

AMPERES

Enseigner de façon
dynamique l'étude de la
géométrie dans l'espace
en classe de seconde



RECIT d'EXPERIENCES

Année 2005-2006- Année 2006-2007

IREM de Clermont-Ferrand - Lycée Montdory de Thiers

OBJECTIFS

- ◆ Enseigner de façon dynamique le chapitre relatif à la géométrie de l'espace en classe de seconde
 - Dans le respect du programme officiel et en s'appuyant sur les commentaires du document d'accompagnement
 - Motiver le cours en évitant d'énumérer *a priori* une suite d'énoncés admis (propriétés d'incidence)
 - Comment faire que ces énoncés apparaissent comme des éléments constitutifs de réponses à des questions

TYPES DE TÂCHES

- ◆ T_1 : Calculer des grandeurs géométriques: longueurs, aires, volumes
- ◆ T_2 : Déterminer des sections planes de solides
- ◆ T_3 : Représentation plane d'un solide de l'espace
- ◆ T_4 : Construire un patron de solide et construire un solide à partir d'un patron

AER proposées

Initiées par trois problèmes

1. Réalisation de patrons de pyramides à partir d'une représentation en perspective (T_4 et T_3)
2. Détermination d'une pyramide à base carrée de volume maximal (T_1 et T_4)
3. Coupe par un plan d'une pyramide (T_2 et T_4)

DEROULEMENT

1. Expérience sur deux classes
2. Prise en compte de la gestion du temps
3. Séances en classe entière, en module ou en TP informatique
4. Pour la totalité des activités , travail en groupe (3 ou 4 élèves par groupe)

Première AER:

Réalisation d'un patron de pyramide à partir d'une représentation en perspective cavalière

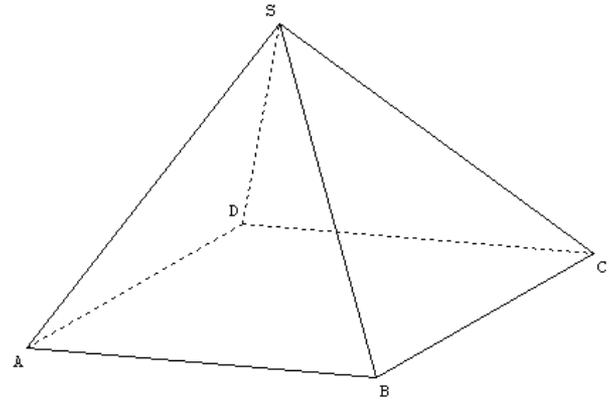
Présentée en deux temps:

premier temps: lire une représentation

deuxième temps: construire le patron d'une pyramide à base quadrilatère

Dans une des deux secondes

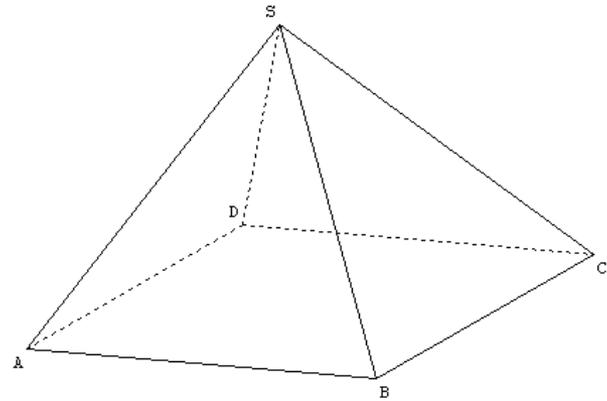
On distribue la figure ci-contre sans commentaire



Question: peut-on construire un patron de cette pyramide et en calculer le volume ?

Dans une des deux secondes

- au collège des représentations en perspective cavalière mais plus rarement une démarche réciproque
- S'interroger sur les *a priori*
- La majorité des élèves ne voit qu'une pyramide régulière et réalise le patron d'une telle pyramide



Questionnement:

« Etes-vous sûrs que la base est un carré? les triangles équilatéraux, isocèles? Si oui, qui vous permet d'en être sûrs?..... »

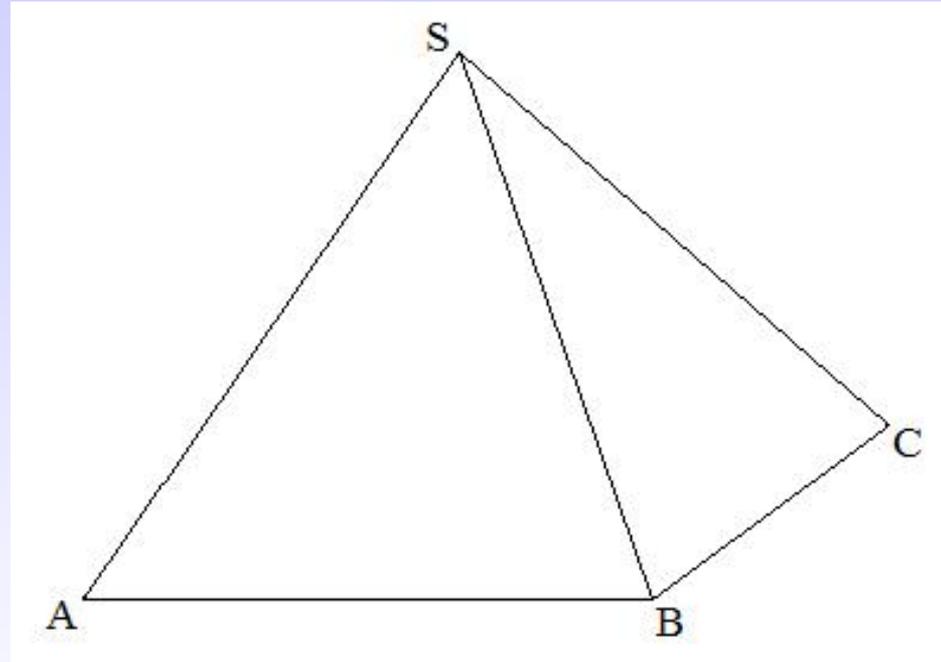
Enoncé de quelques règles de la perspective cavalière

Les patrons

- Les possibles
- Les non valables

Dans une autre seconde

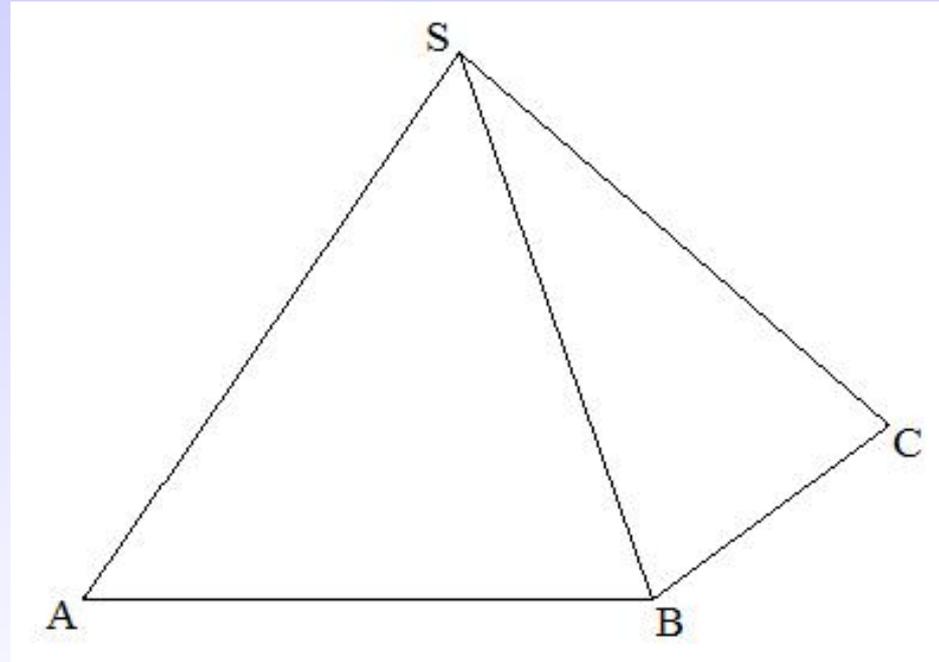
Situation plus radicale



Question: Peut-on construire cet objet?

Dans une autre seconde

- Comme dans l'autre classe confection de pyramide à base carrée
- Relance de la réflexion par le questionnement du professeur
- Propositions d'autres possibles correspondant à la vue opaque
- Propositions après que le professeur a précisé que c'est une pyramide
- Vers la représentation en perspective cavalière



Les patrons

Construire le patron d'une pyramide à base quadrilatère:

- un seul groupe traitant du cas où le quadrilatère est un rectangle réussit à construire un patron satisfaisant
- des « patrons » qui ne se referment pas:
 - représentation des arêtes
 - il ne suffit pas qu'une même arête du solide se retrouve sur le patron représentée par des segments de même longueur

Les patrons

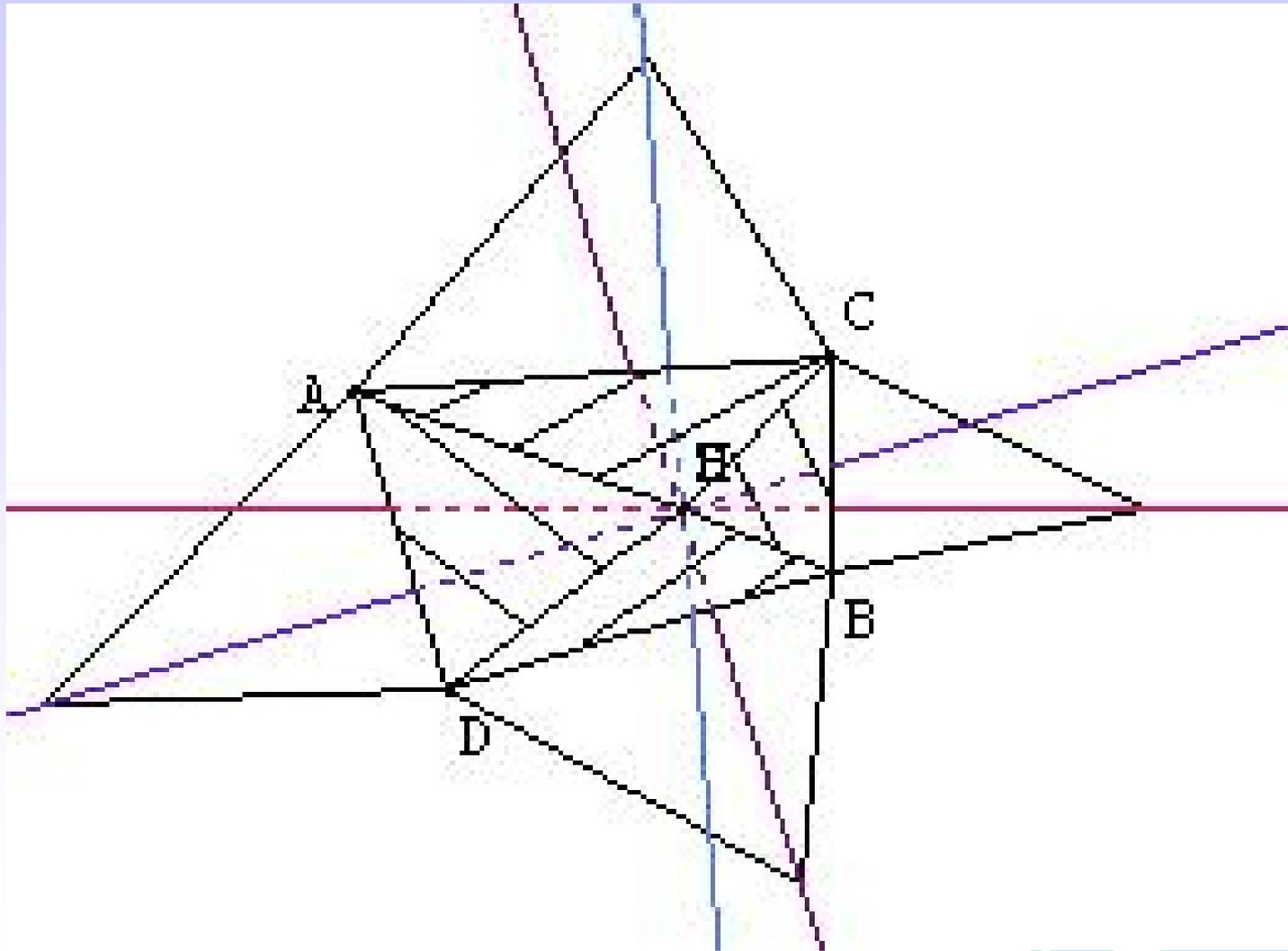
Un « patron » (étoilé) de pyramide à base quadrilatère étant donné, comment sans le replier , peut-on savoir s'il se ferme?

En d'autres termes, ce qui a l'allure d'un patron en est-il un?

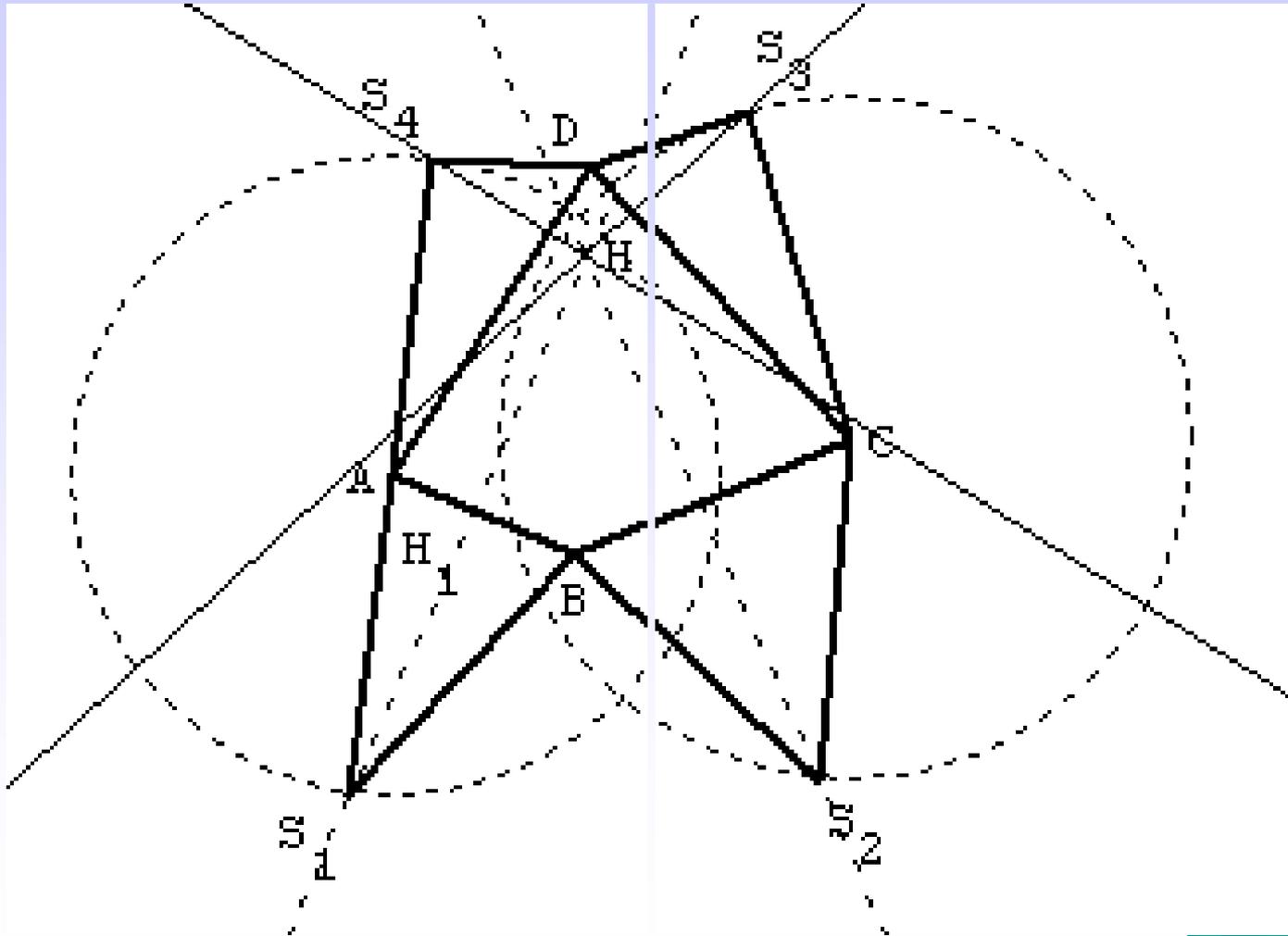
A l'issue de la séance , recherche à la maison suivie d'une séance informatique .

Observation: les hauteurs des triangles du patron passent toutes par le projeté H du sommet de la pyramide

Les patrons



Les patrons



Deuxième AER:

Construire une pyramide de base carrée et de volume maximal

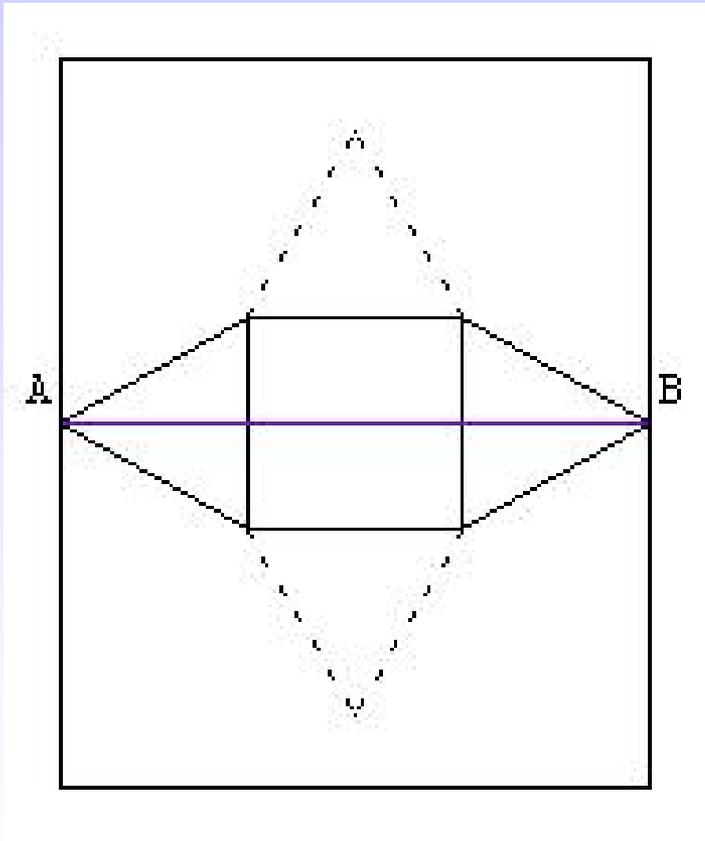
Objectif: que chaque élève dispose de la maquette d'une pyramide régulière pour tenter de visualiser une coupe par un plan dans la troisième AER.

Première variante dans une classe

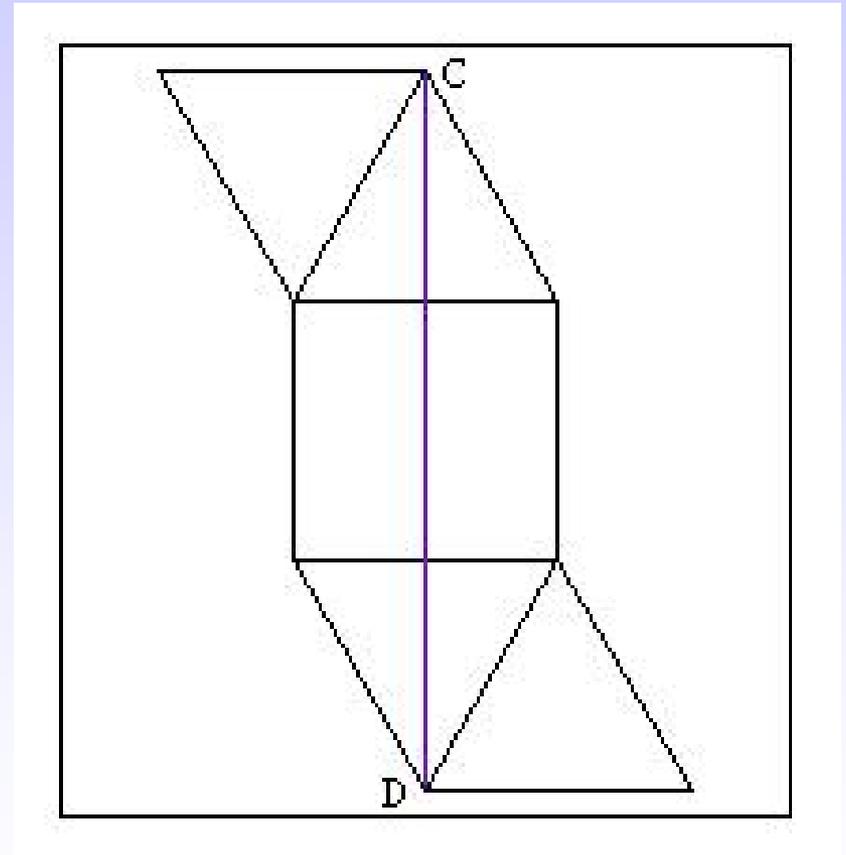
Question: La pyramide est à base carrée et les faces triangulaires sont des triangles équilatéraux . La longueur du côté du carré étant un entier de cm, construire un patron sur une feuille A4 afin d'obtenir la figure la plus grande possible. Calculer le volume du solide obtenu.

Sujet de réflexion à travailler à la maison puis comparaison en classe de deux patrons possibles

LES DEUX PATRONS



Patron étoilé



Patron allongé

Deuxième variante dans l'autre classe

Question: On suppose que l'objet précédent a une base carrée. On dispose d'une feuille carrée de côté 18 cm. Peut-on construire un tel objet de volume maximal?

Réinvestir le chapitre sur les fonctions

Troisième AER:

La coupe d'une
pyramide par un plan

Problème posé dans la première classe

SABCD est une pyramide ayant pour base le carré ABCD et les faces triangulaires sont équilatérales. On construit les points P, Q et R tels que P est le milieu de [AS] avec $BQ = \frac{1}{5} BA$ et $R \in [BC]$ avec $BR = \frac{1}{4} BC$. On sectionne la pyramide par le plan passant par P, Q et R et on conserve la partie ne comprenant pas le sommet. Comment faire le patron du nouveau solide obtenu ?

Problème posé dans la première classe

- ◆ Technique dite du tracé « hors solide » non connu par les élèves et il convient de la leur faire découvrir
- ◆ Difficultés pour comprendre le problème

Problème posé dans la première classe

- ◆ Travail au préalable sur la maquette réalisée précédemment: essayer d'imaginer la forme de la section en la traçant à main levée
- ◆ Intervention du professeur dans les groupes
 - Quelles faces sont sectionnées?
 - Quel tracé exact peut-on déjà faire?
 - Comment trouver un autre point dans la face SBC?
 - nécessité de travailler sur le dessin en perspective cavalière
 - exploitation de la technique dite du tracé hors solide

Problème posé dans la première classe

Réalisation du patron du nouveau solide

- Examiner ce qui se passe pour chaque face
- construction du « couvercle »

Problème posé dans la première classe

◆ Bilan:

- Le tracé hors solide invite, en sortant du solide, à travailler avec des plans, des droites.
- On peut se demander alors quelles sont les positions respectives et en faire un bilan sous forme de tableau.
- Le tracé hors solide justifie qu'on s'y intéresse et en même temps les règles d'incidence le justifient.

Problème posé dans la deuxième classe

Ce n'est qu'une variante avec des positions symétriques:

SABCD est une pyramide ayant pour base le carré ABCD et les faces triangulaires sont équilatérales. On construit les points P, Q et R tels que P est le milieu de [AS] avec $BQ = \frac{1}{4} BA$ et $R \in [BC]$ avec $BR = \frac{1}{4} BC$. On sectionne la pyramide par le plan passant par P, Q et R et on conserve la partie ne comprenant pas le sommet. Comment faire le patron du nouveau solide obtenu ?

CONCLUSION

- ◆ Engagement des élèves dans l'étude des problèmes proposés.
- ◆ L'essentiel du programme a été traité.
- ◆ L'usage des patrons et leurs manipulations nous ont semblés décisifs.
- ◆ Cours non donné a priori qui se construit en synthèse des activités, des interrogations et des réponses apportées par les élèves.