Formation d’enseignants de mathématiques du second degré (suite) et formation de leurs formateurs

Aline Robert, professeur IUFM
Versailles - UCP

Plan

- **I. A) La deuxième année pour les enseignants de math de lycée et collège débutants (cf. N. Bopp pour la première année)**
- **B) Contenus de la formation**
- **C) Un bilan**

- **II. Une formation de formateurs à un niveau universitaire :**
- **A) Buts et modalités**
- **B) Des exemples**
- **C) Hypothèses initiales**

I la deuxième année d'IUFM

A) Qu'est-ce qui arrive (jusqu'à maintenant)

- **1). Une ou deux classes en responsabilité avec l'aide d'un enseignant plus expérimenté**
- **2). Des stages – dans des niveaux complémentaires– et des écrits sur ces stages**
- **3). Deux jours par semaine, une formation regroupée en centre, générale et disciplinaire avec des formateurs spécifiques universitaires ou non**
- **4). Un écrit professionnel à partir d'un moment spécifique en classe développant une problématique choisie -**

B) Contenus de la deuxième année en IUFM

- **Très variés d'un endroit à l'autre !**
- **Ils dépendent beaucoup des formateurs (*).**
- **Ceux-ci sont en général choisis par l'institution, sans formation particulière, parce qu'ils sont repérés comme bons enseignants**
- **Ce peut être des enseignements de didactique, liés aux programmes, ou aux progressions ; peuvent être abordées des questions liées à l'introduction de telle ou telle notion ou aux évaluations ou à la gestion de l'hétérogénéité**
- **TICE : chaque enseignant débutant doit passer un brevet garantissant un niveau minimal.**

C) Modalités du travail la deuxième année

- **Là encore très diverse.**
- **Des cours magistraux aux travaux en petits groupes**
- **Travail sur vidéos quelquefois**
- **…**

Bilan (1) Evaluation de la deuxième année

- 85 à 95% de reçus

- Dispositif d’évaluation jugé lourd, avec de nombreuses évaluations intermédiaires ;.

Bilan (2)

- Connaissances mathématiques : les jeunes enseignants pensent ne pas en manquer (sauf TICE) ; souvent leurs connaissances sont tellement « naturalisées » que les difficultés des élèves sont transparentes ; cependant leurs connaissances pas toujours disponibles

- Les formateurs pensent qu'il peut y avoir certains manques chez certains étudiants.

Bilan (3)

- Les formations générales plutôt mal vécues – la formation est considérée comme lourde – les conseillers pédagogiques (terrain) en général très (et uniquement…) appréciés
- Ce qui évolue de toutes façons : le rapport au temps, la conscience de la relativité des effets de l'enseignement, des évaluations
- Ce qui reste souvent problématique : la gestion des exercices – choix des exercices et critique des manuels,, difficulté à doser l'ambition à donner aux exercices, analyses a priori, temps de recherche réel des élèves, interprétation et prise en compte du travail des élèves, aides « intermédiaires », correction collective, commentaires « méta »

II Une formation de formateurs à un niveau universitaire

- **Cette formation est organisée à un niveau master et n'est ouverte qu'aux enseignants ayant 5 ans d'expérience professionnelle.**

A) Objectifs et modalités de la première année

B) Quelques exemples d'outils

C) Hypothèses

A) Objectifs et modalités en première année de formation (1)

a) Avoir des outils pour analyser ce qui se passe dans la classe du point de vue mathématique (ie pouvoir étudier les activités des élèves)

Des exemples vont suivre

Pour cela contenus et déroulements doivent être étudiés de manière imbriquée.

Cette démarche permet aux participants de prolonger vers des questions plus globales.

Objectifs et modalités de la formation(2)

b) Avoir des outils pour étudier, critiquer et utiliser la littérature professionnelle

c) Avoir des outils pour concevoir les formations initiales et continues

d) Compléments en deuxième année : formations sur les TICE, la modélisation, en sociologie et psychologie clinique – et en anglais

Modalités

La première année

- Première période : travail sur les outils pour étudier les activités des élèves en classe à partir de vidéos et de travail sur articles (deux résumés sont demandés)
- Puis chaque participant montre et analyse un extrait d’une vidéo tournée dans sa propre classe ; problématiques et alternatives sont discutées
- Enfin, en petits groupes, les participants élaborent un scénario de formation et le présentent.

B) Exemples d’outils

1) Analyses de contenus : à partir d’exemples

2) Analyses de déroulements

3) Analyses de vidéos

Analyses de contenus : a) Quelles connaissances sont à mettre en fonctionnement ?

- Construire un triangle équilatéral d'aire égale à la somme des aires de deux triangles équilatéraux donnés (exercice 1).

Connaissances anciennes, supposées mobilisables : aire d'un triangle équilatéral

Connaissances anciennes, supposées disponibles théorème de Pythagore

Connaissances nouvelles (en cours d'acquisition) : nommer les côtés des trois triangles (deux donnés, un à chercher) – mise en équation

quelles connaissances mettre en fonctionnement(2)

- Soient ABCD un parallélogramme, M un point de (AD), N le symétrique de A par rapport à M, P le point d’intersection de (CM) et (BN). Quel est le lieu de P lorsque M décrit (AD) (exercice 2) ?

Connaissance **nouvelle** supposée **disponible** : théorème de Thalès

Introduction d’un intermédiaire (un point, à nommer)

Mélange avec le cadre numérique (transitivité de l’égalité de rapports)

énoncés et adaptations de connaissances

- Est-ce que l'ensemble des nombres qui s'écrivent comme somme de deux carrés d'entiers relatifs est stable par la multiplication (exercice 3) ?

Conjecture, **expériences numériques préalables**, ne mettant pas sur la voie de démonstrations.

- Montrer que l'ensemble des nombres qui s'écrivent comme somme de deux carrés d'entiers relatifs est stable par la multiplication.

Enoncé fermé, Identités remarquables **à adapter (développer et introduire un intermédiaire**)

Choix : utilisation des modules des nombres complexes.

énoncés et adaptations de connaissances

- **On donne un triangle ADE, B et C des points de [AD] et [AE] respectivement, tels que (BC) et (DE) soient parallèles. On appelle I et J les milieux respectifs de [BC] et [DE]. Démontrer que A, I et J sont alignés (exercice 4).**

- **Choix** :Thalès, vectoriel, homothétie,.
- Thalès : **introduire un intermédiaire**, le point d'intersection J' de (AI) et [ED]. Reconnaître les modalités d'application : dans les triangles ABI et ADJ' puis dans les triangles AIC et AJ'E.
- **Mélange de cadres géométrique et algébrique** : les égalités de rapports obtenues se traitent de manière non indépendante, sur des fractions faisant intervenir des longueurs. Reconnaître la transitivité de l'égalité et l'égalité des numérateurs
- Retour au début de l'exercice : J' est (lui aussi) le milieu de [DE], c'est donc J. Donc les points A, I, J sont alignés.
- **Elaborer des étapes (**à « recoller » à la fin.
- Solution vectorielle plus courte :
- Vect(AJ) = vect(AD) + vect(DJ) = x(vect(AB) + vect (BI)) = xvect(AI)
- Avec les homothéties : homothétie de centre A transforme B en D, donc C en E, donc le milieu I de [BC] en le milieu J de [DE]. D'où l'alignement du centre A de l'homothétie, de I et de son image J. (étapes)

Énoncés et adaptations de connaissances

- Montrer (est-ce que) que les courbes respectives des fonctions ($x \to x^2$) et ($x \to -x^2 + 10x - 21$) ont des tangentes communes à déterminer le cas échéant – même exercice avec exp et ln (exercice 5)
- Coefficient directeur tangente et dérivée : changements de point de vue (tangente, point de tangence, abscisse) – adaptation d'une connaissance mobilisable
- Intermédiaire : coordonnées inconnues d'un point de chaque courbe – équation des deux tangentes
- Mise en système (c'est la même tangente) : changement de cadre
- Résolution (disponibilité) et retour au problème

Analyses de contenus : C) introduction des notions

Introduction du barycentre (lycée)

- **1. comme moyenne, ou à partir d'un problème de physique (équilibre) : extension d'une notion**

- **2 En faisant démontrer l'existence et l'unicité du point G tel que … : objet, réponse à un problème du prof,**

- **3. Par une propriété « outil » :**

Trouver {M ; ||vectMA + vectMB|| = 2}.

- **(remplacer la somme des vecteurs par un seul, 2vectMI)**

Trouver { M ; ||3vectMA + 4vectMB||=2}.

On a introduit le barycentre comme outil, réponse au problème : simplifier une somme vectorielle en la transformant en un seul vecteur…

- **4. Dans l'espace, extension sans accident**

Autres notions : FUG (formalisatrices, unificatrices, généralisatrices)…

Analyses de contenus : à quoi ça sert ?

- Cela permet de comparer l’énoncé et ce qu’on en attend, et ce qui se passe (pour le formateur, pour l’enseignant)
- Cela facilite pour l’enseignant les interprétations du travail des élèves
- Cela permet à l’enseignant de mieux cibler ce qu’il va corriger.

2) Analyses de déroulements

Les activités des élèves ne sont pas les activités attendues stricto sensu !

- On dégage la chronologie, les formes de travail, les aides de l'enseignant (procédurales – constructives)
- Grâce à ce qui précède, on reconstitue les activités des élèves (a minima, a maxima)

3) Analyses de vidéos

- Analyse de l’exercice (EFG un triangle, M un point de [EF] tel que EM = x, N un point de [EG] tel que (MN) parallèle à (FG), EF = 5, EG = 7, FG = 9 ; exprimer EN en fonction de x…
- Passage de la vidéo
- Reconstitution des activités des élèves
- Alternatives
- Problématiques

C)Hypothèses : pourquoi ces choix ?

1)Les activités des élèves sont un bon intermédiaire entre l'apprentissage et l'enseignement (même s'il manque certains facteurs)

2) Il y a des choix pour les enseignants sur les tâches et les déroulements même si il existe des contraintes qui réduisent les choix

3)Ces contraintes doivent être prise en compte – les pratiques ont liées aux apprentissages et au métier.

Hypothèses (2)

- **4) L’expérience peut ne pas suffire à devenir un bon formateur : des outils plus systématiques sont utiles pour comprendre la variabilité pour disposer de plus d’un modèle (pas seulement son propre modèle) d’être en mesure de discuter avec les autres formateurs avec les mêmes mots, de suivre voire d’aider la recherche**

Types de notions et introduction

- Extension avec ou sans accident : en général « bons » problèmes d'introduction, même avec moyens de contrôles « internes » au problème
- Réponse à un problème : deux types de problèmes, la notion est introduite comme objet ou outil,
- Notions formalisatrices, unificatrices, généralisatrices : introduction partiellement magistrale, historique, plurielle…

Exercice 1

- a et b longueurs des côtés données
- Aire1 =rac3/4 a^2
- Aire2 = rac3/4 b^2
- Aire3 = rac3/4 x^2
- D'où $x^2 = a^2 + b^2$

Exercice 2

- La construction ne peut pas se faire si M est symétrique de A par rapport à D.
- On introduit (AP) et l'intersection I de (AP) et (BC)
- Thalès deux fois :

BC/MA = PC/PM = CI/AM

D'où BC = CI

La droite est fixe, le lieu est inclus dans la droite –

Réciproque (enlever le point I)

Exercice 3

- Ou bien
- On utilise les modules des nombres complexes

$|z^2| = m^2 + n^2$, $|z|^2|z'|^2 = |zz'|^2$

- Ou bien les identités remarquables

$(m^2 + n^2)(p^2 + q^2) = (mp + nq)^2 + (mq - np)^2$

Exercice 4

- Thalès

DJ'/BI = J'E/IC

Homothétie centre A transformant B en D : elle transforme C en E donc I en J.

Vectoriellement

Exercice 5

- Equations des tangentes
- $Y = 2ax - a^2$
- $Y = (-2b + 10)x + b^2 - 21$
- les deux droites sont les mêmes
- Système : $a + b = 5$, $ab = 2$
- D’où a et b sont racines de l’équation
- $x^2 - 5x + 2 = 0$

Exercice 6 (vidéo)

- EM/EF = x /5 = EN/EG

EN = 7x/5

Extrait

(1) Activités a minima: tous savent qu'il faut appliquer Thalès

(2) Contrat sur la rédaction « modèle »

(3) Activités géométriques coupées des activités algébriques