Young math. teachers' training for the secondary level

Trainers' training – an example

- Aline Robert, professeur IUFM Versailles - UCP

Outline

- **I. A) What happens in the second year of IUFM for « beginning » mathematics teachers ? (cf. N. Bopp for the first year)**
- **B) Contents of the mathematical training**
- **C) A report**

- **II. A trainers' training at an university level:**
- **A) Aims and modalities**
- **B) Some examples**
- **C) Hypothesis**

I the second year in IUFM

A) What happens ?

- **1). One or two classes in responsibility, with the help of an "older" teacher**
- **2). Some training courses* (stages – in complementary levels) – and the corresponding writing**
- **3). On two days in each week, out of their establishment, specific work* (general and on mathematics), with specific trainers (of university or not)**
- **4). Writing some pages on a specific moment of one's classroom with a chosen problematic - 40**

B) Contents of the training for the second year

- **Very different from one place to another !**
- **It depends strongly on trainers (*).**
- **Usually trainers are chosen by the institution without any training (they are considered as good teachers)**
- **In some places, didactics is the main thing to be taught; in another ones, it is mathematics tied to syllabus for students which are studied; curricula may be involved, or more pedagogical points, as assessments, or more precise aspects tied to contents to be taught in the classroom, for instance introduction of new notions, or to managements.**
- **TICE : each young teacher has to pass the BI2…**

Work’s modalities in the Second year

- There is a great diversity, once more.
- For instance, in some places, videos (in the classroom) are used to work with young teachers.
- In other places there are some “cours magistraux” - or only work in small groups – work on internet is used in different ways…

C) Report (1)

- **85 to 95% go on, many assessments**
- **Often, young teachers are not very happy with this kind of training – too heavy, even useless**
- **They greatly appreciate however the teachers who work with them in their establishment**

Report (2)

- **Mathematical knowledge : young teachers are often sure they do not lack anything (except TICE) ;**
- **what they know is actually not conscious, so that the students' difficulties do not appear to them – we use the word « naturalisées » ;**
- **however their knowledge is not always yet available.**

Report (3)

- **Some difficulties "always" go away : problems with timing, consciousness of the relativity of the teaching' effects and assessments, of the constraints, more or less according to their trainers !**
- **Some others difficulties often remain, such as (31):**

- **choice of exercises and text books' critics, with an "a priori" analyses (to determine what piece of knowledge is to be used),**
- **time to let the students work on an exercise,**
- **interpretation and taking into account of the students' work**
- **helps and particularly intermediate helps, collective correction, « méta » comments**

II A training for trainers at an university level

- This training occurs at a master level.

Only teachers with at least 5 years of teaching's experience may access the training. We call them « participants »

A) Goals and modalities for the first year

B) Some examples of tools

C) Hypothesis

A). Goals of the first year of the training

a) **Having tools to analyze what happens in the classroom from a mathematical point of view (ie to be able to study students' mathematical activities). Examples will follow**

For this aim, contents and management have to be studied in a mixed way.

It lets participants go forward to more global questions.

Goals of the training (2)

b) Having tools to study and use professional literature

c) Having tools to conceive young teachers' and others' training

d) Complements : on TICE's training, on modelisation, on sociology and clinical psychology and on English

Modalities

The first year (goals a), b), c))

- **On the first period, work on tools apart from videos and work on articles (two abstracts are written)**
- **Then each participant shows and analyses an excerpt of a self-video; problematic and alternatives are discussed**
- **At last little groups of participants conceive a training scenario and present.**

B) Tools' Examples

1) **Contents' analyses : from wordings**

2) Classroom's management

3) Videos' analyses

First example…

First example

- Why 70% students do not solve it ?

- 1) They do not learn their lesson or do not work at home
- 2) They do not conceive that the theorem is to be recognized and adapted
- 3) 2) $\Rightarrow$ 1)
- 4) Correction may not answer to such questions
- 5) May be to late if too long to come…

Contents' analyses : A) what knowledge is to be used ? (1)

- Construire un triangle équilatéral d'aire égale à la somme des aires de deux triangles équilatéraux donnés (collège)-33

- Construct an equilateral triangle which area is equal to the sum of the areas of two given equilateral triangles

what knowledge is to be used (1)?

- Construire un triangle équilatéral d'aire égale à la somme des aires de deux triangles équilatéraux donnés.

Connaissances **anciennes**, supposées **mobilisables (exploitable)** : **aire d'un triangle équilatéral**

Connaissances **anciennes**, supposées **disponibles (available) théorème de Pythagore**

Connaissances **nouvelles** (en cours d'acquisition) **nommer les côtés des trois triangles (deux donnés, un à chercher) – mise en équation**

Contents’ analyses : A) what knowledge is to be used ? (2)

- Soient ABCD un parallélogramme, M un point de (AD), N le symétrique de A par rapport à M, P le point d’intersection de (CM) et (BN). Quel est le lieu de P lorsque M décrit (AD) (lycée) ? 35

- ABCD is a parallelogram, M belongs to (AD), N is the symmetrical point of A in respect of M, P is the intersection of (CM) and (BN). What is the set described by P when M describes (AD) ?

what knowledge is to be used ? (2)

- **Soient ABCD un parallélogramme, M un point de (AD), N le symétrique de A par rapport à M, P le point d'intersection de (CM) et (BN). Quel est le lieu de P lorsque M décrit (AD) ?**

Connaissance **nouvelle** supposée **disponible** : théorème de Thalès

Introduction d'un intermédiaire (un point, à nommer)

Mélange avec le cadre numérique (transitivité de l'égalité de rapports)

Contents' analysis : B) wordings and adaptations of knowledge

- Est-ce que (Montrer que) l'ensemble des nombres qui s'écrivent comme somme de deux carrés d'entiers relatifs est stable par la multiplication ? 36

- Do (Prove that) the set of integers written as a sum of two squares is stable for product ?

wordings and adaptations of knowledge

- Est-ce que l'ensemble des nombres qui s'écrivent comme somme de deux carrés d'entiers relatifs est stable par la multiplication ?

Conjecture, expériences numériques préalables, ne mettant pas sur la voie de démonstrations.

- Montrer que l'ensemble des nombres qui s'écrivent comme somme de deux carrés d'entiers relatifs est stable par la multiplication.

Enoncé fermé, Identités remarquables **à adapter (développer et introduire un intermédiaire)**

Choix : utilisation des modules des nombres complexes.

Contents' analysis : B) adaptations of knowledge (bis)

- On donne un triangle ADE, B et C des points de [AD] et [AE] respectivement, tels que (BC) et (DE) soient parallèles. On appelle I et J les milieux respectifs de [BC] et [DE]. Démontrer que A, I et J sont alignés. 37

- Let be ADE a triangle, B and C belong to [AD] and [AE], (BC) and (DE) are parallel. I and J are the midpoints of [BC] and [DE]. Prove that A, I, J are collinear points.

- **Choix (choice)** :Thalès, vectoriel, homothétie,.
- Thalès : **introduire un intermédiaire**, le point d'intersection J' de (AI) et [ED]. Reconnaître les modalités d'application : dans les triangles ABI et ADJ' puis dans les triangles AIC et AJ'E.
- **Mélange de cadres géométrique et algébrique** : les égalités de rapports obtenues se traitent de manière non indépendante, sur des fractions faisant intervenir des longueurs. Reconnaître la transitivité de l'égalité et l'égalité des numérateurs
- Retour au début de l'exercice : J' est (lui aussi) le milieu de [DE], c'est donc J. Donc les points A, I, J sont alignés.
- **Elaborer des étapes (steps)** à « recoller » à la fin.
- Solution vectorielle plus courte :
- Vect(AJ) = vect(AD) + vect(DJ) = x(vect(AB) + vect (BI)) = xvect(AI)
- Avec les homothéties : homothétie de centre A transforme B en D, donc C en E, donc le milieu I de [BC] en le milieu J de [DE]. D'où l'alignement du centre A de l'homothétie, de I et de son image J. (étapes)

Contents' analysis : B) wordings and adaptations of knowledge (ter)

- Montrer (est-ce que) que les courbes respectives des fonctions ($x \to x^2$) et ($x \to -x^2 + 10x - 21$) ont des tangentes communes à déterminer le cas échéant – même exercice avec exp et ln (lycée) - 38

- Prove that the two functions ($x \to x^2$) and ($x \to -x^2 + 10x - 21$) have some tangents which are the same.

wordings and adaptations of knowledge (5)

- Montrer (est-ce que) que les courbes respectives des fonctions ($x \to x^2$) et ($x \to -x^2 + 10x - 21$) ont des tangentes communes à déterminer le cas échéant – même exercice avec exp et ln
- Coefficient directeur tangente et dérivée : changements de point de vue (tangente, point de tangence, abscisse) – adaptation d'une connaissance mobilisable
- Intermédiaire : coordonnées inconnues d'un point de chaque courbe – équation des deux tangentes
- Mise en système (c'est la même tangente) : changement de cadre
- Résolution (disponibilité) et retour au problème

Contents' analysis A) et B): what for ?

- To compare knowledge to be used and knowledge actually used by students and to be able to precise students' activities– it concerns teachers as trainers
- To make students' work interpretation easier for the teachers
- To be more accurate when correcting students' work

Contents’ analysis : C) introducing notions

Introduction du barycentre (lycée – 16 years old students)

- **1. comme moyenne, ou à partir d’un problème de physique (équilibre) : extension d’une notion**

- **2 En faisant démontrer l’existence et l’unicité du point G tel que … : objet, réponse à un problème du prof,**

- **3. Par une propriété « outil » :**

Trouver {M ; ||vectMA + vectMB|| = 2}.

- **(remplacer la somme des vecteurs par un seul, 2vectMI)**

Trouver { M ; ||3vectMA + 4vectMB||=2}.

On a introduit le barycentre comme outil, réponse au problème : simplifier une somme vectorielle en la transformant en un seul vecteur…

- **4. Dans l’espace, extension sans accident**

Autres notions : FUG (formalisatrices, unificatrices, généralisatrices)… (32)

2) Classroom’s management

Actual students' activities are not those expected by teachers after tasks analysis

To understand what happens in the class, we study the timing, the ways in which the students have to work, the teachers’ helps

Then we try to exhibit students’ activities (a minima or a maxima)

3) videos' analysis

- **EFG a triangle, M belongs to [EF], EM = x, N belongs to [EG], (MN) and (EG) are parallel, EF = 5, EG = 7, FG = 9 ; express EN in respect of x…**
- **Analysis of the wording (37)**
- **Video (excerpt) – minutes : 20-21 ; 23-26**
- **Reconstitution of the students' activities**
- **To the global – on the notion, the syllabus, …**
- **Alternatives**
- **Problematics (41)**

C)Hypothesis: why these choices ?

1)Students’ activities are a good intermediary between students’ learning and teaching (even if some factors are missing) : it is why we give tools to study them

2) There are choices for teachers on tasks and management even if some constraints reduce them

3)Constraints on teachers’ practices are to be understood, as explaining choices (practices are tied to students and to the “métier”)

Hypothesis (2)

- **3) Experience may be not sufficient to become a “good” trainer : more systematic tools are useful to understand variability, to have some models and not only one, to be able to discuss with the same words with other trainers, to be able to follow or even to work with researchers**

Types de notions et introduction

- Extension avec ou sans accident : en général « bons » problèmes d'introduction, même avec moyens de contrôles « internes » au problème
- Réponse à un problème : deux types de problèmes, la notion est introduite comme objet ou outil,
- Notions formalisatrices, unificatrices, généralisatrices : introduction partiellement magistrale, historique, plurielle…

Observations in the classrooms

- **Too little « a priori » analyses and difficulties to interpret pupils' activities**
- **The variety of tasks given is very limited**
- **Too little work in small groups**
- **Too little collective recaps and discourse on « meta » and methods**
- **The starting of an exercise is often led by the teacher without intermediate help**
- **No time spent on organizing the new knowledge inside the previous one**

Exercice 1

- a et b longueurs des côtés données
- Aire1 =rac3/4 a^2
- Aire2 = rac3/4 b^2
- Aire3 = rac3/4 x^2
- D’où $x^2 = a^2 + b^2$

Exercice 2

- La construction ne peut pas se faire si M est symétrique de A par rapport à D.
- On introduit (AP) et l'intersection I de (AP) et (BC)
- Thalès deux fois :

BC/MA = PC/PM = CI/AM

D'où BC = CI

La droite est fixe, le lieu est inclus dans la droite –

Réciproque (enlever le point I)

Exercice 3

- Ou bien
- On utilise les modules des nombres complexes

$|z^2| = m^2 + n^2$, $|z|^2|z'|^2 = |zz'|^2$

- Ou bien les identités remarquables

$(m^2 + n^2)(p^2 + q^2) = (mp + nq)^2 + (mq - np)^2$

Exercice 4

- Thalès

DJ’/BI = J’E/IC

Homothétie centre A transformant B en D : elle transforme C en E donc I en J.

Vectoriellement

Exercice 5

- Equations des tangentes
- $Y = 2ax - a^2$
- $Y = (-2b + 10)x + b^2 - 21$
- les deux droites sont les mêmes
- Système : $a + b = 5$, $ab = 2$
- D'où a et b sont racines de l'équation
- $x^2 - 5x + 2 = 0$

Exercice 6 (vidéo)

- EM/EF = x /5 = EN/EG

EN = 7x/5

Extrait

(1) Activités a minima: tous savent qu'il faut appliquer Thalès

(2) Contrat sur la rédaction « modèle »

(3) Activités géométriques coupées des activités algébriques

Examples of young teachers' problematics

- Introducing a rule by students
- Working in small groups
- QCM
- History to introduce a notion (decimal)
- Algebra : “tableur” to introduce equations
- A didactical problem to introduce proportionality (the puzzle)

Examples of alternatives and problematics for teachers

- Let or not students work by themselves or in small groups in the classroom (noise, time, difficult to go back)
- Programming or not
- Introducing some notions by a problem or not
- Give meta comments to all students or not