

*Des mathématiciens de retour à  
l'école*

Véronique Hussin  
DMS, Université de Montréal

# Plan

- Introduction
  - Interventions au primaire : la suite de Fibonacci (Innovateurs à l'école).
  - Intéresser les élèves du secondaire: les carrés magiques (projet SEUR).
  - Sensibilisation auprès des futurs maîtres: cours MAT1101: Mathématiques fondamentales au Bac en enseignement.
- 
- Introduction
  - Interventions in the primary (Innovators at school).
  - To interest the students of the secondary (SEUR project).
  - Sensibilization of future teachers: MAT1101: fundamental Mathematics, Bac in education.

# Introduction

- Pourquoi ce titre « *Des mathématiciens de retour à l'école* » ?
  - Les mathématiques n'ont pas bonne presse, en général!
  - Les élèves ne sont jamais indifférents aux mathématiques...ils les aiment ou les détestent!
  - Comme mathématiciens, nous pouvons changer la perception trop souvent négative.
  - L'intervention dans les écoles est importante. Ce n'est pas si facile...
- 
- Why this title " mathematicians back to the school "?
  - Mathematics have no good press, generally!
  - The pupils are never indifferent to the mathematics, they like or hate them!
  - As mathematicians, we can change this negative perception.
  - The intervention in schools is important. It is not so easy ...

## Interventions au primaire : La petite histoire d'une suite de nombres (Innovateurs à l'école)

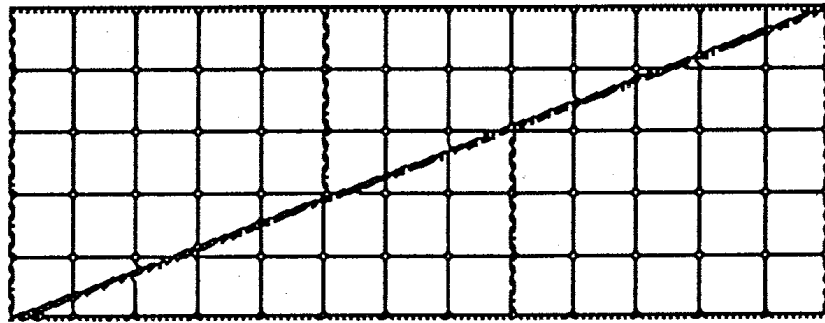
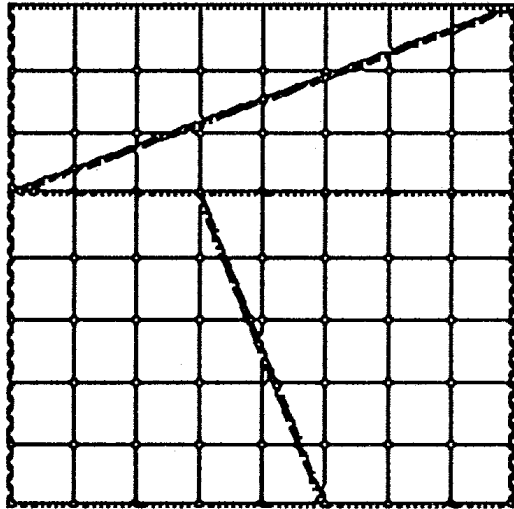
- Programme Innovateurs à l'école: [www.spst.org/innovateurs/](http://www.spst.org/innovateurs/) .
- Grand éventail de sujets en sciences, mathématiques et technologies.
- Fonctionnement: ateliers gratuits par des scientifiques bénévoles, catalogue distribué dans les écoles, les enseignants font les demandes.
- Expérience de 3 à 4 visites par année de 1994 à 2004.

# La petite histoire d'une suite de nombres (Innovateurs à l'école)

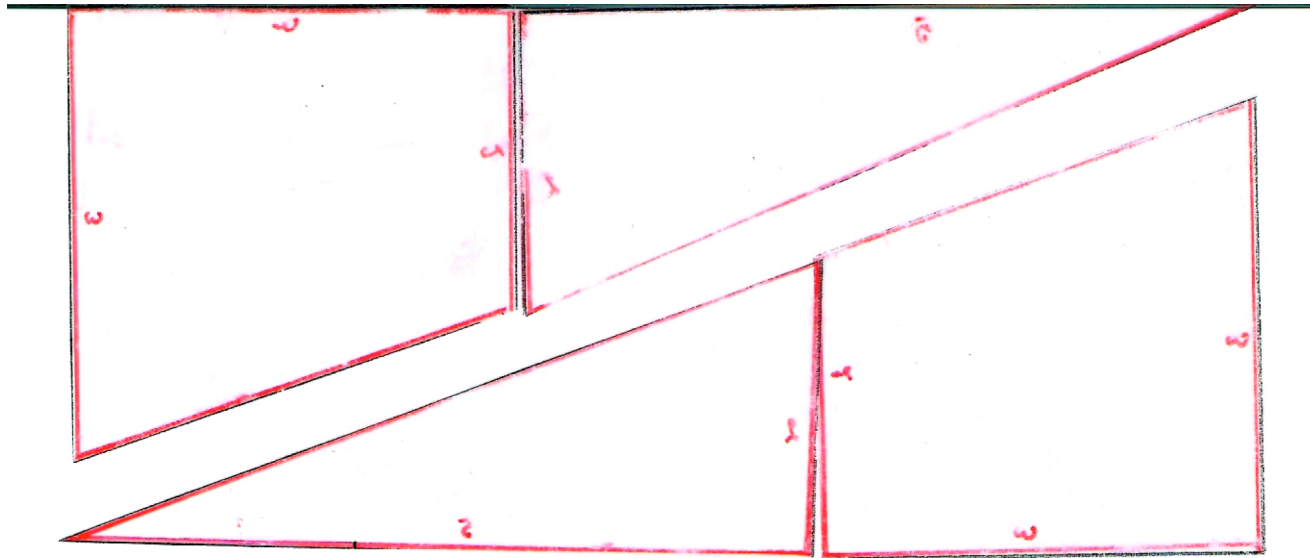


1  
1  
2  
3  
5  
8  
13

# Un carré qui donne un rectangle



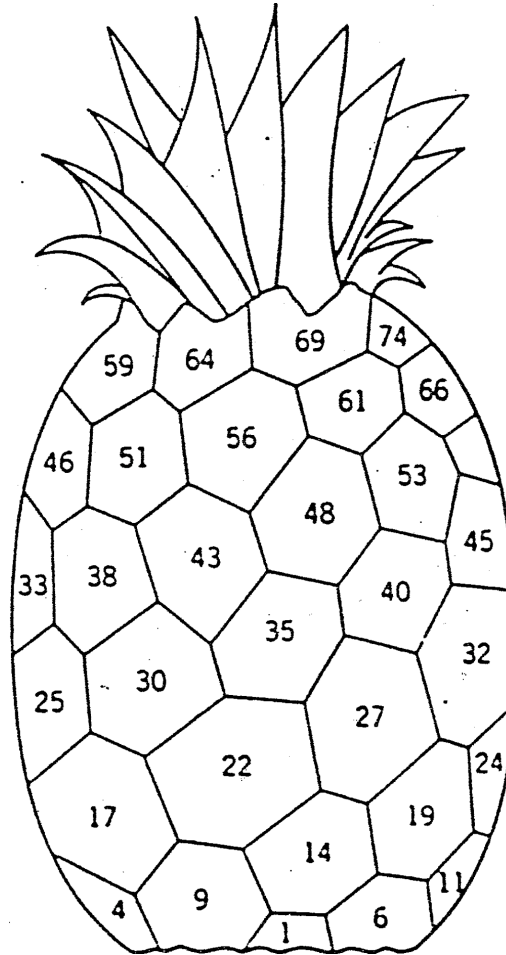
# Un carré qui donne un rectangle



Pas tout-à-fait!  
Les surfaces sont  
différentes.

Not really!  
Area of the square= $8 \times 8 = 64$   
Area of the rectangle= $13 \times 5 = 65$

# Les spirales de l'ananas





# La petite histoire d'une suite de nombres (Innovateurs à l'école)

- Intervention d'une heure en 5<sup>ième</sup> et 6<sup>ième</sup>, niveau primaire.
  - Contenu moins ambitieux que prévu, beaucoup de simplifications, manipulations avec la calculatrice (addition, quotient), découpage, puzzle, spirales de l'ananas. Le langage doit être approprié, le temps passe vite.
  - Réactions des élèves: enthousiasme, math différentes, jeux, bonne participation.
  - Réactions des enseignants: surprise, ne connaissait pas cette suite, certains ne sont pas intéressés.
- 
- Intervention of one hour at grade 5 and 6 of the elementary school.
  - Content less ambitious than planned, many simplifications, manipulations with the calculator (addition, quotient), puzzle, spirals of the pineapple.
  - The language must be adapted, the time passes fast.
  - Reactions of students: enthusiasm, different math, games, good participation.
  - Reactions of the teachers: surprise, did not know this sequence, some are not very interested.

# Au secondaire: Les carrés magiques

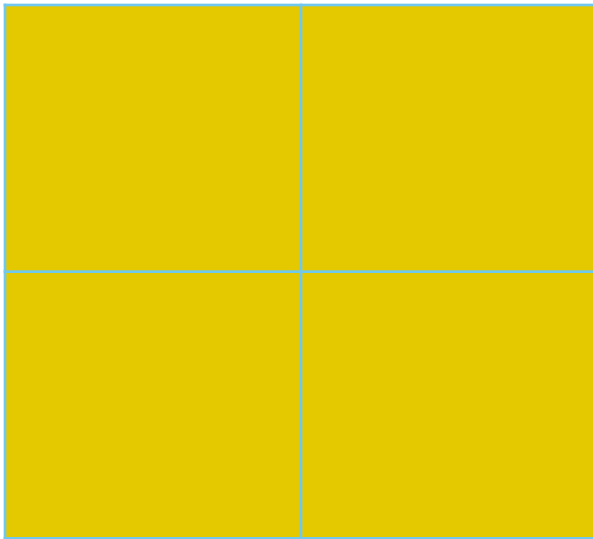
- Programme SEUR (Sensibilisation aux études universitaires et à la recherche pour les 3<sup>e</sup>, 4<sup>e</sup>, et 5<sup>e</sup> secondaire) à l'UdM: [www.seur.qc.ca](http://www.seur.qc.ca)
- Rencontre avec un scientifique.
- Stages scientifiques d'une semaine du 23 juin au 7 août...
- Quelques matinées en 2004 sur « Les carrés magiques ».

# Les carrés magiques

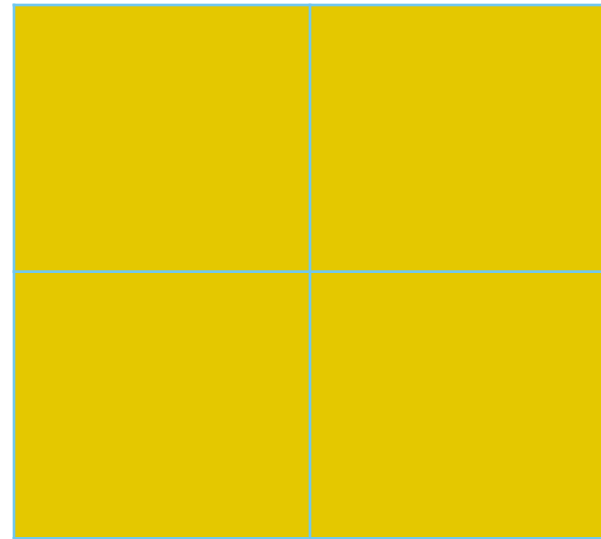
La définition:

- Un **carré magique d'ordre  $n$**  consiste en une série de  $n^2$  nombres arrangés dans un carré, qui vérifie les conditions 1, 2 et 3. Il est **semi magique** si seules les conditions 1 et 2 sont satisfaites.
  1. la somme des éléments de chaque ligne est égale à une même constante;
  2. la somme des éléments de chaque colonne est égale à cette même constante;
  3. la somme des éléments de chacune des deux diagonales est égale à cette même constante.
- Un tel carré est dit **normal** si les nombres sont des entiers distincts compris entre 1 et  $n^2$ .

# Tous les carrés magiques et semi-magiques d'ordre 2



Un magique



Un semi-magique (pas magique)

# Tous les carrés magiques et semi-magiques d'ordre 2

$S/2$	$S/2$
$S/2$	$S/2$

Un magique

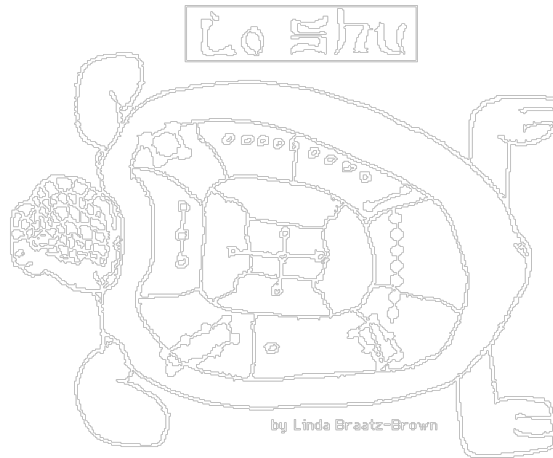
A	S-A
S-A	A

Un semi-magique

S et A sont des nombres quelconques, S est la somme

# Un carré normal et ses variantes

Le carré de la tortue



Combien existe-il de variantes de ce carré?

How many such squares?

En voici deux autres !

6	7	2
1	5	9
8	3	4

8	1	6
3	5	7
4	9	2

## Combien existe-il de variantes de ce carré d'ordre 3?

1) La somme magique  $S=15$  comme l'addition de 3 entiers naturels distincts compris entre 1 et 9, de toutes les façons possibles:

$9+5+1=15$ ,  $9+4+2=15$ ,  $8+6+1=15$ ,  $8+5+2=15$ ,  
 $8+4+3=15$ ,  $7+6+2=15$ ,  $7+5+3=15$ ,  $6+5+4=15$

Number	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Frequence	2	3	2	3	4	3	2	3	2

## 2) Placer le nombre central du carré

	5	

chiffre	1	2	3	4	5	6	7	8	9
présence	2	3	2	3	4	3	2	3	2



### 3) Placer le nombre 1 dans le carré

8	1	6
	5	

	1	
	5	

6	1	8
	5	

Il y a 4 positions possibles du 1, d'où  $2 \times 4 = 8$  carrés

nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9
présence	2	3	2	3	4	3	2	3	2

4) On obtient ainsi 8 carrés magiques d'ordre 3 qui se déduisent d'un *seul* par symétrie, rotation ou demi-tour

6	1	8
7	5	3
2	9	4

8	1	6
3	5	7
4	9	2

4	3	8
9	5	1
2	7	6

2	7	6
9	5	1
4	3	8

8	3	4
1	5	9
6	7	2

6	7	2
1	5	9
8	3	4

2	9	4
7	5	3
6	1	8

4	9	2
3	5	7
8	1	6

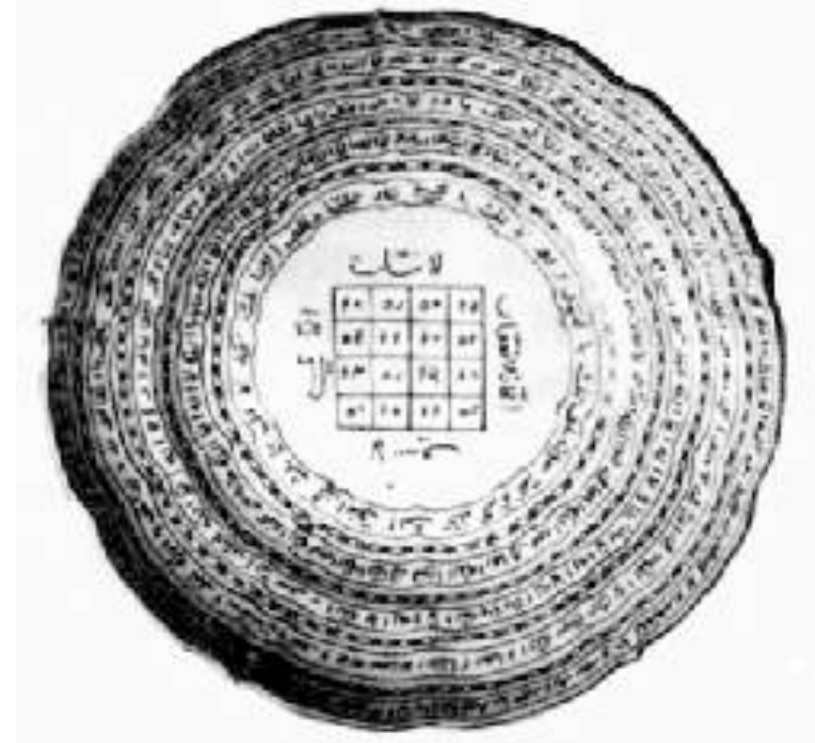
## Que se passe-t-il pour les ordres plus élevés?

- Pour l'ordre 5, il y en a environ  $1,5511 \times 10^{25}$  et, parmi eux, 275 305 224 sont différents!
- Pour l'ordre 4, il a été démontré (Frenicle) qu'il y en a 20 000 milliards mais seulement 880 différents (qui ne se déduisent pas l'un de l'autre par symétries ou rotations).

## Des carrés magiques partout!

- Dans une assiette trouvée en Chine!
- A 4x4 magic square. Not normal! Look at the sum!

44	54	55	41
49	47	46	52
45	51	50	48
56	42	43	53





MELANCHOLY.

Un carré d'ordre 4  
dans le tableau  
Melancholia  
de Dürer peint en  
1514

Quel est le lien avec le  
précédent?

# Trois carrés qui se ressemblent

4	14	15	1
9	7	6	12
5	11	10	8
16	2	3	13



44	54	55	41
49	47	46	52
45	51	50	48
56	42	43	53

- La somme magique vaut  $S=34$ . La somme de tous les nombres est 136 .
- Beaucoup de symétries.
- Prenons le premier carré et « ajoutons-lui » 40. C'est magique!

# Sur une plaque de fer!

Les chiffres utilisés sont les chiffres arabes d'Orient. Il a été retrouvé dans les ruines d'un palais chinois.  
**Quel est ce carré magique dans nos chiffres habituels?**



۲۸	۴	۳	۳۱	۳۵	۱۵
۳۴	۱۸	۲۱	۲۴	۱۱	۱
۷	۲۳	۱۲	۱۷	۲۲	۳۵
۸	۱۳	۲۴	۱۹	۱۶	۲۴
۵	۲۵	۱۵	۱۴	۲۵	۳۲
۲۵	۳۴	۳۳	۴	۲	۹

It is a normal magic square!  
Try to find it! Not easy but  
This could help!

# Un tableau de correspondance!



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Traité de mathématiques copié à Chiraz en 969 par le mathématicien 'Abd Jalil al Sijzi. BN de Paris. Ms. ar. 2 457, f° 85 v-86	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠
Traité d'astronomie de Al Birūnī ( <i>Al Qānūn al Mas'ūdī</i> ) copié en 1082. Bodleian Library. Oxford. Ms. Or. 516, f° 12 v.	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠
Traité d'astronomie du XI <sup>e</sup> siècle BN de Paris. Ms. ar. 2 511, f° 10 v, 14, 19	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠
Tables astronomiques du XI <sup>e</sup> siècle BN de Paris. Ms. ar. 2 495, f° 10	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠
Traité d'astronomie du XII <sup>e</sup> siècle BN de Paris. Ms. ar. 2 494, f° 10	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠
Manuscrit copié au XIII <sup>e</sup> siècle sur un original datant du IX <sup>e</sup> siècle BN de Paris. Ms. ar. 4 457, f° 20 v.	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠
Traité d'astronomie de Kushyar ibn Labbān copié en 1203 dans le Khurasan Bibl. de l'Université de Leyde. Ms. al madkhal.	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠
Tables astronomiques du XIII <sup>e</sup> siècle BN de Paris. Ms. ar. 2 513, f° 2 v	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠
Manuscrit daté de 1470 BN de Paris. Ms. ar. 601, f° 1 v	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠
Manuscrit daté de 1507 Bibl. de l'Université de Leyde. Cod. Or. 204 (3).	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠
Manuscrit daté de 1650 et provenant d'Istanbul Univers. de Princeton. ELS 373.	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠
Ouvrage d'arithmétique pratique du XVII <sup>e</sup> siècle BN de Paris. Ms. ar. 2475, f° 25, 26, 53 v	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠
Manuscrit du XVII <sup>e</sup> siècle BN de Paris. Ms. ar. 2 460, f° 6 v	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠
Manuscrit du XVII <sup>e</sup> siècle BN de Paris. Ms. 2 475, f° 91-94	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠
CARACTÈRES TYPOGRAPHIQUES MODERNES	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠

- Les chiffres du type « hindi » employés par les Arabes orientaux.



C'est un carré normal d'ordre 6!



28	4	3	31	35	10
36	18	21	24	11	1
7	23	12	17	22	30
8	13	26	19	16	29
5	20	15	14	25	32
27	33	34	6	2	9

# Observations

- *Contenu*: Notions d'algèbre, de linéarité (espace vectoriel), concepts généraux (du cas particulier au cas général).
- Beaucoup de travail de conception, trop de matériel. Le langage est plus facile à adapter au niveau secondaire.
- *Comportement des élèves* (4 et 5<sup>ième</sup> secondaire): contexte particulier (camp de sciences) donc motivés mais plus par les sciences de laboratoire ou médecine...les mathématiques moins spectaculaires.
- L'expérimentation est importante, participation, intérêt...l'épreuve de déchiffrement fut un succès, les méthodes de construction moins.
  
- Contents: notions of algebra, linearity (vector space), general concepts (from particular to general case).
- A lot of work of conception, too much material. The language is easier to adapt at the secondary level.
- Behavior of the students (4 and 5th secondary): particular context (sciences camp), motivated but more by lab experiments than mathematics.
- The practise is important to help maintaining the interest for the subject...success for decrypting the square with the code!

# Sensibilisation auprès des futurs maîtres

- Formation à l'UdM: cours MAT et STT au DMS (57 crédits), autres cours à la la Faculté des sciences de l'éducation (66 crédits).
- Cours MAT1101 : Mathématiques fondamentales (Hiver 2008).

**Admission 2007-2008**  
**B.Ed., enseignement des mathématiques au secondaire – CHEMINEMENT DE L'ÉTUDIANT**  
(version 05)

	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année	3 <sup>e</sup> année	4 <sup>e</sup> année
<b>Automne</b>	- MAT 1301 3 - MAT 1400 4 - MAT 1500 4  - DID 1010A 1,5 Français pour futurs ens. - PPA 1210 3 L'adolescent et l'expérience scolaire	- MAT 1000 4 - STT 1700 3 - IFT 1969 3  - PPA 2220 3 Apprentissage scolaire au secondaire - DID 2260 3 Didactique de la proportionnalité	- ETA 3550 3 Évaluation des apprentissages  - PPA 3120 3 Gestion de classe au secondaire - DID 3260 3 Technologies et ensei- gnement des maths  - EDU 3012 5 Stage d'enseignement 1	- Cours disciplinaires à option 12  - ETA 1001 3 Histoire et philosophie de l'éducation - DID 4298 2(2) Labo. de did. des maths
	<b>15,5 crédits</b>	<b>16 crédits</b>	<b>14 crédits</b>	<b>17 crédits</b>
<b>Hiver</b>	- MAT 1101 3 - MAT 1334 4 - MAT 1600 4  - DID 1010A 1,5 Français pour futurs ens. - ETA 1900 3 Système éducatif et profession enseignante  - EDU 1012 1 Stage de familiarisation	- PPA 2000 3(2) Labo. d'enseignement - DID 2270 3 Le raisonnement en mathématiques - DID 2280 3 Erreurs et obstacles d'apprentissage - ETA 2200 3 École et environ- nement social ou - PPA 3300 3(1) Pédagogie en milieu urbain  - EDU 2012 4 Stage d'initiation à l'enseignement	- MAT 1720 4 - MAT 2450 3 - MAT 2531 3 - Cours disciplinaire à option 3  - DID 3270 3 Didactique de l'algèbre et des fonctions	- PPA 4420 2(1) Intervention éducative auprès d'adultes ou - PPA 4430 2(1) Élèves doués au secondaire ou - PPA 4440 2(1) Pédagogie/élèves à besoins particuliers  - EDU 4012 10 Stage d'enseignement 2
	<b>16,5 crédits</b>	<b>16 crédits</b>	<b>16 crédits</b>	<b>12 crédits</b>
<b>Total</b>	<b>32 crédits</b>	<b>32 crédits</b>	<b>30 crédits</b>	<b>29 crédits</b>

*Ce cheminement est à titre indicatif seulement, il peut être modifié sans préavis.*

# Cours MAT1101 : Mathématiques fondamentales (Hiver 2008)

- Cours nouveau pour moi: entre 35 et 40 étudiants, la plupart en 1<sup>ère</sup> année.
- Offert en janvier: les étudiants ont fait les cours de calcul (avancé), maths discrètes, maths élémentaires et font en même temps algèbre linéaire, géométrie euclidienne.
- Contenu: groupes, corps, axiomatique mathématique, construction de l'ensemble de nombres, théorie des ensembles et algèbre de Boole.
- Organisation: 3 heures de cours magistraux + 2 heures de TP, participation des étudiants dans les TP, assignation d'un exercice à chacun et présentation au tableau.

# Observations: cours de mathématiques au futurs maîtres (Mathématiques fondamentales)

- Contenu: beaucoup de temps passé pour apprendre à écrire et parler correctement le langage mathématique (comme toute langue).
- Etudiants: bonne progression avec la rigueur et le soin dans les présentations de preuve, de résolutions d'exercices. Langage mathématique toujours approximatif... difficulté avec l'axiomatique.
- Approche originale pour stimuler les étudiants:
  - 1) Travaux pratiques animés par les étudiants;
  - 2) Illustration par des exemples transférables aux élèves de secondaire.
  
- Contents: a lot of time to learn to write and speak correctly in the mathematical language (as in any tongue).
- Students: good progress with the rigour of proof, resolutions of exercises. Mathematical language improvng...difficulty with the axiomatics.
- Original approach to stimulate the students: practices done by the students; illustration with examples directly applicable to school.

# Un exemple de l'utilisation de l'axiomatique mathématique

- On se donne l'ensemble des rationnels  $Q$  comme formé des couples ordonnés  $\langle a, b \rangle$ ,  $a, b \in \mathbb{Z}$ ,  $b$  non nul .
- L'égalité dans  $Q$  est définie par  $\langle a, b \rangle = \langle c, d \rangle \iff ad = bc$  . Cet ensemble  $Q$  est muni des opérations d'addition et de multiplication suivantes:  $\langle a, b \rangle + \langle c, d \rangle = \langle ad + bc, bd \rangle$ ,  $\langle a, b \rangle \langle c, d \rangle = \langle ac, bd \rangle$ .
- On définit en plus la relation:  $\langle a, b \rangle > \langle c, d \rangle \iff ad > bc$ .
- (a) Montrer que cette définition correspond à l'inégalité des rationnels.
- (b) Montrer que si  $\langle a, b \rangle > \langle c, d \rangle$  et  $\langle e, f \rangle > \langle 0, b \rangle$ , alors  $\langle a, b \rangle \langle e, f \rangle > \langle c, d \rangle \langle e, f \rangle$ .
- (c) Montrer que si  $\langle a, b \rangle > \langle c, d \rangle$  et  $\langle e, f \rangle > \langle g, h \rangle$ , alors  $\langle a, b \rangle + \langle e, f \rangle > \langle c, d \rangle + \langle g, h \rangle$ .

*Ref: Foundations and Fundamental concepts of mathematics, Third edition, Howard Eves, Dover Publications, NY(1997).*

# Axiomatique mathématique 2

- On considère un ensemble formé d'abeilles et de ruches ainsi que les postulats suivants :
  - P1 : Il y a des abeilles dans chaque ruche ;
  - P2 : deux ruches différentes peuvent avoir une et seulement une abeille en commun ;
  - P3 : chaque abeille de notre ensemble appartient à deux et seulement deux ruches ;
  - P4 : il y a exactement quatre ruches.Montrer que le modèle est consistant.
- Montrer les théorèmes suivants :
  - (a) Il y a exactement 6 abeilles ;
  - (b) Il y a exactement 3 abeilles dans chaque ruche :
  - (c) Pour chaque abeille de l'ensemble, il y en a seulement une autre qui n'est pas dans la même ruche qu'elle.



# Conclusion

- Des meilleurs enseignants pour attirer plus d'élèves vers les mathématiques.
- Plus de mathématiciens impliqués dans la formation des maîtres mais aussi présents auprès des jeunes.
- Better teachers will attract more students to do mathematics.
- More mathematicians involved in education but also in schools.