

# Enseigner les mathématiques en sixième à partir des grandeurs

## Les DURÉES

### Introduction

« *Le temps est la mesure du mouvement.* » (Aristote, *Physique*, Livre V)

*Temps et durée : une grandeur oubliée pour un apprentissage du numérique en sixième.*

Pourquoi choisir comme thème d'étude les durées, alors que le programme de sixième n'y consacre qu'une ligne : *calculer des durées, calculer des horaires* ?

Comme nous l'avons dit dans le document « Enseigner les mathématiques en sixième à partir des grandeurs » (Domaines Collège, Niveaux scolaires Sixième), nous avons choisi de travailler les notions mathématiques au programme à partir de l'étude de grandeurs. Or, la mesure du temps est un problème à la fois difficile et passionnant que l'on peut aborder à tous les niveaux : c'est une longue conquête de l'humanité qui structure notre vie sociale. Calendriers et instruments de mesure ont été une source importante de problèmes mathématiques à résoudre, d'arithmétique comme de géométrie. Mais, même si l'heure et les unités de durée font partie de notre univers quotidien, savoir d'où viennent ces unités et comment calculer avec elles restent des questions largement sans réponses pour nos élèves. Une des caractéristiques de cet univers des durées est la coexistence de nombreuses unités d'usage courant qui amène à travailler naturellement multiples et diviseurs d'entiers, écritures fractionnaires et décimales, donc dans un contexte numérique. Ainsi, le thème de la comparaison et du calcul des durées permet de travailler toute la partie *Nombres et calculs* du programme.

Par contre, contrairement aux grandeurs géométriques, il ne peut être question, ici, de la construction mathématique de la grandeur durée, et ceci pour plusieurs raisons.

L'élève de sixième arrive « informé » socialement car sa vie porte l'empreinte d'un rapport au temps qui s'est forgé depuis sa naissance dans son milieu familial à travers le langage (notions d'avant-après, hier-demain, vieux-jeune ...) et à travers les repères construits par les hommes (année, semaine, jour, heure, minute, ...), repères indispensables à sa vie en tant qu'être social, et que l'école relaie et renforce (voir partie 8). Il a des expériences psychologiques et vécues de durées égales, de ce qui dure plus ou moins longtemps. Il sait que l'on peut comparer, ajouter, diviser des durées.

Depuis la plus haute antiquité l'homme s'est donné des moyens pour pouvoir comparer des temps : le découpage de l'année en 365 jours chez égyptiens par l'alternance du jour et de la nuit, et le retour de Sirius, la durée de la parole à Athènes dans les débats donnée par un clepsydre, le sablier pour mesurer la vitesse sur les bateaux, l'horloge pour sonner les heures... C'est la régularité du mouvement des astres ou d'un poids, de l'écoulement de l'eau ou du sable qui permet de comparer des durées, et le choix d'une durée unité qui va permettre de mesurer les durées, puis, en un retour qui peut apparaître comme un cercle vicieux, de comparer des mouvements (« *Par le temps nous mesurons le mouvement, par le mouvement le temps.* » Aristote). Cela pourrait s'expérimenter, mais l'on est plutôt obligé de s'en remettre à l'expérimentation passée des hommes et à ce qu'ils ont établi. Avec bien des problèmes car

l'égalité des durées est fondée sur la régularité postulée de certains mouvements que ce soit pour les astres ou les horloges. Il faut souvent corriger : année bissextile, nombre de jours de février, calendrier grégorien... pour nos calendriers, régulateurs, échappements, balanciers ... pour nos horloges. Mais une fois muni d'un calendrier et d'horloges, l'homme peut comparer les durées à partir de leurs diverses mesures et unités, donc en n'utilisant que des nombres, avec lesquels il pourra calculer sur les durées. Ces durées vont lui permettre aussi de dater les événements de sa vie et du passé, et de construire ainsi, par le choix d'une origine, des chronologies. Le temps est donc aussi le lieu du repérage sur un axe, où se tissent les liens subtils entre dates et durée.

On voit, à travers ce qui a été évoqué, que cohabitent les deux images immémoriales du temps : celle de l'éternel retour et celle de l'écoulement, le temps circulaire et le temps linéaire, que nous retrouvons, par exemple, dans l'horloge et dans la frise.

Voyons maintenant les besoins culturels et sociaux de l'homme quant aux durées.

La première chose qui frappe c'est la variété des unités et des rapports qu'elles entretiennent : année, semaine, jour, heure, minute, seconde. C'est elles qui sont présentes dans notre vie de tous les jours, et qui permettent d'exprimer les durées dont nous avons besoin : salaire mensuel, nombre d'heures de travail, durée d'une course, d'une émission, âge d'une personne ... Il faut donc connaître ces unités et leurs rapports dès qu'il va falloir calculer avec des durées.

La deuxième chose qui frappe, c'est la pluralité des façons d'exprimer une même durée dans la vie sociale : l'automobiliste dira que la réparation de sa voiture a duré  $\frac{1}{2}$  h ou 30 min, et le garagiste facturera 0,50 h. Pour un temps de téléchargement on peut trouver 638 min et 4 s, pour un emprunt 76 mois, pour l'âge limite d'utilisation d'un jouet 30 mois... Le format HMS (heures-minutes-secondes) peut présenter lui-même plusieurs écritures : 4 min 32 s, souvent lu et écrit 4 min 32, s'affiche 4:32 sur une montre digitale ou 4'32 sur une pochette de disque. Il faut donc être capable, pour comparer des durées, de connaître ces différentes écritures et se savoir transformer une écriture en une autre. Et pour le calcul du temps de préparation d'une recette de cuisine, d'un temps partiel, d'un temps de fabrication, de la durée d'écoute d'un disque, ou d'un trajet de voyage, les stratégies auront besoin d'être réfléchies : compréhension des écritures, conversions, opérations, distributivité sont en constante interaction pour le moindre calcul.

Pourquoi tous ces formats d'écriture ? Pourquoi ces partages en 365, 28, 29, 30, 31, 7, 24, 60 ? Il y a là des interrogations légitimes qui conduisent à revisiter l'histoire, à aller vers l'astronomie et à nous confronter à des choix culturels variés ; l'étude des divers calendriers et de leurs origines est une source d'enrichissement culturel, et l'occasion de voir les mathématiques à l'œuvre pour résoudre les problèmes des hommes. Occasion aussi de s'interroger sur les moyens qu'ils ont trouvés pour mesurer le temps : cadrans solaires, clepsydres, horloges, montres, chronomètres ..., et sur les raisons qui ont poussé à la construction et au perfectionnement des instruments de mesure. Là aussi nous trouvons les mathématiques au cœur des évolutions des sociétés et des techniques.

Éclairé par ces recherches, notre chapitre sur les durées en Sixième s'est organisé en un parcours permettant de questionner les différentes écritures des durées, et de calculer durées et horaires dans des contextes liés à la vie sociale actuelle, et à l'histoire, permettant ainsi de retrouver l'origine de toutes ces unités qui nous permettent de mesurer le temps qui passe.

Ses trois grandes parties sont :

1. Comparer des durées.
2. Multiplier et diviser des durées.
3. Calculer des horaires, des dates, des durées.

Ce parcours intègre de nombreuses compétences du programme, en particulier toutes celles de la partie *Nombres et calcul*, qui retrouvent ainsi une place naturelle qui leur donne du sens. Pour le mettre en œuvre dans la classe, nous avons élaboré une banque de situations (voir la brochure) pour chacune des trois grandes parties, banque qui nous sert de ressources pour choisir nos activités d'étude, nos exercices et les sujets de nos devoirs. À partir d'elle, chacun de nous personnalise le parcours du chapitre qu'il va proposer à ses élèves.

# Organisation mathématique

Comme nous l'avons dit dans le document « Enseigner les mathématiques en sixième à partir des grandeurs » (Domaines Collège, Niveaux scolaires Sixième), pour chaque grandeur nous avons choisi une organisation de son étude mathématique qui réponde à de grandes questions et qui est structurée autour de quatre temps : comparaison absolue, multiplication et partage, formule, variation (voir annexe). En ce qui concerne les durées, l'analyse des connaissances et capacités au programme de la classe de sixième montre qu'il n'y a aucun contenu explicite correspondant au quatrième temps, celui de la variation de la grandeur ; nous l'aborderons dans les classes suivantes. Nous avons néanmoins fait des propositions de situations dans notre banque pour ce quatrième temps.

Nous structurons donc l'étude du chapitre sur les durées en trois grandes parties :

1. Comparer des durées.
2. Multiplier et diviser des durées.
3. Calculer des horaires, des dates, des durées.

## 1) Comparer des durées

### *Comment comparer des durées ?*

*Des durées sont-elles égales ? Quelle est la plus courte ? La plus longue ?...*

**Dans un premier moment**, il s'agit de se confronter à différents systèmes d'unités pour voir l'invariance de ce qui fait le temps, et de montrer que l'on peut ajouter et soustraire des durées. Par ces opérations, on construit parallèlement la grandeur « durée » et les « nombres ». Les techniques sont au service de la grandeur comme la grandeur donne un sens aux techniques.

Pour exprimer les durées on utilise les formats variés des nombres qui mesurent les durées ( $\frac{1}{4}$ h, 2,5h, 3h5min14s...), ainsi que des unités variées (secondes, minutes, heures, jours, semaines, mois, ...). C'est l'utilisation de la mesure dans différents formats et différentes situations qui permet de montrer ce qu'est l'invariant « temps ». Des situations de comparaison absolue permettent de mettre en évidence que deux durées peuvent toujours se comparer.

Il est intéressant d'aborder la notion de temps par des biais historiques : comment faire pour mesurer le temps ? C'est la variété des systèmes de mesure (HMS, décimal, fractionnaire, affichage numérique, aiguilles,...) qui va faire émerger cette notion de temps.

**Les situations** où vit cette question de la comparaison sont nombreuses :

- mesure directe de la durée : chronomètre, compte minute, sablier, clepsydre, alternance jour/nuit, lunaisons, années, comptage de 1 en 1 pour les jeux (cache-cache) ...
- invariant de durée pour des événements différents (comparaison en des lieux et des moments différents)
- durées de travail (fiche de paye, pointeuse, durée de fabrication à l'unité ...)
- courses, compétitions,...
- âge limite (36 mois et 4 ans), durée de réparation chez le garagiste (heure décimale), durée d'un CD, d'une recette, emploi du temps...

**Les notions et techniques** : unités de durée, les différents formats, égalité de durées, comparaison de durées. Multiplication, division, addition, soustraction. Proportionnalité entre les unités. La calculatrice et le tableur sont des outils techniques qui peuvent rendre performantes ces transformations.

*L'intérêt de cette partie est de poursuivre la construction de la notion de temps et de durée chez les élèves à partir de la comparaison de leurs mesures dans différents formats : la grandeur durée est appréhendée à travers son expression par des nombres. On construit en même temps la notion de nombre et on rend fonctionnelles les opérations qui vont être absolument nécessaires pour passer d'une écriture à une autre : multiplication, division, addition, soustraction. On retravaille aussi le sens des techniques opératoires et de la place des chiffres dans les écritures des nombres par l'étude des durées en format décimal et en format HMS (Heures-Minutes-Secondes).*

## **2) Multiplier et diviser des durées**

***Comment multiplier une durée ? Comment la partager ?***

*Combien dure un événement trois fois plus long ? Dix fois plus court ?*

*Combien de fois plus long ? Plus court ?...*

***Dans un second moment***, il s'agit de multiplier une durée par un entier ou de la partager. L'objectif est de continuer à travailler la grandeur « durée » en faisant sentir que les opérations sur les mesures traduisent des opérations identiques sur la grandeur, car la possibilité du partage du temps est sous-tendue par la notion de régularité du temps. C'est l'occasion de doubler, tripler des durées ou encore de prendre le tiers, le quart d'une durée ; de donner du sens à 2 fois plus de temps, 3 fois moins de temps,  $\frac{3}{4}$  d'heure ; de comprendre ce qu'est un mi-temps, une mi-temps, un quart temps, un tiers temps. Ce moment complète celui du partage de l'heure réalisé au premier moment pour établir la sous-unité minute et des durées usuelles telles le  $\frac{1}{4}$ h ou la  $\frac{1}{2}$ h.

***Les situations*** où vivent ces questions sont tout d'abord les problèmes de la construction des calendriers ; mais aussi la durée du travail, la durée de la fabrication d'objets, la durée de téléchargements de logiciels, la musique avec la durée de ses notes et le battement de la mesure, les remboursements de prêts (mensualités à durée fixe – mois à durée variable ...) ...

***Les notions et techniques*** : division euclidienne, multiples, fractions, fractions d'un nombre, divisibilité et ses critères, distributivité de la multiplication et de la division par rapport à l'addition et à la soustraction..

*L'intérêt de cette partie est de construire des opérations sur la grandeur durée à partir des opérations faites sur leurs mesures. On travaille les notions de multiple et de fraction, on rencontre des propriétés fondamentales du calcul (associativité, distributivité), on rend fonctionnelles les 4 opérations.*

## **3) Calculer des horaires, des dates, des durées**

***Comment calculer une date ? Une durée ?***

*Combien dure un voyage dont on connaît les dates de début et de fin ?*

*À quelle heure dois-je partir si je connais mon heure d'arrivée et la durée du voyage ?*

***Dans un troisième moment***, on s'attaque au problème du repérage dans le temps et de son lien avec la notion de durée : dates, heures, horaires sont définis par une origine et une durée. La droite graduée, avec ses intervalles réguliers et son orientation, se transforme en axe du temps : image forte du temps dans la science occidentale, qui va cohabiter avec celle du cercle et ses angles réguliers. L'irréversibilité, la fuite du temps, la mort ou la répétition, l'éternel retour, la réincarnation ...

Une formule va relier dates et durée : **Durée = date de la fin - date du début**

Sa représentation linéaire va permettre de l'établir et de l'exploiter pour trouver le terme cherché. Il y a là tout un travail autour d'une formule (nombres donnés, nombre cherché, degré de liberté, énonciation générale, codage) qui en fait une préparation à l'algèbre. Les opérations portent bien sur des durées : cela oblige à avoir constamment à l'esprit qu'une date est une durée depuis une origine choisie.

Ce sera l'occasion de travailler sur des problèmes d'heure d'embauche, d'horaire d'arrivée, de départ. Là encore, c'est le lieu de la division euclidienne.

**Les situations** où vit cette question du repérage sont celles des frises chronologiques, des calendriers, des horaires (déplacements, travail, éphémérides, marées)

**Les notions et techniques** : origine, graduation, abscisse, axe, lecture et construction graphiques, addition, soustraction, conversions, retenues.

*L'intérêt de cette partie est de travailler le lien entre durée et dates. Les calculs qui en résultent mettent à l'épreuve la maîtrise des techniques opératoires, et la compréhension d'une formule (travail pré-algébrique). La représentation graphique joue un rôle important et fonctionnel : visualisation et aide à la compréhension et aux calculs.*

## La couverture du programme

### **1. Organisation et gestion de données. Fonctions**

#### **1.1. Proportionnalité**

- Appliquer un taux de pourcentage.

Calcul d'un temps de récupération, d'un temps partiel (partie 2)

#### **1.2. Organisation et représentation de données**

- Lire, utiliser et interpréter des données à partir d'un tableau.

Lecture et utilisation d'un almanach, de fiches horaires (partie 3). Classement à une épreuve de triathlon, étude d'un emploi du temps (partie 1). Lecture et utilisation d'un calendrier (partie 2)

- Lire interpréter et compléter un tableau à double entrée.

Étude d'une course d'endurance, du tarif des réparations chez un garagiste (partie 1)

- Lire et compléter une graduation sur une demi-droite graduée, à l'aide d'entiers naturels, de décimaux, de fractions simples  $1/2$ ,  $1/10$ ,  $1/4$ ,  $1/5$  \*ou de quotients (placement exact ou approché).

Chronologies, construction d'un graphique sur la durée du jour à Paris sur une année (partie 3).

Représentation des divisions de l'horloge (partie 1)

- Lire, utiliser et interpréter des informations à partir d'une représentation graphique simple.

Étude de la durée du jour à Bordeaux à partir d'un graphique (partie 3)

### **2. Nombres et Calculs**

#### **2.1 Nombres entiers et décimaux**

- Connaître et utiliser la valeur des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture d'un entier ou d'un décimal.

- Associer diverses désignations d'un nombre décimal : écriture à virgule, fractions décimales.

- Comparer deux nombres entiers ou décimaux, ranger une liste de nombres.

- Encadrer un nombre, intercaler un nombre entre deux autres.

Ces 4 capacités se retrouvent constamment dans la partie 1 : comparer des durées dans différents formats, travail sur les heures décimales (durée des réparations automobiles, l'heure sous la Révolution, les temps pour les courses sportives. Par exemple le passage de 0,50h à  $1/2$ h et 30min, oblige à savoir que 0,50 est égal à  $5/10$  ou  $50/100$ , donc à connaître la valeur de ses chiffres et à utiliser leur traduction en fractions décimales.

- Placer un nombre sur une demi-droite graduée. - Lire l'abscisse d'un point ou en donner un encadrement.

Chronologies, construction d'un graphique sur la durée du jour à Paris sur une année (partie 3)

\* Donner une valeur approchée décimale (par excès ou par défaut) d'un décimal à l'unité, au dixième, au centième près.

Année astronomique, durée d'une lunaison (partie 1), division des durées (partie 2)

## 2.2 Opérations

Toutes ces capacités sont constamment travaillées, pour l'addition et la soustraction plutôt dans les parties 1 et 3, pour la multiplication et la division plutôt dans la partie 2

- Connaître les tables d'addition et de multiplication et les résultats qui en dérivent.
- Multiplier ou diviser un nombre par 10, 100, 1000.
- Connaître et utiliser les critères de divisibilité par 2, 5 et 10. - *Connaître et utiliser les critères de divisibilité par 3, 4 et 9.*

Partage de l'année, années bissextiles (partie 2)

- *Choisir les opérations qui conviennent au traitement de la situation étudiée*
- Savoir effectuer ces opérations (les 4 opérations) sous les diverses formes de calcul : mental, à la main ou instrumenté.
- Connaître la signification du vocabulaire associé : somme, différence, produit, *terme, facteur, dividende, diviseur, quotient, reste.*
- Établir un ordre de grandeur d'une somme, *\*d'une différence, d'un produit.*

Peut se travailler sans arrêt (parties 1, 2 et 3), pour estimer une durée, ou vérifier un calcul : durée d'un CD, recettes de cuisine ...

## 2.3 Nombres en écriture fractionnaire

- Prendre une fraction d'une quantité.

Temps partiel, tiers temps, notes et temps en musique (partie 2), changement des formats des fractions d'heures (partie 1)

- *\* Reconnaître dans des cas simples que deux écritures fractionnaires différentes sont celles d'un même nombre.*

Dans les changements de format :  $5/10h = 1/2h$ ,  $2/4h = 1/2h$  ... (partie 1)

## 4. Grandeurs et mesures

### 4.1 Longueurs, masses, durées

- Calculer des durées, calculer des horaires.

C'est l'objet de la partie 3.

## Techniques et justifications

Dans le cours, énoncés, méthodes et techniques sont, autant qu'il est possible, justifiés, et on essaie de mettre l'accent sur leur enchaînement, visant ainsi à donner l'image d'un savoir structuré.

Dans le travail de l'élève (études, exercices, devoirs) demandes de justifications et de vérifications sont omniprésentes : elles nous semblent fondamentales si l'on ne veut pas déroger à la nature du travail scientifique en général et mathématique en ce qui nous concerne.

L'idée fondamentale c'est qu'en mathématiques on explique ce que l'on fait. Un résultat sans explication ça ne vaut rien. Par contre il y a plein de façons d'expliquer : phrases, calculs, schémas ... Les situations proposées, souvent brutes, sont propices à la diversité des méthodes, et la prise d'information sur les différentes méthodes proposées amènent leurs auteurs à expliquer leurs idées, leurs démarches, leurs calculs, et donc à rentrer dans une démarche de validation.

La diversité des unités et des formats d'écriture favorise la diversité des méthodes de résolution des problèmes, mais aussi des modalités du calcul : mental, posé, à la calculatrice. Car il est souvent difficile de se ramener à des situations standard, et si on le peut, cela nécessite de nombreuses transformations d'écriture des nombres. L'élève peut alors mesurer l'intérêt qu'il y a à mémoriser des égalités de durées, à abrégé des calculs écrits en ligne par des calculs rapides faits mentalement, et la nécessité aussi de poser des opérations. Pour le calcul en HMS l'intérêt du calcul en ligne peut apparaître petit à petit, et le travail sur le sens

des techniques opératoires est indispensable : valeur des chiffres, sens des retenues, grâce aux liens avec les unités.

Ce chapitre est l'occasion de travailler toutes les techniques numériques au programme de sixième, comme le montre le paragraphe précédent : l'étude du temps et des durées, qu'aucune des disciplines du collège ne prend en charge, est vraiment un contexte intéressant pour l'apprentissage du numérique en sixième et pour la culture du futur citoyen. Nous proposons, au paragraphe suivant, ce qui peut être fait, et qui est mis en œuvre par certains d'entre nous, en calcul mental.

## Calcul mental

Voici un exemple du travail des différentes techniques opératoires en calcul mental, articulé aux trois grandes parties qui structurent l'étude des durées.

| Calcul mental<br>« Le temps »<br>Séquence n°1      | Calcul mental<br>« Le temps »<br>Séquence n°2 | Calcul mental<br>« Le temps »<br>Séquence n°3 | Calcul mental<br>« Le temps »<br>Séquence n°4 | Calcul mental<br>« Le temps »<br>Séquence n°5              |
|--|---|---|---|--|
| Calcule et donne le résultat en « heure - minute » | Passer du format décimal au format HMS        | Passer du format décimal au format HMS        | Convertir les durées en HMS                   | Effectuer les multiplications. Donner les réponses en HMS. |
| n°1<br>13 min + 22 min + 17 min                    | n°1<br>0,1 h                                  | n°1<br>0,6 h                                  | n°1<br>85min                                  | n°1<br>2 × 2h45  |
| n°2<br>34 min + 26 min                             | n°2<br>0,3 h                                  | n°2<br>4,5 h                                  | n°2<br>194min                                 | n°2<br>3 × 1h40  |
| n°3<br>42 min + 58 min                             | n°3<br>1,5 h                                  | n°3<br>7,25 h                                 | n°3<br>110min                                 | n°3<br>4 × 2h15  |
| n°4<br>30 min + 45 min                             | n°4<br>3,75 h                                 | n°4<br>5,75 h                                 | n°4<br>152min                                 | n°4<br>5 × 4h30  |
| n°5<br>1 h40 + 1h30                                | n°5<br>2,25 h                                 | n°5<br>3,3 h                                  | n°5<br>607min                                 | n°5<br>10 × 1h20   |

### *Exemples de corrections*

#### Séquence n°1 (n°4)

$$30 \text{ min} + 45 \text{ min} = 75 \text{ min} = 60 \text{ min} + 15 \text{ min} = 1 \text{ h} + 15 \text{ min} = 1 \text{ h} 15$$

$$30 \text{ min} + 45 \text{ min} = \frac{1}{2} \text{ h} + \frac{3}{4} \text{ h} = \frac{1}{2} \text{ h} + \frac{1}{2} \text{ h} + \frac{1}{4} \text{ h} = 1 \text{ h} + \frac{1}{4} \text{ h} = 1 \text{ h} 15$$

#### Séquence n°2 (n°4)

$$3,75 \text{ h} = 3 \text{ h} + 0,75 \text{ h} = 3 \text{ h} + \frac{3}{4} \text{ h} = 3 \text{ h} + 45 \text{ min} = 3 \text{ h} 45$$

#### Séquence n°3 (n°5)

$$3,3 \text{ h} = 3 \text{ h} + \frac{3}{10} \text{ h} = 3 \text{ h} + 3 \times 6 \text{ min} = 3 \text{ h} + 18 \text{ min} = 3 \text{ h} 18$$

#### Séquence n°4 (n°2)

$$194 \text{ min} = 180 \text{ min} + 14 \text{ min} = 3 \text{ h} + 14 \text{ min} = 3 \text{ h} 14 \text{ min}$$

#### Séquence n°5 (n°4)

$$5 \times 4 \text{ h} 30 = 20 \text{ h} + 150 \text{ min} = 20 \text{ h} + 2 \text{ h} + 30 \text{ min} = 22 \text{ h} 30$$



| Calcul mental<br>« Le temps »<br>Séquence n°6           | Calcul mental<br>« Le temps »<br>Séquence n°7 | Calcul mental<br>« Le temps »<br>Séquence n°8 | Calcul mental<br>« Le temps »<br>Séquence notée              |   |
|---|---|---|--|---|
| Effectuer les divisions.<br>Donner les réponses en HMS. | Effectuer les calculs suivants...             | Critères de divisibilité<br>VRAI ou FAUX      | n°1<br>Convertir en HMS<br>255min                            | n°6<br>Vrai ou faux ?<br>1529 est divisible par 9                     |
| n°1<br>9h30 ÷ 3   | n°1<br>$\frac{5}{8}$ de 16min                 | n°1<br>720 est divisible par 5                | n°2<br>Calculer et donner le résultat en HMS<br>2 h45 + 3h25 | n°7<br>Calculer la durée du trajet<br>Départ : 5h20<br>Arrivée : 9h05 |
| n°2<br>6h38 ÷ 2   | n°2<br>$\frac{3}{7}$ de 21s                   | n°2<br>523 est divisible par 3                | n°3<br>Passer du format décimal au format HMS<br>5,5 h       | n°8<br>Calculer et donner le résultat en HMS<br>5 × 2h40              |
| n°3<br>La moitié de 5h30                                | n°3<br>$\frac{2}{3}$ de 1h                    | n°3<br>1211 est divisible par 2               | n°4<br>Passer du format décimal au format HMS<br>2,3 h       | n°9<br>Calculer et donner le résultat en HMS<br>2 × 7h40              |
| n°4<br>Le tiers de 12h36                                | n°4<br>$\frac{3}{4}$ de 28min                 | n°4<br>25 317 est divisible par 9             | n°5<br>Calculer<br>$\frac{2}{9}$ de 27min                    | n°10<br>Calculer et donner le résultat en HMS<br>9h20 ÷ 2             |
| n°5<br>1h20 ÷ 4   | n°5<br>$\frac{4}{5}$ de 15h                   | n°5<br>7336 est divisible par 4               |  |   |

### Exemples de corrections

#### Séquence n°6 (n°5)

$1h20 \div 4 = 15min + 5min = 20min$  ou  $1h20 \div 4 = 80min \div 4 = 20min$

#### Séquence n°7 (n°3)

$\frac{2}{3}$  de 1h =  $(1h \div 3) \times 2 = (60min \div 3) \times 2 = 20min \times 2 = 40min$

#### Séquence n°8 (n°2)

523 est divisible par 3. **FAUX** car  $5 + 2 + 3 = 10$ , et 10 n'est pas divisible par 3

L'organisation mathématique que nous venons de décrire sert de cadre à ce qui va être fait en classe tant en ce qui concerne le déroulement en classe qu'en ce qui concerne l'institutionnalisation des savoirs ou ce que l'on appelle plus traditionnellement le cours. La forme et les supports de ce cours peuvent être très variés : énoncés avec ou sans démonstration, manuscrit ou photocopié, rédigé à partir des propositions des élèves ou du texte conçu par le professeur, complet ou à trous, support spécifique (répertoire, cahier de cours) ou non (classeur, cahier unique, manuel)...

Au niveau de l'équipe les choix sont variés, donc les exemples proposés correspondent à des choix individuels.

### Un exemple de cours

## Chapitre 2 : LES DURÉES

### 1. Comparer des durées

- Les mots **temps** et **durée** s'emploient souvent l'un à la place de l'autre.

*Exemple* : temps de cuisson ou durée de cuisson.

- Les instruments les plus courants pour mesure le temps : le calendrier, l'horloge, la montre, le chronomètre

#### 1) Les unités

L'unité de base est la seconde. Symbole : s.

Les autres unités courantes :

1 min = 60 s donc 1 s = un soixantième de minute =  $1/60$  min

1 h = 60 min donc 1 min = un soixantième d'heure =  $1/60$  h

1 jour = 24 h donc 1 h = un vingt quatrième de jour =  $1/24$  j

1 semaine = 7 jours

1 mois = 31, 30, 29 ou 28 j

1 année civile = 365 j ou 366 j (année bissextile)

1 année astronomique  $\approx 365,2422$  j

#### 2) Les formats

Ce sont les différentes écritures des durées.

- H.M.S (Heures-Minutes-Secondes) : 1h25min12s veut dire  $1h + 25min + 12s$
- Fractionnaire :  $3/4h$  veut dire  $(1h : 4) \times 3 = (60min : 4) \times 3 = 15min \times 3 = 45min$
- Décimal : 1,25h veut dire  $1h + 2/10h + 5/100h = 1h + (1h : 10) \times 2 + (1h : 100) \times 5$   
 $= 1h + 6min \times 2 + 0,6min \times 5 = 1h + 12min + 3min = 1h15min$

Savoir par cœur :

- $1/2h = 0,5h = 30min$
- $1/4h = 0,25h = 15min$
- $1/10h = 0,1h = 6min$

#### 3) Comparer, ajouter ou soustraire

Pour cela il faut que les durées soient écrites dans le même format. Sinon il faut les convertir.

##### a) En format HMS

- **Pour comparer**

On compare les unités en commençant par la plus grande (donc de gauche à droite).

*Exemple* : 1h 55min est plus court que 2h 6min.

- **Pour ajouter**

On ajoute les unités de même espèce, puis, s'il le faut, on convertit.

Exemple :  $32\text{min}18\text{s} + 45\text{min}51\text{s} = 77\text{min} + 69\text{s} = 60\text{min} + 17\text{min} + 60\text{s} + 9\text{s} = 1\text{h}18\text{min}9\text{s}$ .

- **Pour soustraire**

On soustrait les unités de même espèce, en commençant par la plus petite (donc à droite).  
S'il en manque, on en prend à l'unité supérieure.

Exemple :  $2\text{h}12\text{min} - 1\text{h}50\text{min} = 1\text{h}72\text{min} - 1\text{h}50\text{min} = 22\text{min}$ .

Remarque : on peut aussi convertir les durées dans la plus petite unité.

- $1\text{h}55\text{min} = 60\text{min} + 55\text{min} = 115\text{min}$

- $2\text{h}6\text{min} = 120\text{min} + 6\text{min} = 126\text{min}$

1)  $115\text{min}$  c'est moins que  $126\text{min}$  donc  $1\text{h}55\text{min}$  c'est plus court que  $2\text{h}6\text{min}$

2)  $2\text{h}6\text{min} - 1\text{h}55\text{min} = 126\text{min} - 115\text{min} = 22\text{min}$

3)  $2\text{h}6\text{min} + 1\text{h}55\text{min} = 126\text{min} + 115\text{min} = 241\text{min} = 4\text{h}1\text{min}$  (car  $240\text{min} = 4 \times 60\text{min}$ )

### b) En format fractionnaire

- **Pour comparer, ajouter ou soustraire**, il faut que toutes les fractions aient le même dénominateur. Sinon, on change de format.

Exemples :

1)  $3/4\text{h}$  plus long que  $1/4\text{h}$

2)  $3/4\text{h} + 1/4\text{h} = 4/4\text{h} = 1\text{h}$

3)  $3/4\text{h} - 1/4\text{h} = 2/4\text{h} = 1/2\text{h}$

### c) En format décimal

- On utilise ce que l'on sait sur les nombres décimaux.

Exemples :

1)  $1,7\text{h} < 2,3\text{h}$  ;

2)  $1,7\text{h} + 2,3\text{h} = 4\text{h}$

3)  $2,3\text{h} - 1,7\text{h} = 0,6\text{h}$

## 2. Multiplier et diviser des durées

### 1) Convertir des durées en H.M.S.

Pour passer d'une unité à une unité plus grande on utilise la division avec quotient entier et reste entier appelée **division euclidienne**.

Exemple : *Écrire 875 min en HMS*

Cela fait plus d'une heure car :  $1\text{h} = 60\text{min}$ . On cherche combien de fois il y a 60 min dans 875 min.

- On peut faire des essais :  $10 \times 60\text{min} = 600\text{min}$ , donc ça fait plus de 10h...

ou

- On pose la division :

|                        |                 |  |
|------------------------|-----------------|--|
| $875\text{min}$        | $60\text{min}$  |  |
| $-60$                  | $14$ (quotient) |  |
| $275$                  |                 |  |
| $-240$                 |                 |  |
| (reste) $35\text{min}$ |                 |  |

donc  $875\text{min} = 14 \times 60\text{min} + 35\text{min}$

c'est-à-dire :  $875\text{min} = 14\text{h}35\text{min}$

Vérification :  $14\text{h}35\text{min} = (14 \times 60\text{min}) + 35\text{min} = 840\text{min} + 35\text{min} = 875\text{min}$ .

Remarque : si on continue la division, on obtient des **heures décimales** :  $875\text{min} = 14,58333\dots\text{h}$ .

Donc  $14,58333\dots\text{h} = 14\text{h}35\text{min}$ .

### 2) Multiplier ou diviser des durées en HMS

a) **Méthode 1** : on utilise la distributivité

- Calculer le double de  $1\text{h}42\text{min}$ .

$$2 \times (1\text{h } 42\text{min}) = 2 \times (1\text{h} + 42\text{min}) = (2 \times 1\text{h}) + (2 \times 42\text{min}) = 2\text{h} + 84\text{min} = 2\text{h} + 1\text{h} + 24\text{min} = \mathbf{3\text{h } 24\text{min}}.$$

Donc le double de 1h 42min est **3h 24min**.

- Calculer le tiers de 2h 12min.  
 $1/3$  de 2h 12min =  $(2\text{h} + 12\text{min}) : 3 = (2\text{h} : 3 + 12\text{min} : 3) = 40\text{min} + 4\text{min} = \mathbf{44\text{min}}$ .  
 Donc le tiers de 2h 12min est **44min**.

b) **Méthode 2** : on convertit avec la plus petite unité

- 1h 42min = 60min + 42min = 102 min ;  $2 \times 102 \text{ min} = 204 \text{ min}$  ; 204min = **3h 24min**.
- 2h 12min = 120min + 12min = 132min ;  $1/3$  de 132min =  $132\text{min} : 3 = \mathbf{44\text{min}}$ .

### 3) Diviser exactement

Méthode (critères de divisibilité)

Un nombre est divisible par 2 s'il est pair : son chiffre des unités est dans la table de 2 (0, 2, 4, 6, 8).

*Exemples à trouver avec les élèves*

Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est dans la table de 3.

*Exemples à trouver avec les élèves*

Un nombre est divisible par 4 si le nombre formé de ses deux derniers chiffres est dans la table de 4.

*Exemples à trouver avec les élèves*

Un nombre est divisible par 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5.

*Exemples à trouver avec les élèves*

## 3. Calculer des horaires, des dates et des durées

### 1) Représentation du temps

Le temps se représente sur un cercle gradué (horloges, montres...), mais aussi sur une droite graduée (graphiques, frises chronologiques...). On marque bien alors l'origine dont on part, l'unité de la graduation, et le sens dans lequel on va.

Exemple : les heures d'une journée (illustration).

### 2) Calculer un horaire, une durée

Méthode : Une durée s'écoule entre un début et une fin. L'heure, ou la date, d'un évènement est la durée écoulée entre une origine et le moment où se passe l'évènement.

On trace une demi-droite : (illustration : Origine, Début, Fin)

**En lisant correctement** sur la demi-droite :

- **Durée = heure de la fin – heure du début**
- **heure de la fin = heure du début + durée**
- **heure du début = heure de la fin – durée.**

Exemple 1 : Calculer la durée d'une émission télévisée qui débute à 20h 40min et se termine à 22h 17 min.

Durée de l'émission = 22h 17min – 20h 40min = 21h 77min – 20h 40min = **1h 37min**.

Exemple 2 : Je suis parti en vacances le 25 juillet. Mes vacances ont duré 2 semaines. Quel jour suis-je revenu ?

Jour du retour = 25j + 14j = 39 j = 31j + 8j. Je suis revenu le **8 août**.

Exemple 3 : Je pars de Poitiers. Je prends le TGV. Je veux arriver à Paris à 10h et demi. Je sais que la durée du trajet Poitiers-Paris est de 1h 40min. Avant quelle heure dois-je partir de Poitiers ?

Heure de départ = 10h 30min – 1h 40min = 9h 90min – 1h 40min = 8h 50min.

Je dois partir de Poitiers avant **8h 50min**.

# Organisation didactique

L'organisation mathématique nous fournit les questions et la structure du parcours auquel nous allons confronter les élèves. Mais pour faire vivre ce parcours dans la classe, il va nous falloir choisir des situations à faire étudier, porteuses de grandes questions relatives aux durées pour lesquelles la recherche de réponses va permettre aux élèves de rencontrer et de faire fonctionner des savoirs et des techniques utiles faisant partie du programme de la classe de sixième.

Ces situations nous les avons voulues, autant que faire se peut, proches de la vie présente ou passée des hommes, pour montrer aux élèves qu'ils étudient une science vivante qui a aidé et aide les hommes à résoudre leurs problèmes. Pour en trouver, nous sommes allés interroger la vie quotidienne et l'histoire. Comme il s'en trouvait très peu dans les manuels, nous en avons fait une banque (voir brochure) dans laquelle nous puisons la majeure partie de nos sujets d'étude, d'exercices et de devoirs.

À partir de cette banque, chacun de nous personnalise le parcours du chapitre qu'il va proposer à ses élèves, en en conservant l'organisation mathématique générale.

## Introduction au chapitre

Il nous semble important de motiver l'étude du thème aux yeux des élèves, de les informer sur ce que l'on va étudier et de l'intérêt de cette étude. C'est ce que nous pourrions appeler la dévolution du parcours à la classe.

Pour cela, la plupart d'entre nous organisent un débat en classe autour de 3 questions, avec un bilan oral qui peut être noté sur leur cahier.

- 1) Quand parle-t-on de temps ou de durée ? (Course, cuisson...)
- 2) Comment mesure-t-on le temps ? (Chronomètre, montre, horloge,...)
- 3) Que faut-il savoir faire avec les durées ? (Les comparer, les calculer...)

Ce qui va permettre de dire que dans ce chapitre nous allons essayer de trouver des moyens pour comparer, pour calculer des durées.

Ce temps de débat permet aussi de prendre la mesure de ce que représente la notion de durée pour les élèves, d'en revoir ou voir les différentes mesures, et à partir des différentes interventions de refaire le lien entre les diverses unités et de se constituer une base de références communes. Ce débat peut être accompagné d'un diaporama, et poursuivi par des recherches, par exemple sur les outils servant à mesurer le temps.

## Étude 1 : comparer des durées

Pour aborder cette question de notre parcours sur les durées et son étude, nous choisissons des situations où coexistent différentes écritures des durées.

Par exemple, construire le cadran d'une horloge amène à partager un cercle en 12 parties égales pour avoir des heures égales et en 60 parties égales pour avoir les 60 minutes égales de l'heure. L'égalité des durées est ramenée à des égalités d'angles et à la régularité du mouvement des aiguilles qui donne l'idée de l'écoulement du temps. Les durées se comparent et s'ajoutent comme les angles. L'écriture fractionnaire des heures pour exprimer des durées en minutes ou multiples de 5 minutes est naturelle. Égalités de fractions, calcul de la fraction d'un nombre permettent de traduire la situation ou d'agir sur elle. Placer avec précision les aiguilles sur le dessin du cadran pour qu'elles indiquent 10h 10min, oblige à réfléchir à cette écriture, et à un calcul délicat pour positionner la grande aiguille.

Cette situation peut aussi être exploitée dans l'étude 2 sur le partage des durées).

Une autre situation intéressante à explorer est celle de l'utilisation des heures décimales dans le monde du travail. Notre quotidien étant référé au système HMS (Heures-Minutes-

Secondes), nous sommes amenés à comparer des durées dans les deux formats d'écriture, et cela oblige à travailler les 4 opérations et le sens de l'écriture des nombres.

De nombreuses épreuves sportives, nous conduisent à comparer des performances impliquant des durées : additions, soustractions, conversions sont au rendez-vous.

Les calculs sont vite complexes et la nécessité d'accomplir mentalement certaines étapes se fait sentir, et justifie une pratique régulière de calcul.

Le choix des situations parcourues dans cette première étude doit nous permettre d'avoir des outils pour comparer, ajouter et soustraire des durées écrites dans divers formats.

### **Étude 2 : multiplier et diviser des durées**

Le partage de l'année en mois, semaines et jours est un sujet riche qui permet de rencontrer les problèmes de divisibilité (multiples, diviseurs, critères) et d'approximation, la division euclidienne en étant un outil central. L'étude du calendrier Égyptien permet de porter un jugement critique sur notre propre calendrier, beaucoup plus « irrégulier », et de le rapprocher du calendrier républicain de la Révolution française. Wikipedia et le site « egyptos » fournissent des informations intéressantes. De plus, la civilisation égyptienne est au programme d'histoire. L'étude du calendrier musulman, toujours en usage aujourd'hui, est aussi une source d'interrogations et de problèmes à résoudre.

Le fractionnement du temps de travail fournit des situations où vivent les fractions d'une durée.

Si les problèmes de partage du temps impliquent souvent celui de la multiplication des durées, des situations de fabrications d'objets, ou de calcul de la durée d'un morceau de musique en fonction du tempo choisi (voir l'article de Wikipedia sur le métronome), l'impliquent directement.

### **Étude 3 : calculer des horaires, dates, durées**

C'est dans cette partie que l'on travaille le repérage et le lien dates-durées.

L'étude de la durée des marées ou du jour « clair » tout au long d'un mois ou d'une année à partir d'un calendrier ou d'un almanach, nous confronte directement au problème à résoudre, permet d'élaborer la formule *Durée = heure de la fin – heure du début*, et fournit l'occasion de construire un graphique : origine, heures et durée prennent alors sens au sein même de la réalisation technique du graphique. Pour la durée du jour une information importante existe sur le Net. Ce peut-être aussi l'occasion d'utiliser le tableur pour visualiser la situation.

Des situations liées aux déplacements (voyages, travail) permettent le travail sur la formule clé de cette partie pour répondre aux questions qui constituent son étude : à quelle heure ? Combien de temps ? Soustraction et addition des durées en HMS, représentation des dates et durées sur un axe, vont être les outils de base pour y répondre.

## Quelques points forts

### *Exercices et travail des techniques*

Nous avons voulu que les techniques à connaître ne se travaillent pas pour elles-mêmes, mais à travers des tâches qui en montrent l'utilité et l'intérêt.

Par exemple c'est pour prévoir le temps d'immobilisation d'une voiture chez un garagiste que l'élève va travailler l'addition des décimaux, le sens des chiffres après la virgule, la fraction d'un nombre. C'est pour comparer les performances d'élèves dans une course d'endurance, ou pour construire le graphique de la durée du jour sur une année, qu'il va refaire de nombreuses fois des soustractions avec des expressions numériques variées : cela nous semble mieux que les dix exercices correspondants d'un exerciceur.

C'est en travaillant sur les calendriers ou en calculant des temps de téléchargement que l'élève va être amené à utiliser la division euclidienne, c'est en comparant des durées de CD qu'il va être amené à faire à la fois des additions et des conversions.

On pourra constater aussi qu'au lieu de faire un ou plusieurs chapitres sur « Organisation et gestion de données. Fonctions » où seront étudiées des situations hétéroclites, l'élève pourra, à travers ce chapitre sur les durées, se familiariser avec la lecture, l'utilisation et l'interprétation de données, dans des contextes très variés (calendriers, almanachs, résultats sportifs, horaires, billets de train, emplois du temps...). Les occasions de travailler les techniques se représentent sans arrêt, sans avoir besoin de les multiplier artificiellement.

Nous ne posons donc pas, comme préliminaire, des exercices sur les techniques opératoires, sur les conversions, sur la comparaison des nombres, sur la graduation d'une droite, sur la lecture de données, sur la construction d'un graphique : nous bannissons les micro tâches centrées sur une technique, ainsi que les exercices artificiels et purement didactiques, sans toutefois exclure certains entraînements techniques.

### *Exercices et situations*

Les exercices sont le support de l'étude de la grande question posée, par exemple pour la première partie : comment comparer des durées ? Ils permettent donc de faire travailler les notions et techniques rencontrées dans la situation de départ, mais aussi de les approfondir, de les enrichir en rencontrant la même question dans d'autres cadres. Les exercices vont donc être centrés autour du même grand type de tâche que la situation de départ : ils sont en eux-mêmes des situations complexes qui amènent l'élève à réfléchir à des stratégies, à choisir des techniques, à s'adapter. La question étant ouverte et l'accent étant mis sur l'explication de la méthode mise en œuvre, les élèves peuvent explorer de nombreuses pistes et choisir des méthodes différentes (voir les exemples de travaux d'élèves).

### *Évaluations*

En cohérence avec ce qui a été dit précédemment, nous choisissons pour nos contrôles des situations du type des exercices proposés en demandant le plus souvent à l'élève d'expliquer sa démarche, et en acceptant différents types d'explications pourvu qu'elles soient cohérentes.

En devoir à la maison nous utilisons le même type de situations, en sachant qu'il peut s'agir de rédiger une recherche faite en classe, ou de reprendre une situation analogue, ou d'en découvrir une nouvelle.

### *Ouvertures*

Notre volonté de rester en prise avec des situations de la vie et de la culture, permet d'explorer de nombreuses pistes : recherches, utilisation de sites Internet, travaux au croisement des disciplines (histoire, géographie, musique, EPS) ...

## Un exemple de déroulement sur 6 semaines (fiche professeur)

Cet exemple est une mise en œuvre, faite par certains d'entre nous, des analyses précédentes. Il ne les réalise peut-être pas toutes, mais il essaie d'y tendre sur des points essentiels. Il est bien évident que les mises en œuvre possibles sont multiples car, dans notre démarche, une grande place est laissée aux choix individuels.

### Fiche prof – 6<sup>ème</sup> - LE TEMPS

- Introduction
- Quand parle-t-on de temps ou de durées ?
- Que faut-il savoir faire avec des durées ?
- Comment mesure-t-on le temps ?
- Quelles unités de temps connaissez-vous ?

#### Étude 1 : Comparer, additionner, soustraire des durées

- Diaporama
- Activité « Construction d'un cadran de montre ou d'horloge »
  - distribuer une demi-feuille A4 blanche
  - tracer un cercle de 6 cm de rayon
  - Indiquer les quarts d'heures (utilisation de l'équerre)
  - Écrire les différents formats pour 15 min et 30 min
  - Indiquer les graduations toutes les 5 minutes (utilisation du rapporteur : le tiers de 90°...)
  - Indiquer toutes les graduations de minutes
  - Placer les aiguilles pour qu'il soit 10h12
- Cours : I-Comparer des durées  
1) Les unités
- Fiche d'exercices Étude 1 : ex 1 : Temps d'emprunt  
*1<sup>ère</sup> approche, utiliser 1 an = 12 mois*  
ex 2 : Âge limite *idem*
- Calcul mental – séquence n°1 « Addition de durées (format HMS) »
- Cours : I-Comparer des durées  
2) Les formats
- Fiche d'exercices Étude 1 : ex 3 : Comparer des durées  
*découverte de la méthode de comparaison et de calcul : tout écrire au même format*
- Calcul mental – séquence n°2 « Passer du format décimal au format HMS »



- Cours : I-Comparer des durées (*feuille distribuée*)  
3) Comparer, ajouter, soustraire
- Fiche d'exercices Étude 1 :  
ex 4 : Durée de fabrication *addition HMS + fractionnaire*  
ex 5 : Durée d'une sortie *addition HMS + fractionnaire*  
ex 6 : Durée d'une réparation *addition format décimal*  
ex 7 : Course d'endurance en EPS *soustraction HMS*
- Calcul mental – séquence n°3 « Passer du format décimal au format HMS »

|  |
|--|
| Étude 2 : Multiplier et diviser des durées |
|--|

- Fiche d'exercices Étude 2 : ex 8 : Durée hebdomadaire classe 6<sup>ème</sup>  
*division euclidienne pour convertir en HMS*
- Cours : II-Multiplier et diviser des durées  
1) Convertir en HMS
- Calcul mental – séquence n°4 « Convertir au format HMS »
- DM « Au rayon disques »
- Fiche « Math en poche » *Division euclidienne, fractions et parts, fraction d'un nombre*
- Fiche d'exercices Étude 2 : ex 9 : Durée de travail en entreprise  
*méthode pour multiplier et diviser*
- Cours : II-Multiplier et diviser des durées  
2) Multiplier ou diviser des durées en HMS
- Calcul mental – séquence n°5 « Multiplier des durées »
- Fiche d'exercices Étude 2 : Calculs n°1 et 2  
ex 11 : Calendrier égyptien
- Calcul mental – séquence n°6 « Diviser des durées »
- Fiche d'exercices Étude 2 : ex 13 : Calendrier musulman
- Interrogation
- Fiche d'exercices Étude 2 : ex 14 : Travail à temps partiel *fraction d'une durée*
- Fraction d'un nombre (7 calculs – voir doc « fraction d'un nombre »)
- Calcul mental – séquence n°7 « Fraction d'un nombre »





- Fiche d'exercices Étude 2 : ex 16 : Tiers temps *fraction d'une durée*  
ex 12 : Partage de l'année *Critères de divisibilité*
- Cours : II-Multiplier et diviser des durées  
3) Diviser exactement
- Calcul mental – séquence n°8 « Critères de divisibilité »
- Fiche d'exercices Étude 2 : ex 17 : Années bissextiles *divisibilité par 4*  
ex 15 : Remboursement d'un emprunt *division*  
ex 18 : Temps de fabrication  
ex 19 : Salaire

|   |
|---|
| Étude 3 : Calculer des horaires des dates ou des durées |
|---|

Fiche d'exercices Étude 3 : ex 20 : Voyage en TGV *droite graduée*

- Cours : III-Calculer des horaires des dates et des durées  
1) Représentation du temps  
2) Calculer un horaire, une durée
- DM « Étude d'un calendrier, lever et coucher du soleil »
- Calcul mental – séquence n°9 « Calculer une durée »
- Fiche d'exercices Étude 3 : ex 21 : Âges  
ex 22 : Télévision  
ex 23 : Trajet  
ex 24 : Record de la traversée de l'océan Atlantique
- Calcul mental – séquence notée
- Contrôle

## Annexe : Les 4 temps de l'étude d'une grandeur

| <b>Une organisation de l'année de sixième autour des grandeurs.<br/>           Quatre temps pour « <i>construire des savoirs</i> ».</b> |  |   |  |   |
|---|--|---|--|---|
| <b>Le premier temps est celui de la définition.</b>   | Peut-on toujours comparer deux grandeurs de même espèce, même sur des objets différents ? Peut-on dire que des grandeurs sont égales même si les objets sont différents ? Peut-on toujours ajouter deux grandeurs de même espèce ?<br>C'est lieu de l'égalité, de l'inégalité, de l'addition.<br>Les définitions et les techniques se dégagent des études. Elles permettent de comparer ou d'ajouter des grandeurs de même espèce. |   |  |   |
| <b>Le second temps est celui du partage et de la duplication.</b>   | Peut-on toujours dire d'un objet qu'il est n fois plus grand qu'un autre, n fois moins grand relativement à la grandeur ?<br>C'est le lieu de la comparaison relative, de la notion de quotient et de rapport, de partage et de multiple.<br>Les définitions et les techniques se dégagent des études. Elles permettent de comparer de façon relative les grandeurs.   |   |  |   |
| <b>Le troisième temps est celui de la mesure et de la formule.</b>  | La grandeur est maintenant construite. Existe-t-il un système qui permet de mesurer cette grandeur ?<br>C'est le lieu de la mesure.<br>Mesurer c'est comparer une grandeur à une unité usuelle. Les définitions et les techniques s'enrichissent pour résoudre les mêmes problématiques qu'au départ. Les formules se démarquent particulièrement comme outil de résolution.   |   |  |   |
| <b>Le quatrième temps est celui de la tabulation, des variations.</b>   | Peut-on étudier les variations de la grandeur en fonction d'une autre ? Peut-on optimiser une mesure ?<br>C'est le lieu des tableaux, des graphiques, des formules algébriques, du fonctionnel.<br>C'est en se reposant sur la construction des grandeurs que se dégagent des techniques pour les études fonctionnelles.   |   |  |   |
|   |   |  |  |  |
|   | <u>Questionnement</u><br><i>sur la</i><br><u>comparaison.</u>  | <u>Questionnement</u><br><i>sur le</i><br><u>calcul.</u>                            | <u>Questionnement</u><br><i>sur la</i><br><u>construction.</u>                       | <u>Questionnement</u><br><i>sur le</i><br><u>dénombrement.</u>                        |

# Bibliographie

## Ouvrages, revues, articles

- ARISTOTE. *Physique, Livre IV*. Édition bilingue, traduction H. Carteron, Les Belles Lettres, Paris, 1966.
- BLONDEL François. *Histoire du calendrier romain*. Chez Arnout Leer, La Haye, 1684. Disponible sur le Net :  
<http://books.google.fr/books?id=t6wWAAAAQAAJ> .
- COUDERC Paul. *Le calendrier*. Que sais-je ? n°203, PUF, Paris.
- GOUDSMIT S. A. et CLAIBORNE R. *L'Homme et le Temps*. Le Monde des sciences, Collection Time-Life, Life, 1969.
- Groupe Élémentaire. *Prends ton temps !* IREM de Besançon, Presses Universitaires de Franche-Comté, 2006.
- Journées de Besançon. *Le temps des mathématiques, les mathématiques dans leur temps*. Bulletin APMEP n° 477, 2008.
  - *Structure des calendriers : unité et diversité*.
  - *De l'antiquité à Einstein, l'expérience du temps*.
  - *La mathématisation du temps épuise-t-elle la question du temps*,
  - *Le concept d'infini et ses rapports avec le temps*.
  - *Fractions et calendriers à partir de l'Introduction aux Phénomènes de Geminos*.
  - *Temps, cadrans solaires, géométrie*.
  - *La mesure du temps en Inde*.
  - *Concevoir et fabriquer un calendrier perpétuel*.
  - *Informatique et calendrier*.
- LANDES David S. *L'heure qu'il est. Les horloges, la mesure du temps et la formation du monde moderne*. Traduit de l'anglais par P.-E. Dauzat et L. Évrard, Gallimard, Paris, 1987.
- LEFORT Jean. *La saga des calendriers*. Belin, Paris, 1999.
- POINCARÉ Henri. *La valeur de la science, Chapitre II La mesure du temps*. 1905. Flammarion, Paris, 1970. Disponible sur Gallica :  
<http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k5488355n.r=poincar%C3%A9.langFR>
- SAUNIER Claudius. *Le temps ses divisions principales ses mesures et leurs usages aux temps anciens et modernes*. Parmentier, Paris, 1858. Disponible sur le Net :  
<http://books.google.fr/books?id=xvSkx2oV-14C> .

## Sur le Web

- Sur le site de l'APMEP : Journées de Besançon 2007 sur le thème du temps (programme, documents en ligne).
- Sur Wikipédia : de nombreux articles sur le temps (mesure, calendrier, instruments...)
- Sur l'histoire de la mesure du temps : <http://timeuhren.free.fr/histoirefr.htm>
- Sur les calendriers : <http://www.cosmovisions.com/calendriersChrono.htm>,

<http://www.imcce.fr/langues/fr/>, <http://www.louisg.net/index.htm>.

Site de Thérèse Éveilleau (-> Histoire -> Histoire du calendrier) :

<http://pagesperso-orange.fr/therese.eveilleau/>

- Sur l'histoire de la mesure du temps : <http://timeuhren.free.fr/histoirefr.htm>
- Mesure du temps : <http://www.obspm.fr/actual/nouvelle/dec05/second.fr.shtml>
- Instruments de mesure du temps.  
Horloges scientifiques : [http://syrite.obspm.fr/tfc/tfc\\_gen.php](http://syrite.obspm.fr/tfc/tfc_gen.php)  
Horloge, sablier : <http://www.lagardesse.fr/temps/>  
<http://pagesperso-orange.fr/tpe-lamesuredutemps/lamesuredutemps/sablier.html>  
Cadrans solaires : <http://www.cadrans-solaires.fr/cadran-parc-ludiver.html>  
Métronome : <http://fred.elie.free.fr/metronome.htm>
- Sur la durée du jour on trouve de nombreux documents en ligne :  
<http://www.meteo.org/phenomen/soleil.htm>  
<http://media4.obspm.fr/public/AMC/stlp/index.html>  
Durée du jour n'importe où sur le globe terrestre : <http://ptaff.ca/soleil/>.
- On trouve aussi des sites avec des logiciels donnent des éphémérides, qui calculent des données astronomiques, calculent des dates d'une ère dans une autre, la date de Pâques... :  
<http://docs.kde.org/stable/fr/kdeedu/kstars/tools.html>,  
<http://sidstation.lionelloudet.homedns.org/suntimes-fr.xhtml>.
- Les saisons :  
<http://www.educnet.education.fr/meteo/rayonn/saisons/html/saisons0.htm>  
[http://www.keyscreen.com/KeyScreen\(s\)7/geoclock.htm](http://www.keyscreen.com/KeyScreen(s)7/geoclock.htm)  
[http://www.kterre.org/dossiers/terre\\_saisons.php#annee](http://www.kterre.org/dossiers/terre_saisons.php#annee)
- Image satellite du jour : <http://www.eumetsat.int/Home/index.htm?l=fr>
- La terre tourne : <http://earth.esa.int/earthimages/> , <http://earth.esa.int/satelliteimages/>
- La lune tourne : [http://www.cidehom.com/apod.php?\\_date=040829](http://www.cidehom.com/apod.php?_date=040829)  
<http://www.nineplanets.org/luna.html> .

## Bibliographie générale

- BARBIN Évelyne. « Les Éléments de Géométrie de Clairaut : une géométrie problématisée ». Metz : *Repères IREM*, 1991, n° 4, p. 119-133.
- BARBIN Évelyne. « L'arithmétisation des grandeurs ». Metz : *Repères IREM*, 2007, n° 68, p. 5-20.
- CHARNAY Roland. (2006) *Quelle culture mathématique partagée à la fin de la scolarité obligatoire ?* Repères IREM n° 64 (article en ligne)
- CHEVALLARD Yves. (2006) *Les mathématiques à l'école*. Bulletin APMEP n° 471, 2007
- CHEVALLARD Yves, BOSCH Mariana. (2000), *Les grandeurs en mathématiques au collège*. Partie I. Une Atlantide oubliée. *Petit x*, 55, p. 5-32.
- CHEVALLARD Yves, BOSCH Mariana. (2000), *Les grandeurs en mathématiques au collège*. Partie II. Mathématisations. *Petit x*, 59, p. 43-76.

- CLAIRAUT Alexis. *Les Éléments de Géométrie de Clairaut* Paris : Lambert et Durand, 1741. Réédition. Paris : J. Gabay, 2006. Fac simile de l'édition de 1753, Laval : éd. Siloë, 1987.
- DAHAN-DALMEDICO Amy et PEIFFER Jeanne. (1982) *Une histoire des mathématiques. Routes et dédales*. Le Seuil, Points Sciences N° 49, 1986.
- Grands. N° spécial. *Repères-IREM* n° 68, juillet 2007.
- LEBESGUE Henri. (1935). « *La mesure des grandeurs* ». Monographies de *L'Enseignement Mathématique* n° 1 Genève. Réédition. A. Blanchard, Paris 1975.
- PRESSIAT André. *Grands et mesures*. IUFM .Équipe DIDIREM – INRP.
- ROUCHE Nicolas. *Le sens de la mesure " Des grandeurs aux nombres rationnels "*. Collection Formation, Edition Didier Hatier, 1992.