Les yeux d'Uranie

Le regard et les mots des mathématiciens

Sauvageot François

Institut des Sciences de la Communication du CNRS (ISCC)
Chargé de mission
f.sauvageot@iscc.fr
et
Laboratoire Jean Leray (Nantes, UMR 6629)
Maître de conférences en mathématiques détaché au CNRS
francois.sauvageot@math.univ-nantes.fr

Le partage du savoir

Supposons que nous ayons chacun une pièce d'un euro et que nous nous l'échangions. Nous aurons, après l'échange, chacun un euro. Si par contre nous nous échangeons une idée, alors chacun de nous aura alors deux idées. Peut-on pour autant en conclure qu'il est dans la nature du savoir de pouvoir être partagé sans être divisé ?

La société mondiale de l'information a jeté les bases d'une économie de la connaissance. Dans cette société de l'information, qu'advient-il du savoir ? Y a-t-il une économie solidaire du savoir ? S'il est parfaitement envisageable de concevoir une telle économie, la question demeure entière quand on en vient à s'intéresser aux individus. Peut-on, par exemple, partager un savoir sans avoir à construire un langage propre ? En étudiant les mathématiques à l'école, on pourrait penser que ce n'est pas possible et que tout partage du savoir mathématique passe d'abord par une éducation aux mots mathématiques. C'est ainsi que, bien souvent, les mathématiques sont absentes des revues scientifiques grand public. Jugées inintelligibles, l'espace public leur est interdit. Le savoir est ainsi partagé en plusieurs classes : celui qui est accessible au grand public et celui qui ne l'est pas. C'est le problème de ce partage là, de cette séparation, que je voudrais adresser.

Le savoir est séparé en divers champs disciplinaires, se rapportant à divers paradigmes[1]. Un langage propre y est développé permettant de poser les bonnes questions et d'introduire les bons concepts pour y répondre. Les idées qui émergent alors sont formulées dans ce langage et l'enjeu du vulgarisateur est de traduire en langage commun concepts et idées.

Selon une image de Jean-Louis Krivine (Bouleau, 1999), le travail du mathématicien est inverse de celui d'un compilateur. Un compilateur code un message (écrit dans un langage de programmation de haut niveau) pour le transformer en un message constitué de 0 et de 1, intelligible par la machine. Selon l'image proposée : « *[le mathématicien] a pour tâche, à partir d'un programme code, de reconstituer le programme source. […] C'est un décryptage mais dans un langage à inventer : un décryptage interprétatif et créatif.* » Tout comme le langage de programmation, celui des mathématiques obéit à certaines règles et n'est pas immédiatement

1 Paradigme est employé dans le sens que lui donne Thomas Kuhn (Kuhn, 1983).

accessible à tous : sa scientificité tient à la rupture avec le sens commun. Il est important, dans la perspective d'une éducation universelle telle que la désire Auguste Comte, qu'en dépit de cela les sciences puissent parvenir à donner une base commune à la vie sociale.

Cette image montre également l'importance du talent interprétatif du chercheur. Elle plaide pour une vision polysémique des mathématiques. Pour illustrer ce propos, prenons l'exemple d'un lancer de pile ou face. Le sens commun, et la loi des grands nombres, nous dit que le nombre de lancers d'un côté ou de l'autre est en moyenne identique. Notons P et F ces quantités. Les deux assertions P=F et P/F=1 semblent être deux façons différentes de décrire la même chose. Et pourtant, quand on étudie l'assertion P=F, on se rend compte qu'elle est le plus souvent fausse et cela conduit à la, très contre-intuitive, loi de l'arcsinus : à la suite d'une série de lancers, la quantité P-F prend différentes valeurs et on note M son maximum ; la valeur de M la plus probable est 0, autrement dit la chose la plus probable est que P soit toujours inférieur à F !
Par contre si on étudie l'assertion P/F=1, on s'oriente vers la loi des grands nombres, à savoir que P/F tend vers 1 au fur et à mesure que le nombre de lancers augmente ; autrement dit l'assertion P/F=1 est asymptotiquement correcte, alors que l'assertion P-F=0 est presque toujours fausse.

Le hasard, sa modélisation et sa compréhension, est très certainement une des bases qu'il faut inclure dans l'éducation universelle chère à Comte. L'expérience en est immédiate : il suffit de faire lancer des pièces à toute une classe d'école et d'attendre que tous aient obtenu l'égalité P=F pour convaincre les plus sceptiques qu'il y a là un phénomène que l'on n'attendait pas. Les conséquences de ce phénomène, si simple à expérimenter, sont tellement nombreuses qu'on s'étonne du succès des classements des lycées, de l'absence de barres d'erreurs dans les sondages publiés par la presse etc.

Il y a plusieurs raisons à cela. Tout d'abord les mathématiques ont développé un langage très technique, nécessaire à l'avancée de la connaissance. La construction de ce langage propre va de pair avec une normalisation, tant du langage que du mode de communication des scientifiques. Un effet secondaire en est la difficulté à traduire en langage commun (à poursuivre plus avant le décryptage vers un langage de plus haut niveau, si on utilise l'image de Krivine), c'est-à-dire la difficulté à transmettre certaines idées fortes, même les plus simples.

Un autre effet secondaire est la création de normes propres à chaque science, amplifiant l'incommunicabilité entre elles et l'idée que ces sciences sont, en essence, différentes les unes des autres. Le changement de paradigme, et le rapprochement de deux sciences, nécessite un nouveau paradigme, c'est-à-dire, selon Kuhn, une révolution scientifique. C'est ainsi qu'il est devenu courant de parler de sciences (à l'école, dans la presse) en excluant *de facto* les mathématiques. Dans ce contexte, il n'est pas étonnant que l'on puisse s'interdire toute expérimentation dès lors que l'on parle de mathématiques, et ainsi se priver d'un accès intuitif à de nombreuses notions, comme le hasard.

Ainsi que le rapporte C. Snow (Snow, 1959), le mathématicien Godfrey Hardy s'étonnait avec amusement de la sorte : « *As-tu remarqué comment est utilisé le mot intellectuel de nos jours ? Il semble y avoir une nouvelle définition qui, très certainement, n'inclut pas Rutherford, Eddington,* *Dirac, Adrian ou moi ? C'est un peu bizarre, tu sais.* » En écho à ces interrogations, un journaliste m'a récemment demandé, sur une grande chaîne de radio, s'il fallait inclure les mathématiques dans la fête de la science. La séparation entre sciences et mathématiques est-elle donc consommée ?

Modèles

Ce n'est certainement pas l'opinion de tous. Ainsi, très récemment, Antony Garrett Lisi a écrit, en introduction de sa théorie du tout (une théorie physique unifiant toutes les forces connues) : « *Nous existons dans un univers décrit par les mathématiques. Mais quelles maths ? Bien qu'il soit intéressant de considérer que l'univers est l'instanciation physique de toutes les mathématiques, il y a un principe classique permettant de restreindre les possibilités : les mathématiques de l'univers doivent être belles. Une description pertinente de la nature se doit d'être une structure concise, élégante et unifiée, consistante avec l'expérience.* » Les théories de Lisi sont loin d'être validées scientifiquement à l'heure actuelle, mais les réactions à la fois des scientifiques et du grand public montrent que quelque soit le rapport des mathématiques au réel, la croyance en ce rapport joue un grand rôle. Ce regard porté sur le monde, à travers les yeux de la muse Uranie, est un élément dynamique et moteur de la recherche.

La vie de Johannes Kepler illustre cet élan. La conviction que les formes mathématiques sont la texture même du monde le pousse à réimprimer son *Mysterium Cosmographicum* alors même qu'il a achevé l'œuvre qui l'a fait entrer dans l'histoire à travers ses trois lois. Même s'il sait que les planètes n'obéissent pas à cet ordre qu'il a cru entrevoir en dessinant un triangle inscrit et circonscrit à deux cercles, il fait réimprimer son œuvre de jeunesse parce qu'elle contient toutes les idées qui l'ont poussé à consacrer sa vie à ce travail gigantesque : le soleil au centre du monde, cause physique du mouvement des planètes, le sens des rapports des grandeurs astronomiques … et la musique des sphères. Ce qu'il cherche c'est le monde tel que le voit Dieu !

Albert Einstein ne témoigne pas autrement lorsqu'il s'interroge sur le fait que la mathématique s'adapte d'une si admirable manière aux objets de la réalité. Il suit les pas de Kepler en cherchant une vision du monde que son prédécesseur aurait qualifiée de divine. Ce qui est au centre des motivations d'Einstein, c'est un modèle (mathématique) : « *L'homme essaie de construire pour lui-même, de la manière qui lui convient le mieux, une image simplifiée et intelligible de l'univers. Il essaie alors dans une certaine mesure de substituer son propre cosmos au monde de l'expérience et aussi de le dominer. Ce but est celui que poursuivent le peintre, le poète, le philosophe dans ses spéculations et l'homme de science, chacun à la manière qui lui est propre. Il fait de ce cosmos et de sa construction le pivot de sa vie sentimentale, afin de trouver de cette façon, la paix et la sécurité qu'il ne peut atteindre dans le tourbillon rétréci de l'expérience personnelle.* » (Discours prononcé en l'honneur de Max Planck, cité par B. Hoffmann et M. Thirion.)

Richard Feynman, tout aussi lyrique, ne dit pas autre chose lorsque, après la remise de son prix Nobel de physique en 1965, il implore ses interlocuteurs « *de prendre un risque avec leur vie, qu'on ne parle plus jamais d'eux, et de partir là-bas dans le bleu sauvage pour voir s'ils peuvent le comprendre»*. Autrement dit, selon les mots d'Isabelle Stengers et Bernadette Bernaude-

Vincent : s'exposer à l'échec, à l'erreur, à l'expérience qui ne mène à rien, s'exposer à être vaincu dans une controverse, c'est la condition pour être vraiment créatif, pour avancer des idées neuves. Et c'est sans doute ces conseils qu'a écouté Lisi, tout comme Abhay Ashtekar, le fondateur de la théorie dans laquelle s'insèrent les travaux de Lisi : la gravitation quantique à boucles.

Les modèles mathématiques ont donc une puissance indéniable comme moteurs de la recherche. De nombreux domaines de l'activité humaine peuvent être étudiés à travers de tels modèles, avec une certaine efficacité : en physique, comme on l'a déjà dit, mais aussi en chimie, en économie, en biologie etc. La théorie des graphes trouve par exemple des applications dans l'étude des transports ou en cinétique chimique. La description des formes est essentielle chez le naturaliste d'Arcy Wentworth Thompson et ses idées sont à la pointe de la recherche actuelle en neurosciences. Les solides platoniciens, chers à Kepler, ont ici laissé la place à d'autres figures fascinantes : les fractals. On les retrouve dans la nature, les cartes de géographie, le poumon, le cerveau. Les figures fractales ont également très largement inspiré les artistes, étendant encore les rapports entre art et mathématiques. Les peintres ont de tout temps joué avec les droites, les perspectives et les figures mathématiques, mais on trouve aussi des objets mathématiques en danse (écriture Laban, système Eshkol-Wachman, chorégraphies de Lucinda Childs) ou en jonglerie (notation siteswap de Klimek-Day, spectacles de Denis Paumier), au point d'inspirer des mathématiciens comme René Thom (Thom, 1991).

D'une façon très concrète les modèles mathématiques pèsent sur notre vie quotidienne via leur importance dans les marchés financiers. Depuis les années 1970 les marchés financiers dérivés ont pris une importance majeure et le calcul du prix des options (pour lequel a été attribué en 1997 le prix Nobel d'économie à Myron Scholes et Robert Merton – avec mention de Fischer Black) repose entièrement sur des outils très évolués de théorie des probabilités.

Comme le note Nicolas Bouleau (Bouleau, 1999) *« les mathématiques mixtes abondent de situations où les théories sont sous-déterminées par les faits »*. Autrement dit le modèle mathématique permet d'approcher d'aussi près que l'on veut la réalité que l'on a observée. C'est dans cette propriété que résident à la fois sa puissance et sa limite. Comme on peut rendre compte de façon aussi réaliste que l'on veut des observations, quitte à modifier le modèle en lui rajoutant des paramètres, le modèle mathématique s'ajuste aux besoins de l'ingénieur.

La première limite se trouve dans le fait que l'adéquation du modèle ne permet en rien de lui imputer des vertus explicatives. Pour rester dans les problèmes qui fascinaient Kepler, on a longtemps cherché une explication à la loi de Titius-Bode donnant la distance du Soleil aux planètes en fonction de leur rang dans le système solaire et chaque nouvelle théorie de formation du système solaire était testée à l'aune de la loi de Titius-Bode jusqu'à ce que deux astrophysiciens, Bérengère Dubrulle et François Graner, expliquent qu'une telle loi résultait de propriétés de symétrie et d'isotropie à la naissance du système solaire. Or tous les modèles raisonnables de formation du système solaire vérifient ces propriétés de symétrie et d'isotropie : la loi de Titius-Bode ne permet donc pas de les séparer. Ce cas n'est nullement pathologique : c'est même le cas général. « *Au contraire, ce sont les théories poppériennes qui sont l'exception. Construire une théorie réfutable par l'expérience est une exigence extrême.* » Pour pouvoir y parvenir avec un modèle déterministe, il faut suffisamment de données ; quant à un modèle probabiliste, il faut pouvoir augmenter librement la taille des échantillons.

La seconde limite se trouve dans l'intelligibilité des résultats du modèle. Ainsi il n'est pas facile d'appréhender le génome humain et, même si le projet international visant à donner la séquence complète de l'ADN humain a été mené à bien en 2005, la quantité de données est telle que les scientifiques sont bien loin de l'avoir décrypté. Il faut en effet environ 1 giga-octet pour stocker l'information contenue dans une cellule humaine. Avec ce niveau de complexité, il est nécessaire d'avoir des modes d'analyse et de visualisation spécifiques. Les mathématiques ayant émergé dans d'autres problématiques peuvent permettre d'appréhender ces questions. En considérant les molécules d'ADN comme des lettres d'un alphabet, on peut appliquer des idées issues de la théorie des langages à l'interface de l'algèbre et de l'informatique ou encore des probabilités et de la linguistique. En mêlant ces deux idées, on peut obtenir des images de l'ADN issues de la représentation par jeu du chaos (CGR). Toutes ces idées sont encore en plein développement.

Les analogies, qu'elles soient explicatives ou non, permettent de dresser des ponts invisibles dont l'armature est mathématique. L'analogie recèle de nombreux pièges et fausses routes, là réside à la fois sa puissance créatrice et son erreur. L'histoire des sciences regorge de ces hypothèses hasardeuses, voire délirantes. C'est le travail consécutif à ces hypothèses qui permet de tester la fécondité de l'analogie. La lecture des œuvres de Kepler confirme en ce regard son immense génie : toutes ses hypothèses ont donné lieu à une vérification mathématique. Ainsi en est-il de la longue marche qui l'a mené à sa découverte majeure, passant des cercles aux ovales et des ovales aux ellipses. Ses idées pythagoriciennes, que l'on retrouve dans sa troisième loi, l'ont conduit à des hypothèses parfois abracadabrantes, mais elles sont au cœur de son œuvre. Car Kepler ne prend pas ses désirs pour des réalités, il teste toutes ses hypothèses, se plaignant auprès de son lecteur du temps qu'il a passé sur des calculs interminables. Son hypothèse vicariante lui a nécessité plus de quatre ans de calculs pour effectuer plus de soixante-dix fois une méthode de fausse position en deux dimensions. Et s'il rejette ce modèle, c'est pour des raisons mathématiques. Il s'agit, historiquement, du premier rejet d'hypothèse. Tout d'abord Kepler porte une admiration sans faille à Tycho Brahe, le génial observateur danois, dont il prendra la succession comme *mathematicus* impérial à Prague. Cela le conduit à ne pas négliger une discordance de huit minutes d'arc. Mais surtout il décide, contrairement à tous ses prédécesseurs, d'utiliser toutes les données en sa possession. A l'heure actuelle c'est ce que font tous les astronomes, cherchant par une méthode de moindres carrés la trajectoire qui passe au plus près de toutes les observations, mais ce n'est pas la pratique du temps de Kepler. Ptolémée a construit ses tables dans l'*Almageste* en prenant trois observations pour définir ses cercles, ne considérant aucunement les dizaines d'autres observations …

Ce que cet exemple illustre, c'est que la pertinence d'un modèle ne vient pas des calculs qui y sont menés. Les mathématiques d'un modèle sont d'une nature bien différente de celles des calculs algébriques : en paraphrasant André Weil, si la logique et le calcul algébrique sont l'hygiène du modèle mathématique, là ne réside pas sa pertinence. Kepler est copernicien, non pas parce que l'hypothèse de Copernic est plus élégante ou plus efficace, mais parce que pour lui la position centrale du Soleil est un pré-requis de son astronomie, de la physique qu'il est en train de créer. Sans cette conviction, acquise et revendiquée dès son adolescence, ses recherches se seraient vite essoufflées et Isaac Newton n'aurait pas pu y puiser une de ses sources d'inspiration.

C'est par la critique d'un modèle par un autre modèle que Kepler, Newton ou Einstein ont fait progresser la physique. Mais contrairement à ce qu'on pourrait penser à l'évocation de ces théoriciens, un modèle n'est pas toujours fondé sur des causalités et sa validation n'est pas non plus une validation de son schéma logique. La quête d'une théorie permettant d'englober à la fois le modèle de la gravitation issu de la relativité générale et la mécanique quantique est une quête de la conciliation de modèles en essence contradictoires, car fondés sur une perception du temps différente : la mécanique quantique prend le temps pour acquis, externe au modèle, tandis que la relativité l'incorpore dans un espace-temps. Si la relativité restreinte permet encore une caractérisation unique du temps, grâce à un découpage de l'espace suivant une direction favorisée, ce n'est plus le cas de la relativité générale qui engendre une multiplicité des temps : il n'y a pas de façon unique de découper des « tranches d'espace » dans l'espace-temps de la relativité générale.

La quête d'une théorie du tout est cependant possible (même si certains, comme Stephen Hawking, lui opposent le théorème d'incomplétude de Gödel) car la relativité générale explique avant tout la gravitation, tandis que la mécanique quantique explique les trois autres forces : électromagnétique, faible et forte.

Dans d'autres circonstances des modèles prédictifs ne se fondent pas sur une explication. Ils n'en sont pas pour autant moins utiles. Après tout on a utilisé l'aspirine bien avant de comprendre ses mécanismes. Si l'on s'intéresse aux crues, par exemple, on peut vouloir les modéliser en étudiant les hauteurs d'eau ou le débit de la rivière. Dans les deux cas un modèle gaussien sera pertinent et pourtant si la hauteur d'eau obéit à une loi gaussienne, ce n'est pas le cas pour le débit, et réciproquement.

Le doute partagé

Qu'est-ce donc que l'expertise si le savoir des scientifiques est aussi relatif ? Peut-on dire que rien n'est certain et tout se vaut ? Que toute controverse scientifique n'est finalement que querelle d'experts et que chacun peut adhérer à un point de vue ou un autre selon ses propres inclinations. Que peuvent donc faire partager les scientifiques ? La vulgarisation est-elle une forme d'endoctrinement et faut-il que la population s'approprie la science, donne un cahier des charges à ses scientifiques ?

On rejoint ici les interrogations sur une économie solidaire du savoir ou la volonté de l'UNESCO de s'approprier la science et la technologie comme un outil de développement de l'humanité toute entière, sur la base d'une juste répartition du patrimoine scientifique universel (conférence mondiale sur la science, Budapest, 1999). Un premier obstacle est celui que nous avons effleuré en évoquant des marchés financiers dérivés. Ainsi que le rappelle Bouleau, le modèle des mathématiques financières nécessite une privatisation des connaissances. La connaissance représentée par un modèle d'arbitrage est furtive en ce sens qu'elle disparaît si elle vient à être révélée publiquement. Autrement dit, dans le cadre des marchés financiers dérivés, la connaissance est utile et pertinente tant qu'elle reste privée et réservée à l'entité socioéconomique qui s'en sert.

La question du cahier des charges donné par le peuple à sa science est évoquée par Griffiths (Griffiths, 1995) à travers notamment la montée de la science aryenne, dans l'Allemagne des années 1930. Même dans ses décisions les plus techniques, les scientifiques se devaient de se préoccuper des opinions du « *volk* », le peuple. Un autre exemple est donné par les attaques de Václav Havel reprochant à la science : « s*a conviction profonde que l'homme est capable de décrire objectivement, d'expliquer et de contrôler tout ce qui existe, et de posséder l'unique vérité sur le monde. »*

Ce que nous apprennent les exemples précédents, c'est que les modèles sont multiples, les mathématiques polysémiques, certes, mais que les opinions ne sont pas arbitraires. En conséquence il convient d'émettre un certain nombre de réserves sur cette idée généreuse et naturelle d'appropriation de la science par le peuple. « *Il faut absolument développer la modélisation concurrente […], des centres de modélisation indépendants mobilisés par des collectivités, des associations, des entreprises sont probablement la meilleure (la moins mauvaise) garantie pour les choix techniques importants.* » (Bouleau, 1999).

Pour répondre à Havel affirmant que « *l'homme a besoin de spiritualité, d'intuition de première main sur les choses, … et par-dessus tout de sa propre subjectivité comme principal lien avec la subjectivité du monde »*, il suffit de rappeler les paroles d'Einstein en l'honneur de Max Planck pour se convaincre que la science n'a pas pour objet de nier la subjectivité des hommes, bien au contraire. Un autre point, sous-jacent dans la citation précédente de Bouleau, c'est que le lien ne se fait pas nécessairement directement du sujet au monde. Bouleau parle de collectivités, d'associations, d'entreprises. Une intelligence individuelle peut-elle à elle seule appréhender le monde, même en restreignant le domaine d'étude à un champ disciplinaire particulier ?

Mais le point le plus important, à mon sens, est que la science apporte plus dans le domaine du doute que dans celui de la certitude. S'il est un message fort à retenir des considérations sur la polysémie des mathématiques, c'est que l'on peut vivre avec l'acceptation du doute, en étant heureux de ce doute. Car, en tout cas c'est mon expérience de scientifique, le plus important dans un cheminement scientifique c'est le paysage que l'on découvre au bout du chemin. Le chemin importe finalement peu : et si c'est la logique qui guide ce chemin, balisé par des certitudes, au final l'intérêt de ce chemin, c'est d'avoir déplacé la question, de l'avoir approfondie, de l'avoir enrichie. La pertinence d'une question ou d'un modèle ne réside pas vraiment dans l'exactitude des calculs (même si elle est évidemment nécessaire quand il s'agit de découvertes mathématiques) : s'il n'y avait rien de plus, l'objet en serait vide.

Laurent Schwartz dit qu'il « *cherche en zigzag et arrive finalement plus près du point de départ qu'il ne l'avait pensé »*. Il éprouve alors le besoin de trouver un autre chemin, plus court, pour arriver au résultat. C'est le résultat qui est l'enjeu. Et bien souvent ce résultat, même s'il répond à une question, en pose d'autres, plus riches, plus profondes encore : une réponse élargit l'étendue du doute. Le point de vue de l'ingénieur, du politique ou du journaliste est d'être opérationnel, d'avoir une réponse effective à une question. Ce n'est pas incompatible avec la certitude que la réponse est partielle, sans doute erronée si on y regarde de plus près. Le danger est de croire que la science apporte une réponse opérationnelle irréfutable et unique.

S’il est une chose que les scientifiques peuvent faire partager c’est le doute. Un doute positif, constructif, vecteur de vie, un outil pour transformer le regard que l’on porte sur le monde, pour créer des ponts improbables. Contrairement à Einstein, je ne crois pas que l’on puisse trouver la paix et la sécurité dans une représentation personnelle du cosmos, on peut la chercher, par nécessité, mais pas la trouver, sinon peut-être dans la mort.

Science populaire

Faire reposer la science sur le doute est aussi une critique de la vulgarisation en tant que traduction ou translation des considérations scientifiques à destination de la foule indistincte et anonyme. Comme toute entreprise de communication, elle repose avant tout sur l’intérêt que l’on porte au récepteur : communiquer la science, ce n’est pas informer un public anonyme. Plutôt que de penser à vulgariser des sciences, ne doit-on pas plutôt opter pour ce qu’on peut appeler science populaire, une science à laquelle le peuple a accès, à laquelle il peut participer. Le doute est un tel support car tout être pensant peut douter et faire partager ses doutes, avec les mots qui sont les siens et avec sa propre histoire.

Quand je parle de mathématiques, j’ai envie de montrer à quel point ce sont des ponts : le même mot, le même concept peut permettre aux mathématiciens d’aborder des questions très différentes dans des situations mixtes très différentes. Les fractals que le mathématicien étudie pour eux-mêmes se retrouvent dans des études aussi bien en biologie, en géographie, en neurologie, en chimie, en physique ou en sciences de la communication. Le mathématicien est souvent tenté d’utiliser le même langage pour décrire toutes ces applications, ce qui a pour effet de rebuter ses interlocuteurs (selon la fable que le mathématicien est caractérisé par des réponses qu’il met longtemps à élaborer, toujours totalement exactes et parfaitement inutiles …). En sens inverse le mathématicien est souvent rebuté par un vocabulaire spécifique auquel il ne comprend par grand-chose et qui n’a essentiellement pas d’intérêt pour le modèle mathématique qu’il va être amené à construire.

Accepter de prendre un pont pour dépouiller une question et la rendre mathématisable est sans aucun doute un déchirement et également une transformation de la question. La réponse sera donc nécessairement une réponse à une question différente de celle qui était initialement posée, sans être pour autant dépourvue de sens ni d’intérêt. Un exemple simple est donné par la notion d’espérance de vie. Intuitivement le grand public pense qu’une espérance de vie est la durée de vie moyenne des individus naissant à la date considérée. Ainsi si l’espérance de vie est de 78 ans en France en 2008, on peut penser que la moyenne des âges de mort des bébés nés en 2008 en France sera de 78 ans. Cela ne peut évidemment pas être le cas : les mathématiciens ne sont pas devins et ils ne peuvent avoir aucune donnée concernant l’âge de mort d’enfants qui vont naître … Affirmer cela c’est instantanément créer un doute sur la notion même d’espérance de vie et c’est, à mon sens, le rôle du mathématicien à la fois de créer ce doute et de donner une image plus juste de ce qui est effectivement calculé par les statisticiens et les démographes.

Le rôle du scientifique dans une action de contact avec le grand public est, quand il s’agit de partager la science, d'aider au cheminement : d'abord par la mise en mouvement en remettant en question ce qui est perçu comme une évidence, et ensuite en s'assurant que le chemin emprunté est scientifique, qu'il a l'hygiène mathématique nécessaire. Pour le reste, c'est à chacun son chemin avec, au bout, un paysage qui lui est propre et de nouvelles questions.

Quant au mathématicien, perdu dans la contemplation infinie des paysages qu'il entrevoit du milieu de son pont, à la croisée de chemins qui le mènent vers des questions aussi diverses que ces paysages, il lui appartient d'emprunter ces ponts, d'y faire des allers-retours incessants. La puissance des dictionnaires au sein même des mathématiques est une illustration de la fécondité du changement de point de vue : un des programmes les plus ambitieux de ces dernières décennies en mathématiques, le programme de Langlands, est avant tout un programme visant à établir un dictionnaire entre arithmétique et géométrie. Quand il s'agit de mathématiques mixtes, la fécondité est tout aussi importante : un même concept mathématique peut s'incarner de différentes façons selon le pont emprunté et y obéir à des lois propres auxquelles il ne semble pas être contraint dans ses autres incarnations. La mise en parallèle de ces différentes facettes du même objet mathématique, voire les contradictions qu'elles peuvent susciter, est d'une grande richesse tant pour les mathématiques que pour les autres sciences.

D'une façon concrète il m'a toujours été plus agréable et plus facile de communiquer une vision mathématique à partir d'un questionnement venu de mon interlocuteur. Les mathématiques que l'on peut aborder sont d'un seul coup bien plus profondes et l'intérêt en est vivifié. C'est parler de musique et aborder les rythmes via l'analyse harmonique, les gammes par l'arithmétique, la fabrication des CD par un mélange des deux. C'est parler du cerveau et aborder la croissance des neurones par le biais des idées de d'Arcy Thompson, la mesure de l'intelligence par l'analyse multifactorielle, l'aspect fractal de sa forme etc.

Les idées les plus complexes peuvent s'illustrer avec papier, crayon et ciseaux pour peu qu'on ait envie de n'en garder que la substantifique moelle … En dehors de la question, profonde, de la réification de l'intelligence, il n'est pas rare d'entendre des comparaisons d'intelligence via la taille des cerveaux. Or on sait bien que ce n'est pas le volume qui rend compte de cette taille. Tout comme pour les poumons, coincés dans la cage thoracique, l'important est la surface d'échange. Cette question est de nature fractale : quelle surface peut-on loger dans un volume contraint, donné à l'avance ? Ou encore quelle longueur de courbe peut-on loger dans une feuille de papier ?
Dit sous forme de défi, on peut poser la question : voici une feuille de papier et une paire de ciseaux, saurez-vous découper la feuille de façon à passer au travers ?

Le mathématicien sait par avance que c'est possible : une feuille de papier a une longueur infinie. Reste à savoir manipuler les ciseaux ! Mais il n'est pas nécessaire de savoir à l'avance phraser le résultat en termes, mathématiques, de longueur et de surface, il suffit d'essayer. Si la situation a un intérêt c'est qu'elle bouscule une intuition : avoir une grosse tête n'a rien à voir avec l'intelligence ! Souvent, quand il pose une question, le mathématicien se heurte à des réactions de rejet : soit parce que sa question semble si évidemment défier le bon sens qu'elle en paraît absurde, soit parce qu'on réalise en écoutant la réponse que le mathématicien est avant tout un tricheur ! Il désobéit à une règle implicite qu'il n'a jamais énoncée mais que son interlocuteur s’est lui-même imposé.

Ainsi en est-il des fameux puzzles de Sam Loyd ou de ce fameux puzzle : comment, en seulement quatre traits tirés à la règle, passer par neuf points placés sur un carré trois par trois ? La solution, qui sort de la figure, a également l’effet habituel de faire sortir de ses gonds la personne à qui la question a été posée. Cette question est néanmoins classique. Une qui l’est moins est d’y parvenir en un seul trait de crayon, avec la même configuration de neuf points dessinés sur une feuille volante …

Un des enjeux majeurs actuels dans la communication des idées mathématiques est de permettre au grand public d’acquérir une intuition probabiliste. Cela fait bien longtemps que le monde est perçu à travers un filtre probabiliste par les physiciens. Avec l’émergence des outils de calcul informatique, les statistiques ont envahi la vie de tous à travers l’impact des sondages, des indicateurs, des évaluations, des classements. Et pourtant la culture reste principalement mécaniste, emprunte de causalité. On cherche, à travers des tests, à identifier des responsables, à trouver des causalités.

Il y a pourtant bon nombre d’images qui permettent de se forger une intuition probabiliste, de créer un univers où le hasard est présent, où le doute existe mais est confortable, rassurant. Car, à bien y réfléchir, le doute est lié à la vie, et c’est ça qui est rassurant : d’être vivant !

Voici pour conclure quelques exemples tirés de mes expériences avec le « grand public ».

La notion de classement ordonné de façon stricte lors d’un sondage ou d’une évaluation (des lycées, des hôpitaux) n’a essentiellement aucun sens. Le plus spectaculaire renversement de classement, en termes médiatiques, est sans aucun doute fourni par les résultats du premier tout de l’élection présidentielle française de 2002. De façon très étonnante, l’occasion n’a pas été saisie pour transformer notre façon de présenter ces sondages et d’y incorporer la notion de barre d’erreur ou de classement par paquets. Dans cette logique il semble encore impensable de ne pas comparer deux à deux les candidats. Et pourtant le paradoxe de Condorcet, illustré de façon simple par le jeu « Pierre, feuille, ciseaux » ou par un carré magique, contient à l’évidence qu’une opinion ne repose pas sur des comparaisons deux à deux : chaque électeur a son classement (éventuellement évolutif) et c’est ce classement qui compte, pas uniquement le nom qui figure en haut de sa liste.

Cet exemple illustre bien que l’important dans un sondage c’est la question qui est posée, la façon dont elle posée, l’ensemble des choix de réponses possibles. Là est le véritable acte politique.

Plus récemment, lors de la fête de la science d’octobre 2007, j’ai présenté un petit panorama de diverses questions autour de l’ADN vu par les mathématiciens. L’ADN comme langage de quatre lettres, comme ordinateur du futur et aussi comme illustration du hasard. En effet les tests ADN reposent sur une propriété de forte variabilité de certains sites de l’ADN. Un autre hasard, celui de l’actualité, a fait que de nombreux visiteurs sont venus s’interroger sur ce que pouvaient bien avoir à raconter les mathématiciens à ce sujet. L’idée principale que nous voulions illustrer est que lors d'un test probabiliste d'identification (que ce soit en biométrie ou ailleurs) le fait d'être en présence de deux échantillons différents permet d'affirmer qu'ils proviennent de deux individus différents, mais que leur coïncidence ne permet que d'estimer une probabilité qu'ils proviennent en effet du même individu. Autrement dit : un test négatif fournit une certitude, alors qu'un test positif fournit une probabilité.

Prise individuellement cette question n'a pas de grand enjeu si l'on est parvenu à s'assurer que la dite probabilité est très importante. Nous voulions illustrer un autre phénomène lié à des questions de nombre de tests. Ainsi si l'on prend deux individus au hasard dans la rue, on peut penser qu'il est très rare qu'ils soient nés le même jour (l'année ne comptant pas) à la même heure (les minutes ne comptant pas). Considérant qu'il y a 365 jours par an et 24 heures dans une journée, on peut se dire qu'il y a une chance sur 365x24, soit environ une chance sur 9000, que deux personnes prises au hasard soient effectivement nées le même jour à la même heure. C'est très peu. Et pourtant le mathématicien peut affirmer avec une assez grande certitude que parmi les 300 personnes présentes place Royale à Nantes ce jour-là, au moins deux étaient nées le même jour à la même heure. La grande certitude est de l'ordre de 99%. Autrement dit : le test a très peu de chances d'être positif s'il est pratiqué une seule fois, mais s'il est pratiqué de façon exhaustive sur une population relativement restreinte, il sera presque sûrement positif au moins une fois. C'est ce renversement de certitudes, ce bouleversement que l'on peut avoir dans la compréhension de ce qui effectivement calculé qui est important.

Le mathématicien ne répond pas aux questions liées à la pertinence des tests, à leur faisabilité, à la façon de les améliorer etc. Mais il permet de comprendre leur puissance et leurs limites, de faire un bout de chemin ensemble pour appréhender ce qu'il y a de l'autre côté du pont, de partager un certain regard : car si certains mots sont difficilement partageables, les images, elles, parlent d'elle-même pour peu qu'on prenne le temps de les contempler !

BOULEAU N. (1999), *Philosophies des mathématiques et de la modélisation, du chercheur à l'ingénieur*, Paris, L'Harmattan
GOULD S. J. (1997), *La mal-mesure de l'homme*, Paris, Odile Jacob
GOULD S. J. (2005), *Le renard et le hérisson*, Paris, Seuil
GRIFFITHS P. A. (1995) *Phillip A. Griffiths looks at « Two cultures » today*, http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Extras/Griffiths_two_cultures.html, consulté le 30 novembre 2007
HOFFMANN B. (1979), *A. Einstein, créateur et rebelle,* Paris, Seuil
KUHN T. S. (1983), *La structure des révolutions scientifiques*, Paris, Flammarion (Champs)
SNOW C. P. (1959), *The two cultures and the scientific revolution*, Rede Lecture, Cambridge, Cambridge University Press
SNOW C. P. (1993), *The two cultures*, *Introduction by Stefan Collini*, Cambridge, Cambridge University Press
STENGERS I., BERNAUDE-VINCENT B. (2003), *100 mots pour commencer à penser les sciences,* Paris, Les empêcheurs de penser en rond/Seuil
THIRION M. (1999), *Les mathématiques et le réel*, Paris, Ellipses
THOM R. (1991), « Partition du vivant », *Danses tracées*, D. Dobbels et al., Paris, Dis-voir