



Enseigner les mathématiques en sixième à partir des grandeurs

6 chapitres pour une année :

angles, durées, aires, prix, volumes, longueurs

Chaque chapitre propose un parcours qui construit et étudie la notion de grandeur (angle, aire, volume, durée, longueur, prix) selon une organisation cohérente (comparaison absolue et relative, mesure, aspect fonctionnel). Ce parcours prétend répondre à une question de départ, en mettant en évidence les connaissances du programme au moment opportun. Les problèmes étudiés sont tirés de situations concrètes rendant vivantes les mathématiques utilisées. Et ainsi, tout le programme de sixième se trouve traité !

Les mathématiques ont pour objet de mesurer, ou plutôt de comparer les grandeurs ; par exemple les distances, les surfaces, les vitesses, etc. (Bossut, 1784)

L'oubli de la notion de grandeur ferme les mathématiques sur elles-mêmes. En sens inverse, l'exploration de l'univers des grandeurs constitue le point de départ de l'exploration mathématique de la diversité du monde. L'introduction mathématique au monde qui nous entoure suppose donc prise de contact et familiarisation avec l'univers des grandeurs. (Chevallard, Bosch, 2002)

Ce que nous avons à enseigner se présente dans le programme comme une myriade de compétences regroupées en 4 domaines. Certes le programme nous laisse totalement libres d'organiser notre enseignement, mais cette présentation a de fait induit un découpage du savoir en de multiples chapitres, étanches les uns aux autres, dont le seul but est de faire acquérir la dizaine de savoir faire qui y sont rassemblés. On apprend à ajouter des fractions pour savoir ajouter des fractions. On apprend à calculer une longueur ou un angle qu'on aurait tout aussi bien pu mesurer. On apprend les mots *images* et *antécédents* pour apprendre le vocabulaire des fonctions que n'utiliseront ni les sciences physiques ni la biologie. On apprend à développer et à factoriser pour savoir développer et factoriser. On apprend à tracer des figures, etc.... Mais pourquoi faut-il apprendre tout ce vocabulaire, toutes ces techniques ?

Cette présentation émietlée du savoir, sans aucune organisation, l'a coupé de ses racines, de ses raisons d'être. Et la tradition l'a sédimenté : c'est un savoir mort qui n'est plus questionné ; par exemple, rendre rationnel un dénominateur était fonctionnel dans le cadre du calcul numérique *à la main*^o. Or savoir d'où viennent ces outils et techniques et pourquoi les hommes les ont inventés, c'est ce qui permet de comprendre ce que sont les mathématiques. Le plus important est donc de savoir de quoi s'occupent les mathématiques, et comment elles s'en occupent, ce qui en fait un savoir qui s'ancre dans l'histoire de l'humanité et dans la vie quotidienne des hommes.

Connaître les questions que se sont posées et que se posent les hommes et dont les mathématiques se sont emparées, et connaître les outils qu'elles ont élaborés pour y répondre,

voilà quelle est notre recherche depuis plusieurs années, recherche faite en partenariat avec l'INRP. Où trouver ces questions ? En revenant aux sources du savoir, donc en revisitant son histoire, et en recherchant où vivent les mathématiques dans notre société, c'est-à-dire son écologie.

Ce qui nous a frappés c'est que ces questions étaient enracinées dans la vie sociale (commerce, propriété, navigation, calendrier, astronomie, géographie, mécanique, religion ...), et transversales à plusieurs domaines : Comment dénombrer ? Comment mesurer ? Comment comparer ? Comment partager ? Comment calculer ?... Les réponses à ces questions avaient produit des méthodes et des outils transférables aux différents domaines. La deuxième chose qui nous a frappés est, comme le rappelle la citation de Bossut mise en exergue, que les mathématiques sont nées et se sont développées par l'étude des grandeurs. C'est à travers l'étude des grandeurs (longueurs, aires, volumes, quantités, valeurs...) que se sont construits les notions et outils de nombre, de figure géométrique, de fonction, d'équation, de propriété, de théorème, de démonstration. De ce point de vue le traité de Clairaut, *Les Éléments de Géométrie* (Clairaut, 1741), est particulièrement intéressant car il présente une géométrie problématisée. Clairaut part de la vie des hommes, de ce qu'elle a été, et qu'elle est encore, pour organiser le corpus géométrique autour de deux questions fondamentales : Comment calculer des aires ? Comment calculer des volumes ? Et petit à petit le lecteur rencontre tous les énoncés classiques des traités de géométrie.

Nous avons réalisé alors qu'en choisissant d'étudier quelques grandeurs, nous pourrions parcourir tout le programme. Pour la classe de sixième nous avons organisé l'année autour de l'étude de 6 grandeurs (angles, durées, aires, prix, volumes, longueurs), thèmes transversaux aux 4 grandes parties du programme, donc aux différents domaines des mathématiques, et qui constituent nos 6 chapitres. Nous avons structuré l'étude de chaque grandeur autour de quelques grandes questions : Comment comparer ? Comment mesurer ? Comment calculer ? Qui en entraînent d'autres : comment multiplier, diviser ou partager ... ? Pour chaque grandeur l'organisation de l'étude mathématique de la grandeur est la même : comparaison absolue, comparaison relative, mesure, variation. Elle correspond à la construction mathématique d'une grandeur. Dans chaque nouveau chapitre l'élève retrouve les mêmes grandes questions mathématiques, retrouve ou enrichit les outils et méthodes qu'il a déjà vus. Il y rencontre les notions et savoir faire au programme, ou vus antérieurement, comme outils de réponse à ces questions : le savoir qui se construit n'est plus muséal, mais fonctionnel.

À partir de quelques grandes questions en lien avec la vie des hommes, nous organisons un parcours où l'étude de ces questions amène à construire les savoirs et techniques au programme comme réponse à ces questions. Cette démarche, que nous proposons, est intégrative des compétences du programme qui retrouvent ainsi une place naturelle qui leur donne du sens. Pour la mettre en œuvre dans la classe, nous avons élaboré une banque de situations pour chacune des parties qui structure l'étude de la grandeur ; cette banque nous sert de ressources pour choisir nos activités d'étude, nos exercices et les sujets de nos devoirs. À partir de cette banque, chacun de nous personnalise le parcours du chapitre qu'il va proposer à ses élèves.

Pour chaque chapitre nous justifions notre point de vue, nous détaillons les organisations mathématique et didactique choisies en les exemplifiant, nous donnons notre banque de situations, et des éléments de nos recherches historiques et écologiques.

Deux chapitres ont été rédigés sous forme de fascicules et édités par l'IREM de Poitiers (40 avenue du Recteur Pineau, 86022 POITIERS Cedex, <http://irem2.univ-poitiers.fr/portail/>):

- Enseigner les mathématiques en sixième à partir des grandeurs : les ANGLES
- Enseigner les mathématiques en sixième à partir des grandeurs : les DURÉES

Deux articles ont été publiés dans la revue Repères IREM (<http://www.univ-irem.fr/spip.php?rubrique23>) :

- Enseigner les mathématiques en sixième à partir des grandeurs, par Fabrice Tarra, dans le numéro 78 de janvier 2010.
- Les volumes en classe de sixième, par Jean-Paul Guichard, dans le numéro 76 de juillet 2009 (accessible en ligne sur le site de Repères IREM).