

PARTIR D' ACTIONS DIRECTEMENT EXPERIMENTABLES

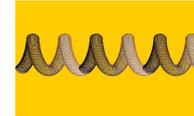
De « la situation des bandes » aux
fractions et décimaux

Groupe INRP DE CAEN - Groupe didactique l'IREM de Basse Normandie
Loïc Coulombel - Jacques Duval- Claudine Plourdeau- Ruben Rodriguez Herrera

...Un canevas de ... notre **PARCOURS D'ETUDE**
sur les fractions
...dans une **PROGRESSION SPIRALE** visant

à DEVELOPPER LA PROGRESSIVITE DES APPRENTISSAGES
DANS LE CADRE DES PROGRAMMES ET DU SOCLE COMMUN.

DANS UNE PROGRESSION ...



« La situation des bandes »
de Ruben Rodriguez Herrera

Ruben Rodriguez Herrera

Groupe INRP DE CAEN - Groupe didactique l'IREM de Basse Normandie

Palier 1

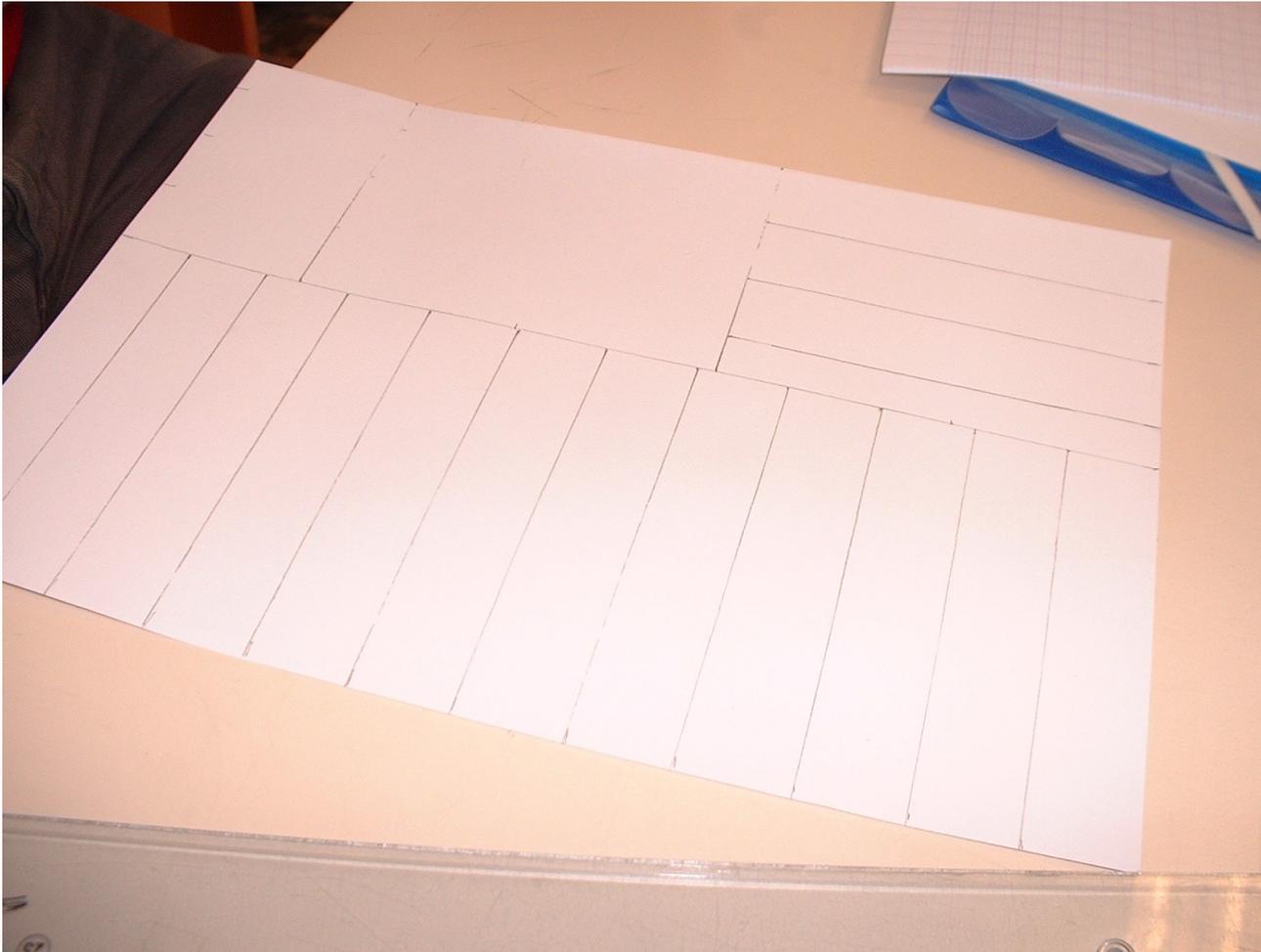
...CREER UN MATERIEL
pour construire le sens et la symbolique de la
fraction a/b

Ruben Rodriguez Herrera

Groupe INRP DE CAEN - Groupe didactique l'IREM de Basse Normandie

Première phase

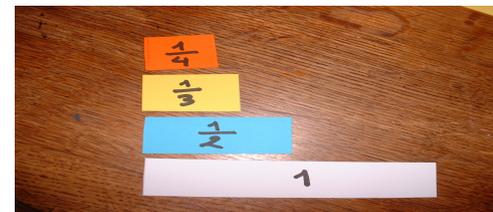
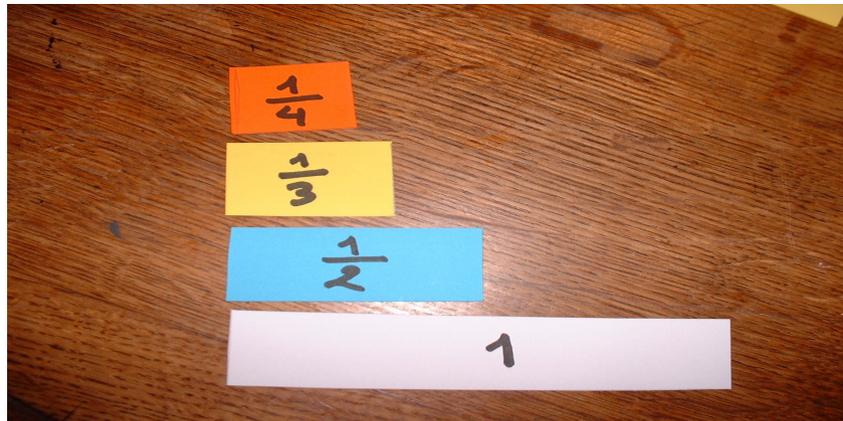
...QUEL MATERIEL : des bandes de papier découpées le long de feuilles A4, de différentes couleurs, blanc, rouge, jaune, vert, ayant une largeur de 2,5cm.



Découper des bandes de couleur blanche de 12cm de longueur.

Deuxième phase

On donne aux élèves des bandes de couleur bleue avec la commande de fabriquer des bandes superposables entre elles et telles que deux bandes bleues juxtaposées dans le sens de la longueur soient de même longueur qu'une bande blanche.

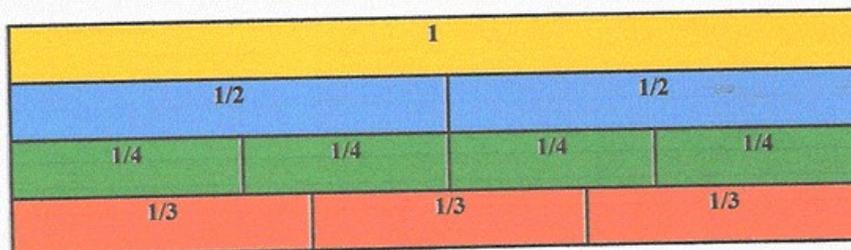


Ruben Rodriguez Herrera

Groupe INRP DE CAEN - Groupe didactique l'IREM de Basse Normandie

Bilan de la phase 1

Nom:



Matériel:
bandes de papier
découpées le long de
feuilles A4 (29,7
cm),
de différentes cou-
leurs jaune, bleu,

Première séance

a) première phase

On donne aux élèves des bandes de couleur jaune de 12 cm de longueur.

b) deuxième phase

On donne aux élèves des bandes de couleur bleue avec la commande de **fabriquer des bandes superposables entre elles et telles que deux bandes bleues juxtaposées dans le sens de la longueur soient de même longueur qu'une bande jaune**

Comme il faut deux bandes bleues pour une bande jaune on écrira sur les bandes bleues 1/2 et sur les bandes jaunes : 1

On dit aussi qu'une bande bleue a la moitié de la longueur de celle d'une bande jaune.

On dit aussi que deux bandes bleues réunies ont la même longueur qu'une bande jaune.

c) troisième phase

On donne des bandes vertes

On demande aux élèves de **construire des bandes "vertes" superposables entre elles et telles que quatre bandes vertes juxtaposées dans le sens de la longueur soient exactement de même longueur qu'une bande jaune.**

Les élèves constatent que deux "vertes" juxtaposées ont la même longueur qu'une bande "bleue".

Certains réinvestissent les procédures précédentes (pliage en deux parties superposables), et d'autres prennent la moitié de la moitié d'une "jaune" soit font deux pliages successifs ou les deux divisions $12:2=6$ suivie de $6:2=3$ ou la division $12:4=3$

On mémorise cette première phase de travail dans un document :
« référence d'apprentissage » que les élèves consulteront aussi souvent que nécessaire

PARTIR D' ACTIONS DIRECTEMENT EXPERIMENTABLES

Palier 2

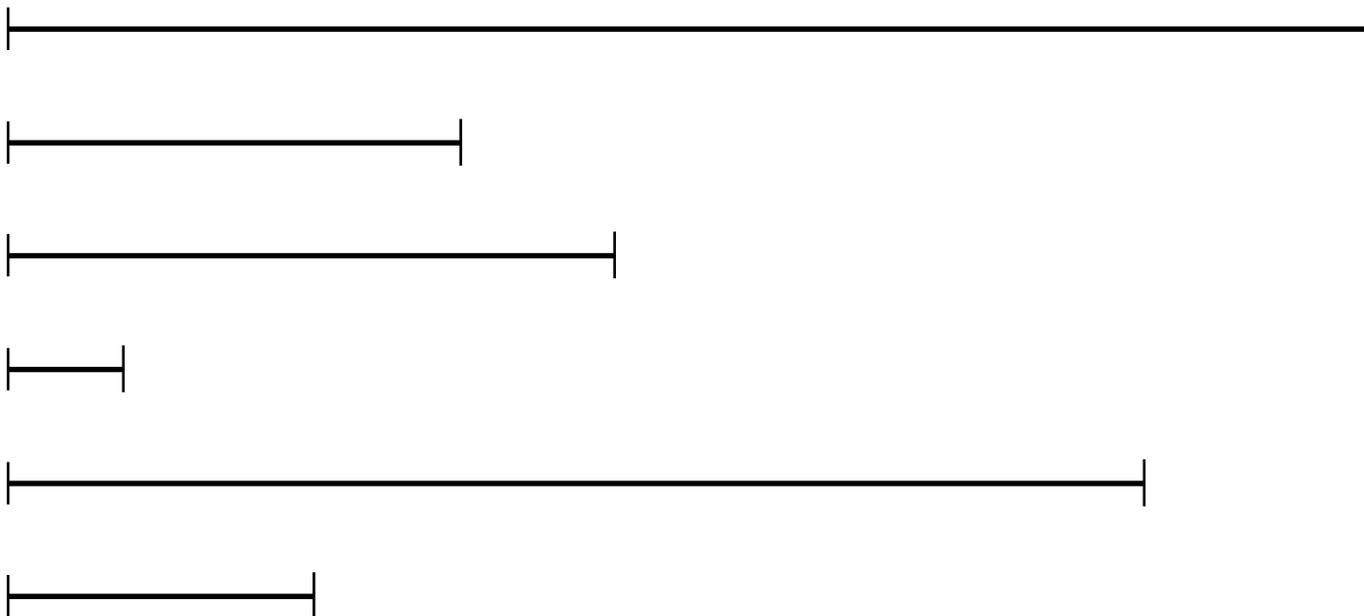
...LES ELEVES UTILISENT LE MATERIEL QU'ILS ONT
CONSTRUIT, DANS UNE SITUATION SIMPLE ...

... mais qui va favoriser des productions riches et susciter
des questionnements



De la mesure en toutes choses.

En utilisant « une **bande témoin** » évaluer la longueur des segments ci-dessous :



**FAIRE VIVRE CE MATERIEL, LE REACTIVER DANS UNE MEMOIRE COLLECTIVE
... POUR L' UTILISER MENTALEMENT ...DANS LE LONG TERME**

...UN ENFANT NAÎT DANS UNE FAMILLE...
ON LUI DONNE UN PRENOM ...

Un jour, Jacques et ses élèves baptisent « la bande témoin de Ruben :
Un Karakoé

Et la dynastie des Karakoé.. « se multiplie »

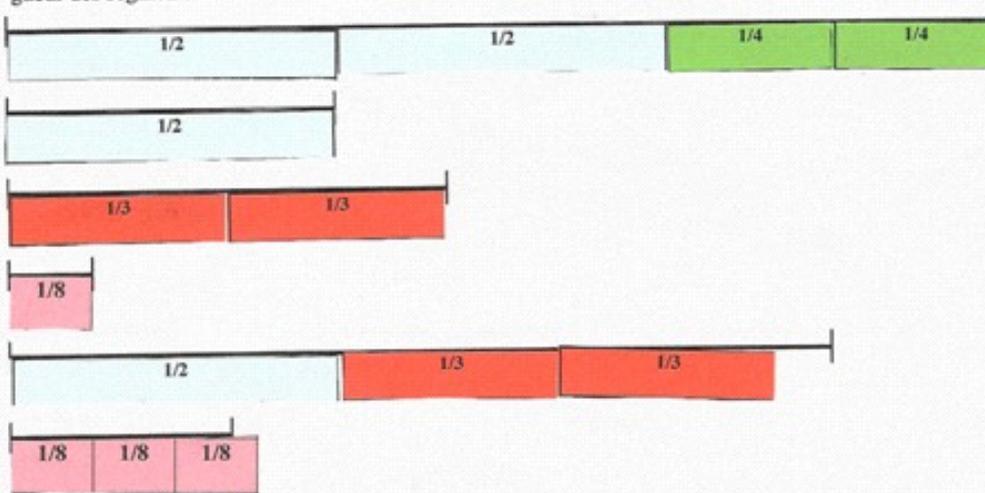
Les Akas, Toufs, Chtoungs, Djitys, Djojins , kazams, Bantems, Zurons,
Segbans ...

Groupe INRP DE CAEN - Groupe didactique l'IREM de Basse Normandie
Loïc Coulombel - Jacques Duval- Claudine Plourdeau- Ruben Rodriguez Herrera

Que de productions riches...

à valider ou réfuter dans un débat collectif

En utilisant « un Bantem » (ou bandes bleues, vertes, oranges, roses ...) évaluer la longueur des segments ci-dessous :



S1 a pour longueur $L1 = 2$ demi bantems + 2 quart de bantems

S2 a pour longueur $L2 = 1$ demi bantem

S3 a pour longueur $L3 = 2$ tiers de bantems

S4 a pour longueur $L4 = 1$ huitième de bantem

S5 a pour longueur $L5 = 1$ demi bantem + 2 tiers de bantem

S6 a pour longueur $L6 = 3$ huitième de bantem

Palier 3

Analyse des productions d'élèves ...

à valider ou réfuter dans un débat collectif

9 décembre La longueur du segment SI en batems est:
2009

$$\text{Dylan : } L_1 = 1 + \frac{1}{2}$$

$$\text{J. Baptiste } L_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$$

$$\text{Alison } L_1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$$

$$\text{Léandre } L_1 = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

$$\bullet \text{ Nicolas } L_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

$$\text{Alexandra } L_1 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$$

$$\text{Élodie } L_1 = \frac{1}{4} \times 6$$

$$\text{Aure - anne } L_1 = 1 + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$$

$$\text{Léa D } L_1 = 1 + \frac{2}{4}$$

Mathieu dit que c'est comme Léandre
Hugo → c'est le même résultat mais pas la même écriture.

Dylan dit ce n'est pas du tout possible ??

↳ on va donc essayer de prouver si c'est vrai ou faux ??

$$\text{Léandre } L_1 = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

$$\text{Léa D } L_1 = 1 + \frac{2}{4} \quad ??$$

... « Ce choix permet, par un renvoi à la classe des questions retenues, de réaliser des productions d'élèves de deuxième génération .. »p119

Yves Matheron – Mémoire et Etude des
Mathématiques

Et quel questionnement ? ...

Guillaume... On ne pourra pas ... parce qu'on qu'on n'a pas de
bande $5/4$?

La prof : Peut-on construire une bande $5/4$?

Tous ont construit une bande $5/4$.

La prof : Comment vérifier si elle est bonne?

Bryan propose de superposer 5 bandes jaunes pour 4 bandes violettes

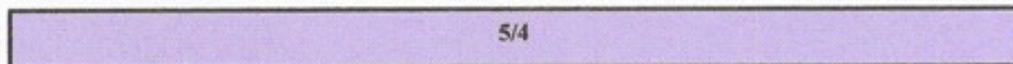
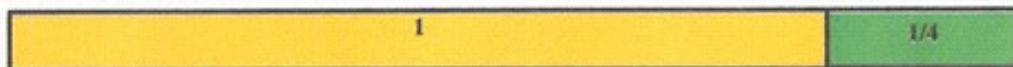
Et quel questionnement ? ...

16/11/0.

mémoire de classe 6ème B

Une proposition de Guillaume: On ne peut pas ... parce qu'on n'a pas de bande $\frac{5}{4}$!

Peut-on fabriquer une bande $\frac{5}{4}$?



Quand on écrit $\frac{1}{2}$ sur une bande, il faut une jaune pour deux bleues. Alors, si on écrit $\frac{5}{4}$?

Julien propose une jaune + une verte car $\frac{5}{4} = \frac{4}{4} + \frac{1}{4}$ et $\frac{4}{4}$ c'est une jaune

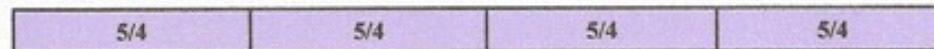
Donc une bande violette est superposable à une jaune + une verte.

Comment vérifier si elle bonne?

Bryan propose : 5 bandes jaunes doivent être superposables à 4 bandes violettes. La classe a vérifié que c'était correct.

Ophélie dit que la violette est plus grande que la jaune soit $\frac{5}{4} > 1$ car $\frac{5}{4} = 1 + \frac{1}{4} > 1$

On apprend à comparer des fractions à 1

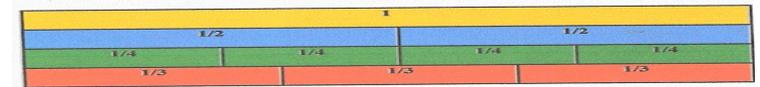


5 bandes jaunes sont superposables à 4 bandes violettes.

(La vérification n'est pas reconstituée en vraie grandeur pour entrer dans la feuille)

On veut valider la proposition d'Emilie $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$

La classe dit c'est facile avec
le « le schéma »



Mais Dylan s'écrit :
« moi, je ne suis pas d'accord.. $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{8}$ »

On « **emblématise** » la remarque de Dylan :

Si le prof dit: « **Plus jamais Dylan...**

La classe en Choeur poursuit ...

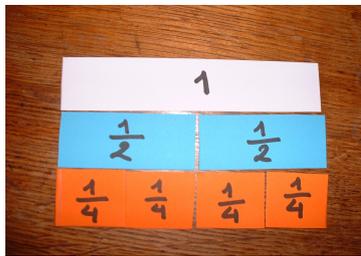
... ajoutera les dénominateurs.

Palier 4

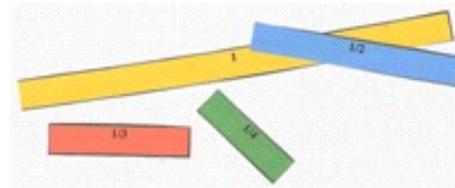
Le professeur conçoit et propose une exercisation adaptée au questionnement des élèves

Quel lien avec la situation de référence ?

Univers
expérimentable



Ou



Univers
formalisé: les
fractions

On réactivera cette situation de référence aussi souvent que nécessaire dans des exercices de calculs sur les fractions ou de partage pour estimer des aires par ... ce schéma opérationnel ou ce pictogramme

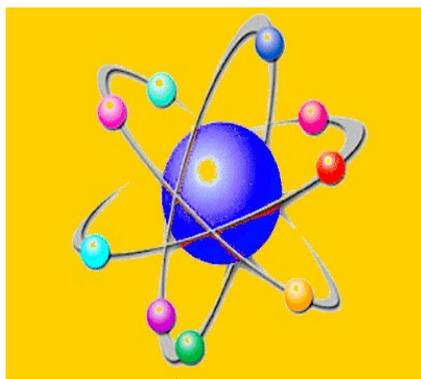
Ce n'est qu'un canevas
incomplet qui fonctionne sur
notre modèle suivant...

Notre modèle opérant actuel, pour construire un parcours d'étude...

Univers
familier

Univers
mathématique

Situation
riche:
complexe
et/ou
simple



Renseigne de la
nature des
obstacles



Construction
d'un outil

Exercisation
adaptée

Savoirs de base
à consolider

ou des
niveaux de
connaissance
des élèves

PALIER 1

PALIER 2

PALIER 3

**Univers
expérimentable**

**Actions directement
expérimentables**

**Univers
formalisé
mathématique**



**Bandes
superposables**

Les fractions



ET LES PARCOURS D'ETUDE SE MULTIPLIENT

DU PLUS PETIT AU PLUS GRAND

TRIZZ ET PENTAZZ

NOTION - NOYAU : LES FRACTIONS EN 4^{ème}

DE L'ESPACE AU PLAN ET DU PLAN A L'ESPACE.

DU PUZZLE DE PYTHAGORE

Loïc Coulombel - Jacques Duval- Claudine Plourdeau- Ruben Rodriguez Herrera
Groupe INRP de Caen - Groupe Didactique I'IREM de Basse Normandie

Les quinze minutes sont sans doute
écoulées ?

Domage!