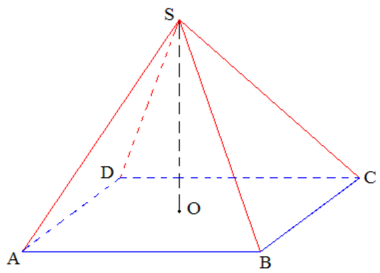
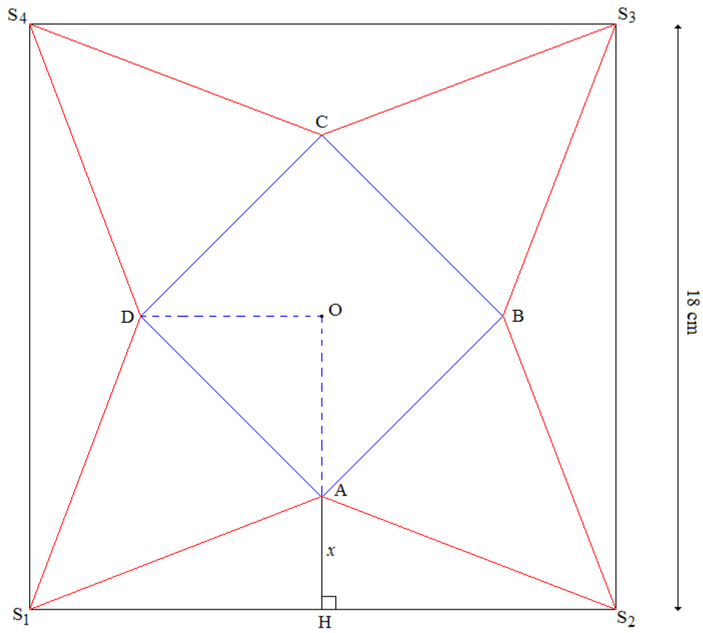
Géométrie dans l'espace AER : Problème 2

Peut-on construire un tel objet de volume maximal ?
On considère qu'il s'agit d'une pyramide régulière à base carrée.
On souhaite construire celle de plus grand volume à partir d'une feuille carrée de 18 cm de côté.

Questions à se poser autour de ce problème :
- Quel patron choisir ? Comment (où) le tracer sur la feuille de papier ?
- Quel sera le volume de la pyramide obtenue ?
- Comment le rendre maximal ?

On décide de choisir la configuration suivante :





La base est un carré $ABCD$ de centre O. Les arêtes issues du sommet S ont la même longueur et la droite (OS) est orthogonale au plan de la base. Donc O est un centre de symétrie pour le patron.

1) On note x la longueur AH.
   a) Calculer les longueurs OA puis AD en fonction de x.
   b) En déduire l'expression de l'aire de la base en fonction de x.
   c) Calculer la longueur AS_1 en fonction de x.
   d) En considérant, dans la figure de l'espace, le triangle SOA, prouver que $OS = 3\sqrt{2x}$.

2) On définit la fonction f qui à x associe le volume de la pyramide obtenue avec le patron ci-dessus.
   a) Déterminer l'expression de $f(x)$.
   b) À l'aide d'une calculatrice ou d'un ordinateur, observer puis estimer une valeur x_M de x pour laquelle le volume de la pyramide semble maximum.
   c) Construire, à l'aide de la valeur x_M obtenue, la pyramide solution du problème.

Thèmes abordés :
- Élaboration de patron
- Calculs de longueurs, d'aires et de volumes.
- Géométrie plane. Orthogonalité dans l'espace.
- Résolution de problème, mise en équation.
- Étude de fonctions (variations), recherche de maximum.
- Valeurs approchées.

Bilan 3 ; Bilan 5 ; Bilan 4 ; Bilan 7.