doit être vérifiée. Ils évoquent alors un raisonnement par l'absurde pour vérifier cette hypothèse.
31d : J se rend compte que son raisonnement ne marche pas grâce à l'utilisation d'un exemple.
31e : Les élèves discutent sur les raisons pour lesquels le raisonnement par récurrence de J ne marche pas. Ils essaient de trouver une solution pour le modifier.

Episode 32 : Les élèves parlent d'autres choses, des inscriptions post-bac.

Episode 33 : « *C'est parce qu'ils n'ont pas la Ti c'est pour ça* » (E)
Les élèves font le point en discutant avec un autre groupe. Ils leur disent qu'ils ont établi que l'équation a des solutions « *pour deux ou trois nombres et pour n multiples de 4* » mais sans l'avoir prouvé. Le professeur intervient pour rappeler qu'ils ne doivent pas communiquer entre groupes.

Episode 34 : « *Bon, bon raisonnement Julien* » (E)
E revient sur le raisonnement de J puis ils se demandent ce qu'ils vont écrire dans leur production finale.

Episode 35 : « *Vous décrivez un petit peu déjà votre heure passée à chercher le problème.* » (P)

Le professeur intervient pour leur demander s'ils ont commencé à écrire leur production finale, il leur précise ce qu'ils doivent mentionner. Les élèves récapitulent ainsi les différentes pistes qu'ils ont empruntées.

Episode 36 : « *Non ce qui est énervant c'est qu'on ne sait pas si c'est vrai ou si c'est faux* » (J)
J aimerait savoir ce qu'il faut démontrer, c'est à dire, trancher entre : oui c'est possible pour tout entier *n* et non ce n'est pas possible pour tout entier *n*. Il pense qu'ils auraient dû faire deux groupes « *deux qui essayent de prouver que c'est vrai et deux qui essayent de prouver que c'est faux* ». Les élèves discutent alors de la véracité de la conjecture. Puis un raisonnement par l'absurde est alors évoqué par Ar.

Episode 37 : « *Ah attends, j'ai une petite idée, une petite idée* » (J)
J pense avoir une autre idée, faire un raisonnement par disjonction de cas, sur la nature du nombre $4/n$ selon les valeurs de n. Cette piste de recherche est rapidement abandonnée.

Episode 38 : « *Je dis quoi sur le raisonnement par récurrence là ?* » (Ar)
Ar commence la rédaction de la production de groupe et demande ce qu'il doit écrire sur le raisonnement par récurrence que J a effectué. Les élèves essaient alors de formuler ce qu'ils vont écrire.

Episode 39 : « *Tiens j'ai trouvé celui pour 6* » (E)
E trouve les solutions de l'équation pour $n = 6$. Cela ouvre une piste de recherche : les élèves conjecturent alors que l'équation a des solutions pour les multiples de 4 et de 6 puis pour les nombres pairs.
39a : Ils font des essais avec $n = 6, 8, 12, 16, 18$. Ils conjecturent que pour les multiples de 4 et de 6 l'équation admet des solutions.
39b : E demande si cela permet de trouver une conjecture pour les nombres pairs.
39c : E demande quelle était l'idée de Al, à savoir, si *n* est multiplié par 2 alors les solutions sont multipliés par 2. Ensuite, ils parlent d'autres choses.
39d : E tente d'expliquer au groupe comment passer de $n = 4$ à $n = 8$. Il conclut en disant que l'équation admet des solutions pour tous les nombres pairs.

Episode 40 : « *L'hypothèse change selon le rang* » (J)
J revient sur son raisonnement par récurrence et en particulier sur son hypothèse de récurrence qui « *change selon le rang* ». Puis il abandonne définitivement ce raisonnement par récurrence.

Episode 41 : *« je pense que ça doit pouvoir être prouvé, en fait c'est euh, 4/n c'est égal à 1/(n/2) + 1/n + 1/n* » (E)
E revient sur leur conjecture établie pour les nombres pairs. Il formalise son raisonnement de l'épisode 39 grâce à l'égalité ci-dessus. J prouve alors, grâce à cette égalité que leur conjecture est vraie. Le groupe a donc démontré qua l'équation admet des solutions pour les entiers pairs.

Episode 42 : « *Bon ben maintenant il ne nous manque plus que les impairs, ce n'est pas beaucoup* » (Ar)
Ar fait le bilan de leur recherche, ils doivent encore étudier le problème pour les nombres impairs. Il précise alors qu'« *il reste plus que la moitié de l'infini* ». Il s'ensuit alors une discussion sur l'infini au sein du groupe.

Episode 43 : « *Bon avec les nombres impairs, même raisonnement* » (Al)
Le groupe essaie donc de trouver une conjecture pour les nombres impairs. Al commence par dire qu'il faut essayer le même raisonnement que celui pour les nombres pairs. Puis les élèves évoquent un raisonnement par l'absurde.
43a : Ils se demandent si l'équation admet des solutions ou pas pour les nombres impairs puis ils veulent faire un raisonnement par l'absurde pour montrer que l'équation n'a pas de solution.
43b : Ils parlent d'autres choses.
43c : La discussion revient sur le raisonnement par l'absurde pour montrer que l'équation n'a pas de solution pour les nombres impairs mais ils ont un problème : pour $n = 3$ l'équation a des solutions.
43d : Ils parlent d'autres choses.
43e : Les élèves relancent à nouveau le débat sur le raisonnement par l'absurde mais ils se demandent si le raisonnement par l'absurde doit débuter avec « *une hypothèse vraie ou fausse* ».
43f : J tente une autre piste sur le même schéma que celle pour les nombres pairs mais elle n'aboutit pas.

Episode 44 : « *Eh ben si n est divisible par 3 ça marche mais si n n'est pas divisible par 3 ça ne marche pas* » (Al)
Les élèves viennent de trouver une conjecture pour les nombres divisibles par 3.
44a : Al établit une conjecture pour les multiples de 3. Ils prennent alors conscience du rôle des nombres premiers.
44b : Ils parlent d'autres choses.
44c : Une discussion se lance sur l'existence de solutions pour $n = 5$ puis 7 puis 11. Al pense qu'avec un raisonnement par l'absurde ils pourraient montrer que pour les impairs non multiples de 3 l'équation n'a pas de solution.
44d : Les élèves reprennent leur conjecture pour les multiples de 3 et la démontrent afin de l'écrire dans leur production finale.
44e : Ils discutent autour de leur production finale
44f : E demande à J comment il a eu l'idée de la conjecture pour les multiples de 3. Ils discutent ensuite d'une éventuelle conjecture pour les multiples de 5.

Episode 45 : « *on va bientôt arrêter la séa*nce » (P)
Le professeur intervient pour donner les consignes de la fin de la séance. Les élèves reviennent sur les nombres premiers et ne sont pas d'accord sur la démarche à prendre : « *on ne va pas faire tous les nombres !* »

Episode 46 : « *Ça marche si n est pair, non mais pour le 5* » (J)
Le groupe continue de discuter autour d'une conjecture pour n multiples de 5. Al conclut qu' « *il faut y faire avec tous les chiffres premiers maintenant* » et qu'ils avaient répondu à la question posée dès le début *« parce que ça on y a prouvé dès le début avec 1 et 0 que ça ne marchait pas tout le temps* ».

Annexe 8 : Descriptions des épisodes de la recherche du groupe 2

Episode 1 : « *Je suis déçu* » (F)
F pensait avoir trouvé que l'équation n'admettait pas de solutions pour les nombres premiers mais il a ensuite trouvé une solution pour n = 7. Il demande au reste du groupe si l'un d'entre eux a avancé sur le résultat.

Episode 2 : « *Comment tu fais pour trouver 4 ?* » (M)
M dit qu'il a essayé de trouver une solution à l'équation pour n = 1. Il pense que ce n'est pas possible car la plus grande fraction unitaire possible est 1. Les élèves ont ainsi trouvé un contre-exemple. Ils demandent confirmation au professeur que l'existence d'un contre-exemple permet de répondre à la question posée.

Episode 3 : « *On suppose que c'est faux, on n'a qu'à dire ça de toutes façons* » (F)
L'idée de cet épisode est de supposer qu'il existe des nombres pour lesquels l'équation n'a pas de solution. Puis F explique à L pourquoi l'équation n'a pas de solution pour n = 1. L'argument est que la somme de trois fractions unitaires est au plus égale à 3.

Episode 4 : « *Faudrait déjà essayer de trouver…ben 3 aussi ça marche* » (F)
F pense qu'il faut essayer de trouver des solutions pour des valeurs particulières de n. Ils font des essais pour n = 3 et n = 7.

Episode 5 : « *Ce qu'on peut faire déjà c'est retourné comme ça on a, n/4 = a + b + c* » (L)
L propose d'utiliser l'inverse afin de « retourner » l'expression. Les deux autres élèves pensent que l'inverse de cette expression n'est pas celle trouvée par L. F justifie ses propos en prenant un exemple : l'inverse de 1/2 + 1/3 + 1/4 ce n'est pas 7. Ils abandonnent donc cette piste de recherche.

Episode 6 : « *Tu sais il avait fait un truc..euh…on suppose qu'il n'y a pas de solution et on montre qu'on arrive à un résultat incohérent* » (M)
M évoque un raisonnement par l'absurde sans le nommer. F n'est pas d'accord et propose une autre méthode : « *partir de la solution et voir si tout n marche* ».

Episode 7 : « *n est égal à 4 fois a * b* c divisé par* » (F)
M utilise alors sa calculatrice pour avoir une expression de n (il isole n). Il a ainsi transformé l'écriture de l'équation en n = 4abc / (ab + bc + ac). Les élèves cherchent alors les valeurs interdites pour a, b et c. Ils discutent ensuite sur les nombres entiers naturels afin de déterminer si un nombre entier naturel est supérieur ou égal à 0.

Episode 8 : « *ce qui est bien c'est qu'on a une équation et 4 inconnues* » (F)
Une discussion s'établit au sein de groupe sur le nombre d'inconnues et de variables de l'équation qu'ils ont obtenue après transformation de l'écriture, notamment pour déterminer si pour n fixé, a, b et c sont fixés.

Episode 9 : « *viens on essaie de trouver des nombres qui vérifient, si tu prends 4 par exemple, est ce que ça vérifie* » (F)
F propose d'essayer de trouver des solutions à l'équation pour des valeurs de n particulières. Ils choisissent ainsi n = 1 et ils remplacent n par 1 dans l'équation obtenue précédemment. F essaye avec la fonction « résol » de sa calculatrice. N'arrivant pas à trouver des solutions, le groupe abandonne cette piste de recherche.

Episode 10 : « *4/7 ?* » (F)
M demande à F comment il a fait pour trouver des solutions à l'équation pour *n* = 7. Ce dernier explique qu'il a débord enlever 1/3 à 4/7 puis qu'il a « *regardé ce qu'il pouvait enlever après* ».

Episode 11 : « *Pour a = 0, ça marche pas, ça aurait été trop si*mple » (M)
Les élèves discutent sur ce qu'ils ont déjà fait, se demandent si une telle équation (celle de l'épisode 7) est résoluble à leur niveau, puis F pense aux nombres complexes. L et M réfutent cette idée car l'ensemble des nombres complexes est plus grand que l'ensemble des nombres naturels.

Episode 12 : « *Donc si n = 4 déjà ça ne marche pas…a,b,c…euh* » (F)
F relance la piste de recherche basée sur la recherche d'une solution pour *n* = 4. Il trouve, à l'aide de sa calculatrice une solution. Le groupe essaie alors de trouver une relation entre les dénominateurs des fractions unitaires qu'ils obtiennent en confrontant la solution pour *n* = 4 avec celle pour *n* = 7.

Episode 13 : « *Ça dépend si c'est un nombre pair ou impair* » (L)
L pense alors que cette éventuelle relation dépend de la parité de *n*. F, de son côté, cherche alors à décomposer 4/5 grâce à une relation qu'il a conjecturée à l'aide des décompositions pour *n* = 4 et *n* = 7. Il va y parvenir en soustrayant 1/10 moins 4/5 puis en cherchant quelle fraction unitaire il fallait retrancher afin d'obtenir une troisième fraction unitaire.

Episode 14 : « *Attends regarde, j'avais dit quoi là tout à l'heure qui marchait* » (F)
F, grâce à la solution pour *n* = 5, pense avoir trouvé une méthode permettant de trouver des solutions. Le groupe va la tester sur une autre valeur de *n*, *n* = 6. Ils remarquent ainsi que leur relation marche pour les nombres pairs.

Episode 15 : « *Pour celui là, pour les pairs ça marche hein* » (F)
Les élèves ont trouvé une conjecture pour *n* pair. F commence à l'expliquer puis demande au professeur s'ils doivent la démontrer. L'élève reprend ensuite l'explication de sa conjecture pour le reste du groupe.

Episode 16 : « *on va essayer pour ceux qui ne sont pas pairs maintenant* » (F)
Les élèves essaient, sur le même procédé, de trouver une conjecture pour les nombres impairs. Ainsi ils observent les solutions pour *n* = 5 et *n* = 7 puis essaient d'en trouver une pour *n* = 9.

Episode 17 : « *Moi je pourrais avoir un truc mais ce serait complètement farfelu* » (L)
L pense avoir trouvé une piste pour les nombres impairs mais en l'expliquant il se rend compte qu'elle ne marche pas. F expose alors son idée et explique que sa conjecture est vérifiée pour *n* = 7 et *n* = 5 mais pas pour *n* = 9, ce qui lui pose un problème.

Episode 18 : « *tu l'as écrit pour les nombres pairs alors ?* » (F)
Les élèves discutent sur la formulation de leur conjecture pour *n* pair. Ils veulent la formuler avec « *un peu de math* » et l'illustrer par un exemple.

Episode 19 : « *T'as trouvé pour 4/9* » (L)
Les élèves discutent à nouveau de leur solution pour *n* = 9 et cherchent un lien entre les décompositions trouvées pour *n* = 7 et *n* = 9, comme ils l'avaient fait pour les nombres pairs.

Episode 20 : « *il n'y aurait pas un truc spécial pour les impairs et un truc spécial pour les premiers ?* » (M)
Comme ils n'arrivent pas à trouver de conjecture pour les nombres impairs à partir de leurs exemples, M évoque la possibilité d'avoir un résultat pour les impairs non premiers et un

autre pour les nombres premiers. Ils cherchent alors des solutions pour *n* premier (n = 11 et n = 13).

Episode 21 : « *Bon je vais essayer avec 132* » (L)
L revient sur les nombres pairs et veut essayer de trouver une solution pour n = 132 puis pour n = 252. Il pense qu'avec ce nombre, étant « *un carré de 2* » (il veut dire une puissance de 2), l'équation ne va pas nécessairement avoir de solution. F ne comprend pas pourquoi il vaut essayer avec 252 étant donné que c'est un nombre pair et qu'ils ont déjà établi une conjecture. De plus il remarque sue 252 n'est pas une puissance de 2. L veut quand même essayer.

Episode 22 : « *J'ai trouvé un truc pour 4/15 mais bon* » (M)
M a trouvé une solution pour n = 15. Cela relance les discussions sur la formulation d'une conjecture pour les nombres impairs. L pense avoir trouvé une piste, l'expose au reste du groupe mais s'aperçoit que c'est « *du cas par cas* » : « *loi universelle au cas par cas* » !

Episode 23 : « *17 est premier ?* » (M)
M demande si 17 est un nombre premier. Puis les élèves discutent sur les nombres premiers, évoquent le fait que leur calculatrice puisse les donner.

Episode 24 : « *Faut essayer de trouver des trucs qui sont en rapport* » (F)
F veut trouver une relation entre les dénominateurs des fractions unitaires trouvées dans les décompositions de n = 5, 7, 9 … M utilise la piste de L de l'épisode 22 pour trouver une solution pour n = 21. Le problème de cette conjecture, pour les multiples de 3, c'est qu'elle n'est pas vérifiée par leur décomposition de n = 9.

Episode 25 : « *Ah on a déjà trouvé la moitié des nombres comment ça marche* » (L)
Les élèves font un bilan de leurs résultats : ils ont trouvé une conjecture pour les nombres pairs et pour les nombres impairs, multiples de 3, hors 9. F trouve alors une autre décomposition de 4/9 qui leur permet d'utiliser la conjecture établie par L à l'épisode 22, pour tous les multiples de 3.

Episode 26 : « *Après on va faire tous ceux qui sont divisibles par 5 et puis on va faire etc* » (L)
L prévoit la démarche qu'ils vont suivre ensuite tandis que M se demande s'ils répondent bien à la question. F lui répond affirmativement puisqu'ils « *essaient de trouver des groupes* [de nombres] *qui marchent* ». Le groupe discute ensuite du nombre de solutions qu'ils ont déjà déterminées.

Episode 27 : « *Donc, ben non j'allais dire théoriquement 1/12 ça marche* » (F)
Les élèves reviennent sur leur conjecture pour les multiples de 3. Ils font un essai avec n = 27 pour tester leur conjecture. Ils se mettent ensuite d'accord pour l'écrire dans leur production finale.

Episode 28 : « *Bon après c'est quoi, les multiples de 5 ?* » (M)
Les élèves essaient de trouver une conjecture pour les multiples de 5.
28a : Ils font un essai avec n = 15. M pense que la conjecture sera du même ressort que celle pour les multiples de 3. F essaie pense qu'elle ne convient pas et qu'il faut trouver une autre méthode.
28b : L essaie de faire un parallèle avec les autres conjectures. Le groupe discute alors des formulations des conjectures trouvées précédemment.
28c : Les élèves reviennent sur l'exemple n = 15. F et M remarquent que cet exemple n'est pas judicieux car 15 est divisible par 3. Ils prennent alors n = 25 et essaient de faire un parallèle entre la méthode de décomposition de 4/25 avec celle des multiples de 3.

28d : Les élèves font des essais avec de très grands nombres : un multiple de 2 puis un multiple de 3.
28e : Les élèves tentent de conjecturer un résultat pour les multiples de 5.

Episode 29 : « *Ben on a l'air d'avoir dégagé ça comme idée mais on n'est pas sûr* » (L)
Une discussion s'établit entre le groupe et un professeur. Ils font le point sur les résultats trouvés (pour *n* pair et pour les multiples de 3, pas encore pour les multiples de 5) et leur nature : ils sont encore à l'état de conjecture !

Episode 30 : « *Par récurrence, ce n'est pas possible de le démontrer* » (M)
M propose alors de démontrer leur résultat par un raisonnement par récurrence. Ils discutent alors de la manière dont ils procèderaient avec un tel raisonnement pour prouver leur conjecture sur les nombres pairs.

Episode 31 : « *4/21, oh les gens, en passant de 15 à 21, on passe de 5 à 7* » (F)
F expose une piste pour passer d'un multiple de 3 à un autre. Il pense que cela peut peut-être se dupliquer pour les multiples de 5.

Episode 32 : Les élèves parlent d'autres choses.

Episode 33 : « *Bon on ne trouve plus* » (F)
Les élèves reviennent sur le cas *n* multiple de 5. Ils se rendent compte qu'il y a quelque chose qui change à *n* = 5. (car la fraction 4/*n* devient inférieure à 1). Puis ils reprennent leur décomposition de 4/5 et trouvent une conjecture pour les multiples de 5 qu'ils vérifient avec *n* = 10 et 15.

Episode 34 : « *faudra faire ça pour tous les nombres premiers et après tu* » (L)
Les élèves discutent de la suite : il faudra faire pour tous les nombres premiers. F pense déjà trouver des conjectures jusqu'à *n* = 9 et après chercher des liens entre ces conjectures afin de généraliser aux nombres premiers. M vérifie leur conjecture pour les multiples de 5 sur d'autres nombres. (20, 50, 355)

Episode 35 : Les professeurs interviennent pour demander aux groupes de commencer à faire leur production finale.

Episode 36 : « *Si on prend les 3 premières lois c'est quoi ?* » (F)
L commence à écrire la production finale et F essai de trouver un lien entre les trois conjectures établies. Ils évoquent également le problème de faire la même chose pour tous les nombres premiers. M essaie de comprendre leur conjecture pour les multiples de 3.

Episode 37 : « *Je fais quoi j'essaie de démontrer par récurrence* » (L)
L et M reviennent sur l'idée de faire un raisonnement par récurrence pour démontrer leur conjecture pour les nombres pairs. L demande à M de faire le raisonnement au brouillon.

Episode 38 : « *Si tu regarde, pour celui là on a n/2* » (F)
F et L essaient de trouver une méthode pour décomposer les fractions 4/*n* avec *n* multiple de 7 en s'appuyant des conjectures établies pour les multiples de 2, 3 et 5.

Episode 39 : « *Tu y arrives ?* » (L)
L demande à M s'il arrive à faire le raisonnement par récurrence pour démontrer leur conjecture pour les nombres pairs. Le groupe discute ensuite sur leur production finale puis avec un autre groupe.

Episode 40 : « *Qu'est ce que tu m'as dit tout à l'heure ?* » (P)
Intervention du professeur sur l'état de leur avancement. Le groupe discute ensuite du raisonnement par récurrence à faire pour prouver leur conjecture. L décide de l'écrire dans leur production finale.

Episode 41 : « *En fait on ne sait plus trop quoi faire maintenant* » (F)
Les élèves interpellent un professeur car ils ne savent plus comment continuer leur recherche. Ils sont conscients qu'il leur reste les nombres premiers à étudier. Leur piste basée sur la recherche de liens entre les conjectures déjà établies n'étant pas concluante, ils n'arrivent pas à trouver une autre piste de réflexion. Le professeur leur donne alors une aide.

Episode 42 : « *Ah donc on va essayer 4/7* » (F)
F et M essaient de trouver une décomposition de 4/11, fraction qui correspond à l'aide apportée. L écrit la production finale.

Episode 43 : « *il n'y avait pas besoin de faire par récurrence* » (L)
L se rend compte que pour démontrer leur conjecture pour les nombres pairs, un raisonnement par récurrence n'est pas nécessaire. Il explique alors son raisonnement, basé sur une égalité et sur la nature des nombres en jeu.

Episode 44 : « *C'est quoi après 11 ?* » (M)
M demande quels sont les nombres premiers après 11.

Episode 45 : « *Ça nous aide pas vraiment* » (F)
Les élèves interpellent de nouveau le professeur car ils n'arrivent pas à utiliser l'aide. Ils ont trouvé une relation entre les dénominateurs des fractions unitaires des décompositions en jeu dans l'aide. Le professeur essaie alors de leur donner quelques indications, par exemple de trouver, grâce à cette relation une décomposition pour un autre nombre premier. F essaie alors de trouver une décomposition de 4/13 et se rend compte que la relation ne marche pas avec $n = 13$. Le professeur intervient de nouveau pour leur demander de généraliser la relation qu'ils ont trouvée sur les dénominateurs des fractions unitaires dans les décompositions de $n = 7$ et $n = 11$ en tenant compte du fait qu'elle n'est pas vérifiée pour $n = 13$.

Episode 46 : « *Vous en êtes où ?* » (M)
Les élèves font le point sur leurs résultats en discutant avec les autres groupes autour. Ils ont trouvé pour les multiples de 2, 3 et 5. Les autres groupes aussi sauf un qui n'a pas les multiples de 3.

Episode 47 : « *C'est marrant parce que 4/6 on a deux trucs différents* » (L)
L se rend compte que les décompositions ne sont pas uniques, F essaie de généraliser la relation (de l'épisode 45) et M se demande si 1 est un nombre premier.

Episode 48 : « *J'ai démontré la conjecture* » (L)
L a fini sa démonstration de la conjecture pour les nombres pairs et demande confirmation au professeur. Ce dernier répond que c'est à eux de décider et les élèves pensent que c'est bon. Ensuite ils parlent d'autres choses.

Episode 49 : « *Je suis sûr que ça marche pour tous les nombres en fait* » (F)
F pense que ça marche pour tous les nombres. Les élèves essaient une piste de recherche pour les nombres premiers.

Episode 50 : « *On n'a plus d'idée* » (F)
Le professeur intervient pour les relancer. Les élèves reviennent alors sur la piste de l'épisode 38, toujours en s'appuyant sur des exemples. Ils reviennent aussi sur la piste de F dans l'épisode 49

Episode 51 : « *Faudrait faire un raisonnement par récurrence* » (L)
L pense à un raisonnement par récurrence pour passer d'un nombre premier à un autre mais c'est rejeté par F qui dit qu'il n'y a pas de lien entre les décompositions des nombres premiers.

Episode 52 : « *Vous pensez bien à finir de rédiger votre fiche* » (P)
Le professeur intervient pour donner les consignes de la fin de la séance. Les élèves font le point avec d'autres groupes sur ce qu'ils ont trouvé, disent que l'aide ne leur a servi à rien et espèrent avoir la réponse.

Annexe 9 : Extrait du brouillon de l'élève J du groupe 1

Écrit (P_n) : $\frac{4}{n} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$.

Ini :
(P_2) s'écrit $\frac{4}{2} = \frac{1}{} + \frac{1}{} + \frac{1}{}$

Ce qui est vrai. (P_2) l'est.

Héré : On suppose que (P_k) est vraie.
On veut (P_{k+1}) vraie.

On sait que : $\frac{4}{k} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$

On veut : $\frac{4}{k+1} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{b'} + \frac{1}{c'}$.

$$\boxed{\frac{4}{k+1}} = \frac{4}{k\left(1+\frac{1}{k}\right)} = \frac{4}{k} \times \frac{1}{1+\frac{1}{k}}$$

$$= \frac{4}{k} \times \frac{k}{k+1} \qquad \cancel{= \frac{4k}{k^2+k}}$$

$$= \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \frac{k}{k+1} = \frac{k}{ak+a} + \frac{k}{bk+b} + \frac{k}{ck+c}$$

$$= \frac{1}{a+\frac{a}{k}} + \frac{1}{c+\frac{c}{k}} + \frac{1}{b+\frac{b}{k}}$$

et entiers nat.

si $k \mid a$ et b et c.
$a = a'k$ $b = b'k$ $c = c'k$.

On a donc : $\dfrac{1}{\underbrace{a'k + a'}_{\text{entier}}} + \dfrac{1}{\underbrace{c'k + c'}_{\text{entier}}} + \dfrac{1}{b'k + b'} \in \mathbb{N}$

Donc P_{k+1} est héréditaire

Donc (P_n) est vrai

Annexe 10 : Transcriptions de la recherche du groupe 1

Les échanges sont découpés en épisodes. Le début d'un épisode marque la fin du précédent. Lorsque ce n'est pas le cas, la fin de l'épisode est mentionnée.

L'écriture fractionnaire 1/*n* traduit la formulation « *un sur* ». Lorsque les élèves disent « *un divisé par* », nous l'écrirons en toutes lettres.
Le signe « * » est l'opérateur de la multiplication.
Le signe « ^ » est l'opérateur de la puissance.

Lorsque l'enregistrement n'a pas permis de retranscrire les paroles des élèves, nous le signifierons par « *inaudible* ».

N° ligne	**Intervenant** **Temps**	**Texte**
Episode 1		
1	P 0:00:00	Bien alors vous allez, alors vous m'écoutez bien, c'est une petite consigne avant de passer au travail de groupe, je vous demande, pour aider Marie-Line dans ses travaux de recherche, vous tirez un trait sur votre feuille, horizontal, pour qu'on sache ce que vous avez fait de façon individuelle, hein, que ça soit clair. Ensuite, vous mettez en haut à droite, le nombre 1 entouré parce que ça sera votre première feuille et à côté vous mettez vos initiales, qu'on ne se perde pas dans les feuilles. D'accord ? Donc vous avez tiré un trait, en haut à droite, vous avez mis le numéro 1 pour dire que c'est la première feuille et après vos initiales. Maintenant ça y est , vous pouvez passer au travail de groupe
2	E	Je ne sais pas si on a bien avancé hein
3	Al	Ecoutez moi j'ai déjà un gros problème, j'ai envie de
4	Ar	Toi aussi tu avais envie de parler de ça
5	Al	Non c'est pas ça mais euh…moi c'est dès le début, c'est que, regardez, si on prend n = 1
6	E/Ar	Hum
7	Al	Il n'y a pas de solutions
8	E	T'es sur
9	Al	Ouais
10	E	Parce que moi j'ai
11	Al	Parce que si tu prends n = 1 ça veut dire 4
12	E	ouais
13	Al	Donc en fait le plus grand, les plus grands entiers naturels pour que ça fasse…c'est 1, 1 et 1
14	Ar	Hum
15	Al	Donc ça fait 4 = 3 donc déjà avec 1 c'est pas possible
16	Ar	Hum
17	E	Mais non, si, parce que ça se trouve, tu peux mettre 1, 1
18	Ar	Non c'est obligé
19	E	De quoi ?
20	Ar	C'est obligé ce qu'il dit ouais fin
21	Al	Parce que 1sur, 1 sur un nombre entier c'est obligé que ça soit, que ça soit plus petit que 1
22	E	Mais déjà pour tout entier naturel n…donc tu peux faire faux parce que il y a 0 et 0 c'est un entier naturel
23	Al	non
24	E	Et 0 ça marche pas donc tu peux dire ça aussi tu vois
25	Al	Non mais je parle pour n = 1 moi je ne parle pas pour
26	E	Ouais ben pour n = 1, eh ben, si tu prends a, b, c égal 1
27	Al	Ben si tu prends
28	Ar	Ça fait 3

29	Al	ça fait 3
30	E	Ouais mais tu peux peut être trouvé plus grand
31	Ar	Non
32	E	Si tu prends euh
33	Al	Non parce que 1 sur quelque chose ça sera toujours inférieur à 1
34	E	Ah oui, je vois ce que tu veux dire ouais, ah oui oui
35	Al	C'est pour ça moi dès le 1, dès n=1 ça me pose un problème déjà
36	E	Oui donc sinon c'est déjà faux oui, donc tu ne peux pas pour tout entier naturel n
Episode 2		
37	Ar	Attends par contre est ce que tu ne peux pas faire l'inverse là, là ? t'as 4 = n/a + n/b + n/c, est ce que tu peux dire que ça fait 1/4 sur a/n + b/n
38	Al	Hein, tu veux faire quoi là ?
39	E	Mais pourquoi, déjà comment tu trouves ça ?
40	Al	Ouais t'as fait l'inverse
41	Ar	J'ai divisé par n. Ah non je me suis gouré oui
42	Al	Multiplier par n, tu as multiplié par n
43	Ar	Ouais multiplier par n, si si je ne me suis pas trompé
44	Al	Ouais ben c'est possible
45	E	ouais
46	Ar	Ouais parce que tu vois, j'aimerai foutre 3n, je ne sais pas pourquoi
47		(rires)
48	Ar	Oh ils vont entendre ça
Episode 3		
49	Al	Non mais, moi sérieusement, déjà rien que pour le n = 1 ça me pose un problème moi
50	Ar	Il y a peut être une histoire comme ça, avec ouais, avec une inéquation
51	Al	Moi, après je me suis dis peut être que si on prend n > 1
52	E	Ouais après ça peut peut être tout le temps marcher. Ouais mais déjà, là c'est pour tout entier naturel n
53	Al	Ouais donc déjà avec
54	E	Donc déjà c'est faux quoi
55	Al	Avec 0 et 1 ça ne marche pas
56	E	Ouais avec 0 et 1 ça ne marche pas donc euh
57	Al	Donc voilà
58	E	Faux. Bon on a fini non ?
59	Al	Après (rires)
60	Ar	Faux, euh
61	Al 0:3:10	Ben déjà, 0 et 1 ça ne marche pas, 0 et 1, ça ne marche pas, c'est pas possible
Episode 4		
62	Ar	Avec un raisonnement par récurrence, on peut peut être le faire non ?
63	E	J'y ai pensé mais t'as
64	Ar	Je ne sais pas
65	E	Je ne sais pas pourquoi tu voudrais mettre de la récurrence en fait
66	Ar	Je ne sais pas
67	Al	Mais la récurrence c'est pas ça hein
68	Ar	Ah oui non ce n'est pas ça
69	Al	La récurrence c'est pas comme ça, non non, là tu as trop de
70	E	La récurrence tu n'as pas de
71	Al	Tu ne peux pas, tu ne peux pas
Episode 5		
72	E	Moi j'ai pensé sinon tu sais des trucs comme les équations diophantiennes et tout, les trucs en spé là vu que tu as des a, des b et des c pour euh, tu vois pour euh
73	Al	Je ne vois pas
74	E 0:3:25	Après il faut pouvoir se la ramener hein quand même

75	Ar	La mettre sous la forme d'une
76	Al	Je ne vois pas ce que tu veux dire
77	E	Ouais il faut pourvoir la
78	Al	Non mais je ne vois pas
79	E	Les équations, bah, euh, quand tu as par exemple euh, c'était quoi, c'était pas comme, non c'était une équation de
80	Ar	Regarde, est ce que
81	Al	Je ne sais pas
Episode 6		
82	Ar	Erwan, est ce que ça tu peux faire l'inverse ?
83	E	Tu veux dire euh
84	Ar	1/4 égal
85	E	à a/n +
86	Ar	b/n
87	E	Il faudrait être sûr que
88	Al	Non non
89	Ar	Mais je pense
90	Al	Non non non tu n'as pas le droit
91	Ar	Si si c'est sûr qu'ils sont supérieurs à 0
92	E	Ouais ouais c'est pour ça. Ouais, pourquoi tu n'as pas le droit ?
93	Ar	Je ne sais pas
94	Al	Parce que si tu multiplies par quoi, tu divises par n ?
95	E	ouais
96	Al	Et ben divise par, euh non non, 1/4 toi tu voudrais faire ?
97	Ar	Ouais l'inverse pour
98	Al	Ben tu ne peux pas, t'as le droit, tu ne peux pas faire l'inverse, tu peux diviser par quelque chose ou multiplier par quelque chose. Parce que non, ça serait trop
99	E	Ben je ne sais pas, tu prends un exemple
100	Ar	Mais si l'inverse tu peux hein, quand tu as 2 est égal à
101	E	3 = 2 + 1 par exemple, 3 = 2 + 1 ça te fais 1/3 est égal à
102	Ar	Ah oui ben oui
103	E	Tu vois tu prends un exemple concret
104	Ar	Oui bah oui, ça va être faux, ça va être faux
105	E	Et euh, 1/3 = 1/2 + 1/1.Ah non c'est faux
106	Ar	c'est faux
107	Al	Ouais ça ne marche pas
108	Ar	Ça ne marche pas
109	Al	Mais euh, parce que, euh, ouais non non
110	E	Ouais mais je ne sais pas, je ne comprends pas là, qu'est ce qu'on pourrai faire de plus là
111	Al	Mais, bah là après
Episode 7		
112	E	Parce que ça c'est, là on peut directement répondre à la question en fait
113	Al	Ouais mais après il faut peut être euh
114	Ar	Non
115	E	Parce que
116	Ar	Non, on te demande peut on trouver trois naturels
117	E	Oui mais pour tout entier naturel n donc toi tu as déjà trouvé deux contre-exemples
118	Ar	Non mais on te dit juste que n est un entier naturel
119	Al	Non mais après il faut peut être vérifier pour
120	E	Oui mais 1 c'est un entier naturel
121	Ar	Oui oui mais on te dit juste que, attends, que n, a,b, c sont entiers naturels et euh
122	E	Est ce qu'on peut trouver pour tout entier naturel n donc, pour tout entier naturel, tu ne peux pas trouver. Ça ne sera pas pour tout entier naturel
123	Al	Ben non
124	Ar	Ah oui
125	E	Donc pour tout entier naturel supérieur à 1 peut être mais ça ne sera pas pour

126	Al	Ben après oui
127	E	Tout entier naturel
128	Ar	Oui oui
129	Al	Ben après faut chercher je pense parce que on ne va pas s'arrêter là hein
130	E	Sinon oui
Episode 8		
131	Al	On va chercher pour supérieur à 1. Après, j'ai fait deux trois trucs euh, j'ai fait, euh, avec 2, tu vois j'ai essayé c'est faisable après
132	E	Avec 2 ?
133	Al	Ben
134	E	Ça te fait 2, 1/2 ouais ouais
135	Al	Mais euh, après ça doit être possible mais je ne vois pas trop comment le prouver
136	E	Ouais après euh, ouais mais après il faut le prouver dans le cas général, tu ne vas pas le faire pour chaque
137	Al	Oui ben oui, c'est pour ça, non mais pour voir déjà si ça marchait à partir de 2
138	E	Ouais ouais
139	Al	Non il ne faut plus écrire sur cette feuille là
140	Ar	Je m'en fous, j'efface après
141	E	Arthur, pourquoi tu fais ça ?
142		(rires)
143	Al	Bon alors là il ne faut pas énerver Arthur, on va le laisser dans son coin quelques instants (rires)
Episode 9		
144	Al 0:6:41	De toutes façons vous étiez partis pareil là avec Bezout ?
145	E	Ben ouais on, Bezout ?
146	Ar	Ouais on avait envie de faire
147	Al	Un coup de Bezout
148	E	Un coup de Bezout. Non mais je n'ai pas pensé moi, pourquoi ?
149	Ar	Non mais il dit ça comme ça. Bezout
150	Al	Je ne sais même pas c'est quoi
151	Ar	Non mais il ne connaît même pas
152	Al	Ça faisait joli hein, ça faisait bien de le dire là hein. Parce qu'on est arrivé, vous étiez arrivé à quoi là, à la fin ? Moi j'étais arrivé à 4abc = n (bc + ac +ab)
153	E	Non moi j'avais isolé n, moi
154	Al	Hein ?
155	E	J'ai isolé n, j'avais isolé n tout seul
156	Al	Pourquoi ?
157	E	Pour euh, je ne sais pas, parce que tu dois, à chaque fois tu prends une valeur de n donc euh
158	Al	Ouais mais euh le problème c'est que tu ne peux rien en tirer là euh quand t'as le truc bc, je ne vois pas trop ce que tu peux en faire. Parce que là en fait comme je l'ai mis
159	E	Attends fais voir ce que tu as toi ?
160	Al	Et toi, t'étais pareil que moi, toi, non ?
161	E 0:7:48	Ah oui c'est un égal là ? tu as mis n en facteur, ouais
162	Al	Non non mais ce n'est pas ça, parce que regarde, en fait là, tu, t'utilises
163	E	Hum, oui , oui
164	Al	Donc t'as ça en fait, et ça, donc en fait ça veut dire que n est divisible par 4
165	E	Ou
166	Al	Ou ça est divisible par 4
167	E	Oui, oui j'y avais pensé
168	Al	Donc en fait
169	E	Ah mais c'est ça que vous vouliez faire avec Bezout là ?
170	Al	Oui, voilà. Mais euh ça fait trop de cas puis c'est pas, je ne vois pas
171	E	Pourquoi ça ferait trop de cas ?
172	Al	Ben parce que avec n ça te fait le cas où c'est divisible par 4 ou le cas où ce n'est pas

		divisible par 4 mais pour prouver que, que, que quand n n'est pas divisible par 4, pour prouver bc+ab+ac est divisible par 4 je ne vois pas trop
173	E	Non non mais de toutes façons, si, c'est 4abc, t'as forcément soit n divisible par 4 soit ça divisible par 4
174	Al	Oui et ben, si n n'est pas
175	E	Donc ça ça pourrait s'écrire 4k
176	Al	Si n n'est pas divisible par 4
177	E	Ouais
178	Al	Ça veut dire que bc+ac+ab est divisible par 4
179	E	Divisible par 4, ouais
180	Al	Et en fait, je regardais un peu, et en fait, il suffit que, que, que ab, que, que attends, que, dans abc il y en ait deux qui soient impairs et ce n'est pas divisible par 4
181	E	Donc ce serait n qui serait divisible par 4
182	Al	Ben a part si les deux sont pairs ou si les trois sont pairs mais bon là après ça fait trop de cas
183	E	Ouais mais si ça trouve tu peux faire, là si t'écris sous 4k plus ou 4k, tu vois ?
184	Al	Non mais
185	E	Après
186	Al	Regarde, le truc en fait, si ça c'est divisible par 4
187	E	Hum
188	Al	Et bien il faut que les a soit pair, b soit pair, c soit pair ou alors a soit pair, b soit pair, en fait qu'il y en ait deux pairs ou les trois pairs
189	E	Hum
190	Al	Si il y en a deux d'impairs ou les trois d'impairs ça ne marche pas, ce n'est pas divisible par 4 mais après ça fait vachement de cas, c'est ça le
191	E	C'est peut être ça, parce que à mon avis si tu as une heure et demi c'est pas non plus que c'est en 5min
192	Al	Ouais mais là, on part, on part vachement loin là, pas sûr de revenir (rires)
193	Al	Je ne sais pas, on peut partir sur ça pour commencer
194	E 0:10:04	Pour ouais sur les, ouais
195	Al	Donc de toutes façons, vous, vous comprenez pourquoi je disais là, qu'il faut qu'il y en ait deux de pairs et s'il y en a deux d'impairs ça ne marche pas ?
196	E	Euh
197	Al	Qu'il en faut au moins deux de pairs
198	Ar	Attends vous êtes sur quoi, je ne vous ai pas suivi là
199	E	Ben que c'était divisible par 4 le
200	Al	Ouais c'est ça que c'est divisible par 4, en fait il faut que il y en ait deux ou trois qui soient pairs des a,b,c
201	Ar	Attends si n est divisible par 4
202	Al	Non pas n, non non ça
203	E	Non t'as deux cas, soit n est divisible par 4, soit bc+ac
204	Al	T'es d'accord ?
205	Ar	Ouais soit l'un des deux est divisible par 4, soit les deux sont divisibles par 4
206	Al	Non mais non, tu comprends pas (rires)
207	Al	Non mais là on laisse de côté n, on veut, on cherche quand ça c'est divisible par 4. D'accord ?
208	Ar	Ouais
209	Al	Et ben, quand ça c'est divisible par 4, il faut que, que dans a b c, dans les 3 chiffres
210	Ar	Hum
211	Al	Il y en ait, euh, il y en ait deux qui soient, si il y en a deux qui sont impairs ou trois, ça ne marche pas, ce n'est pas divisible par 4
212	Ar	Pourquoi ?
213	E	Parce qu'impair fois un pair
214	Al	Parce que si tu en as deux qui, si t'en as deux d'impairs, t'en auras obligatoirement un des

		deux
215	Ar	Ah oui oui oui
216	Al	Des deux produits qui sera impair, donc tu rajoutes des pairs plus un impair, ça fera un impair
217	Ar	Oui
218	E	Oui mais par contre si il y en a qu'un qui est impair ça marche ?
219	Al	Ouais si il y en a qu'un qui est impair oui ça marche
220	E	Mais par contre si les trois sont impairs, oui ben oui
221	Al	Ça ne marche pas non plus
222	E	Oui oui
223	Al	Donc en fait
224	E	Ouais mais après ça faut pouvoir le
225	Al	Ben ça c'est tout con, c'est tout con à prouver
Episode 10		
226	E	Si est congru à 1 ou tu fais ça avec les congruences, ça peut aller vite
227	Al	Non non si ça c'est tout con. Mais euh, alors après, le truc c'est que, moi j'y réfléchissais un peu, le truc c'est que si tu commences à faire ça 4
228	E	Hum hum
229	Al	Là, tu vas avoir deux ou trois cas, avec n tu vas avoir je ne sais pas combien de cas et après il faut faire avec abc et là par contre avec abc, diviser n ou diviser bc, ac, ab euh alors là euh
230	E	Mais pourquoi parce que après de toutes façons, on aura prouvé que ab, si ça est divisible par 4, soit il y en a deux de pairs, soit il y en a trois de pairs
231	Al	Ouais
232	E	Ouais donc si on a prouvé ça, attends, je réfléchis à un truc
233	Al	Parce que le but, parce que le but du truc c'est quand même de démontrer que ça marche dans tous les cas
234	E	Ben ouais
235	Al	Donc là on aura prouvé quelques cas donc on aura obligatoirement des cas où ça ne marchera pas ceux là où il faudra essayer avec a, b et c voir pour combler les cas que ça ne va pas, je pense hein parce que je ne sais pas moi
236	E	Attends attends 30 secondes, si tu prends euh, parce que il faut faire gaffe, euh, non ouais non, ouais
237	Al	Non
238	E	Non non mais si parce que je regardais, parce que je ne me suis dis, je voulais être sur que les 3, les 3 impairs ça marchait pas
239	Al	Ben si, si, ça ne marche pas c'est sûr
240	E	Oui parce que je me dis avec les additions des fois
Episode 11		
241	Al	On peut le prouver mais bon, on ne va pas perdre du temps pour les démonstrations quoi. Faut déjà qu'on trouve euh, ça on y réécrira
242	E	Mais si ça se trouve ça peut être ça, des fois faut se lancer dans des trucs tu sais avant de
243	Al	Non mais après, ça c'est au propre, on sait ce que ça donne. Ouais si tu veux, on peux, mais je parle pour les démonstrations, on peut marquer en gros les idées
244	E	Ouais voilà déjà
245	Al	**Mais les démonstrations c'est pas la peine de les faire**
246	E	Ouais au pire
247	Al	Ouais ça limite c'est quand on y fera au propre, de toutes façons euh. Tu fais quoi, t'y marques ?
248	E	Ben je remets la formule puis je dis que soit
249	Al	Ça ne serait pas plus simple qu'on fasse une feuille pour nous 3 non?
250	E	Ouais mais c'est à la fin du temps de recherche
251	Al	Ouais mais euh, ça sera plus simple comme ça pour voir si on part tous du même. Je ne sais pas non ? Moi je n'aime pas écrire
252	Ar	Quoi ?

253	E 0:13:45	Ben je n’écris pas non plus moi hein
254	Al	Arthur, tu comates ?
255	Ar	Attends attends, ouais non attends. Euh
256	Al	Tu es d’accord avec nous ou pas ?
Episode 12		
257	E	En même temps c’est fourbe, parce que là on peut directement répondre à la question donc euh
258	Al	Bah
259	Ar	Je ne suis pas sûr
260	Al	Ben moi
261	E	Hein ? Ben si
262	Al	Je ne sais pas, j’ai cherché un peu
263	E	Ben non mais on peut directement répondre, on peut dire que pour que
264	Al	Non mais oui mais après j’ai cherché avec n = 1 ou 2 mais après faut cherché avec n supérieur à ou égal à 2
265	E	Oui mais enfin, en toute rigueur, oh, tu pourrais répondre
266	AL	Oui
267	E	Et c’est ça si ça trouve ils n’attendent pas plus hein
268	Al	Ben non parce qu’ils n’attendraient pas une heure et demi deux heures, je veux dire ça on ne doit pas être les seuls à y trouver, tous les groupes l’ont trouvé ça. Sinon tu imagines, tout le monde a fini au bout de 10 minutes, laisse tomber. Non mais même si on a répondu au truc, on s’en fout, on continue, on cherche un peu, on va s’occuper
269		(rires)
270	Al	Qu’est ce qu’il y a Arthur ? Je te vois perplexe (rires)
271	Ar	Non je ne sais pas
272	Al	On part comme ça ou pas alors ? non ? mais répondez moi ?
273	E	De quoi, on part sur quoi ?
274	Al	Ben sur ce qu’on a dit là
275	E	Mais c’est quoi ce qu’on a dit ?
276	Al	Eh ben
277	E	C’est, c’est de faire les cas
278	Al	Oui
279	E	Ouais ben ouais
280	Al	T’en penses quoi toi ?
281	Ar	Hum
282		(rires)
283	Ar	Ouais si tu veux
284	Al	On fait quoi, une fiche pour nous 3, ça sera plus simple hein, avec les grandes idées, non ?
285	E	Ben si tu veux, je ne sais pas
286	Al	Parce que si on récrit à chaque fois
287	Ar	Mais on n’est pas obligé de tous marquer la même chose sur nos fiches hein ?
288	Al	Ben oui, non mais c’est pour ça là on va marquer tous la même chose, pour partir les bases
289	Ar	Oui mais il y a peut être d’autres méthodes
290	E	De toutes façons il doit y en avoir d’autres, c’est
291	Ar	Non je ne sais pas, je pensais à un truc là
292	Al	Ben vas-y
Episode 13		
293	Ar	On peut faire, si n est égal à 1, 2 ou 4, ça va nous donner un entier à gauche, donc il faut qu’à droite ça soit un entier aussi, tu sais faire une, puis euh
294	Al	Ouais mais euh
295	Ar	Non je ne sais pas, je ne sais pas pourquoi je dis ça
296	Al	Non mais euh, parce que regarde, 2 ou 4, pourquoi tu voulais dire ça, ça serait, non parce que il, parce que ce serait, tu voudrais dire il y a un

297	Ar	Un entier
298	Al	Ouais
299	Ar	Un entier. Attends
300	Al	Parce que si n = 4, ça fait 1, non mais si il y a tout le temps, il y a tout le temps, après si, si après 2 je pense que c'est tout le temps faisable
301	E	Oh il doit y avoir un moyen avec tous les nombres en prenant n'importe quelles valeurs de a, b ou c
302	Al	Si si si, c'est tout le temps faisable après
303	E	Il doit il y avoir moyen
304	Al	Après à partir de 2 , supérieur ou égal à 2 et ben c'est tout le temps faisable
305	Ar	Tu penses que, non, moi je ne pense pas moi
306	E	Ouais mais ça faut le prouver ça
307	Al	Moi je pense que si
308	E	Moi je pense que si. Parce que attends avec toutes les fractions que tu peux faire
309	Al	Non parce que le truc, quand tu as des entiers, il suffit de faire a égal à 1 et les deux autres ils se complètent pour faire le pour faire l', non mais si
310	E	Mais ce ne sera pas égal à 1, juste a parce que si t'es déjà supérieur à 4 tu ne pourras pas être supérieur à plus que 1
311	Al	Oui oui mais pour moi c'est bon
312	Ar	Ben faut le prouver
313	E	Oui ben oui moi je pense que c'est possible aussi mais euh
314	Al	A partir de 2 c'est tout
315	E	Ben ça faut le prouver ça
Episode 14		
316	Al 0:17:13	Moi je propose de, de faire une suite par récurrence
317	Ar	Attends
318	Al	Allez Thuthur. Pour 0 ça ne marche pas, 0 aussi
319	Ar	Ça fait 2
320	Al	Ben tu fais 1, 2, 2
321	E	Ouais 1, 2, 2
322	Ar	Ah oui ça marche ouais
323	Al	oui
324	E	Après avec 4/3 euh
325	Ar	Attends, ça marche, si n est égal à 3, 4/3, parce que ça si ça se trouve, on va, on va peut être trouver, à force
326	Al	Ouais ouais t'as raison, il vaut mieux trouver des, si ça se trouve il y aura une période, ou un truc
327	Ar 0:18:06	Une période ouais, je ne sais pas
328	Al	Attends, alors, si ça fait 4/3, 4/3, ben si ça fait, 2, 2, 3
329	E	2, 2, 3, 1/2, 1/2, ça fait un, 1,33
330	Ar	Ouais, 1,33 ça marche, ah non, si n est égal
331	E	Mets peut être les solutions, à côté des euh, des valeurs
332	Al	Ouais mais euh, à mon avis, plus on va avancer, plus on va avoir de solutions différentes non ?
333	Ar	Ouais mais il suffit qu'on en en trouve une
334	E	Ouais voilà si on en trouve une déjà
335	Al	Ben vas-y
336	Ar	Attends, 2
337	Al	Là c'était 1, 2, 2, là 2, 2 3, là euh
338	Ar	Ben si n est égal à 4 ça fait, ben c'est ah non attends
339	Al	Ça fait 1
340	Ar	Oui mais après tu ne peux pas faire 0

341	Al	Oui il faudrait un, un, ben si 3, 3,3
342	E	Non mais attends 1/4 + 1/2
343	Al	Trois 3
344	E	Non, ben si oui si tu peux
345	Ar	Oui, ouais ça marche
346	Al	3, 3, 3
347	Ar	1, 2, 2 ; 2, 2, 3 ; 3, 3, 3
348	E	0,0,0 non
349	Al	Vas-y fais le suivant là
350	E	Le 5
351	Ar	T'as vu on rajoute 2 à chaque fois
352	Al	Ouais mais attends, fais le suivant parce que
353	E	Ouais fais 5
354	Al	Là on passe à autre chose là
355	E	Ouais
356	Al	Parce que là on passe en dessous de 1
357	E	Ouais il y a la barrière qui est passée là
358	Al	Et oui, là ça change tout là
359	E	Oui alors fais 4/5
360	Al	Fais si n = +infini
361		(rires)
362	Al	5 alors ça fait 4/5, ben si, ça fait 5, 2, 2, tu te fais pas chier
363	E	Hein ?
364	Al	5, 2, 2
365	E	de quoi ?
366	Al	Ben après c'est tout le temps comme ça quoi
367	Ar	5, 2, 2 tu dis ?
368	Al	Ouais
369	Ar	Ça fait 9, déjà ça fait 9, ah non
370	E	5, 2, 2 non
371	Al	Ben si ça fait 1/2 + 1/2 ça fait
372	E	Ça fait 1
373	Al	Ça fait 1
374	E	1 + 1/5 ça fait 6/5
375	Al	Attends, c'est combien, ah non c'est 4/5
376	E	Ben oui
377	Ar	Ah oui, en ça m'arrange, non mais regarde ça fait, on augmente de 2 là, 1, 2, 2 on augmente de 2 dans les 2, à chaque fois
378	E	Hein ?
379	Al	Oui ben attends, attends
380	Ar	Ben on va voir la suite hein
381	Al	oui
382	E 0:20:14	on augmente de 2 ?
383	Al	Deux deux
384	E	Pourquoi ? De 1
385	Ar	Non mais regarde là t'as 1, 2, 2
386	Al	Mais attends là, laisse le, laisse le
387	Ar	C'est une hypothèse
388	E	Ouais donc on augment de 1 c'est pas de 2 qu'on augmente, c'est de 1
389	Ar	Non mais regarde là, t'as 1, 2, 2
390	E	oui
391	Ar	Si tu rajoutes 1 ici ça fait 2 et si tu rajoutes 1 ici ça fait 3
392	E	oui

393	Ar	Ça fait 2, tu rajoutes 2
394	Al	Mais non mais si
395	E	Mais c'est pas 2, t'ajoutes juste 1 c'est tout
396	Ar	Oui j'ajoute juste 1 mais dans 2 chiffres
397	E	Hum
398	Ar	Ça marche, attends, pour 5, euh. Attends, juste attends, si on essaye attends, je réessaye comme j'ai dit, 4, 3, 4, ça donne quoi ça
399	E	4, 3, 4 ?
400	Ar	Ouais
401	Al	Fait 16 divisé par 3
402	E	Attends, 4, 3, 4, hum hum 5/6, combien 16 divisé par 3 ?
403	Al	Ouais mais t'as trouvé ou pas, ça marche ou pas ?
404	Ar	Attends mais attends, j'essaye juste ça, c'est une intuition
405	E	Non non ça marche pas
406	Al	Non ben vas-y fait 16 divisé par 3
407	E	16 divisé par 3 tu ne peux pas y simplifier, ça fait 16/3
408	Al	Ah ben oui je suis con, 6*5, 30, divisé par 3 tu ne peux pas, euh, 25, 24 divisé par 3 tu ne peux pas
409	E	Ben si 24 divisé par 3 tu peux
410	Al	Ben oui
411	E	8
412	Al	Euh, donc ça tu fais 8, donc j'ai dit donc 6. Qu'est ce que j'ai fait là
413	Ar	Qu'est ce que je fais ? t'as vu des constances dans les fractions en fait euh
414	E	Qu'est ce qu'il y a ?
415	Ar	Des constances dans les fractions
416	Al	Parce que en fait c'est impairs hein qui posent problème, dès que c'est pair, il n'y a aucun problème
417	E	Ah dès que n est pair ? ou euh
418	Al	Dès que n est impair, ça pose plus de problème que n est pair. Parce que n est pair, tu fais 2, 2 et puis celui qui
419	E	Non parce que après
420	Al	Non pas 2, 2 mais tu fais, non je ne pense pas que ça pose de problème quoi. 6, 4/6 ça te fait
421	Ar	On peux faire avec 6 pour voir. Attends si n est égal à 6 ça fait
422	Al	2/3
423	Ar	Ça fait 2/3, hum, 2/3 c'est pas évident hein ?
424	Al	Non
425	Ar	C'est parce que c'est en dessous de 1 que ça nous fait chier en fait.
426	Al	Hum
427	E	S'il te plait
428	E	Déjà si c'est 5 ça veut dire qu'il y en a deux pairs ou trois pairs, comme on a dit tout à l'heure, vu que ce n'est pas n qui est divisible par 4. Ca veut dire qu'il faut qu'on en trouve
Episode 15		
429	Al	Attends, déjà
430	E	(quelqu'un frappe à la port) Oh ce n'est pas là l'ami, c'est l'autre porte ? C'est Julien ?
431	Ar	Il ne va pas osé rentré là
432	E	Oh ouais ouais c'est ça ouais. On va le retrouver cet aprèm là. Oui donc là il faut qu'il y en ait deux pairs ou trois pairs
433	Ar	Ouais Julien il va pouvoir nous le trouver
434	E	Ah
435	Ar	Ah, le cador
436	E	Le messie
437		(rires)
438	Ar	Viens nous aider
439	E	Le messie, il est là

440	J	Dur ?
441	Ar	Ouais c’est pas évident hein
442	Al	On te laisse 10 min
443	J	Tout ça ?
444	Al	Ouais on est généreux
445	Ar	Allez on te laisse tout seul
446	E	Bon t’a pas encore trouvé merde
447	Al	Eh dépêche toi là
448	E	T’es pas efficace là
449	Ar	Attends peut être qu’il va tomber sur une autre idée là
450	E	Ouais
451	J	Attends j’ai 10 min
452	E	Oh il ne faut pas qu’on lui fasse voir ce qu’on a mis
453	Ar	Ouais ouais, comme ça on va si
454	E	Faut pas que ça l’influence
455	J	Pour pas m’influencer ?
456	E	Ouais ouais mais sérieux
457	Al	On te laisse dans ta hein
458	Ar	(rires) on te laisse dans ton
459	J	Ouais j’ai galéré pour trouver la salle
460	E	Ben normal
461	Ar	Ouais on s’est dit
462	J	Je me suis dit salle 200, 300, 100, boum boum, vie scolaire
463	Al	Oui oui faut demander à la vie scolaire direct
464	E	Bon cherche, et regarde pas ce qu’on a fait
465	J	Alors, bon alors, pour tout n entier naturel peut-on, trouver trois entiers naturels
466	Ar	4 sur quelque chose
467	Ar	Qu’est ce qu’il y a ? non je ne l’ai même pas maté elle je te jure, non je n’ai pas regardé, sérieux
468	E	Je rigole, je rigole, ça va, ça va
469	Ar	Je suis en train de me dire, en plus il y a la caméra, tu sais
470	E	Ah la la
471	J	Individuellement 10min
472	Al	Je ne sais pas je ne sais pas si on est sur une bonne piste là
473	E	Moi non plus
474	Ar	Mais c’était juste pour avoir une idée, juste comme ça
475	J	Vous l’avez mis déjà sur le même dénominateur ?
476	E	Ouais
477	Ar	Ah, oh, c’est ça, c’est ça (rires)
478	J	Non non mais ça donne quoi ? pour savoir, ça donne quoi, vite fait
479	Ar	Ben c’est tout con
480	Al	Ben ça donne ça attends
481	J	Hum
482	Al	Non mais là il a divisé par euh
483	J	D’accord
484	Al	Il a fait le produit en croix
485	J	D’accord
486	Ar	Eh par contre, j’ai entendu, hé, j’ai entendu dire là bas que tout le monde pouvait connaître la solution
487	E	Ouais ouais moi aussi ouais
488	Ar	Donc si on fait avec l’histoire du théorème de Gauss là, avec 4 divise euh
489	J	Tu gagnes 10 points d’expérience
490	Al	Bon on va passer à la récolte d’information, Floris
491	Ar	Floris

492		(rires)
493	E	Elle va mettre dans son rapport, perte de concentration au bout de (rires)
494	Al	C’est l’arrivée de Julien, il saoule, on était vachement concentrés là
495	J	En fait si ça se trouve c’est un truc super compliqué, elle veut juste voir ce qu’on va faire tu sais
496	Al	Ben non puisqu’elle a dit derrière que, qu’on pouvait y faire, que tout le monde allait y arriver. Ouais, à mon avis, je ne suis pas sur que ce soit ça
497	Ar	De quoi ?
498	Al	Je ne suis pas sur qu’on part sur le bon truc là
499	Ar	Non mais c’est juste pour nous donner une idée, pour quoi, pour ça là ?
500	E 0:27:41	Si
501	Al	Non ouais
502	Ar	Ou pour ce que j’ai dit là ?
503	Al	Non mais qui ça c’est une bonne idée
504	Ar	Pour voir si
505	Al	Ouais ouais pour voir si ça donnait un truc, mais euh
506	J	Attends si ce n’était pas possible.
507	Al	Ben on va peut être lui mettre où on en était non parce que là il perd du temps pour rien
508	J	Ben oui mais
509	Ar	Non mais non laisse il faut le laisser chercher parce qu’il
510	J	Individuellement 10 min
511	Ar	Ouais parce qu’il, ouais au début commence individuellement
512	E	Ouias faut qu’il cherche quoi, si ça se trouve ça va éviter qu’on l’embrouille, qu’on l’emmène dans une merde où on est tu sais
513	Ar	Ouais puis t’as peut être d’autres idées que nous on n’a pas donc euh
514	E	Il vaut mieux que tu les gardes
515	J	Vous avez bien avancé ou euh
516	Ar/E	Euh non
517	J	Ou grosse galère
518	Ar	galère
519	E	Ben cherche, on te dira après où on en est
520	J	Moi je dis, a est égal à 12
521	J	Ben non égal n. attends non c’était quoi votre truc là
522	Al	C’est ça c’était ça
523	E	Hein
524	Al	Ça
525	J	Donc que ça égal 4/n
526	Al	Bon si on scanne l’énoncé, allez vas-y TI tu peux ça
527	Ar	On n’est pas très bon hein ?
528	Al	Non pas bien
529	J	*inaudible*
530	E 0:30:20	Tiens je l’ai, ah ouais non c’est 6/5 ah l’enfoiré, arf, arf
531	Ar	C’est un truc tout con
532	E	De quoi pour le 5 là ?
533	E	Attends on est observé et tout, on est filmé, fais pas le con
534	Ar	Evite de faire la (rires)
535	J	Ça démange (rires)
536	J	Ça veut dire que ça déjà est divisible par 2
537	E	Ça ?
538	J	Ben oui ?
539	E	Pourquoi ?
540	J	Parce que 4 est divisible par 2

541	E	Vu que 4 est divisible par 2 qu'est ce qui serait divisible par 2 ?
542	J	Ben ça c'est divisible par 2 vu que ça est divisible par 4
543	E	Ah ok
544	J	Même par 4
545	E	Hein
546	J	Par 4 aussi je veux dire
547	Ar	Pourquoi tu dis que c'est divisible par 2 ça ?
548	J	Parce que 4
549	Ar	Ouais mais c'est sur n. Si tu prends n égal à 4 ça fait 1 et 1 c'est pas divisible par 2
550	E	Et même pour tous les nombres au-dessus
551	J	Ah d'accord mais je suis trop con moi ou quoi. Ah mais attends, 4=4 ah oui, n entier naturel, il existe…je suis trop con moi. Un problème de fractions égyptiennes, fractions égyptiennes
552	Ar	Fractions, oui ils parlent de fractions, peut être qu'il faut rester sur les fractions hein
553	E	Nickel, nickel
554	Ar	Ils parlent de quoi ?
555	E	A la fin de la saison et tout
556	J	Fractions égyptiennes
557	Al	Tu crois que si on
558	E	Il faut invoquer l'œil d'Horus
559	Al	Tu crois que si on fait le problème en égyptien il y verra que du feu ?
560	Al	Alors c'est bon tu as fini ta réflexion personnelle
561	J	ouais
562	E	Et où en es-tu arriver alors ?
563	J	Pas grand chose
Episode 16		
564	Al	Je lui explique vite fait
565	E	Oui vas-y explique vire fait notre point de vue
566	Al	Alors, on en était à là nous, ça est égal à ça
567	J	Attends, oui
568	Al	Donc soit 4 divise ça, n soit 4 divise ça
569	J	Hum
570	Al	Donc si 4 divise n tu vois les cas qu'il faut faire quoi, c'est vite vu
571	J	Hum
572	Al	Et si 4 divise ça, ça veut dure que, que dans les trois chiffres a,b,c il y en a soit deux soit trois qui sont pairs
573	J	Et alors ?
574	Al	Ben voilà, parce que si il y en a, c'est tout, parce que si il y en a, mais en fait on était parti sur faire tous les cas mais en fait ça va pas donc, on a abandonné
575	J	Oui mais ce qu'il y a, ce que je ne comprends pas
576	Al	Parce qu'on s'était dit, tu vois, chercher tous les cas avec 4 et puis les cas qui ne marchaient pas les faire avec a mais après on bloque donc ça ne va pas
577	J	Hum
578	Al 0:34:21	Mais là il faut partir sur un autre truc parce que là ça ne va pas du tout. Donc euh, on a commencé à faire, tu sais, à faire deux trois, parce que oui, je ne sais pas, tu ne l'as peut être pas vu mais avec 0 et 1 c'est impossible. Si n= 0 ou si n=1 ça ne marche pas. C'est à partir de 2 que ça peut marcher
579	J	Donc c'est pas possible pour
580	E	Limite c'est faux l'énoncé alors, enfin limite tu pourrais conclure direct mais bon
581	Al	Ben ouais
582	Al	Mais bon voilà, on va pas, on a deux heures euh
583	E	Ben oui on ne va pas s'arrêter là
584		(rires)
585	Al	Ouais, on s'occupe quoi

586	E	Pour tout entier naturel, non donc faux
587	Al	Donc on a essayé à partir de 2, tu sais on voulait le prouver avec 2 mais donc on a essayé avec 2 et en fait à
588	E	à 5
589	Al	à 4/5
590	E	pour n=5, on ne trouve pas d'exemple
591	Al	Ouais on trouve pas d'exemple. Mais bon c'est pas dit que, voilà, c'est chaud
592	E	Mais c'est parce que c'est chaud à trouver
593	Al	Oui voilà, on ne sait pas si ça marche ou pas. On a trouvé avec 2, 3, 4, on a trouvé facilement mais après dès que ça passe en dessous de 1, je ne sais pas, on galère un peu
594	J	En dessous de 1 ?
595	Al	Ouais, ben euh, 4/5
596	J	Ah d'accord, j'ai cru que tu parlais de n c'est pour ça
597	Al	Non non. Si t'arrives à trouver pour 4/5 ça serait quoi a, b, c ça serait déjà pas mal, on pourrait avancer
598	J	Tu crois que ça nous aiderait bien ?
599	Al	Ben je ne sais pas si ça se trouve il y aurait peut être une suite, je ne sais pas, tu sais dans les solutions, on va peut être déjà donner des solutions, peut être que ça nous aidera
600	J	Parce que là ce qu'on nous demande c'est juste si c'est possible quoi
601	E	Ouais mais en même temps si on nous dit non
602	J	On ne doit pas résoudre des équations euh
603	Al 0:36:00	Quoi ? non mais on essaye déjà de faire ça
Episode 17		
604	J	*(Il lit les consignes)* ça fait bien beaucoup de choses ça
605	E	Tu ne crois pas qu'ils peuvent être les 3 pairs, Alexis
606	Al	Si,
607	E	Non.
608	Al	si les trois sont pairs
609	E	Si n est impair, les trois ils ne peuvent pas être pairs. Parce que si n est, regarde, avec ça là, avec 4abc = n, si n est impair, ça veut dire que l'impair il divise 4abc
610	Al	Ouais non mais tu vois après ça fait trop de cas
611	E	Et il y en a, il y en a forcement un
612	Al	Oui j'ai vu. Et puis
613	E	Qui est impair
614	Al	En fait ça dépend. Donc en fait ce qu'on dit là ça ne marche pas vu que si, que si les, par exemple, si les, si il y en a deux qui sont impairs
615	E	Oui, hé ben
616	Al	Ça veut
617	E	Ah oui oui il faut que ce soit n pair
618	Al	Tu vois donc ça dépend vachement de n et tout donc ça fait trop de cas donc je ne vois pas, je ne pense pas que ça soit ça
619	E	C'est chaud hein
620	Al	On n'avance pas bien hein
Episode 18		
621	J	C'est 1 sur qui m'embête, si c'était possible de trouver l'inverse de tout ça
622	E	Lundi on va en baver comme ça aussi donc euh
623	Al	Hein ?
624	E	Lundi on va en baver comme ça aussi
625	Al	Lundi ?
626	E	Oui
627	J	Si 4/n égal
628	Al	Qu'est ce qu'il y a Lundi ?
629	E	Le concours général

630	Al	Non ça sera pire, Lundi
631	Ar	Non non ça ne sera pas pire
632	E	Je ne sais pas, ça ne sera pas pareil quoi
633	J	Quoi qui ne sera pas pire ?
634	E	Le concours général
635	J	Ça ne sera pas pire que ça ?
636	E	Je ne sais pas, ça ne sera pas pareil quoi , parce que là t'as qu'un truc là, on te demande de réfléchi sur un truc
637	J	Si ça se trouve c'est tout con, alors que le concours général *inaudible* impossible
638	E	Bah oui si ça se trouve on a déjà trouvé si ça se trouve, mais nous on cherche à faire plus
639	Al	Non ça m'étonne
640	E	Ça m'étonnerai que ce soit si simple aussi moi
641	Al	Non non non c'est pas ça. On ne va pas s'arrêter là
642	E	Mais non on ne va pas dire faux
643	J	Merde, je voulais trouvé une équation de plan en fait
644	Al	Hein ?
645	E	Moi je passerai bien par les nombres complexes (rires)
646	Ar	Soit a est égal à x + iy
647		(rires)
648	Al	Je ne sais pas moi je pense qu'on devrait le poser géométriquement ça nous aiderai vachement (rires)
649	E	Mais dans l'espace ça pourrait être pas mal mais bon
650	Al	Parce que là euh
651	Ar	Ils vont s'éclater à écouter tout ça
652	Al	Ouais attends on va raconter des blagues si on ne trouve pas (rires)
653	Al	Non mais euh, moi pour moi, ce n'est pas possible
654	E	Non mais euh, tu te dis, pour moi c'est faux déjà, direct, si on prends les conclusions qu'on
655	Al	Non mais je parle pour euh 4/5
656	E	Ah, moi je parle déjà de l'énoncé tu vois, si prends 0 et 1 c'est pas pour tout entier naturel quoi
657	Al	Parce que regarde pour 4/5, écris l'équation
Episode 19 - 19a		
658	J	Attendez, j'ai trouvé une piste là
659	Al	regarde
660	J	Si ça c'est vrai alors ça c'est vrai
661	E	De quoi ?
662	J	Si ça c'est vrai alors ça c'est vrai, vous êtes ok ou pas ?
663	E	Pourquoi ? Comme ça
664	J	Ben je ne sais pas, je ne suis pas sur hein (rires)
665	Al	Non non,
666	J	Non mais regarde mon truc,
667	Al	Non mais
668	J	Regarde
669	Al	n/4 je ne suis pas d'accord avec ce que tu as là déjà donc
670	E	Oui, c'est 4/n
671	Al	Tout de suite dire ça là
672	J	Regarde, regarde, alors on en était où ? Tu étais d'accord avec ça ?
673	Al	Oui
674	J	Maintenant tu fais l'inverse de chaque côté
675	Al 0:40:00	Non tu n'as pas le droit
676	Ar	C'est ce que j'ai essayé de faire tout à l'heure mais tu n'as pas le droit
677	E	Hum
678	J	Pourquoi ?

679	E	Bah
680	Al	Parce que tu multiplies par quel chiffre pour faire l'inverse
681	J	Mais c'est égal
682	Ar	Non mais donne lui l'exemple de tout à l'heure là
683	E	Ben tu fais, prends
684	Al	Bah tu n'as pas le droit
685	Ar	Regarde, écoute ce que va te dire Erwan
686	E	3 c'est égal à 2+1 mais 1/3 ce n'est pas égal à 1/2 + 1
687	J	Vas-y écris le moi là derrière parce que
688	Al	Ouais mais ça marche pas ça, attends hé oh hé oh. Hé oh grand là
689	Ar	Hé dis donc
690	Al	Hé dis donc, dis donc, tu vas un peu vite en besogne
691	J	Ah oui si d'accord bien sûr, ouais si je vois ce que, oui
692	Al	Là par contre
693	J	Ça aurait bien marcher oui
Episode 19b		
694	Al	Pour le 4/5 là, regarde, t'as 4/5 égal ça, t'es d'accord ?
695	J	Attends c'est plutôt que
696	Al	Tiens thuthur regarde
697	J	3/2 égal
698	Ar	Attends, attends
699	J	*inaudible*
700	Al	Mais quel homme
701	E	Qu'est ce qu'il y a ?
702	Al	Non mais regarde là 4/5
703	J	3/6
704	Al	T'as ça, t'es d'accord ?
705	J	C'est plutôt ça le truc que tu voulais dire non ?
706	Al	Si tu multiplie par 5
707	E	Oui si tu veux aussi, oui c'est bon, euh,
708	J	mince
709	E	Non c'est pareil, c'est 1/3 et 1/3
Episode 19c		
710	J	Mais si c'est bon on peut le faire ça
711	Al	Non
712	E	Non mais là c'est pas égal, ah si, euh si oui attends
713	J	Mais si donc là c'est égal aussi
714	Al	Non si c'est des fractions
715	J	Moi je dis qu'on peut le faire
716	Al	non
717	E	Non mais si parce que nous il y avait des additions mais là il n'y a pas d'addition
718	J	Là il n'y a pas d'addition c'est pour ça hein. Je suis d'accord quand tu as 1/a + 1/b + 1/c tu ne peux pas
719	E	Si ouais mais tu peux faire l'inverse là, tu fais le produit en croix et après tu divise par l'autre, ça te
720	J	Donc tu peux
721	E	Tu peux
722	J	Tu peux faire ça
723	J	Attends
724	E	Ouais tu peux
725	Ar	Ah bon
726	E	Non mais si, parce que là tu n'as pas d'addition, c'est pour ça que tu peux, parce que dans son truc il n'y a pas d'addition, en fait
727	J	Moi je pense que c'est faisable hein

728	E	Je ne sais pas si la caméra va servir à quelque chose hein, parce que on pourrait aller voir là bas
729	J	Attention, une petite pose
730	E	Vas-y (rires)
731	J	C'est bon ? Je n'arrive pas à sortir des blagues marrantes là
732	Al	Ouais si pour moi ce serait juste
733	E	Si Fanny elle part, là c'est mort
734	J	Dangereux pour la santé des micros là (rires)
735	J	Si c'est faisable. T'es sceptique Alexis là
736	Al	Ouais
737	J	Au pire on lui demande
738	E	Non mais vas-y ça marche, moi je suis d'accord
Episode 19d		
739	Al	Attends et donc après comment t'as fait
740	E	Oui voilà après explique comment tu as fait. Donc 4/n est égal à
741	J	Donc ça c'est égal à ça, t'es ok ?
742	E	Ouais, de quoi ça ?
743	Al	Non
744	J	Ben si parce que c'est bc sur abc
745	Ar	Attends mais là, ça c'est ça ? si t'as ça alors t'as ça ?
746	J	Hum
747	Ar	Ah bon ?
748	E	Oui parce que c'est un produit
749	J	Parce que si t'as ça, ça c'est ça ou ça là j ne sais plus
750	E	Non mais regarde, tu fais le produit en croix d'accord et après tu divises par l'autre
751	Ar	Attends tu fais le produit en croix
752	E	Ça te fait nabc et 4 facteur de ça, et après tu divise par l'autre, par l'autre côté, tu peux y arriver, ça marche. Fais gaffe de ne pas bloquer le micro
753	Ar	Ouais, donc ça c'est vrai ça ?
754	E	Ça ouais
755	Ar	Ça c'est vrai. Enfin, si t'as ça
756	J	Alors ça
757	Ar	D'accord
758	J	Donc après c'est pour montrer, ce qu'on arrive à la fin si c'est juste quoi
759	Ar	nabc
760	E	Non moi j'aurai plutôt dit si ça alors ça, enfin vu qu'on a déjà ça on peut dire que ça
761	Al	Moi je suis d'accord
762	J	Bon voilà
763	Al	Je suis d'accord si ça ça marche, si on a le droit de faire l'inverse
764	E	Hum, on a le droit c'est sur
765	J	C'est bon
766	E	Tu veux que je te le montre ?
767	Al	Ben vas-y prouve le moi
768	E	Vas-y, alors, euh, ça c'est égal à
769	J	Tu fais le produit en croix et tu divises par l'un des deux membres
770	Al	Tu fais produit en croix et tu divises par l'un des deux membres
771	E	Bah tiens
772	J	C'est comme si tu faisais l'inverse
773	E	Regarde t'as ça si tu fais le produit en croix d'accord ?
774	Al	Attends je ne vois pas çà
775	E	C'est un b là. Si tu fais un produit en croix, t'as ça ?
776	Al	Mouais
777	E	T'es d'accord et après tu là divises ça par 4 donc tu le mets là et ça tu le divises par euh, abc tu le mets là

778	Ar	Fais étape, fais les deux étapes s'il te plait
779	Al	Ouais, ouais
780	E	Ben tu divises par 4, tu veux que je te fasses toutes les étapes ?
781	Al	Non mais si c'est bon, ouais
782	E	Ça tu le divises par 4
783	J	Ça y est Alexis il a compris
784	Ar	ouais
785	E	Donc là ça t'enlèves le 4 et ça te mets un sur 4 là
786	Ar	Ouais
787	E	Là tu divises par abc ça t'enlèves le abc et tu mets ça sur abc
788	Ar	Ouais
789	E	Donc tu peux faire l'inverse là
790	J	ça c'est un bon truc à mon avis non ?
Episode 19e		
791	Al	Donc ça ferait 16 est égal à n^2, donc n est égal à 4 ou à, à 4 tout le temps
792	E	à 4
793	J	Oula la ce qu'on a
794	E	Ah ben oui à 4
795		(rires)
796	Ar	n^2 est égal à 16 donc n est égal à
797	Al	à 4
798	Ar	à –4 ou à 4
799	Al	Non à 4 parce qu'on n'a pas le droit à -4
800	E	Non à 4 puisque n est un entier naturel
801	Ar	Oui oui
802	Al	Donc n est égal à 4 tout le temps
803	Al	Sachant qu'on a prouvé que ça marchait avec 2 et 3, tout le temps
804		(rires)
805	Ar	Il doit y avoir une faille
806	Al	Il doit y avoir une faille dans ton truc
807	E	Mais qu'est ce que tu as foutu, qu'est ce que t'as fait là ? Je ne vois pas ce que tu as fait
808	Al	Je suis d'accord
809	E	Si 4
810	Al 0:45:02	Ça marche avec 4, tu l'as prouvé, bravo (rires)
811	Ar	bravo
812	J	Oh la mamasse
813	E	Ce qui donne n/4 est égal à
814	Ar	Qu'est ce qui regarde l'autre, hein ?
815	Ar	Ouais on a trouvé, grâce à moi
816	Al	C'est pas dur hein
817	E	Là tu ne peux pas avoir n/4 est égal à ça est égal à 4/n
818	J	Ben si
819	E	ben
820	Al	T'as un truc dans l'œil?
821	E	C'est un peu une aberration, à part si n est égal à 4 quoi mais euh
822	Al	Moi j'ai un truc, moi j'ai quelques chose
823	E	Tu ne peux pas avoir, parce que regarde là, c'est comme limite si tu avais 1/3 égal 3, tu vois enfin
824	J	A ce compte là on arrive à une absurdité donc c'est faux
825	Al	Non
826	J	Non ?
827	Al	Moi j'ai quelque chose
828	Ar	Il ramène sa fraise

829	Al	Oh, moi j'ai quelque chose, oh les gars j'ai une idée
830	E	Non mais attends, si 4 est égal à
831	Al	Oh les gars
832	E	Alors n/4 est égal à
833	Ar	Vous avez trouvé vous ?
834	E	La moitié des nombres, oh ? Vous avez trouvé la moitié de l'infini. Quoi ? Ah ok
835	Ar	Maintenant on fait l'infini divisé par 2 plus 2 on fait maintenant
836		(rires)
837	E	Mais je vois ce que tu veux dire, ouais
838	J	Ben je ne sais pas si on a vraiment des équivalents, on arrive à n = 4 mais n n'est pas obligatoirement égal à 4
839	E	Ouais mais ce qu'il y a c'est qu'on trouve des valeurs, pour n est égal à 2 ça marche
840	Al	Et 3 aussi
841	E	Et 3 et
842	Al	Par contre c'est pour 5
843	J	Ben c'est pour ça
844	Al	J'allais vous en parler d'ailleurs, si vous voulez m'écouter
845	E	Ben oui vas-y
846	Al	Et ben ça ne marche pas, non parce que regarde, non mais si c'est vrai, si ce n'est pas des conneries, parce que regarde
847	Ar	Pour une fois. Ah oui pas bête
848	Al	Ça fait ça d'accord, tu multiplies par 5
849	E	Oui, et il se rend compte de sa merde là
850	Al	Qu'est ce que j'ai fait moi
Episode 19f		
851	J	Monsieur, est ce que dans la progression on doit trouver sur un truc comme ça ?
852	P	Dans quoi ?
853	J	Dans la progression du truc
854	P	Fais voir
855	Ar	Mais qu'est ce qu'il fait ?
856	J	A priori non
857	P	Mais il n'y a pas d'a priori, je ne sais pas, vous en pensez quoi ? t'as montré aux autres ?
858	J	Ouais ben ouais mais
859	Ar	Moi j'ai pas regardé
860	Al	Moi je ne suis pas d'accord
861	J	On ne sait pas quoi en penser en fait
862	P	Comment ça vous ne savez pas quoi en penser, c'est à dire ?
863	J	Ben c'est à dire que on était sceptique pour savoir si le raisonnement était bon, déjà, et puis euh
864	Al	Et les résultats, je ne suis pas d'accord avec toi
865	J	Et Alexis n'est pas d'accord avec moi
866	P	Donc si ça c'est vrai, ça veut dire quoi ?
867	E	Que a est égal à
868	J	Que n égal 4
869	P	Oui
870	J	Mais comme il y a d'autres valeurs possibles
871	P	Oui donc
872	J	Ben par l'absurde, c'est faux, donc c'est bon
873	P	Ben oui, visiblement, si tu trouves pour d'autres valeurs que pour n égal 4, c'est qu'il y a quelque chose qui ne va pas dans le raisonnement
874	J	D'accord
875	Ar	On a trouvé
876	E	Non on a trouvé que c'était faux
877	J	Non on a trouvé que ça ne marchait pas

878	Ar	Oui oui que ça c’était faux
Episode 20		
879	J	Donc
880	E	Attends mais là, enfin je ne sais pas mais si on prends n égal 1, c’est pas possible
881	P	Oui
882	E	Ça, ça répond à la question
883	P	Ah ben oui si tu considères pour tout entier naturel, n égal 1 oui donc c’est faux, donc j’arrête
884		(rires)
885	E	On peut y aller
886	Ar	On s’en va
887	P	On peut se dire maintenant
888	E	Oui il faut prouver, enfin faut
889	P	Ben faut, maintenant on pourrait rajouter pour tout entier naturel différent de 1
890	E	Et ben 0
891	P	Ben différent de 0 et différent de 1
892	J	Hum, trop facile
893	E 0:48:33	Supérieur ou égal à 2
894	Ar	Euh
895	E	Ben c’est ce qu’on cherche
Episode 21		
896	J	Ben après on était sceptique parce qu’on ne trouvait pas la faille
897	P	Donc, vous, personne n’a trouvé la faille là ?
898	Al	Ben c’est qu’on n’a pas le droit de faire l’inverse, c’est ça non ?
899	Ar	Moi je n’ai pas regardé moi
900	E	Hum c’est pour ça qu’on n’a pas trouvé
901	P	Bah, pourtant, elle se voit
902		(rires)
903	J	Hum là c’est évident
904	P	Hum oui, ben demande aux autres de refaire le raisonnement, si tu le lis tu ne vois peut être pas mais si tu l’écris tu le verras
905	Ar	Euh, bon ben de toutes façons faut qu’on passe à autre chose
906	J	Bon ben on passe à autre chose, on ne va pas se casser la tête
907	P	*inaudible*
908		(rires)
909	Ar	C’est bon on l’a eu au bluff
910	P	Ben ça c’est égal à ça non
911	J	Euh oui, euh non à ça
912	E	Hein
913	Ar	Ok
914	P	Comment tu as obtenu ça ?
915	J	Ben ça c’était leur résultat
916	Al	Attends, mais non c’est l’inverse
917	J	Hum hum
918	P	Donc c’est normal, si tu prends l’inverse, tu trouves n/4 = n/4
919	J	D’accord
920		(Rires)
921	Ar	Bravo
922	Al	Bon et c’est peut être juste
923	E	Ce qui équivaut à n est égal à n, ouais
924	J	Par l’absurde, mon raisonnement est absurde
925	E	Qu’est ce que as été foutre la merde encore
926	Al	Tu nous fais perdre du temps Julien

927	J	J'y arrive bien en plus
Episode 22		
928	Ar	Je tente des factorisations à outrance mais euh
929	E	Faudrait qu'on trouve le 5 là, ça serait pas mal
930	Ar	Mais à mon avis c'est pas ça, enfin il faut
931	Al	Si, travailles
932	Ar	Mais comment ils ont trouvé pour
933	J	Hein
934	Ar	Pour la moitié des nombres
935	J	Qui ça ?
936	Ar	Ça veut dire qu'ils ont trouvé pour les nombres pairs
937	J	De quoi ?
938	E	Ouais ou impairs
939	Al	Ouais ils ont du trouvé pour les nombres pairs ou impairs
940	Ar	Avec les nombres pairs ça doit marcher
941	J	Ou alors ils on déjà trouvé un cycle
942	E	Fais voir, il n'y a pas un truc entre les nombres pairs et les nombres impairs, là ?
943	J	Pour tout n inclus dans, attends, je vais tester un truc. C'est à quoi que ça commence ?
944	E	De quoi ?
945	J	Que ça commence à être vrai ?
946	E	supérieur ou égal à 2. Ah tu tentes euh
947	J	Ouais à la boeuf
948	E	Ah il tentes euh
949	Ar	Il tente quoi ?
Episode 23		
950	J	Une récurrence
951		(rires)
952	J	On va voir tu sais
953	E	Ce qu'il y a c'est que je ne sais pas comment tu vas faire l'hérédité
954	Ar	Bon pour P0 je pense que ça ne va pas être trop difficile
955	J	P0 euh, P2
956	E	Non P2
957	Ar	Non mais tu ne vas même pas pouvoir faire ta récurrence vu que il y a des cas qui sont bons
958	Al	Ben si, justement si, tu
959	E	Non mais c'est à partir de 2
960	Al	Parce que tu fais P et P2 en premier, en terme initial tu fais P2 et après il faut arriver à la prouver
961	Ar	Non mais il n'arrivera pas à le prouver vu que pour 3 ça marche, on peut le faire mais pour 5 on ne peut pas le faire
962	J	Bah on ne l'a pas prouvé qu'on ne peut pas le faire
963	Al	Non mais on n'a pas trouvé
964	Ar	Ouais
965	E	On n'a pas prouvé, on n'a pas trouvé, ça ne veut pas dire qu'on ne peut pas le faire
966	Al	C'est possible de
967	Ar	Si, pour moi si
968	E	Micro, dis nous tout, si ça se trouve le micro il sait lui. Tiens tu veux reprendre ta feuille, pardon
969	J	Ce qu'il y a c'est qu'avec tous les a, b, c je ne sais pas si ça va être faisable en fait
Episode 24		
970	Ar	Raisonnement par disjonction de cas à mon avis
971	J	Oui mais quels cas ?
972	Ar	Je ne sais pas
973		(rires)
974	Al	Je dirais ceux divisibles par euh 10

975	Ar	12
Episode 25		
976	Ar	Tu es toujours avec le 5, avec le 4/5 toi ?
977	J	Je vais l'avoir
978	Ar	Je vais l'avoir
979	Al	Si je le choppe
980	Ar	C'est pas possible donc euh
981	E	De quoi ? pour 4/5 ?
982	Ar	Oui
983	E	Qu'est ce que tu en sais que ce n'est pas possible ?
984	Ar	Parce que
985	E	C'est l'instinct, c'est la lumière
986	Ar	Ouais
987	J	Et là euh,
988	J	Ah ils sont aidés les fourbes
989	E	Ah j'ai 4/8 ça t'intéresse ? pour n = 8
990	J	C'est vrai
991	Ar	Pour n = 8 ça marche ?
992	E	Hum
993	Ar	Bon je vais le marquer quand même hein
994	Al	Ça fait 1/2
995	E	Ben oui, c'est pour ça.
996	Ar	Ça marche
997	E	Ça fait 1/6 + 1/6 + 1/6
998	Ar	Ça marche pour les puissances de 2
999	E	Hein ?
1000	Ar	Ça marche pour les puissances de 2
1001	E	Pourquoi ?
1002	Ar	Je n'en sais rien
1003	E	3 ce n'est pas une puissance de 2
1004	Ar	Ouais
1005	E 0:55:44	Donc euh, ouais pour 8 c'est 6, 6, 6. Attends et pour 6
1006	Al	Non mais pour moi, je ne sais pas, je ne trouve pas de solution, honnêtement
Episode 26		
1007	J	Erwan, une fois que tu en es là dans l'hérédité, tu ferais quoi là ?
1008	E	Ben faut que, tu supposes que, on sait que, donc on sait que 4/k est égal à, il faut que 4/k+1 est égal à (*pas très audible, discute sur une égalité*)
1009	Ar	Mais qu'est ce que tu cherches en fait à montrer par l'hérédité
1010	Al	Non mais à mon avis ça ne marche pas partout
1011	Ar	Avec l'hérédité ça ne peut pas marcher
1012	J	Pourquoi ?
1013	Ar	Qu'est ce que
1014	J	Pourquoi ça ne peut pas marcher ?
1015	Ar	Moi je voudrais savoir déjà ce que tu cherches, qu'est ce que tu cherches à prouver en fait
1016	J	Ben prouver que c'est possible pour tout n
1017	Al	Après 2
1018	Ar	Pour tout n ?
1019	E	Supérieur à 2
1020	J	Ben oui
1021	E	Supérieur après 2
1022	J	Supérieur ou égal à 2
1023	Al	Sauf que, sauf que, je ne pense pas que ça marche avec n = 5, je ne vois pas de solution, honnêtement, là euh, ça me laisse franchement perplexe

1024	E	Il t'a dit quoi comme truc euh, fais voir ton initialisation
1025	J	C'est ça
1026	E	C'est écrit 4/2 qui est égal à 1
1027	Ar	Hum
1028	J	Ben je ne sais pas j'ai cru que vous l'aviez fait, tu sais, je n'ai pas
1029	E	Mouais, mais tu vois mais c'est qu'on a pas de propriété de récurrence déjà
1030	J	Hum
1031	E	Qu'est ce que tu veux montrer, tu vois ? ce que je veux dire ?
1032	J	Non
1033	E	Là tu ne passes pas par euh, ah si oui, soit Pn est égal à 4, ok
Fin épisode 26		
1034		Sonnerie - (rires)
1035	Ar	Ça jase, j'adore ça
1036	E	C'est excellent, ils craquent tous
1037	Ar	Je ris du malheur des autres, j'adore
1038	E	Ah ta gueule
1039	Ar	Tiens, que je ne te reprennes pas hein
1040	Ar	Je sens que je vais bientôt craqué moi si je ne trouve pas la solution, je vais faire des choses bizarres. Je vous conseille de trouver
1041	Al	Moi si je ne trouve pas je mange les 4 énoncés, comme ça
1042		(rires)
Episode 27		
1043	J	Donc ça si c'est faux, c'est pas, non si c'est vrai
1044	Al	Non mais je n'en sais rien que c'est faux
1045	J	Si c'est vrai, ça peut se démontrer comme ça
1046	Al	Ouais, mais si on n'arrive pas à le démontrer, ça ne prouve pas que c'est faux
1047	J	Voilà
1048	E	Mais je ne sais pas il ne t'a pas
1049	Ar	Si, moi si je le fais si
Fin épisode27		
1050		(rires)
1051		Bon, on va commencer à
1052	Ar	Bon ben, je vais passer au niveau supérieur hein, c'est bon là, je pense que là je peux faire appel à mes connaissances de, d'une autre vie. Bon allez, je passe au niveau supérieur
1053		Vas-y
Episode 28 - 28a		
1054	E	Tiens j'en ai encore trouvé un, c'est simple, pour les multiples de, pour n, hein
1055		(rires des autres)
1056	E	Pour n mulitple de 4
1057	Ar	Pour quoi ?
1058	E	Pour n multiple euh, enfin pour n est égal à 4 fois quelque chose et ben tu, ils sont vachement simples à trouver, c'est tout le temps le même en fait. Là t'avais quoi, 8 c'était combien ?
1059	J	C'est n tu veux dire, c'est n divisible par 4 ?
1060	E	Non, euh si, n est divisible par 4, genre t'as 4/8 ça te fait ½ donc ½ c'était combien, c'était 1/6 + 1/6 + 1/6 c'est ça non ?
1061	Ar	Ah oui 1/1 + ½ + ½. Non, pour quoi ?
1062	E	Pour 6 ? 8, t'as pas noté
1063	Ar	Non je n'ai pas marqué, je n'ai pas marqué
1064	J	Pardon
1065	Ar	Oui, tu avais dis 1/6,1 /6
1066	E	1/6 je crois
1067	Ar	1/6, 1/6, 1/6 non
1068	E	Ben il me semble, de toutes façons, oui

1069	Ar	Oui oui c'est ça 1/6
1070	E 1:00:00	Et après pour 12 c'est 1/9, 1/9, 1/9 et puis après pour 16 ça devrait être 1/12, 1/12, 1/12 je pense ? 1/12 c'est ¼ et 4/16 c'est ¼ voilà ok, donc pour les multiples de 4 tu peux prouvé que c'est bon quoi. Pour les divisibles par 4 tu vois que c'est bon, ça sera tout le temps les 3 mêmes en fait
Episode 28b		
1071	Ar	Tu peux faire par disjonction de cas, n congrus à
1072	E	à 0, à 1, à
1073	Ar	0, 1, 2, 3
1074	E	Oui, on peut le tenter hein
1075	Ar	Oui mais là, on vient de montrer le cas 0 modulo 4 alors
1076	E	Ça marche oui, ça marche tout le temps
1077	Al	Il faut le prouver
1078	Ar	Faudrait le prouver oui
1079	E	Ben tu dis que, pour n supérieur à 4, c'est combien ? pour 2 c'est combien ? non pour 4 c'est ?
1080	Ar	C'est 3, 3, 3, ensuite ça fait 6, 6, 6, 9, 9, 9
1081	E	Donc tu vois tu multiplies par 2 en fait
1082	J	Moi je mettrais les calculettes en réseau déjà
1083	E	Ah tu cumules la force toi
1084	Al	J'ai essayé de scanner l'énoncé mais ma TI non
1085	Ar	Ouais pour n est congru à
1086	E	0 modulo 4, ça marche, tout le temps
1087	Ar	Mais il faudrait le prouver
1088	E	Attends
1089	Ar	Ben regarde, si
Episode 28c		
1090	E	Si n est congru à 0 modulo 4, là tu peux, je me demande si tu ne peux pas lancer un truc par récurrence là, non ?
1091	J	Hum hum c'est ce que j'étais en train de dire
1092	Ar	Oulà, ah oui, ok
1093	E	Là tu fais l'initialisation, tu montres que c'est égal, que 4/4k que c'est égal à 1 sur, puis tu mets k, faudrait un truc égal à 3
1094	Al	Je ne suis pas sûr, parce que là après ça devient compliqué pour l'hérédité.
Episode 28d		
1095	E	Enfin bon, oui, ça devient compliqué mais là on sait que ça marche pour n congru à 0 t'as vu, modulo 4
1096	Al	Ben on pense que ça marche
1097	E	Hein ?
1098	Al	on ne l'a pas fait avec tous les cas, faudrait le prouver
1099	E	Fais le avec tous les cas si tu veux alors
1100	J	Faut n supérieur à 2 déjà
1101	E	Oui pour n supérieur à 2 et
1102	Al	Faudrait le prouver
1103	E	n congru à 0 modulo 4
1104	J	n = 4k
1105	E	Oui donc c'est congru à 0 modulo 4
1106	J	n = 4k donc 4/4k ça fait 1/k
1107	Al	4k donne, avec k supérieur ou égal à
1108	J	1/k attends j'avais montré des trucs avec ça là
1109	Al	Avec k positif, strictement
1110	Ar	Oui oui
1111	E	Hein, comment
1112	Al	Avec k strictement positif

1113	E	Euh 4k, oui, bon oui, et si tu dis supérieur ou égal à 2 et congru à 0 modulo 4
1114	Al	Donc ça veut dire que k, k est égal à 1/a +
1115	J	Si tu as sûrement raison
1116	E	Quoi ?
1117	J	Tu as sûrement raison
1118	E	De toutes façons pour n congru à 0 modulo 4 ça marche tout le temps, c'est bon tu sais, après faudrait trouver quelques chose
1119	Al	Ouais mais il faudrait le prouver ça
1120	E	De quoi ?
1121	Al	Que avec 0 ça marche
1122	E	Ouais, hein ?
1123	Al	Faut le prouver
1124	Ar	C'est hyper chaud, moi c'est ce que je suis en train de réfléchir
Episode 28e		
1125	E	Non mais c'est chaud à prouver mais au pire tu vois, on sait que ça marche, donc après si ça se trouve il y a des cas ou ça ne marche pas tu vois, pour n est congru à 3 modulo 4 si ça se trouve ça me marche pas
1126	Al	3
1127	E	Je ne sais pas je dis ça au hasard tu vois, et n supérieur ou égal à 2 je parle
1128	Al	Non moi je dirai 1 que ça ne marche pas
1129	E	1 ?
1130	Al	Donc 5 on ne l'a pas trouvé et 1
1131	E	5 on ne trouve pas
1132	Al	1, 5
1133	E	Non mais c'est supérieur à 2
1134	Al	Oui mais même sans supérieur à 2, ça voudrait dire que c'est pour ça que ça ne marcherait pas
1135	E	Ouais, donc on essaye avec 9
1136	Al	Ouais, 9 il y a de grandes chances que ça ne marche pas donc ce qui expliquerait que ce n'est pas forcément à partir de 2, ce serait dès que c'est 1 modulo 4
1137	E	Ben faudrait essayer
1138	Al	Ben on ne va pas trouver si c'est vraiment ça
1139	E	Ben oui, ben justement, essayons de montrer
1140	Al	De prouver ?
1141	E	Oui
1142	Al	Que ça ne marche pas ? oui bah
Episode 28f		
1143	E	Mais c'est là qu'il faut faire la raisonnement par l'absurde je suis sûr
1144	J	Ah oui
1145	E	Là faut commencer mais après comment, tu sais, comment le faire, c'est ça quoi
1146	Al	Donc attends, on cherche pour n
1147	E	Congru à 1 modulo 4
1148	Al	1 modulo 4. Donc ça veut dire que n est égal à
1149	J	A la limite ce n'est pas de le faire, c'est de trouver le bon raisonnement quoi
1150	E	4k + 1
1151	Al	4k + 1
1152	E	Oui, avec k appartenant à N
1153	Al	Oui avec k euh, donc ça veut dire que 4/n est égal à 4/4k+1, ouais donc je suis vachement avancé
1154	E	Bah
1155	Al	Est égal à 1/k+1, non plus ¼
1156	E	Pourquoi +1/4 ?
1157	Al	Oula c'est pas bon
1158	E	Pourquoi +1/4 ?

1159	Ar	Il est divisible par 4
1160	Al	Pas bon
1161	Ar	4 divise tout ça
1162	Al	Et ben, ça suffit à prouver, euh, non
1163		Egal 1/a + 1/k + 1/k
Episode 29		
1164	ML 1:06:29	Bon je vais vous proposer de commencer à écrire la production euh finale unique du groupe à rendre tout à l'heure
1165	ML	Vous écrivez donc les premiers résultats que vous avez, les premières pistes au propre
1166	E	Julien on te laisse écrire
1167	P	Même les pistes qui n'ont pas abouties
1168	ML	Même les pistes qui n'ont pas abouties
1169	J	Avec ça, on peut faire un truc
1170	ML	Oui oui aussi mais là c'est pour vous, ça vous permet de mettre vos idées au clair, savoir où vous en êtes et dans quelle direction en fait il faut encore *inaudible*
Episode 30		
1171	E	4k+1
1172	J	montrer que ça, ça et ça se sont des entiers c'est faisable ça ?
1173	E	C'est tout pareil ça ?
1174	J	Ouais
1175	E	Donc t'as continué, t'as pas fait avec n congru à 1 toi ?
1176	P	Allez vous commencez, donc une feuille par groupe hein
1177	J	Non parce que, est ce que tu crois que ça, ça et ça c'est des entiers ?
1178	Al	Ben non ce ne sont pas des entiers, c'est sûr
1179	J	C'est sûr hein ?
1180	Al	Oui
1181	J	Merde
1182	E	Pourquoi ce n'est pas des entiers ?
1183	Al	Bah, parce que tu sais que a, b, c ce sont des entiers
1184	E	Ouais
1185	Al	Donc un entier plus un entier, et k tu sais que c'est un entier aussi
1186	E	Oui mais, il faudrait que k divise a, b et c
1187	J	Voilà c'est ça
1188	E	Si k qui divise a, b et c, a et c, a, b et c sont des entiers
1189	Ar	Si tu as c qui est égal à 3 et b qui est égal à 1, là si tu fais
1190	Al	Oui oui. Donc k divise a,b et c
1191	E	Donc k est égal à 1
1192	J	Pourquoi ?
1193	E	Parce que de toutes façons ça revient au même non ?
1194	Al	non pas forcément
1195	E	Hein ?
1196	Al	k divise a, b, c
1197	E	Oui mais c'est compris dans le, le 1 il est compris dans le
1198	J	Non mais k, le k c'est le n
1199	E	Hein ?
1200	J	k c'est le n
1201	E	Donc toi ça reviendrait à dire que n divise a,b,c
1202	J	Hum
1203	E	Et est ce que là
1204	J	Voilà c'est ça
1205	E	n divise a, b et c. Ben non, 2 ne divise pas 1, enfin je ne crois pas
1206	Ar	Non
1207	J	Non
1208		(rires)

1209	E	Et 3 ne divise pas 2 non plus
1210	J	Ouais mais tu peux trouver d'autres
1211	Ar	Il y a peu de chance
1212	J	Tu peux trouver d'autres nombres pour que ça marche quand même, autres que ceux que vous avez là
1213	E	Ben va les trouver pour n = 2
1214	J	Hum
1215	E	Attends moi je pars que le cas congru à 1
1216	J	k divise a et b *inaudible* bc
1217	Ar	Là je sens que je vais m'éclater, je vais faire un truc génial
1218	J	Alors des trucs mais
1219	E	On en revient encore pour n congru à 1, on en revient encore à 4 divise bc+ac+ab
1220	J	Ab+bc+ab, ac
1221	E	Hein ? ça, ça voudrait dire que 4 divise ça, si tu développes non ?
1222	J	S'ils sont premiers
1223	E	Hein ?
1224	J	S'ils sont premiers entre eux
1225	E	Pourquoi ?
1226	J	Parce que s'ils ne sont pas premiers, hum
1227	E	En tout cas bonne chance, quand vous nous écouterez, tous les groupes
1228	J	Quoi ?
1229	E	Ecouter tous les groupes, *inaudible*, t'imagines, bonne chance
1230	Al	pfou
1231	J	4 divise ça
1232	Ar	Bon, je crois que je vais arrêter les études mathématiques hein
1233	E	Au revoir l'INSA (rires). Mais là c'est un coup à te dégoûter quand tu fais ça, *inaudible* un coup dans la gueule tu sais, ça va être bien bon, je ne vais plus en maths monsieur, je vais en L
1234	J	b égal b'k, c égal c'k, on a *inaudible*
1235	Ar	Barycentre non ?
1236	E	Ah je ferais bien la dérivée mais
1237	Ar	Une petite dérivée, pour le plaisir
1238	E	T'imagine, si ça se trouve c'est ça les pires dérivées
1239	J	Ah j'en reviens au même, mais avec des autres nombres. Ah non je n'en revient pas au même du tout, c'est bon
1240	E	Tu ne sais plus lire
Episode 31 - 31a		
1241	J	Oh les gars, c'est bon. Non arrête c'est pas vrai, c'est pas bon (rires)
1242	Ar	C'est pas possible
1243	E	Est ce que tu sais ce que tu as prouvé ou pas
1244	Ar	Est ce que tu sais ce que tu prouves ?
1245	J	Non c'est bon, attends, c'k+c'+ 1/b'k/1/b'
1246	Ar	Oh il a mis des b'
1247	J	Oh !
1248	E	Donc c'est bon ?
1249	J	Ça entier, a entier
1250	E	Oh le porc
1251	J	Inaudible, donc pk, pn+1
1252	Al	Parce que c'est quoi les primes ? c'est quoi les primes ?
1253	Ar	Il est toujours dans la récurrence ?
1254	J	Oui oui
1255	J	Héréditaire
1256		(rires)
1257	Ar	Oh le bœuf, (rires) craquage là

1258	Al	C'est quoi les primes ?
1259	J	Ah je pense que c'est bon là
1260	Ar	mais qu'est ce que tu viens de prouver là en fait ?
1261	E	Attends, oui ?
1262	J	Ben que c'est possible avec n supérieur ou égal à 2
1263	Al	Que ça marche avec n égal 2
1264	J	Attends, attends, si ça se trouve ça a couillé quelque part tu sais, on ne sait pas
1265	Al	Oui il y a de grandes chances, parce que
1266	E	*Inaudible* c'est faux
1267	Al	oui
1268	J	Pourquoi ?
1269	Ar	Parce que tu ne peux pas avoir juste
Episode 31b		
1270		(rires)
1271	Al	Parce que c'est quoi les primes ?
1272	J	Ben franchement
1273	Al	c'est quoi les primes ?
1274	J	Euh, je ne sais plus
1275	E	4k
1276	Al	Qu'est ce que c'est les primes ?
1277	J	C'est là, je ne sais pas si ça marche, tu vois, si c'est dans la continuité du raisonnement
1278	Ar	Oh la fin elle est grandiose
1279	J	C'est l'apothéose, la grande apothéose, chez les hommes poireaux
1280		(rires)
1281	J	Mais si je connais, dans le donjon
1282	Ar	Ah je n'ai pas trop regardé
1283	E	T'as écris quoi là ?
1284	J	Où ? Ben ça c'est d'après l'hypothèse que Pk est vraie
1285	E	Non mais là, ça je suis d'accord, jusque là je suis d'accord mais là
1286	J	Non non mais ça t'oublies, ça
1287	E	Hein ?
1288	J	Tu oublies ça
1289	E	Pourquoi ?
1290	J	Parce que ça sert à rien, c'est juste mais ça sert à rien
1291	Ar	C'est juste mais ça sert à rien (rires)
1292	E	Mais pourquoi alors, non mais aller, pourquoi tu passes euh
1293	Ar	(rires) c'est juste mais ça sert à rien
1294	J	Et ben, tu passes euh 4/k, c'est dans l'hypothèse, je ne sais plus où c'est
1295	Al	Si 2 est égal à 3 alors 3 est égal à 4
1296	Ar	Alors 3 est égal à 4
1297	E	Ah il faut
1298	J	Voilà, donc ça est égal à ça
1299	E	D'accord oui
1300	J	Et ça est égal à ça
1301	E	Qui est égal à k
1302	J	Après tu développe
1303	E	Ce qui est égal à k, ok d'accord, très bien, et après 1/a/k
1304	Ar	Ça sent le blasage quand tu commences à faire des choses comme ça qui servent à rien
1305	E	Ouais, ouais, tu n'es pas serein de là à là
Episode 31c		
1306	J 1:14:38	En fait, si, il faudrait, donc ça c'est juste à mon avis si dans ce cas là, dans l'hypothèse si a, b et c sont des multiples de k, ce qui n'est pas le cas
1307		(rires)
1308	Ar	Pas forcément, pas forcément

1309	J	Mince, non mais si, si tout le raisonnement par récurrence est bon
1310	E	Oui mais bon si l'hypothèse est fausse
1311	J	Si on peut vérifier l'hypothèse
1312	E	Et puis si on ne peut pas la vérifier ?
1313	Ar	C'est quoi que tu veux montrer ?
1314	J	Ben que ça c'est vrai
1315	E	Et pourquoi, pourquoi,
1316	Ar	Non mais euh
1317	J	Et pourquoi par l'absurde on ne peut pas montrer que l'hypothèse est fausse ou qu'elle est juste où je ne sais pas quoi ?
1318	Ar	Mais quelle hypothèse
1319	J	Ben que, en fait, il faut bosser sur mon hypothèse
1320	Ar	Tu m'as parlé de k est divisible ou je ne sais pas quoi tu as dit, tu as dit quoi, k est
1321	J	Il faudrait que a, b et c soient des multiples de k
1322	Ar	Ah, a, b et c soient des multiples de n, enfin d'un nombre
1323	J	Ouais de n
1324	Ar	a, b et c multiples de n ?
1325	J	Et si pour n, pour euh, si on peut trouver
1326	E	Donc c'est faux hein par rapport à tout à l'heure, ce qu'on a dit
1327	J	Si on trouve un n pour n'importe quel n, si on peut l'écrire sous cette forme là avec a, b, c multiples de n alors tous ceux d'après c'est bon
1328	E	Mais tu ne peux pas
1329	J	Tous ceux d'après c'est bon
1330	E	Là, regarde, k il ne divise pas a, b et c, dans le, tu vois
1331	J	mais si par exemple pour le 2 ça ne le fait pas, pour le 3 ça ne le fait pas, pour le 4 ça le fait
1332	E	Hum
1333	J	Ben pour 5, naninnin ça le fait
1334	E	Ah tu veux trouver le premier donc
1335	J	Ouais
Episode 31d		
1336	E	Le premier qu'il le fait. Ben faudrait qu'on essaye hein. Il n'y en a pas un ou ça le fait de k, parce que là on en a fait plusieurs de k. Tiens, regarde les
1337	J	Pour ton 8, ça ne le faisait pas pour ton 8 ? 2, 1, 2; 2; 3, 2,3; 4, 3, 3. 8 c'est
1338	E	C'est chaud hein
1339	J	Ben de toutes façons non ça va pas être possible, c'est jamais possible parce que la moyenne de a, b, c est inférieure à n
1340	Ar	Oh le boulet
1341	E	La moyenne
1342	Al	Quand est ce qu'on mange ? (rires)
1343	J	Est égale à n, non est inférieure à n
1344	E	La moyenne, qu'est ce que tu fais la moyenne ?
1345	J	C'est pas possible de trouver que les 3 soient des multiples
1346	E	Oui
1347	J	Puisque la moyenne est inférieure à n. ça vaut dire qu'il y en a forcement un des 3 qui est inférieur à n donc il y en aura au moins un qui ne sera pas multiple
1348	E	Tout à fait
1349	J	Ah ça m'énerve, ça ne marche encore pas
Episode 31e		
1350	E	En fait quand on fait un truc, c'est juste mais
1351	Al	Mais tu n'y arriveras pas
1352	E	Mais tu vois c'est parce que l'initialisation elle n'est pas vraie
1353	J	Si l'initialisation, non
1354	Al	Elle est pas vraie sinon on aurait le premier k et après ce serait bon
1355	J	C'est l'hérédité qui n'est pas vraie

1356	Al	C'est tu pars d'une hypothèse qui est fausse c'est ça ?
1357	J	Non non non
1358	Al	Et tout ce que tu as prouvé c'est vrai, c'est ça ?
1359	J	Non l'hypothèse est vraie sauf que après c'est le
1360	E	Pn la propriété
1361	Al	Non c'est là, c'est une propriété fausse
1362	J	Voilà c'est là, c'est ça. C'est là et c'est dans l'hérédité qu'on met des si et c'est ça qui n'est pas bon
1363	Al	Et ben ou alors à ce compte là, tu fais si k divise a et b et c
1364	J	Hum
1365	Al	Et si k est divisible par a,b et c. Est ce que il y a un moyen de trouver quand même le même résultat
1366	J	Oui mais après
1367	E	Non mais attends
1368	Al	Parce que si tu trouve le même résultat
1369	J	Ah ouais ouais
1370	Al	Ça vaut dire que ça sera prouvé mais si tu tombes pas le même résultat, tu laisses tomber ton raisonnement
1371	J	Ouais, ouais
1372	E	Oui mais après k il ne peux diviser que a ou que b, ou que c ou que a et b ou que a et c ou que a et c
1373	J	Ça marche quand même oui exact
1374	Al	Et si k ne divise aucun des deux non des trois
1375	E	Attends, attends, hein ? non mais après il faut que k divise l'un des deux, l'un des trois. Comment tu pourras prouver ?
1376	Al	Mais si il ne divise aucun des trois, ton raisonnement il ne marche pas
1377	E	Ah toi tu veux faire euh
1378	Al	Ah mais est ce que tu ne peux pas l'exprimer autrement encore
1379	J	Ben si bien sûr que si tu peux.
Episode 32		
1380	Ar	Ah ouais les gars, ah ouais, je ne faut pas que, il faudrait que je vous demande les notes pour les bulletins
1381	Al	Oh, qu'est ce qu'il dit
1382	Ar	Ah il ne faut pas que j'oublie
1383	E	De quoi ?
1384	Ar	Il faut que je vous demande les notes pour les bulletins
1385	J	Quelles notes ?
1386	Ar	Mais de toutes façons je pourrais vous téléphoner. Tu les as toi tes notes ?
1387	J	Non
1388	E	Non moi j'ai tout pris
1389	Ar	T'as tout ? bon ben je t'appellerai
1390	E	Mais par contre je n'ai pas l'allemand ni
1391	Ar	T'as l'allemand toi ?
1392	E	Non
1393	Ar	Jean il a tout peut être
1394	E	Non non il m'a demandé hier
1395	Ar	Il t'as demandé l'allemand ?
1396	E	Ben il m' demandé tout mais je lui ai dit que je n'avais pas l'allemand
1397	Al	Moi j'ai rentré que mes notes. Tu rentres que tes notes c'est bon. On s'en fout
1398	Ar	Il y a qui qui peut tout avoir ? peut être Camille
1399	E	*Inaudible*, t'as vu, ils ont des *inaudible* même en spé tu sais
1400	J	Quoi ?
Episode 33		
1401	E	C'est parce qu'ils n'ont pas la Ti c'est pour ça

1402	J	Ah
1403	E	Hein c'est pour ça
1404	J	Elle nous a pas servi à grand chose notre Ti de toutes façons
1405	Ar	Ah c'est ça. Vous avez trouvé ?
1406	E	Oh tu me rendras mon
1407	Ar	Et on s'est arrêté là
1408	E	Nous on a trouvé ¼
1409	Ar	Nous on a trouvé pour 2, 3 nombres
1410	E	Ça marche pour n congru à 0 modulo 4
1411	Ar	Ça marche pour 2, 3 nombres
1412	Al 1:19:29	Si n est divisible par 4
1413	E	Hein ?
1414	Al	Ben on ne l'a pas prouvé
1415	P	Hé
1416	Ar	On n'a pas le droit de s'entre-aider ?
1417	P	Non
1418	Ar	(rires) non
Episode 34		
1419	E	Bon, bon raisonnement Julien
1420	J	Oui mais qui sert à rien
1421	Ar	Oui mais il est bon. Lélien, ton taille crayon
1422	J	Le problème c'est le si là, pour quoi il y a du si dans l'hérédité ?
1423	E	Ah merde, il faut faire le truc
1424	J	Quel truc ?
1425	E	Faut faire la feuille
1426	Ar	Ah oui
1427	Al	Mais on n'a rien fait, on n'a rien trouvé
1428	E	Arthur tu peux t'en occuper
1429	Ar	Ben non, j'écris comme une merde moi
1430	Al	Moi je veux bien, on marque nos noms quoi
1431		(rires)
1432	E	Mon taille-crayon, mon taille-crayon, tu vas l'oublier après.
1433	Ar	Ce n'est que des conjectures (rires)
1434	E	Non en même temps qu'est ce que tu veux écrire ?
1435	Al	Ben c'est ça on n'a rien trouvé donc euh
1436	P	Bon alors, vous avez commencer à écrire un peu ?
1437	E	Ben on ne sait pas quoi écrire. Enfin, faut qu'on écrive quoi ?
Episode 35		
1438	P	Ben ce que vous avez, dans quelle direction vous avez cherché, si ça n'a pas marché ben vous dites on a arrêté parce que ceci cela et vous poursuivez. Vous décrivez un petit peu déjà votre heure passée à chercher le problème.
1439	Ar	On a suivi des directions nous ?
1440	E	Ben là, celle de
1441	Al	On est parti dans tous les sens un peu
1442	E	Oui c'est vrai, il y a eu plusieurs sens quoi
1443	P	Et bien ça ne fait rien, vous écrivez les différents sens et est ce que vous avez trouvé certains résultats ?
1444	E	La droite et
1445	Ar	Non
1446	E	Bah si pour n
1447	Ar	Pour deux trois chiffres ça marche
1448	Al	On ne l'a pas prouvé mais enfin
1449	E	Oui on ne l'a pas prouvé

1450	J	On a trouvé des petits trucs mais qui ne servent à rien pour le moment quoi
1451	P	Ben ça, ça fait rien, écrivez tout ce que vous avez trouvé. ….allez, commencez à écrire
1452	E	Ben attends vas-y moi je vais essayé de le prouver pour n congru à 0 modulo 4 là
1453	Al	Vas-y moi aussi
1454	Ar	Moi aussi
1455	J	Moi j'écris la feuille
1456	Ar	T'écris la feuille ?
1457	J	Oui
1458	Ar	Vas-y, franchement
1459	Al	Comme ça il ne comprendra pas, ils ne comprendront pas ce qu'on a essayé de faire, c'est une bonne idée
1460	Ar	Tu veux bien écrire euh julien ?
1461	J	Hein ?
1462	Ar	Moi je n'ai pas envie, moi
1463	J	Ça veut dire quoi ?
1464	Ar	Ecrire, écrire
1465	J	Alors. Groupe, il y a un nom, un numéro de groupe ?
1466	E	Number one
1467	J	Number one, deux points, Arthur,
1468	Ar	Camille, tu n'aurais pas toutes tes notes sur les bulletins, toutes les notes, les moyennes de classes, tout ça ? Je pourrais t'appeler ce soir ?
1469	J	Devillard
1470	Ar	Pour remplir, t'as tout ? ok
1471	E	Parce que tu ne les as pas relevées ?
1472	Ar	Hein ?
1473	E	Tu ne les as pas relevées ?
1474	Ar	Si, euh, non non je n'ai pas tout moi. Camille, la moyenne de classe elle a changé en maths
1475	E	Oh moi je ne la change pas
1476	J	De quoi ?
1477	E	La moyenne de classe en maths je ne la change pas
1478	Ar	Je te dirais
1479	E	ma moyenne de classe
1480	Ar	Je ne sais plus
1481	J	Ça te la baisse ou ça te la monte ?
1482	E	Ce qu'il y a c'est que la moyenne de classe en maths, elle augmente. Je le note pas, c'est bon, on m'a donné
1483	J	Il faudrait reprendre les notes de tout le monde et tout là
1484	E	Voilà
1485	J	Laisse tomber
1486	E	Moi c'est bon j'ai déjà rentré sur le site et tout donc c'est bon, bata. De toutes façons sur le bulletin ils l'auront bien
1487	Ar 1:22:52	Bah déjà les congruences avec des divisions c'est impossible, ça n'existe pas,
1488	Al	Mais j'ai fait une division
1489	Ar	Ce que tu as fait ça sert à rien, ça n'existe pas
1490	Al	Tu veux une baffe ?
1491	Ar	Tu veux, tu veux peut être rentrer les irréels dans les congruences pour voir
1492	E	Moi je suis sûr à force de faire tomber le stylo, ça doit être balourd, quand tu entends le, franchement hein
1493	J	Oui,
1494	Al	1,2,1, il y a quelqu'un
1495	J	N'importe quoi
1496	Ar	Julien tu es en train d'écrire là ?
1497	J	Non, qu'est ce qu'il fallait que j'écrive déjà ?

1498	Al	Notre nom
1499	J	Oui ça c'est bon
1500	Ar	Après il faut dire qu'est ce qu'on a fait. On a fait quoi ?
1501	J	Alors moi je vais marquer mon petit raisonnement par récurrence qui sert à rien
1502	E	Ben
1503	Al	Marque qu'on a essayé déjà avec des cas euh
1504	Ar	On a essayé avec
1505	Al	Des cas spécifiques pour voir si on pouvait trouver
1506	Ar	Avec plusieurs cas spécifiques pour voir si on pouvait trouvé un ordre logique
1507	Al	Donc on a vu,
1508	J	Ouais, bah, versez les œufs dans un grand saladier
1509	Al	On a vu que ça ne marchait pas pour
1510	J	Ajoutez le lait et faire cuire à feu doux
1511	Al	Ouais vas-y, vas-y si tu veux
1512	J	D'abord
1513	Al	On a vu que ça ne marchait pas avec 0 et 1
1514	E	Ah oui
1515	Al	C'est notre plus grande découverte
1516	E	D'abord, c'est faux, voilà puis tu mets plus rien d'autre
1517	Al	Voilà, depuis on s'est arrêté
1518		(rires)
1519	Ar	J'adore les trucs comme ça
1520	E	Ah ben attends, je me demande si je ne vais pas avoir besoin de ton raisonnement moi
1521	J	Ça serait un honneur
1522	Ar	(rires) ça serait un honneur
1523	Al	Oh ben non mais c'est faux hein
1524	Ar	(rires) ça serait un honneur
1525	J	Ça marche avec 2, 3, 4, 8 ?
1526	Ar	2, 3, 4, 8, oui, euh, ensuite qu'est ce qu'on a essayé de faire ?
1527	E	Ensuite on a essayé de changer la forme, ensuite on a essayé avec le théorème de Bezout
1528	Ar	Ben on a essayé de changer la forme
1529	J	Non moi je n'ai rien compris à ce que vous avez fait
1530	Ar	Ben on a essayé de changer la forme, on a juste essayé de changer la forme du truc.
1531	E	Ah le micro
1532	Ar	Bande de balourds. On a essayé de changer la forme. Ah les feignasses
1533	J	D'accord
1534	Ar	Bon c'est bon je vais le faire tu sais
1535	E	Ah, il a compris
1536	Al	Oh qu'il est gentil
1537	Ar	Ah pour moi c'est une défaite
1538	E	Bah bien
1539	Ar	Je n'ai je ne sais pas combien de pochette
1540	E	Bah bien. Euh non je n'en veux pas de ta merde là, tu gardes ton truc là
1541	Ar	Tiens, prends ça. C'est le refourgage de masse. J'ai perdu mon stylo plume alors ça c'est la meilleure aussi ça
Episode 36		
1542	J	Non ce qui est énervant c'est qu'on ne sait pas si c'est vrai ou si c'est faux
1543	Ar	Bah oui, c'est ce qu'on cherche à prouver
1544	E	C'est faux
1545	Al	C'est faux
1546	J	Ce qu'on arrive à faire c'est qu'il y en a deux qui essayent de prouver que c'est vrai et deux qui essayent de prouver que c'est faux
1547	Al	Moi je suis sûr que c'est faux
1548	E	Moi je suis sûr qu'on peut y faire, par l'absurde qu'on peut y faire

1549	J	Non mais c’est vrai c’est ça qu’on aurait dû faire, il y en a deux qui essaient de prouver que c’est vrai et deux qui essaient de prouver que c’est faux
1550	Al	Ouais ben vas-y
1551	E	Après par l’absurde à mon avis ça doit être faisable
1552	Al	C’est faisable mais il faut partir sur la bonne hypothèse
1553	E	Après il faut partir sur le bon truc, ouais, et c’est ça qui est chaud quoi
1554	Al	Non puis ça doit être vrai pour 0
1555	E	Pour 0 c’est vrai ?
1556	Al	Non mais pour 0 modulo 4
1557	E	Ah ouais voilà ouais
1558	Al	A 2 peut être et puis peut être 1 et 3 ça ne marche pas, je ne sais pas
1559	E	Ouais, ben 3 on n’en a pas trouvé un ?
1560	Al	Je ne sais pas
1561	E	Si n est égal à 3, 3 est congru à 3 modulo 4 et supérieur à 2
1562	Al	Je ne sais pas, éventuellement
1563	Ar	Voir, ça s’écrit avec un e ou sans e ?
1564	J	C’est un y
1565	Al	Ça dépend dans quel contexte
1566	E	Tu mets quoi ta phrase ?
1567	Ar	Pour voir
1568	Al	Pour voir ?
1569	E	Pour boire ? euh non
1570	Al	B, o, i, r
1571	Ar	Hein?
1572	Al	v, o, i, r, sans e, il n’ a pas de e
1573	Ar	Mais tu as dis b
1574	Al	C’est le verbe
1575	Ar	J’ai changé la forme de l’égalité, pour voir si
1576	J	Ça aurait été bien si il y avait un des deux groupes qui auraient trouvé
1577	E	Euh, par l’absurde ?
1578	Al	J’ai essayé un peu par l’absurde
1579	J	Ou éventuellement autrement mais
1580	Al	Mais je ne vois pas l’hypothèse
1581	E	Ouais voilà, c’est ça, ben si il faut dire que, il existe
1582	Al	A la limite, voilà, ce qu’il faudrait par l’absurde, c’est dire, voilà
1583	J	Que tu si c’est vrai ou si c’est faux puis ce que ça entraîne et puis ta conclusion
1584	E	Il faut que tu dises que c’est impossible de trouver 3 entiers naturels a,b et c tels que 4 abc par exemple est égal à
1585	Al	Donc ce n’est pas faux
Episode 37		
1586	Ar	Est ce que vous pouvez nous aider ? vous pouvez nous aider ? on a fait quoi après ?
1587	E	Doucement, doucement, ben après on a fait des cas
1588	P	Ah vous avez commencé à, ah oui vous avez commencé à analyser, c’est bien
1589	E	Puis on a faits des cas
1590	Ar	Non les cas on les a fait avant, j’ai marqué là
1591	E	Ah bon
1592	J	Ah attends, j’ai une petite idée, une petite idée
1593	Ar	On a essayé de faire un raisonnement par récurrence après ?
1594	J	C’est n/k ou k/n
1595	E	Hein ?
1596	J	k/n ou n/k ?
1597	E	Qu’est ce qu’il me raconte, 4
1598	J	k/n
1599	E	4/n pas k

1600	J	4/n oui, euh, par disjonction de cas moi je ferais
1601	E	C'est ce que Arthur avait dis, mais quel cas
1602	J	Et après
1603	Ar	On a essayé de
1604	J	Après pour tous les entiers, après il faudrait faire pour 4/n entier pour 4/n euh etc etc
1605	E	Mais tu n'as pas fini, avec tous les nombres premiers, tu vas manger déjà
1606	J	Non non mais pour entiers, relatifs, rationnels, irrationnels
1607	Ar	Mais je dis quoi sur le raisonnement par récurrence qu'on a fait ?
1608	E	Attends, 30 secondes, 30 secondes
1609	J	Tu vois ce que je veux dire, comme ça c'est peut être pas mal
1610	E	Merde
1611	Ar	Hein
1612	E	*Inaudible.* Mais c'est chacun sa merde (*s'adresse à un autre groupe*)
Episode 38		
1613	Ar	Je dis quoi sur le raisonnement par récurrence là ?
1614	E	Ben que Julien a tenté une expérience qui n'a aboutie à rien
1615	Ar	Je dis que ça sert à rien, qu'on a essayé de faire un raisonnement par récurrence
1616	Al	Qui est juste mais l'hypothèse est fausse (rires)
1617	Ar	Et je mets quoi ?
1618	J	Hein ?
1619	Ar	Juste mais l'hypothèse est fausse, je mets quoi ?
1620	J	Non non qui est juste mais
1621	E	A condition
1622	J	Faudra qu'on le dise parce que je ne sais même pas si elle est juste
1623	E	Si si c'est juste
1624	Al	Mais hypothèse qui reste hypothèse
1625	Ar	Raisonnement par récurrence non concluant
1626	E	Juste mais en introduisant une hypothèse fausse. Voilà
1627	J	Non non non non
1628	Al	On ne sait pas prouver
1629	J	C'est dans l'hérédité, sauf que dans l'hérédité je fais du cas par cas
1630	E	Tu fais pas du cas par cas
1631	Al	Ben oui mais ce n'est pas bon du tout, c'est pas bon du tout
1632	J	Ben si, je fais si k divise ça
1633	E	Mais ce n'est que un cas, ce n'est pas du cas par cas
1634	Al	Dire que, ce n'est pas bon du tout, si tu fais du cas par cas, ce n'est pas un raisonnement par récurrence
1635	J	Sauf si tu arrives à faire tous les cas
1636	E	Oui si tu arrives à introduire tous les cas dans un raisonnement par récurrence
1637	J	C'est ce que tu disais, si k divise ça et si k ne le dive pas
1638	Al	Ouais mais euh
1639	Ar	Ça c'est du caca ça
1640	Al	Mais à mon avis, non, parce ça doit marcher sous certaines conditions et ça ne doit pas marcher sous d'autres, ça ne doit pas marcher sous d'autres, c'est pour ça que ça ne marche pas la récurrence
1641	Ar	Donc je mets quoi sur le raisonnement par récurrence ? On a essayé de faire un raisonnement par récurrence, non concluant, non ? aucun résultat
1642	Al	Ouais, positifs
1643	J	Si ce n'est que Pn est vrai si k divise a,b et c
1644	Ar	Je mets ça ?
1645	J	Bah
1646	Ar	Récurrence
1647	J	Qui montre que à partir du moment où on trouve un cas de figure où n est un multiple, non n divise a, n divise b, n divise c alors on peut trouver pour tous les n entiers naturels

		supérieurs à ce n là
1648	Ar	Tu ne veux pas le marquer ? pour le raisonnement par récurrence ça peut être toi quand même parce que
1649	J 1:30:37	Ouais ouais ouais. On a essayé de faire un raisonnement par récurrence, alors
Episode 39 - 39a		
1650	E	Tiens j'ai trouvé celui pour 6
1651	Ar	Ah ouais ?
1652	E	Arthur, pour n égal 6 : 4, 4, 6
1653	Ar	6, n est égal à 6, ça fait, 4, 4, 6
1654	E 1'31''17	Ben ça doit être facile, ça fait 2, 2, 3 ; 4, 4, 6
1655	Al	Bah oui, c'est multiplié par 2. 4, 4, 6 c'est multiplié par 2. Si n est multiplié par 2, les solutions aussi
1656	Ar	Non non parce que pour n est égal à 12 ça fait 9, 9, 9. Si on multiplie 6 par 2 ça fait pas 9, 9, 9
1657	E	Oui mais tu n'as pas multiplié par 2
1658	Ar	Ça fait, ça fait 8, 8, 12. Et 8, 8, 12 est ce que ça marche ?
1659	E	Hein ? 1/8 plus
1660	Al	Peut être que ça marche aussi
1661	Ar	Oui
1662	E	Et ce serait pour n égal à combien ?
1663	Ar	Pour n est égal à 12
1664	E	A 12, pour n est égal à 12
1665	Ar	Ouais pour n est égal à 12.
1666	E	Ça marche, 8, 8, 12 ça marche
1667	Ar	8, 8, 12 ça marche
1668	E	hum
1669	Ar	Ah, oh
1670	Ar	8, 8, 12, il suffit de multiplier par 2 les
1671	E	Mais c'est là qu'on peut essayer de tenter un raisonnement par récurrence là
1672	Ar	Ah mais oui, c'est logique, c'est logique parce que
1673	Al	Non
1674	Ar	Non, non ce n'est pas logique
1675	E	Donc après il y aurait 16 et tu dis que 16 ça ferait combien ? 4/16, 16 pour toi ça ferait combien ?
1676	Ar	Alors 16, ça doit faire
1677	Al	16, 16, 24
1678	Ar	Non, ça fait 8, 8 non, 16
1679	E	Mais change le déjà le 8, on en a trouvé un autre, le 8 là, change le
1680	Ar	On a trouvé combien ?
1681	E	Et ben 8, 8, 12, non ?
1682	Ar	Non c'était pour n est égal à 12
1683	E	Ah, n égal, ah donc mais mets aussi 8, 8, 12
1684	Ar	Les deux ? n est égal à 8 et
1685	E	Non non mais pour n égal 12, tu mets 8, 8, 12
1686	Ar	Ouais, 8, 8, 12
1687	E	Parce que si on, si on a trouvé un truc là. Donc pour 16, ça ferait combien ?
1688	Ar	Pour 16 ? non pour 18 plutôt
1689	E	Pour 18 ?
1690	Ar	Alors pour 18 ça fait, ça fait, 12, 12 non attends, il faut multiplier par 3, ça fait 12, 12, euh, 12, 12, 18. 12, 12, 18
1691	E	Et ça c'est pour ?

1692	Ar	n est égal à 18
1693	E	Ouais
1694	Ar	Pour les multiples de 4, non pour les multiples de, ouais
1695	E	Non non c'est 18, 18 c'est pas par 4 hein
1696	Ar	Ah bon ? j'ai dis 18 ?
1697	E	Ouais c'est 18 que ça marche
1698	Ar	Ah ben non pour les multiples de 6
1699	E	De 2
1700	Ar	Pour les multiples de 6
1701	E	Mais de 2 aussi, 8 il marche. 8 il marche aussi non ? Porte plainte là pour euh
1702	Al	Oui, je vais exploser la caméra
1703	E	Il va porter plainte pour utilisation de l'image
1704	P	Ben oui, si il se penche trop, on le voit, mais bon
1705	Al	Je suis comme ça moi
1706	E	Il veut gagner de l'argent. Pardon, alors fais voir pour 8 par rapport à 4 ou euh
1707	J	Mais non ça sert à rien ce que je mets là
1708	Ar	Attends pour 6, 8, 12, 24 ça marche, pour les multiples de 6 on peut trouver
1709	E	Ouais
1710	J	C'est toujours rationnels
1711	E	Mais pour les multiples de 4
1712	J	Je suis trop con moi
1713	Ar	8, 12 alors 16, alors attends, 4, 4
1714	E	Ben voilà là on a pour congru à 0 et pour congru à 2 modulo 4 là
1715	Ar	8, 16, 16 ça doit faire 12, 12, 12 non, je ne sais plus, non
1716	E	Si ça doit être ça parce que c'est 4/16, si, mais euh
1717	Ar	Donc pour les multiples de 4 et les multiples de 6 ça marche, c'est incroyable
Episode 39b		
1718	E 1:35:02	Est ce que ça nous permet de tous les trouver les pairs ? Ben non parce que 10, il est pair et on ne l'a pas
1719	Ar	Et ben oui
1720	E	Fais voir, attends moi je vais tout y réécrire là, n = 2 c'est 1, 2, n est égal à 4, 3, 3
1721	Ar	T'as fait des ratures de ouf sur notre feuille, le gros bœuf, ah le gros bœuf, t'as pas d'effaceur (rires)
1722	J	Si, je l'ai là
1723	Ar	Grosse feignasse
1724	E	Ils parlent tous de nombres premiers en attendant
Episode 39c		
1725		(rires)
1726	Al	Les nombres premiers n'existent pas, conclusion, au bout de 2h, pas bon
1727	Ar	Les nombres premiers n'existent pas
1728	Al	Oui il faut arrêter là parce qu'après c'est les maths n'existent pas (rires), maths et illusion. Regarde
1729	E	Et toi tu avais conjecturer quoi là ?
1730	Al	Je vais le faire passer d'une table à l'autre
1731	E	Hein ?
1732	Ar	Pour les multiples de 4 ça marche, pour les multiples de 6 ça marche
1733	E	Oui non mais fois 2 ou je ne sais pas trop quoi là
1734	Al	Oui qu'on multipliait par 2 mais bon ça, on l'a
1735	E	Ah oui
1736	Al	Si n est congru à 2 modulo 4
1737	Ar	Qu'est ce qu'il y a ?
1738	J	Je suis en train de me faire prendre en flag en train de
1739	Ar	De faire le con
1740	J	Oui, en train de faire des petites musiques

1741	E	Non si c’est bon
1742	Ar	Il y a un problème
1743	Al	Il n’est pas passé
1744	J	10€
1745	Ar	Non il n’est pas passé
1746	J	J’ai envie de chanter des chansons
1747	Al	Ben vas-y fais toi plais
1748	J	ouais
1749	Ar	n est égal à 14
1750	J	Tu vas me rendre mon bouchon toi ?
1751	Al	Ah c’est le tien ?
1752	J	Bah oui
1753	Al	J’ai cru que c’était celui d’Arthur c’est pour ça, à chaque fois, je lui renvoyais
1754	J	Ben non
1755	Ar	Heureusement que la table n’est pas collée hein (rires)
Episode 39d		
1756	E	Si c’est bon, j’ai trouvé moi le truc hein. Oh tu reprends par rapport à 2 et tu multiplies euh par rapport à
1757	Ar	Ah oui,
1758	E	Pourquoi est ce que j’ai fait ça moi d’ailleurs
1759	Ar	Pourquoi est ce que je fais ce que je suis en train de faire ?
1760	J	Ah, t’en demandes plusieurs des écoles d’ingé toi ?
1761	Ar	Oui
1762	J	Moi ce qui me balourde c’est que c’est 100€ à chaque fois tu sais
1763	E	Ça va ouais
1764	J	Je ne vais pas en demander 50
1765	E	Tu craches un peu là. Euh là ouais, regarde, en fait
1766	J	Les iut pareil
1767	E	Tu vois, là ça veut dire que, avec le plus grand, en fait, tu prends 2 tu vois ?
1768	Al	Non les iut c’est pas
1769	J	90
1770	Al	Ah bon?
1771	J	ouais
1772	Ar	ouais
1773	Al	Oh à Troyes c’est gratos hein
1774	E	Et euh 2 fois le truc, tu trouveras toujours le plus grand
1775	Al	Ben c’est au Creusot que c’est gratos
1776	J	Et au Creusot il y a quoi ?
1777	E	Tu vois ce que je veux dire ?
1778	Al	Il y a un iut au Creusot
1779	J	Ah oui
1780	E	Comme là 8, on peut changer ça, si on fait fois 4
1781	J	Ah oui, moi je te parle de l’ut pas de l’iut
1782	Al	aah
1783	E	1/4+1/4+1/8 ça fait, égal à 4/3
1784	J	Là on peut faire aussi
1785	Ar	Ouais change, mets pas les 6, 6, 6 ils ne sont pas bons là
1786	J 1:38:24	Ah lui il fait sa star, il parle en plein dans le micro(rires)
1787	Al	Devant la caméra en plus
1788	J	La star
1789	Al	Il a quelque chose d’important à dire. Vas-y Thuthur (rires)
1790	Ar	Ouais le gros DJ est là
1791	E	si c’est bon, tu vois ce que je veux dire

1792	Ar	Ouais ouais
1793	E	Ban c'est ça, ça te fait une bonne conjecture déjà
1794	Al	1, 2, 1, 2
1795	Ar	Ouais
1796	J	Ouais mais le problème en plus avec mon truc là c'est que, si c'est vrai, l'hypothèse est vraie à un rang mais elle n'existe pas au rang d'après
1797	Ar	Donc en fait pour tous les multiples de 2 ça marche en fait
Episode 40		
1798	J	L'hypothèse change selon le rang
1799	E	Ouais
1800	J	L'hypothèse change selon
1801	E	Oui c'est ça pour tous les nombres pairs
1802	Ar	Oui pour tous les nombres pairs ça marche
1803	Al	Moi je suis en train de démontrer avec 0 modulo 4 là mais euh, je n'y arrive pas, là je bloque
1804	J	Donc à ce compte là, il faudrait un double raisonnement par récurrence mais ça serait faux
1805	Al	Mais laisse tomber ça marche pas, non non
1806	J	Et puis ça ne marcherait pas
1807	Al	Non mais laisse tomber ton truc là
1808	J	Ouais ouais
1809	Al	Abandonne
1810	J	J'abandonne. T'as fait quoi de mon bouchon au fait
1811	Ar	Je ne sais pas où il est moi
1812	J	Derrière ta trousse. Merci
1813	E	Saloperie va
1814	Al	Ce n'est pas évident hein
1815	Ar	On a retenté
1816	J	Tous les documents sont autorisés ainsi que les calculatrices, oui
1817	E	La réponse d
1818	Ar	On a retenté de trouver
1819	E	Elle est dingue de faire ça un vendredi fin de semaine, s'il n'y a pas de craquage là regarde
1820	Ar	ouais
1821	J	ouais, c'est vrai
1822	Ar	Après quelques cas,
1823	J	Euh, c'est faux
1824	Ar	Ça marche, où ça marche, ça marche, comme au début
1825	E	Si voilà, et en fait
1826	Ar	Comme au début et on déduit
1827	E	Si pour, Attends
1828	Ar	L'hypothèse que ça marche pour tous les nombres pairs
Episode 41		
1829	E 1:40:42	En fait le truc, je pense que ça doit pouvoir être prouvé, en fait c'est euh, 4/n c'est égal à 1/(n/2) + 1/n + 1/n. Donc c'est égal en fait à
1830	Ar	Pour tout n
1831	E	à 2/n + 1/n + 1/n
1832	Ar	Pour tout n pair
1833	J	Moi ce que je me disais c'est que
1834	E	Donc attends
1835	J	T'as dis 4/n
1836	E 1:41:00	4/n est égal à 2/n + 1/n + 1/n
1837	J	Oui c'était un peu ça mais pas tout à fait
1838	E	En même temps c'est évident tu sais

1839	J	Donc 4/n t'as un nombre, c'est un nombre
1840	E	En même temps c'est évident non, regarde, (*il bafouille, inaudible*) même dénominateur
1841	J	Ben oui, oh j'ai fait un raisonnement, 4/n ça fait 2/n + 1/n + 1/n
1842	Al	Non mais attends, ce n'est pas forcement con parce que
1843	J	Moi ce que je pensais faire c'est
1844	E 1:41:26	Oui ce n'est pas con mais je disais en fait c'est évident, je veux dire et ça c'est la conjecture du truc, pour les nombres pairs, et ça il faudrait le prouver en fait
1845	J	Dis moi si c'est complètement encore absurde ou pas, avec ça t'essaie le plus possible de te rapprocher de ça
1846	E	Hum
1847	J	Et avec le dernier tu ajustes, tu vois un peu ce que je veux dire
1848	E	Avec le dernier tu, oula t'es un ouf-dingue un peu
1849	J	Ben si parce que les deux là tu dois pouvoir, ou alors un seul tu dois pouvoir l'exprimer
1850	E	C'est égal à 4/n. Non mais à mon avis avec le truc que j'ai, on pourrait faire un raisonnement par récurrence tu vois
1851	Al	Voilà
1852	Ar	(*s'adresse à un autre groupe*) Ça avance vous ?
1853	E	Ouais mais c'est ce que j'avais mis avant sauf que j'y ai mis sur euh
1854	Ar	Nous on a trouvé pour les nombres pairs ça marche normalement, on peut trouver pour tous les pairs non ?
1855	E	C'est plus simple d'y écrire comme ça. Je n'ai pas écrit celle là, j'ai mis directement celle là quoi
1856	Ar	Ah vous avez réussi à démontrer, c'est ce qu'on cherche à faire. Avec les congruences ? Avec les quoi ? (rires)
1857	Al	Voilà
1858	E	Oui mais c'est ce que je t'ai dis
1859	Al	Voilà
1860	Ar	Si ben nous on va faire comme ça
1861	E	*inaudible* d'un raisonnement par récurrence pour montrer ça ?
1862	J	Hein ?
1863	E	Un raisonnement par récurrence pour montrer ça ?
1864	Ar	Aah le but était si proche
1865	J	Je ne comprends pas là
1866	E	Un raisonnement par récurrence pour montrer ça
1867	Al	Qu'est ce qu'il y a ?
1868	Ar	Ben ils ont réussi à prouver que pour tous les nombres pairs ça marche. Qu'est ce qu'ils sont intelligents !
1869	J	Ben oui, pour les nombres pairs, ben nous aussi, pour les nombres pairs, ça marche aussi. Pour tout n pair, c'est tout con, avec ça, avec le truc d'Erwan là, en deux secondes, tu vois que si n est pair ça marche
1870	E	Pourquoi ?
1871	Al	Pourquoi ?
1872	E	Ben dis moi tout hein
1873	Al	Pourquoi ça marche si n est pair
1874	J	Alors si n est pair, donc t'as 1/n, 1/n ok et là si n est pair c'est 2n' donc c'est 1/n' et t'as 1/n', 1/n et 1/n
1875	E	Attends tu la refais là vite fait parce que
1876	Al	Ouais ouais
1877	E	2/n, c'est 2/n' ?
1878	J	Non 2/n c'est 1 sur, 2/n, si n est pair, c'est 1/2n'
1879	Al	Ouais ouais, ben oui oui, en disant que c'est pair,
1880	J	Donc c'est 1 sur
1881	Al	Ben regarde, tu utilises ça, tu utilise ça, si n est pair
1882	J	Ouais voilà, c'est ça

1883	Al	Si n est
1884	J	Si n est pair t’as ça et 1/n, 1/n
1885	Al	Et ben oui, ben voilà, on fait ça
1886	Al	C’est ce que j’ai trouvé tout à l’heure
1887	J	Ouais voilà
1888	Al	C’est tout donc
1889	J	Donc pour les nombres pairs, voilà, c’est bon on l’a démontré
1890	E	Vas-y ben démontre le au propre quand même
1891	Al	Et ben, parce que là regarde
1892	J	Et ben là tu en as pour deux lignes
1893	E	Et ben oui ben fais le
1894	Al	T’y as vu ou pas
1895	J	Ben passe moi la feuille
1896	Ar	Euh ouais vas-y montre moi
1897	Al	Regarde, t’as ça, t’es d’accord, ça, ça fait ça
1898	Ar	Oui, hum
1899	Al	Donc si, donc t’arrives, si, c’est exactement la même chose que ça, t’es d’accord, ça et ça, hein t’es d’accord ?
1900	J	(*il est en train de faire la production commune*)Ça marche pour tous les nombres
1901	Ar	De quoi ?
1902	Al	Ça et ça c’est la même chose
1903	J	Ah et puis après
1904	E	On peut essayer avec les nombres impairs aussi
1905	J	Non pour faire le nombre,
1906	E	Attends faut faire ça et puis
1907	Ar	Que 4/n c’est égal à ça ?
1908	Al	Hum
1909	Ar	non
1910	J	Pour faire le nombre pair différent
1911	Al	Ben si tu as celui là égal à ça donc tu divises celui par 2
1912	J	avec 2 puis tu termines avec le 3e, peut être que ça devrait marche
1913	Ar	Je divise celui par 2, ça fait, ouais
1914	Al	Et ben si n est pair, ça, et ben a, b, et c sont bien des nombres entiers donc ça marche
1915	J	(*il est en train de faire la production commune*)Pair, deux points, 4/n égal 2/n plus 1/n plus 1/n
1916	Al	Alors que si c’est impair, ça ne marche pas ce raisonnement
1917	Ar	Hum d’accord
1918	Al	Donc ça marche si c’est pair
1919	E	Ça y est nous aussi on a trouvé, du coup
1920	Al	Non non dis lui pas, en fait c’est un bluff (rires), ils n’ont pas trouvé
1921	E	Ah oui
1922	J	(*il est en train de faire la production commune*)Si n est congru à 0 modulo 2 alors 2/n = 2/2n’ avec n’
Episode 42		
1923	Ar	Bon ben maintenant il ne nous manque plus que les impairs, ce n’est pas beaucoup
1924	E	oui
1925	Ar	On en a enlevé la moitié
1926	Al	Reste plus que l’infini
1927	Ar	Il reste plus que la moitié de l’infini
1928	Al	Non l’infini
1929	E	Oui, la moitié de l’infini, c’est l’infini
1930	Al	Et ouais
1931	Ar	Ça dépend
1932	E	Toi, toi qui est bon en philo, t’es un peu faible là dessus je trouve

1933	Al	Tu ne connais pas la géométrie, l'arithmétique de l'infini ?
1934	Ar 1:45:28	Mais si, si si, mais c'est pour vous faire chier que je
1935	Al	C'est vachement simple, si c'est vrai, infini au carré, c'est l'infini, l'infini divisé par 2 c'est l'infini, l'infini + l'infini, c'est l'infini, l'infini mois l'infini c'est l'infini
1936	E	Ah par sûr
1937	Al	Si si si
1938	E	l'infini moins l'infini ? non c'est
1939	Ar	Non non non l'infini moins l'infini c'est forme indéterminée gros con (rires)
1940	E	Ah
1941	Ar	Ah c'est tout con, ah tiens, espèce de pauvre type tiens
1942	E	Ça dépend si c'est un gros infini ou pas
1943	Al	Ça dépend de quel infini on parle
1944	Ar	Hein ?
1945	E	Bon Arthur tu arrêtes de dire des bêtises hein
1946	Al	En plus ça ne fait pas beaucoup infini
1947	E	Hein, oui, deux finis c'est plus
1948	J 1:46:12	T'as infiniment plus grand de toutes façons, bon d'accord c'est nul
1949		(rires)
1950	Ar	C'est n'imp'
Episode 43 - 43a		
1951	Al	Bon avec les nombres impairs, même raisonnement
1952	J	Non mais avec les nombres impairs
1953	Ar	Héhé, de même, même raisonnement (rires)
1954	Al	De même pour les nombres impairs. Voilà c'est bon
1955	E	Merci, au revoir
1956	J	*inaudible* avec n impair
1957	E	Attends j'ai peut être un truc, je rajouterai, ah ben non, c'est
1958	J	Non, égal 3 sur, est congru à 1 modulo 2, 3/n + 1/n, merde il en faut trois
1959	Al	Ben oui. Non mais ça ne doit pas marcher avec les impairs
1960	E	Sinon tout le monde aurait trouvé je pense
1961	Al	Et ben c'est là qu'il faut peut être faire un truc par l'absurde, il y a peut être moyen
1962	J	Par récurrence tu veux dire,
1963	Al	Non par l'absurde
1964	J	non par l'absurde ?
1965	Al	oui
1966	E	Oui mais après une fois que
1967	J	pour montrer quoi, que c'est vrai ?
1968	Al	Que c'est faux
1969	E	Je ne vois pas ce que tu as fait là. Pourquoi tu as réécris ça là après ? Ah d'accord, oui. Ok d'accord
1970	J	Attends 1/a + 1/b ça fait
Episode 43b		
1971	E	Oh t'as bloqué mon prénom là, tu as mis un w à trois vagues (rires)
1972	J	Mais non c'est un r la première vague
1973	Al	Et moi il y a un s à Alexis hein
1974	Ar	Ohoh, la première vague c'est un r
1975	E	Oh cette insulte là
1976	Al	Non non je veux la même couleur là
1977	J	Attendez 1/a + 1/b + 1/c égal
1978	Ar	Il avait écrit avec deux n au début hein Erwan
1979	E	Hein ? c'est vrai oui
1980	Ar	Je l'ai effacé
1981	E	Attends *inaudible*

1982	J	Egal, égal quoi ? bc
1983	ML	Vous pensez bien à faire la, votre production, pensez à la, à la terminer, à noter bien tout ce que vous avez fait
1984	E	Elle va faire un copier-coller tu vas voir hein
1985	?	Corrigez mon prénom là
1986	J	4/n
1987	Al	Tu es trop téméraire
1988	Ar	Bon
1989	J	½
Episode 43c		
1990	Al	Oh merde, dans ce sens là il était. Oh ça va loin, non mais par l'absurde, tu ne crois pas qu'il y a moyen ?
1991	J	De montrer que c'est faux ?
1992	Al	Oui
1993	J	Si c'est faux
1994	Al	Avec les nombres impairs, avec les nombres impairs, par l'absurde
1995	J	Ah ouais, d'accord, de dire que c'est possible et arriver à une
1996	Al	Et arriver à une contradiction
1997	J	Ah oui c'est bien possible oui. Ouais mais on a montré que c'était vrai pour 3 et 3 est impair donc pour arriver à trouver la, pour arriver à trouver la contradiction
1998	Ar	Oui
1999	J	Tu ne pourras pas, tu ne pourras pas montrer la contradiction
2000	Al	Oui mais, tu pourras peut être, peut être
2001	E	Je ne sais pas il faut essayer peut être aussi
2002	Al	Peut être pour que ça marche pour quelques impairs mais peut être que pour la majorité ça ne marche pas, je ne sais pas
Episode 43d		
2003	E	Oh là elle va manger quand elle va voir mon brouillon, tu sais c'est un peu
2004	J	De quoi ?
2005	Ar	C'est un peu brouillon hein
2006	E	Il n'y a pas de sens, tu sais, il n'y a pas de sens
2007	J	Parce qu'on leur rend les brouillons aussi ?
2008	E	Ouais ouais. Hahaha
2009	J	Ça va il n'est pas trop brouillon le mien, il y a juste les petits délires de Jessica derrière
2010	E	Ah tu sais moi c'est le brouillon de physique de ce matin donc
2011	Ar	T'as qu'à découper la feuille, tu peux couper la feuille
2012	J	Ben non
2013	Ar	Haha, t'as qu'à mettre du blanc
2014	J	Espèce de goul
2015	Al	Moi je vais essayer de *inaudible*
2016	J	Espèce de gougoul
2017	Ar	Ah les ss
2018	Al	Non c'est les, c'est le village du brouillard
Episode 43e		
2019	J	Là je suis sûr par l'absurde, il y a moyen
2020	Al	Par l'absurde, je pense
2021	J	De montrer que
2022	Ar	Qu'est ce qui se passe ?
2023	E 1:50:09	Par l'absurde, passons par l'absurde
2024	Al	Vas-y, tu fais un raisonnement toi, ça nous donnera notre raisonnement par l'absurde
2025	E	Je peux avoir ta feuille de brouillon ?
2026	Ar	2 est égal à 3
2027	Al	Non non commence d'une hypothèse vraie (rires). Attends on va commencer

2028	Ar	Si 4*5 est égal à 20
2029	E	Oh on part de quoi, on part d'une hypothèse vraie ?
2030	Al	Alors 2*2 est égal à 5
2031	E	Ou d'une hypothèse fausse ?
2032	J	Ben d'une hypothèse supposée vraie
2033	E	Supposée vraie
2034	J	Ben comment tu veux dire, une hypothèse fausse, vraie pour montrer qu'elle est fausse, euh
2035	E	Non mais
2036	Ar	Faux donc l'hypothèse
2037	Al	Donc c'est faux pour les nombres impairs
2038	Ar	Donc l'hypothèse
2039	Al	Est fausse
2040	Ar	Est fausse (rires)
2041	E	Vas-y envoie moi le, hein ?
2042	Al	Poum (rires)
2043	E	C'est vrai ?
2044	J	Sur 2n égal 3, alors 2n plus 3
2045	E	Donc on part des impairs et on dit qu'ils divisent ou pas ?
2046	Ar	Raisonnement par l'absurde ?
2047	E	Oui, moi je le sens très bien l'absurde, depuis qu'on en parle là. Par l'absurde
Episode 43f		
2048	J	Et là on veut des 1 partout, donc là déjà c'est possible, 1/n, ça c'est impair
2049	Al	Pourquoi tu utilises 2n, c'est 3n pour les impairs
2050	J	Non non parce que ça c'est 4n multiplier par euh, c'est 4n ça mais avec 4n tu ne peux pas le mettre en trois trucs
2051	Al	Ben si, comme on a fait
2052	J	Ouais mais ça ne va pas bien, là ça va bien, parce que tu as des impairs au dessus et puis là t'auras des trucs congru à 1 modulo 2 aussi
2053	Al	Mais alors en fait, ça marche ?
2054	J	Comment ça ça marche ?
2055	Al	Ben regarde, si n est impair, ça sera divisible par 3
2056	J	Ah bon ?
2057	Al	Ben oui
2058	E	Pas forcement, 7 il est impair et il n'est pas divisible par 3
2059	Al	Oui
2060	E	Enfin je ne crois pas
2061	J	Fatigué
2062	Al	Oulà
2063	Ar 1:52:27	Ouh, ça a l'air d'avancer
2064	Al	Ouh c'est dur
2065	J	Je pensais qu'on allait retomber sur un truc comme ça mais non en fait pas forcément
Episode 44 - 44a		
2066	Al	Eh ben si n est divisible par 3 ça marche mais si n n'est pas divisible par 3 ça ne marche pas
2067	J	A ce compte là il faut faire tous les nombres premiers
2068	Al	Non
2069	J	Pour montrer que c'est vrai pour tous les impairs, il faut montrer que c'est vrai pour tous les nombres premiers
2070	Al	Non
2071	Ar	Il y a une infinité de nombres
2072	Al	Non je n'ai pas dit
2073	J	Ça va être un peu dur hein (rires)
2074	Al	Que c'était vrai pour tous les impairs, j'ai dit que ça marchait que pour les nombres divisibles par 3

2075	E	Je m’en fout j’ai trouvé la solution pour les nombres premiers
2076	Ar	Non je propose qu’on fasse par 2, par 3, pour les multiples de 3 ça marche,
2077	E	Ah ouais
2078	Ar	multiples de 5, ensuite
2079	E	Multiples de 1252
2080	Al	Donc là on a encore pour tous les multiples de 3 ça marche
2081	Ar	Puis les multiples de 31, 33
2082	J	Putain, t’es la masse Alex, t’as trouvé le bon truc là
2083	Al	Ouais
2084	Ar	Ouais, je sais (rires)
2085	Ar	Qu’est ce qu’il a fait, il a trouvé le bon truc avec ses
2086	J	Oui oui oui
2087	Ar	Non arrête
2088	J	C’est bon. Si ben si parce que regarde, après ça tu le multiplies encore par 2
2089	Al	Oh il fait beau hein (rires)
2090	J	Là, eu lieu d’avoir euh, il faut que ça, il faut que, il faut avoir du 4 au-dessus
2091	Ar	Ça on me l’a jamais dit de ma vie, ça
2092	J	Pour avoir du 4, du 4, du 4 on voudrait du 9, comment on pourrait avoir du 9 avec du 4
2093	Al	Je ne comprends pas pourquoi tu essaies de changer, là c’est bien clair, le n, si n est divisible par 3 ça marche
2094	J	Oui je suis d’accord
2095	Al	Eh ben donc déjà tu mets ça, déjà tu fais ça
2096	J	Ouais d’accord
2097	Al	Et après on essayera avec
2098	J	Donc c’est vrai, c’est possible avec tous les n qui sont divisibles par 3
2099	Al	Voilà
2100	J	Ok
Episode 44b		
2101	E	N’oublie pas que ce sont des fractions égyptiennes hein
2102	J	Elle est où la feuille ?
2103	Ar	Essaye d’écrire en égyptien
2104	Al	Donc on a les ¾, les ¾ de l’infini
2105	Ar	Et si on écrivait en chiffres romains ?
2106	Al	Ouais c’est plus simple je crois (rires)
2107	E	Oui parce que les bâtons ils se simplifient après
2108	Al	Ouais
2109	E	Parce que 3 il devient divisible par 2
2110	Al	Ouais mais non là c’est trop facile, on va y faire en base 60 parce que là
2111		(rires)
2112	Ar	En quelles base, précisez quelle base
2113	E	Ah ouais tu imagines
2114	Ar	Précisez la base
2115	Al	C’est ce que je voulais démontré tous, une sacrée base
2116	Ar 1:54:52	De quoi est ce qu’ils parlent ? ils parlent de quoi ? ils parlent de quoi ? oui mais de quoi ? ah ouais
Episode 44c		
2117	J	Est ce que c’est possible de faire tous les nombres au dessus, là, d’avoir du 4 au-dessus
2118	E	Ah oui
2119	Al	Non mais on s’en fout on y a prouvé quand c’était pair, on s’en fout d’avoir 4, ce qu’il faut essayer c’est avec 5
2120	J	Avec 5 donc attends
2121	E	Oui mais avec 5 et tu va faire quoi après, avec 7 ?
2122	Ar	Avec 7 après euh 11
2123	E	11, après 13

2124	J	Attends on veut du 5
2125	Al	Ouais mais après limite il suffit de dire, eh ben c'est là que tu fais ton raisonnement par l'absurde peut être, de dire que tu pars du principe que ça marche avec tous les nombres qui sont divisibles, qui sont impairs et pas divisibles par 3
2126	Ar	Ah oui
2127	Al	Et tu vas peut être arriver à une contradiction, tu vas arriver que ce n'est pas possible en faisant 2, 3 manip' je ne sais pas
2128	Ar	Bon alors il est où ton raisonnement de mamasse là ? que tu as dit que Alexis c'est la mamasse. Il est où le résultat ?
2129	Al	Il s'est trompé
2130	Ar	Tu t'es trompé
2131	Al	Non, il s'est trompé
2132	J	Non non, non non
Episode 44d		
2133	Al	En fait avec les nombres divisibles par 3 ça marche, on y a prouvé hein
2134	Ar	Ah bon ?
2135	J	Ouais mais c'est chaud à faire
2136	Ar	C'est génial
2137	Al	Ben regarde, ben si c'est bien
2138	Ar	Ouais c'est déjà pas mal
2139	Al	Parce que regarde, t'es d'accord que ça fait ça
2140	J	Attends 5 divisé par 7
2141	E	Pourquoi ?
2142	Ar	Euh
2143	Al	Ça c'est 2n, 2/2n donc pour tout n ça marche, vu que tu divises par 2
2144	E	Ouais
2145	Al	Après là si c'est, si c'est divisible par 3 et ben ça marche, vu que tu pourras diviser par 3, ça fera 1 sur 2 fois k
2146	J	Avec 5, on pourra peut être montrer que ce n'est pas possible, ouais t'avais raison tout à l'heure. Avec 5 on pourra peut être montrer que ce n'est pas possible
2147	Ar	Avec tous les multiples de 3 ça marche ?
2148	Al	Ouais
2149	J	Parce que
Episode 44e		
2150	Al	Donc en fait, là il faudrait prouver que ça ne marche pas pour tous les nombres, tous les multiples, tous les impairs qui ne sont pas divisibles par 3 donc tous les chiffres premiers
2151	J	12 sur 3n
2152	E	Bah tu ne peux pas, en plus il n'y a pas
2153	Ar	Marque le que les, les
2154	P 1:57:48	Vous pensez bien à finir de rédiger votre fiche, votre feuille. Sur vos différents brouillons, mettez aussi vos initiales et un ordre 1, 2, 3, 4 si vous avez plusieurs feuilles.
2155	J	12 sur 3n égal 5 sur 3n plus 5/3n plus sur 3n,là ça marche, non ?
2156	Al	Non ça ne marche pas, ce n'est pas possible
2157	Ar	Haha vous mettez un ordre pour vos feuilles il dit (rires) 1, 2, 3, euh on va rester à 1 je pense. C'est quand qu'on nous dit la solution là ?
2158	Al	De ?
2159	E	Et mais je suis sûr en plus c'est tout con, c'est énorme quoi
2160	Ar	Ouais ouais c'est tout con. Ils vont être deg quand on va
2161	E	Ça va ouais
2162	Ar	Tu vois, dans 1/2h on aura envie d'être à maintenant pour pourvoir trouver la solution, tu sais tu te dis ça mais là maintenant, non tu ne trouve pas
2163	Al	Tu as expliqué là pour les nombres divisibles par 3 ?
2164	J	Euh oui
2165	Al	Tu as expliqué à l'arrache

2166	E	A l'ancienne hein quand même
2167	J	Bah hé, tu vois bien que si n est divisible par 3, ça te fais du 1 sur un nombre
2168	Al	Non mais moi je suis d'accord mais si on a la réponse, autant y prouver bien quoi. Donc si t'estimes qu'on l'a bien prouvé ben c'est bon
Episode 44f		
2169	E	Mais pourquoi tu as eu l'idée de mettre 8/2n ?
2170	J	1 sur 2a plus
2171	Ar	8 sur 2n c'est 4/n
2172	E	Oui mais pourquoi il mets 8 sur 2n
2173	Al	Pour avoir des 3, des 3 et des 2
2174	E	Ah ouais
2175	Al	Pour chercher les nombres impairs donc tu as des 3 comme ça
2176	J	*inaudible*
2177	Ar	Pour les multiples de 3 ça marche
2178	J	3*5, 15, ouais ouais
2179	Ar	Ah ouais, elle est bonne celle là, elle est bonne
2180	J	Pour 5 a priori on peut montrer que ça ne marche pas ? pour n multiple de 5, parce que regarde 12/3n, c'est égal à ça
2181	E	Ah mais toi aussi tu le fais
2182	J	Parce que regarde, là il faudrait que n soit un multiple de 5
2183	E	Ouais
2184	J	Si n est un multiple de 5, ça c'est pas possible, tu ne peux pas l'écrire 1 sur quelque chose
2185	E	Oui mais peut être il y a une autre forme
2186	Al	Oui mais regarde
2187	J	Et ben je ne suis pas sûr
2188	Al 1:59:00	Mais là je suis d'accord pour là, là tu prouves que 5 ça ne marche pas mais il faut prouver avec 7, 11, tous les chiffres premiers en fait
2189	E	Ben ouais. Mais tu ne peux pas le faire
2190	J	Non non attends repose toi exactement la question qu'ils te disent
2191	P 1:59:36	Alors vous,
2192	J	Ce n'est pas possible pour tous ceux supérieur ou égal à 2
Episode 45		
2193	P	on va bientôt arrêter la séance, donc vous mettez, bien séparément, vous séparez votre production d'un côté et les brouillons de l'autre, qu'on sache bien quelle est la production et quel est, ce qui est un brouillon. Donc sur vos brouillons vous avez mis vos initiales
2194	Al	Hein ?
2195	J	Faut qu'on teste avec tous les nombres premiers ?
2196	Ar	Alors où est mon brouillon ? c'est ça mon brouillon ?
2197	J	Ouais
2198	Ar	Ce bordel, tiens
2199	Al	Moi j'ai travaillé sur le brouillon de Julien
2200	J	C'est forcement des 3n, égal
2201	Al	Non je suis d'accord mais là ça ne mène à rien
2202	E	Ben ouais parce que tu ne vas pas faire pour tous les nombres
2203	J	Je ne suis pas sûr
2204	Al	Moi je suis sûr
2205	Ar 2:00:00	Ouais
2206	J	3, 3, 6, 6
2207	Ar	12
2208	Al	Il est quelle heure ?
2209	Ar	16h50
Episode 46		

2210	J	Ça marche si n est pair
2211	Al	Oui ben ça on y a déjà prouvé (rires)
2212	J	Non mais pour le 5
2213	Al	Bah oui, si n est pair
2214	J	Donc on arrive à une contradiction donc c'est faux
2215	E	Pourquoi ?
2216	J	Parce que n doit être un multiple de 5 et n doit être pair, ah donc non, on a la moitié
2217	E	Bah si parce que 10, 10 c'est un multiple
2218	J	Donc on a la moitié donc
2219	Al	donc ça prouve que 5 ça ne marche pas, mais ça on s'en fout
2220	J	Mais pourquoi ça dit que 5 ça ne marche pas
2221	E	Même pas parce que 10, c'est un multiple de 5, c'est un multiple de 2
2222	J	Voilà. Donc ça marche
2223	Al	Oui mais c'est un nombre pair 10, donc on s'en fout qu'il soit multiple de 5
2224	E	Ah oui
2225	Ar	Ah oui
2226	Al	C'est le, dès qu'il est pair il marche
2227	E	Donc là ça marche ?
2228	Al	Non non, c'est un autre raisonnement qu'il faut faire, parce que
2229	E	Non ça prouve que attends
2230	Al	Parce que 5 t'as prouvé que ça ne marchait pas avec les multiples, les 5, ceux qui n'étaient pas pairs et multiples de 5, t'es d'accord ?
2231	J	Ouais
2232	Al	Et pas multiples de 3 non plus. T'es d'accord
2233	J	hum
2234	Al	Mais là t'es vachement avancé, parce que là, en fait il faut y faire avec tous les chiffres premiers maintenant
2235	J	Pourquoi, tu ne réponds pas à la question
2236	Al	Parc que, eh ben
2237	J	Peut on trouver, 3 entiers naturels tels que, pas tout le temps
2238	Al	Ben oui mais ça on y a prouvé dès le début
2239	J	Ah tu veux dire, dans quelles conditions machin ?
2240	Al	Bon oui parce que ça on y a prouvé dès le début avec 1 et 0 que ça ne marchait pas tout le temps. C'est pour ça on cherchait là, il fallait pas s'arrêter là
Fin épisode 46		
2241	Ar	Ce n'est pas évident hein ? (rires)
2242	P	De quoi qui n'est pas évident ?
2243	Ar	De démontrer, enfin de, trouver
2244	P	Euh, les brouillons, c'est ton brouillon là Julien
2245	J	Ah oui, moi j'ai plein de brouillon là
2246	P	Et donc on va mettre
2247	J	Ça, ça à l'air d'être au propre
2248	P	L'énoncé, il n'y a pas besoin, il y a des choses dessus, non il n'y a rien écrit dessus
2249	J	non
2250	P	Voilà
2251	J	C'est quoi ça ?
2252	Ar	Ah le micro, il est en train de péter un cable là
2253	Al	On va-t-en ?
2254	P	Bien, allez, donc euh, pour ceux qui restent en aide, je vous laisse quand même 5/10 min de répit, et bon on se retrouvera ici pour l'aide, ce n'est pas la peine qu'on monte.
2255	ML	Bon, en tous cas, merci beaucoup pour votre attention, pour votre travail
2256	Ar	Moi je m'en vais, c'est une des rares fois
2257	E	Oh ça me saoule là
2258	Al	Moi j'adore les maths (rires)

Annexe 11 : Transcriptions de la recherche du groupe 2

Les échanges sont découpés en épisodes. Le début d'un épisode marque la fin du précédent.

L'écriture fractionnaire 1/*n* traduit la formulation « *un sur* ». Lorsque les élèves disent « *un divisé par* », nous l'écrirons en toutes lettres.
Le signe « * » est l'opérateur de la multiplication.
Le signe « ^ » est l'opérateur de la puissance.

Lorsque l'enregistrement n'a pas permis de retranscrire les paroles des élèves, nous le signifierons par « *inaudible* ».

N° ligne	**Intervenant Temps**	Texte
Episode 1		
1	P 0:00:00	Bien alors vous allez, alors vous m'écoutez bien, c'est une petite consigne avant de passer au travail de groupe, je vous demande, pour aider Marie-Line dans ses travaux de recherche, vous tirez un trait sur votre feuille, horizontal, pour qu'on sache ce que vous avez fait de façon individuelle, hein, que ça soit clair. Ensuite, vous mettez en haut à droite, le nombre 1 entouré parce que ça sera votre première feuille et à côté vous mettez vos initiales, qu'on ne se perde pas dans les feuilles. D'accord ? Donc vous avez tiré un trait, en haut à droite, vous avez mis le numéro 1 pour dire que c'est la première feuille et après vos initiales. Maintenant ça y est , vous pouvez passer au travail de groupe
2	F	Je suis déçu, j'avais trouvé un truc comme quoi les nombres premiers marchaient pas mais j'ai trouvé un truc qui marchait avec 7 donc euh je suis déçu
3	L	Mais tu es sur qu'en continuant comme ça tu n'arrives à rien ? là après tu peux mettre ça en facteur
4	F	Mais t'as résolu cette équation ?
5	L	Ben non
6	F	T'as résolu…
7	L	Ben justement je suis en train d'essayer
8	F	t'es con c'est ce que tu veux résoudre
9	L	Ben ouais
10	F	Tu vas obtenir exactement le même résultat que j'avais obtenu à la calculatrice
11	L	Ben oui bah et ?
12	F	Et t'as avancé le résultat ? Moi non
13	L	Je ne sais pas, je ne l'ai pas
14	F	On a le droit à des aides ou pas ?
15	ML	*Geste pour dire je ne sais pas*
16	L	Du coup je finis ma ligne
17	F	Ça ne sert à rien ce que tu fais là
18	L	Je m'en fous
19	F	Trace un trait
20	L	D'accord
Episode 2		
21	M	Comment tu fais pour trouver 4 ?
22	F	Pour trouver quoi ?
23	M	4
24	F	Comment ça 4 ?
25	M	4/1 ça fait 4
26	F	Non mais je n'ai pas trouvé pour 4
27	M	Ben ouais, c'est pas possible parce que 1 sur, le maximum ça sera forcement 1
28	F	Ouais mais euh…c'est faux alors. Moi j'ai dis pour 1 que ce n'était pas possible mais euh

29	M	Ah ouais mais non parce que là c'est des fractions
30	F	Non parce que a et b sont naturels
31	M	Ah ouais
32	F	Est ce que si on trouve un contre-exemple c'est bon?
33	ML	Euh oui
34	F	Ben pour 1 c'est pas possible
35	M	Pour n=1
36	ML	Ah oui, effectivement, pour n = 1 ce n'est pas possible mais ça ne justifie pas que …inaudible…donc il faut que t'aille plus loin, d'accord, je n'avais pas compris ce que tu me demandais
37	F	C'est pas possible pour tout entier naturel en tout cas
38	ML	Oui ça fait déjà un premier élément de réponse
Episode 3		
39	F	On suppose que c'est faux, on n'a qu'à dire ça de toutes façons
40	L	Tu sais quoi, je n'arrive pas à plier ma feuille
41	M	On fait ça alors comme théorie ?
42	F	Ben ouais
43	M	On parle de l'opposé?
44	F	On suppose que ce n'est pas possible pour 1, ça sera…on trouvera certainement d'autres nombres pour lesquels c'est pas possible. Mais là il n'y a rien de sûr aussi
45	L	T'es sur que ce n'est pas possible pour 1
46	M	Ben oui
47	F	Mais oui, réfléchis, 3 fractions ça ne peut pas être supérieur à 4…à 3, tu prends des entiers naturels en dessous
48	L	Ah ben oui
49	F	Alors bon vous avez compris…ben voilà, ça n'est pas possible pour n=1 donc
50	M	On dit que…il n'y aurait pas d'autres trucs impossibles
51	F	Ouais
52	F	Bon déjà on est sûr que tous les…tous les…comment ça s'appelle déjà ? les, les , les les
53	M	Pardon, les entiers naturels ?
54	F	Non tous les nombres premiers marchent euh , enfin que les nombres premiers ne sont pas un truc ..con, parce que pour 7 ça marche
Episode 4		
55	L	Faudrait déjà essayer de trouver…ben 3 aussi ça marche
56	M	Ça ne veut rien dire votre truc, on suppose que c'est
57	F	Oui ben 4/3
58	L	3, ah ben non en fait
59	F	Ben qu'est ce que tu en sais ?
60	L	Non mais pour euh…ouais mais non je pensais que c'était justement n =1 sur, j'avais oublié que c'était 4/n
61	F	Oui mais si ça se trouve ça marche 3
62	L	Oui ben oui peut être
63	F	Mais 7 j'ai vérifié ça marche. Je ne sais pas pourquoi *inaudible* fin…et…par contre 2 est ce que ça marche 2
64	L	Quoi ?
65	F	2 je ne suis pas sûr que ça marche ?
66	L	Ben 2
67	F	Si tu prends a, b, c différents ?
68	L	Ça fait 2 égal…ah ouais si c'est différent mais ils ne mettent pas si c'est différent
69	F	Ah ouais
70	M	mum
Episode 5		
71	F	Donc ça peut être euh…Si on divise par a
72	L	Ce qu'on peut faire déjà c'est retourné comme ça on a, n/4 = a + b + c

73	F	Ça ne marche pas comme ça
74	L	Pourquoi ?
75	F	Parce que ça ne marche pas, ça ne marche pas comme ça un inverse
76	L	T'es sûr
77	M	Ouais ça ne marche pas comme ça un inverse
78	L	Yeah j'ai tout faux
79	F	1/2 + 1/3 + 1/4 est pas égal à 2 + 3 + 4
80	L	humm
81	M	Non ce n'est pas ça qu'il dit
82	L	inaudible
83	F	Ce n'est pas l'inverse de 2 + 3 +4
84	M	ouais
85	F	C'est pas 1/7 quoi
86	L	T'es sûr qu'on peut pas y retourner comme ça?
87	F	1/2 + 1/3 + 1/4 l'inverse ce n'est pas 7
88	M	Non non on ne peut pas
89	L	Hum
90	F	Ben oui sinon euh….(rires) il est con ce garçon
91	L	J'ai tout faux à ce que j'ai fait tout seul
92		(Rires)
93	M	Non mais il faut reprendre les bases
94	L	Heureusement que je suis en terminale S
95	F	Ça il ne faut pas le dire
96	F	Sans aide, on ne peut rien faire là dessus
97	L	Héhé…*inaudible*…on remplace dans l'inverse de l'équation de départ…*inaudible*
98	F	Je me doutais bien que ce que tu étais en train de faire ça avait l'air bizarre *inaudible*
99	L	Oui mais justement, j'aurais pu arriver à quelque chose, justement
100	F	Un raisonnement faux prouve que c'est vrai donc c'est faux…(rires) Alors
101	L	Ah j'ai compris
102	F	Ouah…impressionnant
103	L	C'est vrai en plus
104	M	Est ce que tu sais qu'elle est en train de nous filmer ?
105	F	Heureusement qu'elle ne filme pas les meilleurs de la classe parce que sinon
106	M	T'as combien en maths ? 2 ? 2,5 ?
107	F	Pour l'instant c'est vous qui dites les conneries, ce n'est pas moi
108		(rires)
109	F	(rires) il se tait maintenant. Bon alors ?
110	F	Comment on peut trouver ça
Episode 6		
111	M	Tu sais il avait fait un truc..euh…on suppose qu'il n'y a pas de solution et on montre qu'on arrive à un résultat incohérent
112	F	Mais en fait il y a des solutions. Ce qu'on devrait faire en fait c'est partir de la solution et essayer de voir si tout n marche ou pas
113	L	C'est quoi la solution, comment tu la trouves
114	M	Ouais c'est quoi la solution (*il doit montrer qqchose*)
115	M	Ah ouais
116	L	ah ok
117	F	Tu l'as toi toujours ?
118	M	Non je l'ai effacé mais je peux le refaire
119	F	Tu peux la retaper ?
120	L	Vous voulez que je vous aide avec ma calculatrice ? Attendez, je vais jouer l'espion
121	F	Mais non mais on va *inaudible*
122	L	Ça a l'air brouillon ce qu'ils disent
123	L	Moi je ne sais pas ..*inaudible*

Episode 7		
124	F	n est égal à 4 fois a * b* c divisé par
125	M	a facteur de b + c
126	L	+ b * c
127	F	Et est ce que tout…sinon
128	L	C’est b * c là il s’est planté …ah non c’est b + c
129	F	Non c’est b + c
130	F	Je suis con parce que je , je l’avais trouvé en plus
131	M	Ouais moi aussi je l’avais refait
132	F	Et est ce que tout n peut vérifier ça ?
133	L	Ben faut chercher les valeurs interdites peut être…non ?
134	F	Hein ?
135	L	En cherchant, en essayant de trouver toutes les valeurs interdites déjà
136	F	Ouais il y a des valeurs interdites à a, b, c ouais…ouais mais on ne va pas les trouver comme ça
137	L	Ouais mais justement ça ne peut pas être sur 0, ben oui faudrait…avec une équation, il y a forcement, il y a peut être moyen d’en trouver quand même
138	F	Si ils sont naturels, ça veut dire qu’ils sont supérieurs à 0. Naturel c’est supérieur à 0
139	L	Ben ouais puis là il n’y a que des positifs
140	M	Ce n’est pas supérieur ou égal ?
141	F	Quoi ?
142	M	Ce n’est pas supérieur ou égal ?
143	F	Ben ça veut dire que déjà il faut…ouais mais naturel je crois c’est
144	L	Naturel c’est supérieur ou égal, si t’as
145	F	Donc déjà faut qu’ils soient différents de 0
146	L	Si t’as a =0 et b= 0 t’as une valeur interdite
147	F	On écrit aussi
148	M	Ouais allez
149	L	On écrit quoi ?
150	F/M	Différent de 0
151	L	Quoi ?
152	F	On écrit déjà que a, b,c sont différents de 0
153	L	On suppose quoi, on met ça
154	F	Ben non c’est sûr parce que regarde 1/1 c’est toujours possible ; donc ils sont tous différents de 0
155	F	Donc il n’y a pas de valeurs interdites
156	L	Voilà
157	M	Déjà ça c’est fait
Episode 8		
158	F	Alors maintenant il faut qu’on trouve les nombres qui vérifient l’équation, ce qui serait bien c’est si on rentrait l’écriture et qu’elle mettrait R sauf
159	F	Là là là, on a résolu…
160	M	R+
161	F	ce qui est bien c’est qu’on a une équation et 4 inconnues…dont 4 variables
162	L	Non on n’a qu’une variable
163	F	Non on en a 4, n est variable mais a, b, c sont variables
164	L	Non parce qu’ils sont en fonction…ouais non je ne sais pas
165	F	Ouais pour n fixé normalement , il y a, a,b,c fixés…quoique ce n’est même pas sûr
166	L	Pour n tu as au moins trois valeurs de a, trois valeurs de b et trois valeurs de c quand tu as une solution…Mais si
167	F	Oui ben forcement ils sont fixés
168	L	Ben voila
169	F	T’es con toi, il y a trois valeurs et trois nombres…et si ça se trouve tu peux avoir deux valeurs de a différentes

170	L	Ah ouais, je vois ce que tu veux dire
171	L	2 valeurs pour a et
Episode 9		
172	F	Et est ce qu'on peut…viens on essaie de trouver des nombres qui vérifient, si tu prends 4 par exemple, est ce que ça vérifie
173	L	n = 4 c'est ça ?
174	F	Ouais est ce que ça vérifie ou pas
175	L	Ça te fais 1 =
176	F	Ah oui il faut que a, b et c soient tous égaux
177	L	Tu prends 1, 1, 1, non 1, 1 non
178	M ?	4 c'est pas possible
179	F	Oui 4 c'est pas possible on a dit
180	L	Si si 4 c'est possible, ça fait 1/1, ça fait par exemple euh, je sais pas
181	F	Il faut que a, b, c soient égaux à 1. Ben non parce que…ouais non, ah putain c'est chaud comme équation à résoudre ça
182	L	Si tu, si t'as…ça fait 1 = 1/1 + 1/b + 1/c
183	F	Mais pars de l'équation
184	L	Quoi ?
185	F	Part de l'équation qu'on a
186	L	T'es sûr, je ne sais pas si ça va spécialement mieux
187	F	Tu prends n = 4 et puis voilà
188	L	J'ai un truc qui peut me donner les inconnus dans ma calculette, je vais essayer
189	M	Mais tu ne peux pas trouver ça
190	F	Héhé je trouve abc = a(bc) + bc à résoudre c'est
191	M	Egal 4 ?
192	F	Non. Je ne suis pas sur qu'on ait beaucoup de facilité à résoudre ce truc
193	F	Et il trafique sur sa calculatrice
194	L	Mouais tu parles je fais semblant
195	F	Quoi ?
196	M	Il fait semblant
197	F	Faut pas le dire
198	F	Mais comment tu veux résoudre ça aussi
199	L	Faudrait qu'on trouve 3 équations différentes
200	F	Pff tu peux lui demander à elle
201	F	Elle va vouloir me tuer la calculatrice quand je vais lui demander ça, résolve, ah ah il y a trop d'arguments
202	F	hum
Episode 10		
203	M	Elle m'aide pas vraiment.
204	F	4/7 ?
205	M	Ouais, si n = 7
206	F	Mais ça j'ai résolu déjà, ça fait..
207	M	T'as fait comment ?
208	F	On trouve
209	M	T'as fait comment ?
210	F	Ben au fealing
211	F	J'ai enlevé 1/3 et puis après j'ai regardé ce que je pouvais enlever
212	L	Tu dis que pour ça t'as trouvé un truc pour, t'as trouvé une valeur de n pour laquelle elle marche, l'équation ?
213	M/F	7
214	L	7
Episode 11		
215	L	Pour a = 0, ça marche pas, ça aurait été trop simple
216	M	Pourquoi a = 0 ?

217	L	Ben je sais pas, justement je pensais qu'en mettant
218	M	Mais x, y, z *inaudible*, tu ne vas pas mettre 3 variables
219	F	Et nous je ne suis pas sûr qu'on puisse résoudre une équation avec 3 variables hein
220	L	Ca aurait été un peu simple, je ne comprends pas comment elle marche la calculette là
221	F	Pff je ne comprends rien, c'est ça faudrait vérifier si tout n peut marcher
222	L	Fait voir la solution que je la recopie quand même
223	F	Ben 7 ça marche
224	L	Solution de l'équation, non mais euh…ça quoi, n =
225	M	4 abc
226	F	Divisé par a(b+c) + bc
227	F	Pff qu'est ce que tu veux faire avec ça, on ne sait même pas comment on peut avancer…tiens puis si on utilisait les complexes ?
228	L	utiliser quoi ?
229	F	Les complexes
230	M	T'es sûr que dans les entiers naturels il y a les complexes ?
231	F	Et pourquoi pas ?
232	L	Non parce que les complexes, c'est autour de R non ? c'est ça ? je ne sais pas quand tu fais les dessins là comme ça
233	F	Et R c'est plus grand que les entiers naturels
234	L	Ben ouais c'est pour ça, justement
235	F 0:17:34	Bon alors, je crois qu'on en est toujours au point de départ, je ne sais pas si elle te dit à toi mais l'équation…fais chier
Episode 12		
236	F	Donc si n = 4 déjà ça ne marche pas…a,b,c…euh
237	F	Bon alors
238	L	Faut chercher quoi ensuite
239	F	Pour 4 ça marche
240	L	Pour 4 ça marche, tu trouves comment ?
241	F	Ben oui 1/2, 1/3, 1/6
242	F	Enfin 1, 1 ça fait 1/2 + 1/3 + 1/6
243	L	Oui, 1/3 et 1/6, il y a peut être moyen de faire quelque chose puisque 1/6 c'est ½ fois 1/3, c'est peut être un hasard mais
244	F	C'est un hasard parce que 7 ça ne se multiplie pas…mais il y a toujours, euh, 7 c'est pareil il y a 1/3 et 1/6
245	L	1/3, 1/6 et 1/14
246	F	Hum
247	L	Et faudrait essayer avec une autre valeur
248	F	Et euh…si tu veux être fourbe, tu regardes que 14 ça fait 2 fois 7
249	L	Ouais
250	F	Et que 3 c'est 2 fois 6
251	L	Et puis1/2 c'était deux fois 1
252	F	Hein ?
253	L	Ah mais non mais non c'est 7 en fait, là t'as 4/7
254	F	Qu'est ce qu'il dit ?
255	L	Non mais parce que je pensais que, je pensais que c'était, t'avais pour le 1, t'as pris n = 1 ou, pour 1 ici ?
256	F	Euh pour 1 heu, le tout ?
257	L	Ouais parce que 1/2 le deux qu'il y a au dessous du demi, c'est deux fois 1 donc ça aurait pu être fourbe
258	F	C'est la moitié de 4…mais j'ai pris 4 en dessous là
259	L	Oui ben oui
260	F	c'est 2 fois 7 mais c'est la moitié de 4
261	L	Ouais non…(rires)
262	F	C'est con hein ?

Episode 13		
263	L 0:20:08	Ça dépend si c'est un nombre pair ou impair
264	M	oh
265	L	S'il est pair, impair, premier
266	F	4/5 , je vais enlever 1/10 pour voir si ça marche (rires), alors il reste 7/10. Si j'enlève 1/3 ça fait quoi ? ça fait 1/3 merde
267	L	Si tu enlèves 1/3 et 7/10 il reste 1/3 ?
268	F	ouais
269	F	Ah non, j'ai écrit 1/3 et forcément, 1/3 c'est égal à 1/3. Je recommence
270	M	11/30 il reste
271	F	Et toi tu le sais, quand je dis ça, toi tu dis ouais
272	L	Ouais mais peut être parce que non
273	F	7/10 ce n'est pas égal à 2/3
274	L	Mais justement c'était chaud à calculer
275	F	Euh…ça ne marche pas donc. Si j'enlève 1/4
276	L	Vas-y je vais essayer…pff, hein voilà quoi…mais pour résoudre, tu fais à partir de ça ?
277	M	1/5 il ne te reste plus qu'un demi…mais tu as déjà fait 1/5
278	F	Ouais, non, aah on a enlevé 1/5, 1/10 et 1/2
279	L	Mais pour résoudre, vous faites à partir de cette équation là ou de ça ?
280	M	Là
281	L	ça
282	F	Attends attends attends, 4/5
283	L	Elle a l'air simple
284	M	Hein ?
285	L	Pour n = 40
286	M	C'est cela ça oui
287	F	Mais qu'est ce qu'il fait lui…hein Lel, noon
288	L	Oui ?
289	F	Non mais attends, oh Lélien, Lélien
290	L	Oui
Episode 14		
291	F	Attends regarde, j'avais dit quoi là tout à l'heure qui marchait
292	M	4
293	F	1, 4/4 c'est égal à
294	M	1
295	F	1/2 + 1/3 + 1/6 c'est ça ?
296	L	Oui
297	M	Et euh, on commence par 4/2
298	F	Donc ce qu'il y a de con c'est que pour 5, ça fait 1/10 + 1/5 + 1/2 , à chaque fois il y a un truc des multiplications. 2*3 = 6, 2*5 = 10, j'en sais rien moi mais…non c'est vrai, regarde
299	L	Quoi ?
300	F	2*3 ça fait 6 et 2*5 ça fait 10
301	L	Essaye avec 4/6
302	F	Ça serait quoi votre logique ? maintenant essaye avec 4/2
303	L	Ben regarde quand tu fais
304	F	Quoi ?
305	M	Essaye avec 4/2, t'as déjà fait 4/3, 4/4, 4/5
306	F	4/3 on l'a fait ?
307	M	Non
308	F	Bon alors
309	M	4/2, on commence par le début, on sait que sur 1 ça ne marche pas
310	F	4/2 on va galérer alors que 4/6…
311	M	ben
312	F	Alors 4/6 si je le

313	L	Ben regarde là, 1/2 * 1/3 ça fait 1/6
314	F	Mais 4/6 - 1/3 ça va faire combien
315	L	Là 1/2 * 1/5 ça fait 1/10
316	M	Quoi ?
317	F	4/6 – 1/3 ça va faire combien ?
318	L/F	Ça fait 1/3
319	L	Et après c'est 1/3 + 1/6 + 1/6, ah ben non, 1/3 plus euh… ben oui il te reste 1/3, tu prends
320	F	Ça fait 1/3, 1/4, 1/12. C'est pas un petit peu bizarre ça pour vous ? non ?
321	M	Ça cache quelque chose moi je dis
322	F	Ça cache quelque chose
323	L	Par contre il faudrait trouver un rapport entre le 1/3 qui est le plus petit et le 1/2 là qui est le plus petit
324	F	Ben c'est la même chose hein
325	L	Ouais mais
Episode 15		
326	F	Pour celui là, pour les pairs ça marche hein
327	L	Pour les pairs quoi ?
328	F	Pour les pairs, tu divises par 2 et après tu prends celui au-dessus, on va essayer avec 4/8 attends, si je divise pas 2, ça fait 1/4 + 1/5 + 1/20. Tu vas voir que ça va être complètement faux
329	M	1/4 plus un quoi
330	L	Plus 1/5 plus 1/20
331	M	1/2
332	F	Ça fait 1/2 c'est con, eh ben oui, ça fait 4/8
333	M	Ben oui
334	F	ooh
335	M	J'ai pas compris, vous pouvez me
336	**L**	mais en fait ça il faut y démontrer
337	F	En fait regarde, si tu prends n'importe quel chiffre
338	M	Attends je vais écrire des trucs
339	L	Pair
340	F	si tu prends n'importe quel chiffre pair
341	L	Vas-y écrit, un chiffre pair, n'importe lequel
342	M	Un chiffre pair, n'importe lequel
343	F 0:24:21	Tu, tu fais euh…oh on a trouvé un truc, pour les chiffres pairs en fait, si on divise par 2, qu'on rajoute 1 et qu'on multiplie les 2, ça fait le bon truc
344	ML	Bon, faut le formuler, allez-y
345	F	Comment, par un phrase ? on ne va pas le démontrer ça parce que je pense qu'on y arrivera pas
346	ML	Oui vous le mettez par une phrase, par un langage mathématique, vous le mettez comme vous voulez
347	L	De toutes façons il faudra le démontrer après ça à mon avis
348	F	C'est vrai ou pas ?
349	ML	(geste je ne sais pas)
350	F	Ah là là, on a essayé pour un nombre au hasard ça a marché, je vais essayer pour 1/20, non pour 4/20
351	F	Wouahouh
352	M	He he tu m'expliques
353	L	Ouais donc là par exemple
354	F	Pas trop fort ils vont nous piquer nos idées (rires)
355	L	4/8
356	M	Ouais
357	L	Le 8 tu le divises, tu le divises par deux
358	M	Ouais

359	L	Ça donne
360	M	1/4
361	L	1/4, là tu rajoutes 1 à ça, ça donne 1/5
362	F	Oh là là, hé Lélien
363	L	Attends, attends, et là, et là tu raj.., tu multiplies les deux ensemble, ça donne 1/20 et ça ça marche
364	F	Ouais regarde Lélien
365	M	*inaudible*
366	L	Ça marche aussi
367	F	Ça marche pour 1/20
368	L	Ah ça a l'air d'être ça
Episode 16		
369	F	Ouais il y a des chances pour que ça marche, on va essayer pour ceux qui ne sont pas pairs maintenant
370	L	Et pour ceux qui ne sont pas pairs
371	F	Aaah, tu fais, regarde, tu multiplies par 2
372	L	Non mais non, regarde, t'as celui-là qui ressemble
373	F	Ben oui, ben oui
374	L	Ça c'est pareil
375	F	Ben oui, non mais, ben oui, attends
376	L	Tu multiplies par 2
377	F	Je sais
378	L	Attends tu multiplies par 2 et tu remets, tu mets le même
379	F	Je sais je sais
380	F	Attends, attends 1/7 c'est quoi, c'est 1/3 + 1/7, attends 2 secondes
381	L	Ah ouais mais
382	M	ouais si ça marche pour les pairs
383	F	Ben oui on le sait ça, Maxime
384	M	Je suis en retard c'est ça
385	L	4/7 il va
386	F	Ouais mais on s'en fout
387	F	Attends je vais regarder si ça marche bien
388	L	T'es sûr de ça ?
389	L	Et 6 et 3, c'est quoi le rapport ?
390	F	4/7, c'est ça
391	L	Et 6 et 3 c'est quoi le rapport ?
392	F	Alors 3/7…Quoi ?
393	L	C'est quoi le rapport entre 6 et 3 et 4/7. Parce que là encore pour 4/5 t'as un cinq
394	F	Oui mais là il y a un 14
395	L	Ouais, puis là t'as un 10 aussi
396	F	Oui, 4/5 = 1/2 + 1/5 donc déjà si on veut chercher, il y a un rapport de 3 là
397	M	Comment ça un rapport de 3 ?
398	F	Ben à chaque fois il y a 3
399	L	+ 3
400	F	Oui
401	L	Faudrait essayer avec 4/9
402	F	4/9 c'est 2/3 ?
403	L	Ouais
404	F	Non non c'est pas 2/3
405	L	Non non non c'est la racine carrée qui fait 2/3
406	F	Alors si j'enlève un
407	L	Mais si tu, si tu enlèves déjà par 1/18
408	F	Attends, si j'enlève 1/4
409	L	Commence déjà

410	F	Pour voir ce que ça donne
411	L	Pourquoi ? si tu commences par 1 sur
412	F	Parce que on a un 2, un trois, ah oui ben 1/18
413	L	Oui 1/18, il te restes quoi ?
414	F	Attendez, si j'enlève 1/4 merde, ça ne marche pas, ça fait 7/18 (*inaudible*) mais arrête euh, qu'est ce que tu nous fais
415	M	1/10, 1/5, 1/2
416	L	Ouais je vais le noter
417	F	Il y a peu de chances pour qu'on trouve quand même (s'adressant à un autre groupe qui lui dit que ça les rassure si lui ne trouve pas)
418	F	Il y a peu de chance pour qu'on trouve quand même…de rien
419	L	4/7 ça fait quoi, 1/3, attends 1/14 + 1/6 c'est ça ?
420	F	Si on fait moins 1/4 ça ne marche pas hein. Tiens, t'as vu si j'enlève moins 1/3 ça fait 1/18
Episode 17		
421	L	Moi je pourrais avoir un truc mais ce serait complètement farfelu. Quand tu regardes pour le 5, on a 5, on a 5 et, enfin, 1/5 et 1/2
422	F	ouais
423	L	Donc quand tu les ajoutes ça fait 7, quand tu regardes le 7, on a 6 et 3, quand tu les ajoutes ça fait 9
424	F	Attends, attends 2 secondes, excuse moi, euh
425	L	Regardes, toi au moins tu peux m'écouter
426		(rires)
427	L	Tu ajoutes les 2 là, ça fait 7
428	M	Ouais
429	L	Quand tu ajoutes ces deux là ça fait 9. Donc si ça se trouve en continuant, 4/9 ça fait, 1/18 plus…faut que ça fasse 11, tu rajoutes 1 à chaque forcement. 1/7 + 1/4
430	M	1/7 + 1/4
431	L	Essaye pour 4/9, 1/18 + 1/7 + 1/4
432	M/F	Ouais
433	M	Attends j'ai fait une faute
434	F	Et ouais
435	L	C'était pas ça
436	M	Attends, non ça ne fait pas ça
437	F	Mais Lélien, je l'avais essayé ça déjà
438	L	Ah oui oui oui
439	F	J'ai essayé en rajoutant 1/3 pour voir ce que ça donne mais ça ne marche pas
440	M	C'était quoi le le *inaudible*
441	L	T'es sûr qu'il est bon le 4/7 au moins ?
Episode 18		
442	F	Ben j'ai essayé d'enlever 1/4 ça n'a pas marché mais 4/7 oui ça marche. Mais tu vois le truc c'est que dans les deux là il y a …pour le 4/5 ça marche bien avec le 10 quoi mais pour le 4/9 euh…tu l'as écrit pour les nombres pairs alors ?
443	M	Euh ben non
444	F	Bah écris le
445	M	Ben je ne sais pas comment je vais le rédiger
446	L	Vas-y attends, je vais mettre
447	F	Ben c'est bon c'est une preuve
448	M	*Inaudible* en rédaction
449	F	En fait on passe d'un truc à l'autre c'est terrible
450	L 0:30:00	Pour n un nombre pair, il me faudrait un exemple par contre. 4/4 ça fait quoi ?
451	F	Quoi ?
452	L	4/4
453	F	Ben ça fait 1/2
454	L	1/2 plus

455	F	Euh attends comment ça fait déjà, +1/3, + 1/6, en plus je l'ai écrit il est devant moi
456	L	Le b en fait, c'est a + 1 c'est ça ?
457	F	Quoi ?
458	L	Le b c'est a + 1 c'est ça ?
459	F	ouais
460	L	C'est bon j'ai réussi en plus à mettre un petit de maths
461	F	Hein, attends, ça fait
Episode 19		
462	L	T'as trouvé pour 4/9
463	F	Pour 4/9 ça fait 1/4 + 1/6 + 1/36
464	M	humhm
465	L	1/36 + 1/6 + 1/4 c'est ça
466	F	Mum
467	L	Là ça n'a plus rien à voir
468	M	Ben si, 6*4=36
469	L	ouais
470		(rires)
471	F	4/9…attends…
472	F	Le problème c'est qu'on reste à 6, oh, c'est toujours un multiple de 9 le 36, déjà c'est pas mal non ? non ?
473	M	ouais
474	F	Le problème c'est que là j'ai 21 pour le 4/7, ça me va pas
475	L	T'as quoi pour le 4/7 ?
476	F	Parce que si tu regardes 5*2 ça fait 10
477	M	Ouais
478	F	Et 9*4 ça fait 36
479	M	Ouais mais il est pas, dans le 7 ça ne marche pas
480	F	Et si je fais 4/7 – 1/21 pour voir, ça donne 11/21 et si je fais 11/21
481	L	Ça fait 5/21 et 6/21 par exemple
482	F	C'est vraiment très *inaudible*
483	M	Il a dit quoi le monsieur ?
484	L	Non mais rien des conneries
485	F	J'ai enlevé 1/21 ? mais euh attends, euh pour que un truc sur 21 ça fasse divisible par 1 ça fait quoi
486	M	Mais il faudrait 1/3 aussi
487	L	T'as déjà 1/2 et après t'as 1/21
488	M	Ça marche pas ton truc là
489	F	Quoi ?
490	M	Ça marche pas
491	F	Ben attends
492	L	Ben non on ne peut pas mettre 1/2 puisque c'est 1/3
493	F	J'ai enlevé combien 1/4 c'est ça ? non, j'ai enlevé 1/21
494	L	Ouais je crois
495	L	Je vais essayer de chercher pour n = 13, non 25 c'est mon chiffre bien, je suis sûr que je vais y arriver
Episode 20		
496	M	Et genre il n'y aurait pas un truc spécial pour les impairs et un truc spécial pour les premiers ? Parce que 7 ce ne serait pas un premier ?
497	F	5 c'est premier
498	M	T'es sur ?
499	L	Ouais, 2 c'est premier aussi
500	F	Mais tu vois ...ou alors 7 il va se faire foutre
501	M	Tout marche sauf ça, ah ben si ça marche
502	M	Bon c'est quoi le suivant ?

503	L	11
504	F	Non mais 7 ça toujours été un nombre qui fait chier
505	L	Oh je suis né le 7 juin je te rappelle
506	F	hein c'est ce que je dis
507	F	4/11, alors si je prends 1/4 si j'enlève 1/5, ça fait 9/55
508	M	Il reste 8/55
509	F	Quoi ?
510	M	Il reste 8/55
511	F	Ouais ça ne marche pas
512	M	T'enlèves 1/55
513	F	Ça ne marche pas
514	L	C'est pourri
515	M	C'est pourri ton truc
516	F	Il était facile à trouver le lien entre les premiers. Pareil 11 il est premier aussi. Ah putain, 33 il est chiant aussi hein. Et…attends…je suis déçu parce que…pour le 7…il y a quoi
517	L	25 c'est trop grand comme nombre
518	L	4/11 tu l'as fait ou pas ? non t'es en train
519	F	Ben je vais essayer. T'es en train là ?
520	L	Ben 13 du coup
521	F	Je suis en train d'essayer de repenser au 9 là mais
522	L	4/9 t'as pas réussi non plus ?
523	F	Quoi ? mais si tu regardes
Episode 21		
524	L	Après il n'y a peut être pas de rapport, après les nombres pairs c'était peut être un coup de boules, essaye avec 132 comme nombre pair. Bon je vais essayer avec 132.
525	M	Moi j'ai essayé avec 252 ça marche
526	L	Ah, ah oui, 252 c'est c'est un carré de 2 donc euh c'est pas sûr que ça marche
527	F	C'est un carré de 2 ?
528	L	Ben il me semble
529	F	C'est pas un carré 252
530	L	Ah ben non, c'est 256, fin non c'est un multiple de
531	F	Ben forcement tous les nombres pairs
532	L	Non non mais ce n'est pas mais ce n'est pas ça, je croyais que c'était une puissance de 2 mais il ne me semble pas, 2*2*2*2*
533	F	Non non ce n'est pas une puissance de 2
534	L	Non c'est 256
535	F	Ça fait 6 racine de 7, 252, enfin racine carré de 252. Ben essaye de n'importe quoi mais bon
536	L	Je vais essayer
Episode 22		
537	M	J'ai trouvé un truc pour 4/15 mais bon
538	F/L	C'est quoi
539	M	1/5, 1/18 et 1/90
540	F	5*18 ça fait 90 ?
541	M	Non ça fait 75, non
542	F	5*18 ?
543	L	ça fait 90
544	F	Ben oui, je suis mauvais en calcul mental mais quand même
545	L	de quoi, 4/15 c'est ça ?
546	M	Ouais
547	F	1/5 + 1/18
548	M	Ouais
549	F	+1/90 ouais mais là ça ne va plus, c'est
550	L	C'est l'anarchie

551	F	Ils font chier eux
552	L	Oui mais ça c'est parce que c'est un nombre qui n'est pas premier, tu prends un multiple et tu divises par 3
553	F	Oui mais même 9, c'est pareil, 9 c'est pareil
554	L	Ouh regarde attends tu vas voir un truc très tendu encore, 15 tu le divises par 3 ça te donne 5
555	F	Ouais
556	L	Et les trucs qui est divisible, tu les ajoutes ça te donne 18 et après tu multiplies les deux ensemble et ça te donne 90
557	M	Mais 3 tu rajoutes quoi ?
558	F	Oui mais 4 tu le divises par 3 ça fait 3
559	L	Non mais tu ne divises pas forcement par 3, justement, faut trouver un nombre par lequel c'est divisible
560	F	4 pour donner, 9 pour donner 4 tu divises par rien du tout
561	L	9, t'as trouvé quelque chose pour 4/9
562	F	1/4 + 1/9 + 1/36
563	M	Et ben tu soustraits 3 à
564	L	Et bien ce coup ci faut, c'est 5 qu'il faut, il faut enlever 5
565	F	Et après les 5 que tu as enlevé, tu les rajoutes à a
566	L	voilà
567		(rires)
568	F	T'es vraiment trop con
569	L	On va avoir une loi au cas par cas
570		(rires)
571	F	La loi universelle au cas par cas
572	M	Pour je crois que je suis parti pour le 10
573	L	Essaie d'en trouver un autre avec le quinzième
574	M	Ah ben non pas avec le quinzième
Episode 23		
575	M	17 est premier ?
576	L	Quoi ?
577	M	17 est premier ?
578	L	Ouais, 21 ? non
579	F	Qu'est ce qu'il y a ?
580	L	Il me demande les nombres premiers
581	M	Chut
582		(rires)
583	F	Tu peux le faire avec ta calculette Maxime, tu sais ?
584	M	Ouais ouais je sais
585	L	Les nombres premiers c'est 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19
586	F	15 t'as oublié
587	L	Non
588	F	J'ai essayé de te fourber
589	L	23, 27, 29, ah non pas 27, 29
Episode 24		
590	F	Faut essayer de trouver des trucs qui sont en rapport, je ne sais pas moi. Il y a un rapport avec les nombres ou pas, 4 et 6
591	L	4 et 6 pour donner 36, par contre là c'est
592	F	Quoi
593	M	Eh ça marche encore pour 4/21
594	L	Attends 4/9 c'était 1/3
595	M	J'ai fait comme tu as dit
596	L	Plus
597	F	Pour 21$^{\text{ième}}$ ça fait quoi ?
598	M	1/7, 1/24 et 1/168

599	F	Oui mais ça ne fait pas ce qu'il a dit
600	M	Ben si, tu fais 21 divisé par 3, tu ajoutes les 3 ça fait
601	F	ça fait 24, ah ouais
602	L	C'était quoi ce que j'ai dit moi ?
603	M	21 tu divises pas 3
604	F	Essaie avec 17 c'est premier
605	M	Ben oui c'est pour ça
606	F	Ça marche pas pour 9 hein
607	M	Ben 9 il est premier, c'est bon
608	L	Ben non il n'est pas premier, j'y crois pas trop
609	F	Et attends même si on doit enlever tous les premiers, même les plus éminents
610	M	Non
Episode 25		
611	L	Ah on a déjà trouvé la moitié des nombres comment ça marche
612	L	(*s'adresse à un autre groupe*) la moitié des nombres on a trouvé comment ça marche
613	F	Hé hé. Et même jusqu'à 10000
614	M	Presque
615	F	On a trouvé un truc qui marchait pour les pairs
616	F	Et pour les impairs ça ne marche pas
617	M	Si pour les impairs pas premiers, hors 9
618		(rires)
619	L	Impairs pas premier, hors 9 et multiples de 3
620	F	Ha mais il y a peut être un truc avec les, ben non
621	L	Ou alors tu vas en avoir pour un moment avec *inaudible* on pose des axiomes de Bru(*inaudible*)
622	F	Non pour les multiples de 3
623	L	Hors 9
624	F	En tout cas ça ne marche pas
625	F	Et regarde avec 17 si ça marche
626	L	C'est pas un premier
627	F	Ah mais tu ne peux pas le diviser par 3, 17
628	M	Attends mais attends
629	L	Ben oui
630	F	Je suis trop con. Et 1/3 + 1/12 ça ne marche pas ?
631	L	Quoi ?
632	L	Moi je m'en fous je m'amuse bien
633	F	Oh les gens, Lélien, Lélien, Lélien
634	L	Quoi ?
635	F	1/3 + 1/12 + 1/36 ça fait 4/9
636	L	1/3 + 1/12 + 1/39 39^{ième} c'est ça ?
637	F	1/36
638	M	Ouais mais ça nous arrange pas 1/3 +
639	L	C'est pour ça
640	F	Si si 1/3 + 1/12 + 1/36 ça marche
641	M	Ah oui oui
642	F	Ça fait 4/9
643	M	Moi j'avais fait 3 + 9, 11, chut
644	L	1/3 +
645	F	Plus 1/12 + 1/36, c'est toi qui l'a dit ça. Et le problème c'est que ceux qui sont divisible par 3 ça
Episode 26		
646	L 0:42:53	Après on va faire tous ceux qui sont divisibles par 5 et puis on va faire etc
647	M	En fait c'est ça le but de la question là ou pas?
648	L	Tous les nombres premiers jusqu'à 100

649	F	Quoi ?
650	M	C'est ça le but de la question alors ou pas
651	L	Ben oui ben là on trouve des solutions
652	F	Est ce que pour tout n ça marche donc là on essaie pour trouver des groupes qui marchent
653	L	On trouve des solutions pour avoir une loi en fait
654	L	On a déjà éliminer la moitié des nombres
655	F	Déjà on a les 2/3
656	L	Quoi ?
657	F	On a les 2/3 des nombres. Ben si la moitié plus un tiers ça fait 2/3…et même plus
658	L	Pourquoi plus 1/3 ?
659	M	Ouais pourquoi plus 1/3 ?
660	F	Non ça fait les 2/3. Et ben on a un nombre sur deux avec ceux-là et un nombre sur trois avec ceux-là
661	L/M	ouais
662	L	Oui mais t'as un nombre sur 4
663	F	Sur 6
664	L	un nombre sur 2 des nombres sur 2 justement qui sont multiples de 3
665	M	Ce n'est pas ça la question
666	L	Enfin un nombre sur trois qui sont multiples de 2 qui sont multiples de 3
667	F	Oui ben on en a éliminer quelques uns déjà de ceux là. Ca en fait un peu plus
668	L	Un peu plus de la moitié
669	F	Ben même bien plus
670	L	Ben on a
671	L	Arthur, ne reste pas comme ça trop longtemps hein
672	F	Donc
673	L	Il s'en fout, il attends, on en a éliminer 1/2 + 1/6
Episode 27		
674	F	Donc, ben non j'allais dire théoriquement 1/12 ça marche
675	M	Ben c'est quoi le
676	F	Et 1/27 alors ça marcherait ? Ca fait 1/9 + 1/30
677	L	Pourquoi $30^{ième}$?
678	M	Ouais pourquoi $30^{ième}$?
679	F	Ben 27 + 3
680	M	Ah ouais
681	L	Ah oui
682	F	Hé les gars vous êtes euh, hein
683	L	1/270 c'est ça ?
684	F	Oui !
685	M	Ouais
686	M	1 divisé par 9
687	L	Ça ne marchera pas là
688	F	Tiens
689	M	Tiens dans tes dents
690	F	ça fait 4/27. On est déçu là, pourquoi ça marche ?
691	L	Après on met pour n multiple de 3 il semble que, c'est ça ?
692	F	Allez, c'est parti
693	L	Allez
694	M	Vas-y t'es parti toi
Episode 28 - 28a		
695	M	Bon après c'est quoi, les multiples de 5 ?
696	L	Multiples de 5 ouais
697	F 0:44 :43	Mais non on ne va pas s'amuser tu sais
698	L	Ben oui mais bon
699	M	Ben si on va voir si ça revient à peu près au même

700	F	Ben alors avec 15, 15 c’est divisible par 5. Pourquoi j’ai entendu *inaudible*
701	M	Ça ferait 1/3
702	F	Plus 1/20 + 1/60
703	L	Oh attends j’ai peut être un truc pour le tour d’après. b ça fait quoi ?
704	M	Non
705	F	Ah dommage. Ça fait 2/5 c’est un petit peu plus grand hein. Pour les multiple de 5 il faut trouver autre chose alors
706	M	Mais non attends
707	L	Bah ce qui semble
708	M	Mais ce n’est pas ça
Episode 28b		
709	L	Déjà dans les premières lois on a vu que, pour les nombres multiples de 2 c’était a = n/2, pour les multiples de 3 c’est a = n/3
710	F	Quoi ?
711	L	Donc si ça se trouve pour les multiples de 5 c’est a = n/5
712	F	Ah mais attends, qu’est ce qu’on a fait pour le deuxième là ?
713	L	Pour le deuxième quoi
714	F	Parce qu’on a fait n/2
715	L	Ouais
716	F	Fait voir attends, c’est quoi ta première. a=n/2, b=n/2 + 1
717	L	Humhum
718	F	Euh attends, ah je ne comprends rien ce qu’il y a d’écrit sur ton truc, 2 secondes
719	L	Pourquoi ?
720	F	Non mais attends, parce que 4/6, 1/3
721	L	Arthur, vous avez trouvé ? pour euh un peu plus de la moitié des nombres
722	F	Et ouais, on a fait l’infini divisé par 2 plus 1
723		(rires)
724	F	Mais on a un peu de mal avec les grands nombres, c’est. Oh Lélien, il y a toujours un rapport, euh, on multiplie les deux de la moitié là, tout le temps
725	M	Ouais on multiplie
726	L	On multiplie tout le temps a par b pour trouver c à peu près
727	F	Ouais mais le problème c’est qu’il y a un putain d’écart entre euh
Episode 28c		
728	F	Alors 1/5
729	M	Euh 1/5 + 1/10 + euh
730	F	Quoi ? qu’est ce qu’il y a ?
731	M	1/5 + ah oui mais je l’ai déjà dit ça peut être
732	F	+1/18 + 1/90, oui on l’a dit déjà, ça fait 4/15
733	M	Ben ça fait la même chose
734	F	Quoi ?
735	M	C’est la même chose que ce que l’on faisait pour les multiples de 3
736	F	Ben oui
737	M	Tu divises par 3, tu ajoutes 3
738	F	Ben oui mais, normal puisque 15 c’est divisible par 3
739	M	Ben oui, ben faut pas prendre 15 alors
740	F	Il faut prendre 1/25 par exemple
741	M	Ben voilà
742	F	Mais attends attends
743	L	Allez 25 c’est chaud parce que c’est le carré de 5 donc ça fera un truc merdique
744	F	Quoi ? non non mais euh attends, 1/6 ça se divise par 3
745	L	Ouais
746	F	Et ça se divise par 2 donc c’est ½ effectivement. Pour les divisibles par 3, c’est 1/3
747	L	Quoi ?
748	F	Pour les divisibles par 3 c’est 1/3 et après il y a un deuxième nombre

749	L	Pour les divisibles par
750	F	Pour les divisibles par 5 est ce que ce serait 1/5 ?
751	L	Mais il n'y a pas tout le temps 1/3 pour les divisibles par 3
752	F	Quoi ? Non il y a a/3
753	L	Ah ok
754	F	Est ce que ce serait a/5 donc ce serait 1/5, donc 1/25 euh mais pareil 4/25 –1/5 c'est pas bon, ça ne marche pas
755	L	Pourquoi ?
756	F	Parce que 1/5 c'est supérieur à 4/25
Episode 28d		
757	L	Il faudrait regarder pour des très grands nombres pour voir si ça marche alors ça
758	F	Ben essaye
759	L	Je vais prendre pour 100 000, alors euh 4/, ah j'ai pris 10000 merde(il tape sur sa calculatrice)
760	F	C'est pas grave, 10000 on peut supposer que c'est assez grand pour
761	L	Non, 100000
762	F	Il est con ce garçon
763	L	Ensuite ça fait 1/50000
764	F	Genre le prof il est en train de les aider, on veut de l'aide aussi !
765	F	Donc 4/25 ça ne marche pas les amis. Ça ne marche pas euh, ça ne marche pas
766	L 0:50:13	Ça marche
767	M	C'est quoi qui marche ?
768	F	Quoi ?
769	L	Ça
770	F	Ouais mais euh donc et si, non mais je m'en fous. Essaye avec 100002
771	L	100002 ?
772	F	C'est un multiple de 3
773	L	Euh…en toute logique oui…diviser par 100002, la moitié
774	F	Tu ne comprends rien ?
775	M	*Inaudible*
776	M	Ah marche pas
777	L	Attends attends
778	F	Bon attends
779	M	Tu peux pas mettre un 3 là normalement
780	L	Non mais parce qu'en fait n'y a pas pareil de 0, là devrait y avoir un 0 de trop
781	F	Plus
782	L	Hum, bon (*tape toujours sur sa calculatrice*)
783	F	Ça marche, ça marche, ça marche les gars, j'ai vérifié, hé Lélien, ça marche, hé tu te calme maintenant, Lélien
784	M	Eh mais ça ne marche pas
785	L	Moi je trouve que ça marche
786	F	Mais si ça marche, regarde, t'as peut être pas fait le bon
787	L	T'as pris quel nombre ? Pourquoi t'as pris 3334
788	F	Mais qu'est ce que tu fais là ?
789	L	Pourquoi tu as pris 3334 ?
790	F	Parce que j'ai divisé 100002 par 3, parce que 100002 c'est un divisible par 3
Episode 28e		
791	L	Ben ça ne marche plus avec le truc du 2 alors
792	F	Pourquoi ça ne marche plus avec le truc du 2, attends, avec le truc du 2, c'est quoi, il faut diviser, faut faire quoi ?
793	L	Tu divise par 2 pour trouver a
794	F	Ça fait 50001
795	L	Hum, rajoute 1 pour le b
796	F	Oups
797	L	Et tu multiplies les deux ensemble

798	F	Si ça marche, quoi t'es pas content que ce qu'on a trouvé ça marche ?
799	L	Mais si mais je ne comprends pas
800	F	Eh ouais, on devrait prendre des
801	L	Quoi ?
802	F	Attends, si je fais, ben non ça ne marchera pas
803	M	C'est où j'ai faux alors ?
804	L	Ben faut peut être mettre des parenthèses
805	M	Ouais mais quand je le fais ça m'a effacé le 1
806	L	C'est malin ça, t'es vraiment une *inaudible*
807	F	Tiens dans tes dents
808	M	Mais euh
809	L	Ce n'est quand même pas compliqué hein
810	M	Allez-y les gens, moi je suis chaud
811	F	Oh la la, oh la la mais c'est fou hein
812	M	C'était quoi votre théorie en fait ?
813	F	Non mais j'ai essayé de trouver un truc avec 1/5 mais euh, parce que avec 4/5, tu prends 1/5 au milieu, t'enlèves 3, tu multiplies par 2 le, tu multiplies les 2 et ça marche pas hein
814	M	On a le droit à de l'aide ?
815	F	On peut utiliser un joker ou pas ? On peut utiliser un joker pour avoir un peu d'aide ?
816	P	Un joker ? *inaudible*
817	F	Mais elle ne veut pas
818	P	Ah ben c'est qu'elle *inaudible*
819	F	Oh, je suis déçu
820	F	Et si je multiplie par 2. Elle pourrait nous aider à trouver
Episode 29		
821	L	Ben on a l'air d'avoir dégagé ça comme idée mais on n'est pas sûr
822	M	Enfin si pour les nombres pairs on est sûr
823	ML	Alors pour les nombres pairs et là pour les nombres impairs alors
824	L	Et non là pour les nombres impairs c'est là euh non ils sont la feuille de Floris
825	ML	Euh…ah ok
826	M	Quoi ?
827	L	Non parce que j'ai mis nombres pairs puis en dessous il y a les nombres impairs puis au dessus aussi il y a des nombres impairs
828	F	Ah tu en a mis partout, ben
829	M/L	*inaudible*
830	M	Feuille blanche
831	ML	Donc pour les nombres pairs là, vous avez une conjecture
832	L	Oui
833	ML	C'est ça
834	L	Il semble oui
835	F	Et pour les nombres divisibles par 3 aussi
836	L	Oui
837	ML	D'accord donc vous avez déjà restreint votre, vos possibilités pour n
838	F	Oui, ben oui, mais après on ne sait pas trop comment faire parce que pour 5 on n'y arrive pas
839	M	Par contre on n'y arrive pas
840	L	Faut y démontrer ça aussi, je suppose
841	ML	Oui, oui, pour le moment vous c'est à l'état de conjecture
842	L	Oui voilà c'est ça
843	F	Oui mais ça, on ne va pas savoir le démontrer nous, non c'est pas possible
Episode 30		
844	M	Par récurrence, ce n'est pas possible de le démontrer
845	L	Oula
846	F	Quoi ?
847	L	Ah ouais peut être

848	F	Attends qu'est ce que tu nous dit toi ? hein ?
849	L	Par récurrence mais je ne vois pas comment est ce que tu peux trouver n+1
850	F	Ou alors on part de n et on prouve que c'est vrai
851	L	n+2 justement puisque c'est des nombres pairs
852	F	Si n est divisible par 2 alors 4
853	L	Ouais si regarde, a
854	F	Ouais mais
855	L	a+2 ça sera toujours un nombre euh, enfin, là si tu rajoute un +2 là et que tu divise par 2, a ça sera toujours un entier, enfin je ne sais pas comment expliquer, attends je vais prendre une feuille. Là t'as a, là ça fait n/2, le prochain c'est forcement n+2 vu que c'est des multiples de 2, ça ne peut pas être n+1, donc t'as le prochain
856	F	Ça fait n+2/2
857	L	a' on va dire, ça fait n+2/2
858	F	Ça fait n+1
859	L	C'est toujours, euh, il appartient toujours à N quoi
860	F	Ça fait a+1
861	M	hum
862	F	Ça fait a+1
863	L	ouais
864	F	A chaque fois on va monter de 1, c'est rigolo ça
865	L	Ça appartient toujours à N
866	F	Et pour les nombres impairs on monte de combien à chaque fois ? De 4/15 à 4/9 on passe de 4 à 5
867	L	Quoi ?
868	F	De 4
869	L	Ouais mais on a oublié 4/12 aussi après
870	F	Ben non 4/12 c'est divisible par 2
871	L	Ben alors tout *inaudible*
872	F	ouais
873	M	Et là tu divises par
874		Par 3, 9, 15
875	F	Et 4/21 ça fait combien ? Ta gueule toi, attends 1/7, attends, 1/7 + 1 divisé par *inaudible*
876	L	Je vais essayer de faire ça par récurrence là comme dit Maxime
877	M	Et ouais
878	L	Mais tu sais tu peux le faire aussi
879	M	Mais non je comprends rien
880	F	Mais Maxime il donne des idées mais…
881	F	4/21, on passe
882	L	Récurrence, il a donné un gros mot là
Episode 31		
883	F	4/21, oh les gens, en passant de 15 à 21, on passe de 5 à 7
884	L	Comment ça de 5 à 7 ?
885	F	Ah mais non parce que de 4/9 on passe de 1, de 3 à 5
886	M	C'est la récré
887	F	En fait à chaque fois qu'on augmente de, hein Lélien, Lélien, regarde, à chaque fois qu'on augmente d'1, euh, en fait, pour les, *inaudible* qu'est qui nous veut ? ah non on va tous mourir hé, qu'est ce que c'est que ce bordel ? Tout le monde se plaint, hé c'est bon on s'en fout, c'est fini dans une heure
888	L	Et puis c'est fun, non je rigole
889	F	Bon, pssit, on va rester 4h dans la même salle de toutes façons
890	M	Bon
891	F	Donc (rires) donc à chaque fois qu'on augmente de 3 avec cette loi là, on augmente de 1, euh avec le truc du dessus, on s'en fout de ce que je vous dis
892	M	Ouais, non moi j'écoute

893	F	Tu comprends ce que je dis ou pas
894	M	A peu près (rires)
895	F	Regarde, à chaque fois que j'augmente de 3 à cet endroit là
896	M	Hum
897	F	J'augmente de 1 ici
898	M	hum
899	L	Hum c'est logique, donc ça c'est divisé par 3
900	F	Et ouais, et ben, si ça se trouve ça marche avec 5
901	M	Vas-y essaye, c'est quoi le truc ?
902	L	Avec 5, tu divises par 5 c'est ça ?
903	F	Ben tu augmentes de 1 à chaque fois, qu'est ce qu'il y a ?
904	L	On a pris un coup
905	F 1:00:00	Oh le boulet
906	L	J'ai essayé d'étendre les pieds mais pouf j'ai senti un truc puis j'ai vu la caméra faire
907	F	4/20 ça fait quoi alors ? 1/5 ? mais c'est pareil, 4/20 ça fait 1/5
Episode 32		
908	L	Ben il y en a qui boycotte maintenant
909	F	*inaudible*
910	L	Quoi ?
911	F	*Inaudible* avoir la pause quand même, vas-y on est arrivé à 2 heures et demi quand même
912	L	(rires) quel est ce petit con là, *inaudible* puisqu'on est arrivé à deux heures et demi ouais
913	M	(rires) Mais bon
914	F	Chuuut chuut
915	L	Ah mais c'est filmé là, voilà comment les élèves travaillent
916	F	Oh *inaudible*
917	L	Alors
918	F/L	*inaudible*
919	M	Ça fait quoi 1/6 d'un sixième ?
920	F	Alors 4/11
921	M	Ça fait 1/2 , ah ça fait 4/8 aussi
922	F	Ah fait chier
923	L	Ah non mais il y a une moche là
924	F	Quoi ?
925	L	Non mais je tournais la tête et je tombe sur une moche. Hein ? non mais je parle de dehors
926	F	Oh mais t'as vu
927	M	Ah
928	F	aah, le nul, attends, ouais mais non je ne vais pas envoyer un message
929	L	Quoi ?
930	F	Je ne vais pas envoyer un message
931	L	*Inaudible*
932	F	Quoi ?
933	L	Elle va craquer si tu envoies un message (rires)
934	F	*Inaudible*, hé t'as vu c'est trop marrant cette salle
935	L	Pourquoi ?
936	F	Parce que à chaque que je suis là-bas je regarde, je me dis oh pourquoi il n'y a personne dans cette salle, et finalement, aujourd'hui il y a quelqu'un
937	L	Et ben oui c'est nous
938	F	Je n'avais jamais capté qu'on était dans cette salle quand on faisait les DS
939	L	Ah ouais ?
940	F	Ben je ne vois pas la lumière du jour tu sais quand je suis dans les maths moi (rires)
941	L	Non, ben ouais mais en fait moi, euh, l'année dernière, on était, non en seconde plutôt, on était en français, on était ici
942	F	Mais ça mais c'est trop fort
943	L	Quoi ? ouais mais franchement, elle est trop bien cette salle, elle est immense et tout, sympa

944	F	Hé Yohann
945	L	Hé mais ils sont tous les deux en fait eux
946	M	Ouais parce qu'il y a deux malades
Episode 33		
947	F	Ah mais faut filmer. Bon on ne trouve plus
948	M	ouais
949	L	*inaudible*
950	F	Ouais
951	M	Ça y est je suis fatigué d'avoir trop réfléchi (rires)
952	F	Pff…écoute le lui. Lélien, il faut qu'on trouve une nouvelle loi. Ah mais attends. Quoi ?
953	L	*Inaudible*
954	F	Ah, ah, il y avait *inaudible*
955	M	Vous êtes un peu autistes hein quand même
956	F	Arrête. Lélien ça ne marche plus notre truc avec 5 là
957	M	5 c'est tout prévu on saute
958	L	Quoi ?
959	M	On passe direct à 7
960	F	Allez
961	L	En fait ça ne marchera pas pour des nombres qui sont multiples trop grand, à mon avis ça n'ira pas
962	F	Hé ouais
963	M	C'est toi le multiple trop grand
964	L	Par exemple si tu prends euh, pour un multiple de 13 par exemple, si tu divises ça
965	F	4/7 si tu divise 7 par 7 ça fait 1
966	L	Si tu le divise par 13, ça donne ½ et 4/13 c'est déjà beaucoup plus petit que 1/2, parce que quand tu as des nombres trop grand il doit falloir que ça change. Et la limite justement c'est que ça doit être, à 5 ça doit plus marcher
967	F	Ben non hein, à 5 ça ne marche plus
968	L	Pareil 4/4 si tu divises par 4 ça te donne 1, donc ça donne déjà 1, la limite ça doit être 4 justement
969	F	Ben ouais, qu'est ce qui se passe ? Donc il faut qu'on trouve autre chose. Donc on va essayer de décomposer 4/5, ah ouais mais on l'a déjà 4/5
970	M	Ah bon ?
971	F	Oula
972	M	1/10, 1/5, 1/2
973	F	Mais tu vois il y a un truc qui me
974	M	Oui mais ça, ça va nous induire autre chose
975	F	Si on fait 4/10, ça serait égal à quoi ?
976	L	Essaye de prendre 4/10, 1/10, 1/20 et puis 1/
977	F	Oui mais je l'ai déjà essayé, non
978	L	Quoi ?
979	F	Euh
980	L	1/10
981	F	Attends, 1/10
982	L	1/20, ah ouais mais non
983	L	Pourquoi, 1 quoi ?
984	F	Je ne sais pas 1/7, j'enlève 3. Attends, ah mais non attends 4/10
985	L	Attends il faut que je fasse ma conjecture moi
986	F 1:05:00	Ooh, ça fait 1/4 + 1/10 + 1/20, 4/10, donc 4/15, 1/15 + 1/30. Oh Lélien, il y a aucun lien sauf que en fait, à chaque fois que ça, tu sais, à chaque fois ça fait 5*2 et après on fait 2, 4, 6
987	L	Non je ne comprends pas
988	F	Merde, tiens, on va prendre celui là, tu prends celui là. Oooh, tu vois on prend, donc celui là on garde le même, celui là on le double et on le divise par 5 après pour obtenir celui là

989	L	Ah oui
990	M	Oh
991	L	Mais celui là en le divisant par 5 ça donne ça aussi justement
992	F	Eh oui, et pareil pour celui là, là
Episode 34		
993	L	Mais pareil ça, si tu fais ça, faudra faire ça pour tous les nombres premiers et après tu
994	F	Quoi ? pour tous les nombres premiers
995	L	Et après faudra faire une conjecture et démontrer pour tous les nombres premiers, après
996	F	Et oui et oui mais on verra quand on en aura plusieurs des conjectures après mais déjà quand on aura jusqu'à 9 ça sera déjà pas mal hein
997	L	Ouais mais ce n'est pas un nombre premier
998	F	Quoi ?
999	L	9 ce n'est pas un nombre premier
1000	F	Oui
1001	M	Ça marche pour 4/20
1002	F	Pour combien ?
1003	M	Pour 4/20
1004	F	Ouais ben essaye pour euh pour 4/50
1005	M	4/
1006	F	Non 4/350 c'est mieux, 4/355
1007	F	Est ce que tu es sûr de ça ? 710/5 il faut le faire de tête
1008	M	Arrête, 142, c'est ça
1009	F	Non
1010	M	D'ac
1011	F	Si, je ne sais pas
Episode 35		
1012	ML 1:06:29	Bon je vais vous proposer de commencer à écrire la production euh finale unique du groupe à rendre tout à l'heure
1013	F	Mais on l'a fait nous
1014	L	Je vais le faire
1015	F	Quoi ?
1016	L	Je vais le faire
1017	F	C'est fait
1018	L	ouais
1019	ML	Vous écrivez donc les premiers résultats que vous avez, les premières pistes au propre
1020	P	Même les pistes qui n'ont pas abouties
1021	ML	Même les pistes qui n'ont pas abouties
1022	F	Ça marche ?
1023	M	Oui
1024	F	Donc ça c'est bon ?
1025	M	oui
1026	E	Mais de toutes façons on vous rend les brouillons
1027	ML	Oui oui aussi mais là c'est pour vous, ça vous permet de mettre vos idées au clair, savoir où vous en êtes et dans quelle direction en fait il faut encore *inaudible*
1028	F	Ouais ouais ouais
1029	M	L'étude de 5 on a trouvé
1030	P	Allez vous commencez, donc une feuille par groupe hein
1031	M	En fait il y a combien de multiples
1032	F	Quoi ?
1033	M	Il y a combien de multiples là
1034	F	Dans quoi ?
1035	M	Faudrait faire pour 7
Episode 36		
1036	F	Si on prend les 3 premières lois c'est quoi ?

1037	M	Ben les nombres pairs
1038	F	Alors pour 2 ça entraîne, oh Lélien, pour 2 c'est quoi ? c'est a/2, euh non, a = n/2, b = n/2 + 1 non mais attends mais il y a et c = ab
1039	M	Genre comment tu mets le tien en premier
1040	F	C'est pas faux, ça ne se fait pas
1041	L	Je mets par ordre alphabétique
1042	F	Genre il se la pète
1043	M	C'est clair
1044	M	Vas-y moi je trouve pour le 7, je suis chaud là
1045	L	Maxime tu fais tout petit à côté de nous pour une fois
1046	F	C'est pas faux
1047	M	Non mais regarde c'était le nombre, c'était le nombre de lettre du nom
1048	F	Ouais ouais
1049	L	Oui c'est sûr que Wack c'est court, c'est bref
1050	M	4/7, 4/21
1051	F	Non
1052	M	Ouais
1053	F	Et c c'est égal à quoi c'est égal à b/n ? Héhé, il y a aucun lien entre les *inaudible*
1054	L	Moi je veux bien mettre ça les conjectures mais pareil il faudra faire pour tous les premiers donc par définition on ne pourra jamais
1055	F	Non mais attends, on a trois propriétés, on a 3 euh 3 conjectures, peut être qu'on peut trouver un lien
1056	L	T'as noté la troisième ?
1057	L	Ouais
1058	F	Attends, non. (long silence) Mais j'ai dit exposant 9, je n'ai pas dit $\prod$, merde. Il m'énerve ce truc
1059	L	Fais voir ta feuille pour euh
1060	F	Attends, attends 2 secondes
1061	L	Remarque je m'en fous j'ai la grande
1062	F	Hum hum…noon je suis déçu
1063	M	Il y a quelqu'un qui avait trouvé pour 4/14 ?
1064	L	C'est un nombre pair.
1065	F	Je suis retombé sur, pourquoi ça ne marche pas
1066	M	Ah fuck. Il faut faire comment déjà ? Oui mais ça ne m'arrange pas que ce soit un nombre pair
1067	L	Pourquoi ?
1068	M	Ben parce que ce n'est pas un truc tout *inaudible*
1069	L	Faut mettre impair multiple de, ouais tu mets multiple de 3 et puis voilà
1070	F	Attends, non mais il y a un truc, oh Lélien
1071	L	Forcément s'ils sont multiples de 3 ils sont non premiers
1072	F	La loi 5 c'est quoi ?
1073	L	La loi 5 je ne sais pas, c'est toi, c'était à toi de la noter
1074	F	C'est b/2
1075	L	C'était à toi de la noter
1076	F	Ouais hein
1077	M	Ben c'est 1/n
1078	L	La b c'est la même
1079	M	+1/2n
1080	L	b = n
1081	M	a c'est n, b c'est 2n
1082	F	Quoi ?
1083	L	b = n, c égal
1084	F	b = n, oui oui, c = 2n
1085	L	2n

1086	F	et d = 2n/5 voilà. C’est ça ?
1087	M	Ouais
1088	L	Ça fait 6, je ne sais pas,
1089	M	Si si ouais c’est ça
1090	F	C’est ça ça fait 2n/5
1091	F	Bon ben là c’est
1092	L	Passe moi ton effaceur s’il te plait
1093	F	C’est quelle heure là ?
1094	M	16h03
1095	F	Regarde ils sont encore en train de se bouffer, aah, je veux manger, j’ai faim. C’est quelle heure ?
1096	L	16h04
1097	F	Quoi ?
1098	L	16h04
1099	F	Mais on recopie maintenant ?
1100	L	Je suis en train
1101	F	Ben dépêche toi un peu, on va être en retard après
1102	M	Quelqu’un a fait pour 4/21 ?
1103	F	Quoi ? Ben 4/21 c’est divisible par 3
1104	M	Arrêtez de me prendre pour un con
1105	F	Quoi ? bon ben je vais faire 4/21 puisque tu as l’air de galérer
1106	M	Je ne sais plus comment on fait quand c’est divisible par 3. Ah ouais
1107	F	Hum hum. On a trouvé pour 2, 3 et 5. On a trouvé pour 2, 3 et 5
1108	P	Vous avez trouvé quoi pour 2, 3 et 5
1109	F	Bah que tous les nombres divisibles par 2 peuvent vérifier ça, tous les nombres divisibles par 3 peuvent *inaudible* et tous les nombres divisibles par 5 peuvent *inaudible* mais on n’arrive pas à continuer enfin sauf pour euh, parce que après on va aller loin en fait, si on veut faire avec tous les nombres premiers ça
1110	L	Ça risque de prendre un certain temps
1111	F	Voire même un temps certain
Episode 37		
1112	L	Je fais quoi j’essaie de démontrer par récurrence et puis après je mets la récurrence en dessous pour prouver
1113	F	Attends, parce que là on a
1114	L	Toi Maxime tu ne pourrais pas essayer de faire la récurrence pour euh ça ?
1115	F	Ah d’accord
1116	L	De toutes façons l’initialisation, si tu veux je la fais
1117	M	Vas-y
1118	F	On a trouvé deux trois trucs
1119	L	C’est bon j’ai fini l’initialisation ça marche
1120	F	On a trouvé deux trois trucs mais pas tout
1121	M	D’ac, mais je ne peux pas écrire avec ton écriture à toi, ça va être euh tout moche
1122	L	Non non mais justement moi je le fais au brouillon et puis toi tu
1123	M	D’ac
1124	L	Sur ton brouillon après
1125	F	Lélien,
1126	L	Oui
Episode 38		
1127	F	Si tu regarde, pour celui là on a n/2
1128	L	C’est quoi ça en fait, tu en est où là ?
1129	F	Pour la loi 2
1130	L	Ouais
1131	F 1:15:00	Pour a c’est n/2

1132	L	Ouais
1133	F	Pour la 3 , a c'est n/3
1134	L	Hum
1135	F	Pour la 5 on a dit que n/5 ça ne marchait pas
1136	L	Ouais
1137	F	Et on a 2n/5
1138	L	Ouais après donc on met
1139	F	Peut être que pour la 7 ce sera 2n/7
1140	L	Après jusqu'à ça ne marche pas après, on met, on passe à 3 une fois que ça ne marche pas c'est ça ?
1141	F	Ouais, pour 7 si on a alors, attends 4/7 c'est égal à 2n/7 ça fait euh, si c'est 2n/7, ça fait 14
1142	L	Ça fait 2/7
1143	F	Attends, ben non ça fait 2
1144	L	Ben oui
1145	F	Donc ça fait 1/2
1146	M	Ça fait 5/14
1147	L	Ben ça ne marche pas
1148	M	ça marche pas
1149	F	Pourquoi ?
1150	L	Ah ben si ça marche
1151	F	Ben ouais
1152	M	Non ça ne marche pas
1153	F	Ça fait 5/14 mais il y en a un autre encore
1154	L	après le a d'accord on aurait trouvé combien ça fait mais pour le b t'explique comment ? Et comment tu sais qu'il faut que tu passes de l'un à l'autre en rajoutant 1 ?
1155	F	Du calme du calme hein
1156	L	Ah il faut toujours qu'il soit juste inférieur à la moitié si tu regardes bien
1157	F	Ben oui
1158	L	Regarde, ouais bon c'est la moitié ça tombe mal pour le 2 mais pour le 3, c'est la moitié c'est 1,5 et c'est
1159	M	On a fait pour les multiples de 3 et de 5
1160	L	Pour le 5, la moitié c'est 2,5. Mais pourquoi ?
1161	M	Mais pour les pairs vous avez trouvé ?
1162	F	Quoi ? Mais si (rires)
1163	M	Ah ouais, vous n'avez pas de micros vous ? vous n'avez pas de micros ? sur la table ?
1164	F	Ils s'en foutaient de ce qu'ils disent de toutes façons, merde
1165	L	J'ai trouvé un putain de truc et tu ne m'écoutes même pas
1166	M	Vous n'avez pas de micros
1167	L	Il faut que ce soit inférieur à la moitié, c'est bon j'ai compris
1168	M	Vous voulez que je fasse quoi ?
1169	F	Le problème c'est que ça donne 1/14
1170	L 1:16:45	Il faut que tu démontres, que tu démontres par récurrence ça, j'ai fait l'initialisation
1171	F	Oh Lélien, 4/7
1172	L	Si tu veux je te la *inaudible*
1173	M	Tu ne veux pas faire plutôt la
1174	F	4/7 – 1/2 ça fait 1/14
1175	L	4/7 –1/2
1176	F	Ça ne marche pas
1177	L	Ça fait 1/14
1178	M	C'est quoi la propriété ?
1179	L	Pourquoi tu veux 14 là ?
1180	F	Parce que 4/7 – 1/2 ça fait 1/14
1181	L	T'es sûr de toi ?

1182	F	Ben elle, elle le dit
1183	L	Ouais mais
1184	F	La confiance règne
1185	L	1 sur 14, ça peut peut-être faire 1/21
1186	F	Quoi ?
1187	L	Essaye avec 1/35 + un sur quelque chose
1188	F	Quoi
1189	L	Fait 4/7 – 1/2 -1/35 et voit ce qui reste. Ah si, si t'inquiète essaye. Essaye, essaye, essaye
1190	F	1/14 –1/35 en fait
1191	L	voilà
1192	F	3/70, c'est con. Mais tu vois là on trouve bien le 7*2 encore
1193	L	Ouais mais là ce serait c = *inaudible*
1194	F	C'est bon je sais hein
Episode 39		
1195	L	Tu y arrives ?
1196	M	Je ne sais pas je n'ai pas commencé, parce que déjà j'ai dis la propriété, ce n'est pas dit soit Pn machin égal machin
1197	L	Ça c'est une conjecture
1198	M	Ouais
1199	L	je dis quoi là pour les exemples, je mets a égal etc machin ou je laisse comme ça ?
1200	F	Laisse comme ça
1201	L	Ah ben ouais. Mais c'est un peu con parce que le premier ça fait b = c quoi, mais bon
1202	F	Ben oui
1203	L	Je laisse comme ça après
1204	F	Ben enlève le alors peut être le premier
1205	L	Ben non
1206	F	Pourquoi ?
1207	L	Parce que c'est le premier nombre pair mais ça marche quand même, c'est juste que b=c
1208	L	C'est con il y a une caméra (rires)
1209	L	Je l'ai raté tiens
1210	L	Si vous voulez nous voir travailler (rires)
1211	F	Ah ça serait trop bien (rires)
1212	M	Je ne me souviens plus comment ça marche
1213	L	*Inaudible*, (s'adresse à un autres groupe). On a trouvé plus de la moitié des nombres
1214	F	On est sûr
1215	P	Chut, allez hé
1216	F	Hé demande pas des réponses aux autres, travail collectif
1217	L	Communique par signe
1218	F	Euh, non, non, ouais c'est une feignasse
1219	M	Au pire on met les conjectures et on mettra les démonstrations après
1220	F	Oui mais les conjectures on n'arrivera pas à les prouver, c'est trop
Episode 40		
1221	P	Qu'est ce que tu m'as dit tout à l'heure ?
1222	F	Quoi ?
1223	P	Qu'est ce que tu m'as dit tout à l'heure ?
1224	F	Ben ça là, ça on sait que ça marche
1225	L	Quoi ? ah excuse
1226	F	avec des conditions données pour b et c mais bon
1227	P	Ben écrivez, écrivez le
1228	F	Ouais, mais ça il faudrait les prouver mais bon
1229	P	Ah c'est que des conjectures là ?
1230	L	Ben oui
1231	F	Ouais, ben sur tous ceux qu'on a essayé ça marche mais bon
1232	P	Ben écrivez les conjectures et là où vous en êtes

1233	M	écris les conjectures puis si ça marche
1234	L	J'écris les conjectures
1235	M	Ouais puis après on mettre les démonstrations. Ça marche comment le raisonnement par récurrence déjà ? On veut que Pn, on ait que Pn égale machin, on veut que P(n+2) égale machin
1236	F	P(n+1). Pourquoi tu dis P(n+2) ?
1237	M	Parce que on ne veut que les nombres pairs
1238	F	Ouais P(n+2)
1239	M	On veut P(n+2) égale machin et après on part de Pn, on part de Pn ? ou on part de, on part de quoi après ?
1240	F	Non on sait que, on sait que Pn est vraie et on veut prouver que P(n+1) est vraie
1241	M	Ouais
1242	F	voilà
1243	M	Mais on part de quoi ?
1244	F	Et avec 1 c'est 2 quoi
1245	M	Ouais mais on part de quoi ? on part de
1246	F	Ben tu fais P(n+1) et tu veux prouver que c'est égal à, à
1247	L	Mais pour les nombres pairs, pour prouver que c'est toujours un réel, c'est assez simple hein. T'as a
1248	F	Mais vas-y au feeling oh
1249	L	De toutes façons t'as a, on sait qu'il est, on suppose que c'est vrai donc tu sais que a, ah c'es ça que tu veux prouver en fait, ça veut dire que a+1 ça fait n+2/2 donc ça fait, ça fait bien ça, t'es d'accord
1250	M	Ben oui mais
1251	L	Donc ça marche, après pour b tu fais pareil, ça fait n+2/2, ça fait n/2 + 1
1252	M	hum
1253	L	Donc ça marche, mais moi je pourrais la mettre, tu es sûr que je ne la mets pas directement là la démonstration ?
1254	M	Si ben vas-y si tu veux, ça ne fait rien. Oh non non mais c'est bon, mais je ne sais pas si on aura le temps en fait
1255	L	Ben si si tu sais, il nous reste ¾ d'heure
1256	M	Bah oui ben
1257	F	Ben allez Lélien, dépêche toi alors un peu
1258	L	Attends je vais prendre un effaceur qui efface bien. Marion, Marion, tu peux me prêter ton effaceur s'il te plait ? Elle a dit quoi ?
1259	F	Elle a dit qu'elle te l'offrait parce qu'elle en avait plein chez elle
1260	L	Elle me considère comme un pauvre
1261	F	Quoi ?
1262	L	Elle me considère comme un pauvre…ou sinon c'est un cadeau
1263	L	Et il fait quoi c, il fait quoi c ? ah ben oui c'est bon, de toutes façons ah ben c'est bon, j'ai réussi à démontrer non non arrête s'il te plait
1264	F 1:23:23	Tiens. Qu'est ce qu'il se passe ?
1265	L	*Inaudible*
Episode 41		
1266	F 1:23:45	En fait on ne sait plus trop quoi faire maintenant
1267	ML	Alors vous en êtes où là ?
1268	F	Ben on a éliminé les multiples de 2, les multiples de 3 et les multiples de 5, qui marchent
1269	ML	Alors, qu'est ce qu'il vous reste comme nombres là ? Il faudrait déjà faire le point
1270	F	Tous les autres entiers, tous les
1271	ML	Ben pas tous les
1272	F	Tous les nombres premiers
1273	ML	Oui, il ne reste que les nombres premiers effectivement

1274	F	Donc euh, on ne sait pas trop euh
1275	L	Mais après les 3 conjectures, on peut conjecturer une conjecture des conjectures
1276	F	Ouais mais le problème c'est que j'ai essayé et je ne trouve pas de lien
1277	ML	Mais tu as essayé avec quoi ?
1278	F	Ben euh, avec ceux-là là mais comme on a
1279	ML	Avec des nombres premiers c'est ça que tu dis ?
1280	F	Ben avec 2, 3 et 5, en fait vu qu'on a les conjectures, j'ai essayé de regarder si il y avait un lien entre les conjectures
1281	ML	Ah entre les conjectures pour multiplies de 2,pour multiples de 3 et pour multiples de 5. D'accord, ok. Et là tu trouves quoi ?
1282	F	Ben j'ai essayé euh, non, j'ai essayé juste un truc, j'ai essayé a*b*c pour voir si il y avait quelque chose qui y ressemblait
1283	ML	D'accord
1284	F	Mais ça ne marche pas spécialement bien. Il y a un peu un truc qui pourrait se ressembler à ce niveau là parce que ça fait $n^2(n+2)^2/16$
1285	ML	Hum hum
1286	F	Et $n^2(n+3)^2/9$
1287	ML	D'accord
1288	F	Après je ne sais pas, c'est bizarre
1289	ML	Euh
1290	F	Et puis là ça fait $4n^2/5$, $4n^3$ même
1291	M	oui
1292	ML	Je réfléchis et je reviens
1293	L	En fait c'est un truc que elle, elle doit faire et comme elle n'y arrrive pas elle nous demande à nous
1294	F	Genre, c'est sûr qu'on a toutes les chances d'y arriver
1295	M	Bah 36 cerveaux
1296	F	Ouais mais même
1297	L	Mais tu en as la moitié dans la classe qui *inaudible*
1298	F	Il faut en éliminer la moitié déjà (rires)
1299	M	arrêtez c'est pas vrai, c'est *inaudible*
1300	F	Max, on se brouille les voix comme ça ils nous reconnaissent pas (rires)
1301	F	(M tape sur la table en rythme) Ça, ça ne peut que être un signe par contre hein
1302	M	Allez
1303	ML	Je vous donne une aide
1304	F	Oh
1305	ML	Voilà, donc il faut trouver les relations qu'on peut faire entre les dénominateurs des fractions, voilà, ça c'est deux décompositions mais elles ne sont pas finies
1306	F	Bah, c'est 2*7 et ça 3*3*3*11
1307	ML	Voilà donc essayer de voir ce qu'on peut faire à partir de ça
1308	F	ok
1309	ML	A remarquer donc que le 7 et le 11 euh
1310	L	Mais là il manque le c là non ?
1311	ML	Oui bien sûr, ça c'est une aide pour vous relancer dans autre chose, dans la continuité de ce que vous faites
1312	L	Ok
Episode 42		
1313	F	Ah donc on va essayer 4/7, ah mais je l'avais ça. 4/7 c'est égal à quoi Max ?
1314	M	1/14, 1/6, 1/3
1315	F	Quoi ?
1316	M	1/3
1317	F	Ah alors attends, eh donc t'es d'accord que 1/6+1/3 ça fait 1/2
1318	M	Hum hum
1319	F	C'est ça ou pas ?

1320	M	Ouais c'est ça
1321	F	C'est ça
1322	L	Euh…
1323	F	Donc
1324	L	T'es sûr de toi là ?
1325	F	Ben oui
1326	L	Faudrait que je recopie vraiment moi parce que sinon
1327	F	Ben recopie, de toutes façons on s'en fout vu ce que tu as apporté
1328	M	C'est clair franchement, t'as rien apporté par rapport à moi. Mais tu écris vachement mieux que moi
1329	L	Bon allez démerdez-vous
1330	M	Oh allez on rigole, t'as été trop fort, tu as apporté tous les nombres pairs et tous les multiples de (rires)
1331	F	4/11 c'est quoi, on avait dit ?
1332	M	Ben, on l'a pas fait
1333	F	Et donc attends
1334	L	N* c'est quand on enlève le zéro c'est ça ?
1335	M	Faudrait séparer 1/3
1336	F	Quoi ?
1337	L	N* c'est quand on enlève le zéro ?
1338	M	Oui
1339	M	Faudrait séparer le 1/3 alors
1340	F	Ben oui mais le problème, je ne sais pas si ça le fait pour tous aussi. Parce que tu vois 15 on l'a, 5 on l'a mais dans 8 par contre, il n'y a pas 1/8, c'est ça que je ne comprends pas. Max, ah mais c'est la tienne en fait, désolé. Ah mais non attends, ouais mais je *inaudible*
1341	M	1/33+
1342	F	Attends Max
1343	M	+1/6+1/6 ça va mais il y a deux fois 6
1344	F	Ouais ben ouais, ça marche pas, ouais c'est nul
1345	M	Ben pourquoi ?
1346	F	Ah mais oui mais non, c'est 1/3+1/6 c'est égal à 1/2 mais ce n'est pas ce qu'on veut en fait
1347	M	Mais moi j'en suis à 4/11
1348	F	Quoi ?
1349	L	C'est quoi votre méthode avec les multiples de 4 ?
1350	F	Mais Lélien, on s'en fout, Lélien, on a les multiples de 2 qu'est ce qu'on s'en fout des multiples de 4
1351	L	C'est pour savoir
1352	F	De toutes façons, autant essayer de trouver tout seul, c'est bon
1353	L	Ben justement vu qu'on a les multiples de 2, on s'en fout, c'était juste pour savoir
1354	F	Quoi ?
1355	L	Je suis en train de souffler sans *inaudible*
1356	M	Là hein. Pour le *inaudible* là, ça vous intéresse ou pas
1357	F	Pour le quoi
1358	M	Le, celui là
1359	F	Ouais
1360	M	Il y a 1/33 + 1/12 + 1/4
1361	F	1/33 + 1/12 + 1/4 ?
1362	M	Ouais
1363	L	Eh attends
1364	F	Attends
1365	M	Si il y avait 1/2 , on avait dit 1/6, 1/3 et 1/3 on avait dit 1/12 et 1/4, il n'y a pas un rapport
1366	F	Attends Max, excuse moi, deux secondes, je recopie
Episode 43		
1367	L	Ah mais au début, il n'y avait pas besoin de faire par récurrence

1368	M	Ah moi je ne savais pas hein
1369	L	Regarde
1370	F	Ah mais vous êtes des boulets
1371	L	n il appartient à N, n il appartient aux naturels, ça un naturel divisé par un naturel, ça reste un naturel
1372	F	Ben non
1373	L	Ben euh
1374	F	4/7
1375	L	Effectivement, mais si n il appartient, il appartient
1376	F	(rires) mais t'es vraiment trop con
1377	L	Mais ce n'est pas ce que je voulais dire en fait, c'est pour ça
1378	L	n c'est un multiple de 2, dans ce qu'on a dit
1379	F 1:30:58	Lélien vient d'inventer un monde où il n'y a pas de fractions, ouh
1380	L	Dans ce qu'on a dit, c'est n est un multiple de 2 t'es d'accord ?
1381	F	Quoi ?
1382	L	Dans ce qu'on vient de démontrer ,de dire, n est un multiple de 2
1383	F	Qui nous le dit ?
1384	L	Bah, la conjecure
1385	L	Ben ça ça marche pour les multiples de 2 t'es d'accord ?
1386	F	Mais oui
1387	L	Donc là, a c'est égal à n/2 donc a c'est un naturel, forcément
1388	F	Et pourquoi ?
1389	L	Parce que n est divisible par 2
1390	F	Oui et donc
1391	L	b c'est n/2 + 1 donc ça marche aussi
1392	F	Ouais
1393	L	Et c c'est a*b
1394	F	Et alors
1395	L	Quand tu multiplies deux naturels, c'est forcement un naturel
1396	F	Et ouais
1397	L	Il n'y a pas besoin de faire par récurrence
Episode 44		
1398	M	Mais…c'est quoi après 11. C'est quoi après 11 ? c'est 15 ? Non c'est pas 15
1399	F	Bah c'est des multiples de 11 donc c'est 22
1400	M	Hein ?
1401	F	Mais qu'est ce qu'il est con.
1402	M	Non touche pas. Ben
1403	L	J'ai tué mon blanc
1404	M	Nombre premier après 11, 17 ?
1405	F	Quoi ? 15
1406	M	Non
1407	F	Non 13
1408	M	T'es sûr ?
Episode 45		
1409	F	Ça nous aide pas vraiment. Non, on ne sait pas comment s'en servir en fait. Ah si donc là
1410	ML	T'as trouvé la relation ?
1411	F	Euh la relation ? Ben en fait, il suffit de multiplier ça par ça et puis ça obtient ça.
1412	ML	Oui donc là c'est la même chose. Bon là il n'y a que deux exemples, essayer pour d'autres
1413	F	Donc là c'est pareil, ça peut se décomposer en 1/3 + 1/6 et après
1414	ML	*Inaudible* et le 1/14 qu'est ce que tu en fera, est ce que tu ne peux pas essayer de le décomposer ?
1415	M	1/3 en 1/12 + 1/4 non ça c'est autre chose
1416	F	Euh certainement, euh

1417	M	Si 1/12 + 1/4
1418	F	Si peut être
1419	ML 1:33:00	Bon, là vous avez deux exemples avec deux nombres premiers, essayer de voir avec un autre nombre premier ce que ça peut faire
1420	F	4/13 par exemple
1421	L	3 fois plus
1422	F	Ça ne marche pas. Hé Lélien
1423	L	Oui
1424	F	Non en fait c'est pas à toi que je veux parler. Maxime, tu trouves quelque chose pour 13 toi ?
1425	M	Euh ouais attends peut être
1426	L	Oh Alex, t'es sur la caméra, t'es filmé
1427	F	Faut que je trouve un plan
1428	L	Quoi ?
1429	F	Faut *inaudible*
1430	M	En fait non je n'ai pas trouvé
1431	L	*Inaudible* dans la trousse de mon père, on la sacrifie hein, il va craquer quand il va reprendre sa trousse. Mais non mais tiens il avait un truc là
1432	F	Quoi ?
1433	L	Il y avait un *inaudible* là
1434	F	Putain, on comprends rien
1435	L	Faut quand même que j'explique ma récurrence. En attendant que ça sèche, je vais écrire
1436	F	Ça ne marche pas 4/13, je ne comprends pas
1437	M	hum
1438	L	Alors
1439	F	Putain, ça y est, je suis vidé de toute capacité de raisonnement. Je crois que je vais vite arriver à bout au concours général.
1440	M	T'es vraiment nul
1441	F	Mais on ne trouve pas avec 4/13, c'est pas pareil
1442	ML	Ah
1443	F	Ah, donc
1444	M	Ben elle sert à rien votre aide alors (rires)
1445	F	Ça veut dire qu'avec ceux supérieur à 13 ça ne marche plus
1446	ML	*geste*
1447	M	Ça veut dire oui ça
1448	F	Ben 4/13 par exemple, non mais euh
1449	ML	A partir de l'aide là,
1450	F	Oui
1451	ML	Non mais là, la relation que vous avez trouvée, essayez de la généraliser
Episode 46		
1452	F	Avec euh…ouais, avec un, non plus. Oula, Max, j'ai un problème. En fait il faudrait des n de partout
1453	M	*s'adressant à un autre groupe* Vous en êtes où ?
1454	M	D'accord
1455	L	C'est déjà pas mal
1456	F	Ben nous aussi on a galéré
1457	M	Ils ont trouvé pair, 2, 3 et 5
1458	F	Quoi ?
1459	M	Ils ont trouvé pairs, 3 et 5
1460	F	Non ils ont trouvé les multiples de 5
1461	M	Oui et les pairs et les 3 aussi
1462	F	Ah bon ?
1463	L	*s'adressant à un autre groupe* : Oh Nico, vous avez trouvé pour les multiples de 2, 3 et 5 ?
1464	M	Pas le 3
1465	F	Tu vois que tu n'y étais pas

1466	L	Ben ils en ont un de moins que nous quoi
1467	F	Et ouais
1468	M	Derrière, derrière, ils ont
1469	L	Il était bien farfelu 3 quand même, c'est moi qui ait trouvé
1470	M	Bon au dessus de 13 ça marche plus
1471	F	Bon faudrait généraliser ce qu'on a trouvé, n/2
1472	L	4/3 on l'a au fait, c'est 1 + 1/6 + 1/6 ? effectivement ça marche
1473	M	Ah mais non parce que à chaque fois ça fait 2 après ça fait 3 après ça fait, pas 4, ça marche pas
1474	F	En fait le problème, déjà avec 2, 3 et 5 on en a pas mal hein. On en a une infinité pour lesquels ça marche. Ils sont chiants les égyptiens, ils ne peuvent pas se contenter de ce qu'ils ont ?
Episode 47		
1475	L	C'est marrant parce que 4/6 on a deux trucs différents
1476	F	Ben oui, ils y en a pleins où on a deux trucs différents
1477	L	Et oui, vu qu'il y en a une infinité
1478	F	Ben oui, pourquoi tu nous embêtes
1479	L	Ben non mais je ne sais pas, je viens de m'en rendre compte c'est pour ça. Comment j'ai dit qu'on a démontré, attends
1480	F	On a du mal hein
1481	M	Hein
1482	F	On a du mal
1483	M	Non c'est pas vrai
1484	F	Je commence à être cassé là, je ne comprends plus rien. Bon alors, comment généraliser ça, si tu multiplies par 2 ça fait n
1485	M	Ouais
1486	M	1 il est pas premier ?
1487	F	Quoi ? mais demande
1488	M	1 il est premier ? tu vois je te l'avais dit
1489	F	En fait j'en sais rien, ouais je pense
1490	L	C'est à qui que t'as demandé
1491	F	Ben à toi, au début
1492	M	Ben ouais, il est multiple que de 1 et de lui-même donc il est premier, mais si c'est comme ça qu'on définit un premier, écoute ce n'est pas de ma faute si ça c'est le même
1493	F	Qu'est ce qu'il y a ?
1494	M	Non rien
1495	F	Moi je dis ça ne marche pas votre *inaudible*
1496	M	Les nombres premiers c'est tout pourri
Episode 48		
1497	L	J'ai démontré la conjecture, ouais
1498	M	Mais tu en es qu'à la première là ?
1499	F	Si ça se trouve, tu ne l'as même pas démontré
1500	L	Ben si quand même, si elle est démontrée là. Monsieur ? Là la conjecture, elle est démontrée là ?
1501	P	C'est à vous de décider
1502	L	Ouais mais là, par exemple (rires)
1503	P	Je ne sais pas, est ce que vous êtes d'accord ?
1504	M	Ouais moi je suis d'accord. Et vous ?
1505		(rires)
1506	L	C'est bon
1507	F	On aura essayé
1508	L	On voulait un avis externe
1509	F	Ouais. On a supposé n était un multiple de *inaudible*
1510	M	Dommage, c'était encore bien…un bon plan

1511	L	Oui mais il a pris la feuille. Je me grouille.
1512	F	Ouais ça doit marcher. Il me saoule ce stylo, il n'écrit pas ce que je veux. On dort ?
1513	M	Non on trouve pourquoi ça ne marche pas pour 13
1514	F	On trouve, on trouve…peut être parce q'il n'est pas assez grand pour savoir marcher
1515	M	Tu me cherches
1516	L	*s'adressant à un autre groupe* Nous on a trouvé pour les pairs et on démontré que c'était vrai
1517	F	C'est tout con
1518	L	C'est tout con
1519	M	C'est tout con
1520	F	Quoi ?
1521	L	non non
1522	F	On ne sait pas ce que c'est des congruences. Vous faites ce que vous voulez
1523	L	Oh regarde, ça prends ça la démonstration, ça prends ça
1524		(rires)
1525	F	Et tac. Il a dit quoi ?
1526	L 1:43:20	Il a dit qu'est ce qu'ils sont intelligents
1527	F	Ouais
1528	L	C'est lui qu'es très très con
1529	F	Non mais tais-toi
1530	L	Très très con
1531	F	C'est trop une
1532	L	C'est impossible qu'ils trouvent, c'est trop farfelu
1533	F	Oh tais-toi arrête de le lancer des fleurs
1534	L	Quoi c'est trop farfelu, je suis trop une masse c'est tout
1535	M	Ah ah, ça fait 1 sur, ah non attends
1536	F	C'est quoi les degrés qu'il y a écrit sur nos *inaudible* ?
1537	L	Quoi ?
1538	F	Pourquoi il y a 120 et 90 ?
1539	L	Je ne sais pas
1540	F	J'étais en train de me dire que c'était peut être comment on inclinait mais on ne met pas une chaise à 90
1541	L	90 c'est par rapport à ça ?
1542	F	Il y a 120
1543	L	120 par rapport à ça
1544	F	Quoi ? 90 par rapport à quoi ?
1545	L	Par rapport à ça
1546	F	Ben oui
1547	L	Ça fait un angle droit
1548	F	Arrête, t'es sûr de toi ? T'es vraiment pas drôle Lélien
Episode 49		
1549	F 1:44:44	Je suis sûr que ça marche pour tous les nombres en fait
1550	M	Non ça ne marche pas, en fait ça fait 1/2n
1551	F	Comment tu peux être sûr que ça ne marche pas ?
1552	M	+1/2n/n, en fait non ça fait 1/2n + 1/2, après ça fait 1/3n + 1/3, après ça ferait 1/4n + 1/4
1553	F	Eh ben, ouais
1554	M	Non?
1555	F	Quoi ? Je n'ai pas en fait euh…là c'est non
1556	M	Pour trouver le 2 là
1557	F	Ah oui d'accord, ouais, ouais
1558	M	Tu fais 2n/2
1559	L	T'as fait comment ?
1560	F	Ouais ok ouais

1561	M	Sur n plutôt
1562	F	Donc peut être que 1/4n + 1/ non 1/52 + 1/4 ça ne marche pas ?
1563	M	Non
1564	F	Si tu essayes pour
1565	M	Ouais. Ouais mais non parce qu'on ne sait pas quel euh, on ne sait pas par quoi il faut multiplier. Il faut trouver sur combien, combien, combien on obtient ça
1566	F	Ouais je ne comprends pas, je suis vidé
1567	M	Pourquoi 1/4n + 1/4 ça ne marcherait pas ?
1568	F	Parce que 4 avec 13 euh
1569	M	Ouais
1570	F	Et 11 avec 3 remarque
1571	M	Ouais c'est pas très très bon non plus. Ben si parce que 3*3
1572	L	*S'adressant à un autre groupe* Ça c'est la forme indéterminée
1573	F	Mais Lélien réfléchis avec nous, arrête d'aller vers eux
1574	L	Excuse moi
1575	F	T'as qu'à le dire si on te fait chier
1576	L	Oh bah non écoute
1577	M	De toutes façons on pue
1578	F	Oh ça va hein
1579	L	A ton avis, pourquoi je ne me suis pas mis à côté de Floris
Episode 50		
1580	F	On n'a plus d'idée
1581	P	Comment ?
1582	F	On n'a plus d'idée, on ne sait plus quoi faire, on est perdu
1583	P	Pourquoi ? Pourquoi vous ne savez plus quoi faire ?
1584	F 1:46:52	On ne sait plus où allez là
1585	M	Parce que ça ne marche pas avec les nombres premiers
1586	P	Hum ? Comment ?
1587	F	En fait là, on ne sait plus, on ne sait plus où aller, on ne sait plus quoi faire. Parce qu'il paraît qu'il faut qu'on généralise ça mais ils n'ont pas de point commun. Ou alors a+b+c
1588	M	Ce n'est pas ça qu'on doit généraliser, c'est ça qu'on doit généraliser
1589	F	Mais non c'est ça
1590	P	Donc ça vous l'avez fait ? pour 3 et pour 5 ça marche
1591	M	Oui
1592	F	Hum
1593	P	Donc et pour 7 alors ?
1594	F	Ben on s'est dit qu'on allait essayer avec ceux là pour faire quelque chose
1595		Pour celle avec 7, commence, essaye avec 7, 3n/7 là tu sais comme tu avais mis 2/5n , 2n/5, essaye en prenant 3n/7 pour le premier
1596	F	Hum, où en prenant ça, si on a une aide, autant l'utiliser. 4/7 c'est 1/14 plus euh 1/7 + 1/6, on le sait mais
1597	P	4/7 tu as dit que c'était 1/3 + 1/7 + 1/14
1598	F	oui
1599	M	Non
1600	F	Si
1601	M	Ah ouais si
1602	F	Après
1603	P	Et après ?
1604	ML	Vous pensez bien à faire la, votre production, pensez à la, à la terminer, à noter bien tout ce que vous avez fait
1605	F	Bon, on essaie de regarder a+b+c pour voir ce que ça donne, non ?
1606	L	Si tu veux
1607	L	Faut parler doucement sinon on comprends rien. Non ça donne rien, ça donne toujours des

		trucs différents
1608	F	Quoi ? ben oui mais est ce qu'il y a un lien avec les 2, les 3 et les 5, on en sait rien
1609	L	Franchement essaye en prenant 3n/7
1610	M	Vas-y moi dis moi ce que tu veux faire. C'est quoi la formule ?
1611	L	Euh ? tu regardes, pour le, pour le ça, a c'est n/2
1612	M	Ouais
1613	L	Pour celui là a c'est n/3, pour le 5 c'est 2n/5, t'es d'accord ?
1614	M	Ouais
1615	L	Quand tu regardes, la moitié de 3 c'est 1,5
1616	M	Ouais
1617	L	Juste avant c'est le 1 donc c'est le 1 qu'on met
1618	M	Ouais
1619	L	Là, la moitié, pour le 5 la moitié c'est 2,5, juste avant c'est 2
1620	M	Ouais
1621	L	Donc là la moitié de 7 c'est 3,5
1622	M	Ouais
1623	L	Donc juste avant c'est 3 donc essaye de partir comme ça, je ne suis pas sûr que ça aboutisse mais tu sais… Par contre Floris, tu l'as pour le cinquième ?
1624	F	Hum
1625	L	La loi des 5 ?
1626	F	Attends, euh, ouais, deux secondes. C'est
1627	L	Je peux prendre ta feuille
1628	F	a=n, b=2n et c=2n/5
1629	L	b=2n et c ça fait quoi
1630	F	2n/5
1631	L	Et a ça fait quoi ?
1632	F	n
1633	L	Tu sais quoi, je vais mettre plutôt comme ça. Je vais garder le a égal 2n/5
1634	M	Je ne crois pas que ça marche, ou pas avec les valeurs que j'ai trouvées.
1635	L	T'as quoi pour 4/5, ça fait quoi ?
1636	F	Quoi ?
1637	L	4/5 t'as quoi ?
1638	F	Ça fait 1/5, 1/10 et
1639	L	1/20 ?
1640	M	Pour quoi ?
1641	F	Ah non attends parce que
1642	M	4/5 c'est 1/5, 1/10, 1/2
1643	F	Ouais voilà, ouais c'est ça
1644	L	4/5
1645	M	C'est n, 2n et 2n/5. ok, pardon
1646	F	Qu'est ce qu'il y a ?
1647	M	Non rien
1648	L	C'est 2n ou c'est euh, ça fois ça ?
1649	M	C'est n, 2n et euh
1650	L	Et 4/10 il fait quoi ?
1651	M	Euh 1/10, 1/20
1652	F	De quoi ?
1653	M	Et 1/4, non 1/8, non
1654	L	De quoi ?
1655	F	C'est con hein
1656	M	Si si c'est 1/4
1657	F	J'en ai un qui fait n^2+ *inaudible* + 4/4 et l'autre qui fait n^2+ *inaudible* + 9/3. Si vous avez envie de trouver ce qu'ils ont de ressemblant. Ah énormément
1658	M	Une autre aide ?

1659	F	Oh, vous ne pourriez pas nous passer le bouquin où c'est expliquer directement non ? Bon le seul point commun c'est que ça fait sur 3, sur 4 et sur 5, c'est cool, ah ben non, même pas, ça fait sur 4, sur 3 et sur 5
1660	M	*Inaudible*
1661	L	Là la démonstration, pareil, elle est simple pour 5
1662	F	Ben c'est la même chose que pour 2
1663	L	Hum
1664	F	Non en fait. Qu'est ce qu'on fait ? oh t'as l'air motivé toi, t'as un air de chien battu hein. Tu vois 7*2, hop 14
1665	M	Moi je te dis là, ça fait 1/2n,
1666	F	Oui je sais tu me l'as dit, +1/2 et 1/3n + 1/3, je sais
1667	M	Ben alors
1668	F	Ben le problème c'est que 1/4n + 1/4 ça ne marche pas
1669	M	Mais pourquoi ? oui je sais je sais
1670	F	Ben alors ?
1671	M	Mais je cherche pourquoi ça ne marche pas
1672	F	Bah ça marche pas pareil, ben on ne sait pas pourquoi, c'est un mystère de la vie, 13 c'est chiant, je ne sais pas, peut être qu'avec 17 ça marche
1673	M	De toutes façons 13 ça porte malheur, je suis sur que c'est pour ça
1674	F	Hé ça marche pas pour 15, pour 17 non plus, non ben ça marche toujours pas non plus. Il se passe quoi sinon ? Mais vous arrêtez de regarder partout. Je sais que je suis chiant mais bon. Quoi ? Mais je vais faire une sieste si personne n'a envie de me répondre
1675	M	Mais tu veux qu'on te réponde à quoi ?
1676	F	J'en sais rien, je ne sais pas quand je parle j'aime bien qu'on me réponde
1677	M 1:55:46	Marche pas pour 19 non plus
Episode 51		
1678	L	Faudrait faire un raisonnement par récurrence pour démontrer, excuse moi, pour démontrer pour passer d'un nombre premier à un autre, pour démontrer que c'est héréditaire quand on passe d'un nombre premier à un autre
1679	M	Et ben ?
1680	L	Faudrait démontrer par récurrence à la limite. C'est impossible ?
1681	F	Que quoi est héréditaire ?
1682	L	Ben quand on passe d'un nombre premier à un autre ça marche, ça
1683	F	Ben la preuve que ça ne marche pas forcément pour tous puisque avec 13 il y a un truc qui ne marche pas
1684	L	Comment on le sait ?
1685	F	Mais il n'y a pas de lien entre les 2, on ne peut pas prouver une hérédité s'il n'y a pas de lien entre les deux
1686	L	ouais
Episode 52		
1687	P 1:57:12	Vous pensez bien à finir de rédiger votre fiche, votre feuille. Sur vos différents brouillons, mettez aussi vos initiales et un ordre 1, 2, 3, 4 si vous avez plusieurs feuilles.
1688	F	Est ce que le fait de connaître toutes les décimales, enfin tous les nombres de 2^250 ça vous intéresse ? Moi je trouve ça trop marrant
1689	L	Vas-y dis
1690	F	Je crois que j'ai pas fini de mettre démarrer, ce qui est marrant c'est qu'il fait ça en une seconde, 1,8,0,9,2,5,1
1691	L	Il a en a combien ? hein ?
1692	F	3, je ne peux pas compter, t'imagines même pas
1693	L	Faut voir
1694	F	Bah
1695	L	Ah mais ça ne se met pas en ligne à la fin
1696	L	C'est une route express ça ?

1697	F	Non *inaudible*
1698	F	Hé je vais mettre un 1
1699	L	J'aimerais bien avoir la solution quand même
1700	F	Je pense qu'on va l'avoir, *inaudible* la comprendre. En plus on les déchire tous parce que nous on a eu une aide
1701	M	Mais elle a servi à rien
1702	F	Mais ça a servi à rien
1703	M	T'as fini ton truc là
1704	L	Et dis moi on avait déjà trouvé un truc dans ce style
1705	M	Ben ouais
1706	P 1:59:36	Alors vous,
1707	M	T'as fini, là ?
1708	L	ouais
1709	P	on va bientôt arrêter la séance, donc vous mettez, bien séparément, vous séparez votre production d'un côté et les brouillons de l'autre, qu'on sache bien quelle est la production et quel est, ce qui est un brouillon. Donc sur vos brouillons vous avez mis vos initiales
1710	F	Et non, tiens. Aura-t-on au moins les réponses à nos questions. (*à un autre groupe*) Alors vous avez trouver quoi ? vous avez trouvé quoi ? ça marche tout le temps? ça marche tout le temps votre truc ?
1711	M	Ils ont trouvé quoi ?
1712	F	Vous avez essayé sur des grands nombres, des trucs comme ça
1713	M	Ils ont trouvé quoi ? Vous avez trouvé quoi ?
1714	F	Comme quoi ils peuvent réfléchir des fois. Comme quoi ils peuvent réfléchir les deux là
1715	P	Attendez, attendez
1716	M	On peut couper
1717	F	On a réfléchis pendant 2heures sur *inaudible*
1718	M	Hein ? je ne sais plus
1719	ML	Ça c'est votre brouillon ?
1720	F	Oui
1721	ML	Ça je mets dedans, voilà
1722	L	Elle n'a pas servi à grand chose l'aide hein, pourtant
1723	M	Pair, 2, euh, pair, 5 et 3
1724	F	Pair, 2
1725	M	Pair, 5 et 3
1726	M	Ben non, après on a essayé de généraliser. non
1727	F	On a fait tous les multiples de 2, on a fait tous les multiples de 2, tous les multiples de 3 et tous les multiples de 5
1728	L	Nico
1729	F	Ah non on ne l'avait pas vu, ahh
1730	L	Nico pour les multiples de 3, en fait t'as n tu le divises pas 3 après, ça te fait une fraction, après tu mets n+3 ça te fait une autre fraction après tu multiplies n+3 par n/3 et tu trouvez l'autre fraction
1731	F	Non mais qu'est ce qu'il se passe
1732	P	Bien, allez, donc euh, pour ceux qui restent en aide, je vous laisse quand même 5/10 min de répit, et bon on se retrouvera ici pour l'aide, ce n'est pas la peine qu'on monte.
1733	ML	Bon, en tous cas, merci beaucoup pour votre attention, pour votre travail
1734	P	Merci
1735	L	Oh Flo, tiens
1736	F	Ben non ça c'est à toi
1737		*inaudible*
1738	F	Mais on en a un chacun les gars, hein
1739	L	Ben oui
1740	F	Et on aura le droit à la réponse ou pas ?