Diversité des pratiques mathématiques et circulation des savoirs en Mésopotamie

Présentation HDR – Christine Proust

Bref historique du parcours depuis la thèse

Je vais d'abord brosser à grands traits le parcours que j'ai suivi depuis ma thèse. Ensuite, je présenterai quelques unes des recherches nouvelles dans lesquelles je me suis engagées après ma thèse en insistant plus particulièrement sur le corpus de textes sur lequel je travaille en ce moment : les catalogues et les séries.

(diapo Ni 18 et tables métrologiques)

J'ai soutenu ma thèse en 2004 sur les tablettes mathématiques de Nippur, plus particulièrement sur celles qui sont conservées à Istanbul. L'intérêt pour moi de ces tablettes résidait essentiellement dans le fait qu'elles provenaient d'un site connu, Nippur, cité dont le rôle culturel à l'époque paléo-babylonienne était considérable. Mon but était de relier l'étude d'un ensemble de textes d'une part à leur histoire matérielle et d'autre part à un contexte historique relativement bien connu par ailleurs. Peu après avoir commencé ce travail, j'ai découvert à Istanbul un important lot de tablettes mathématiques inédites. Presque toutes ces tablettes inédites étaient des tablettes scolaires. Mon attention s'est donc concentrée sur les écoles de scribes de Nippur.

A première vue, il y avait peu de chances pour que ces tablettes, ou plutôt ces fragments de tablette généralement dans un état assez piteux, ne livrent quelque révélation mathématique sensationnelle. Quel intérêt pouvaient donc présenter ces brouillons d'écoliers répétitifs et d'un niveau considéré comme peu élevé?

Une première réponse est assez évidente : les tablettes scolaires nous informent sur les écoles de scribes. La reconstitution du cursus d'enseignement des mathématiques à Nippur a été un des volets de mon étude. Ce travail s'inscrivait dans une voie qui avait déjà largement été débroussaillée par des chercheurs tels que Niek Veldhuis ou Eleanor Robson.

Une autre raison m'est apparue au moins aussi importante pour la suite de mes recherches. Examiner de près les tablettes scolaires, c'est comprendre la façon dont les jeunes scribes étaient formés en mathématiques, et c'est du coup aussi comprendre les outils conceptuels utilisés par les scribes érudits. J'ai donc cherché à élucider, au travers des écrits produits par les écoliers de Nippur, quelles étaient les idées mathématiques fondamentales qui leur étaient inculquées, notamment en matière de conception des nombres de méthode de calcul. De ce point de vue, ce ne sont pas tant les textes eux-mêmes que les relations entre eux qui m'ont parues éclairantes.

Quelles perspectives ouvertes ?

Quelques problèmes abordés au cours de mon travail de thèse méritaient à mes yeux d'être traités de façon plus approfondie. Je les ai repris par la suite, notamment dans le cadre de plusieurs projets et séminaires. Je ne vais pas les présenter tous, mais tirer quelques fils qui mènent à mes recherches actuelles et futures.

Les corpus : quels enjeux ?

Le premier fil est historiographique. Plus de la moitié des tablettes mathématiques actuellement connues sont des tablettes scolaires. Ces dernières n'ont été publiées que récemment, et beaucoup restent encore ignorées dans les réserves des Musées. Pourtant, l'existence de ces tablettes est connue depuis longtemps. Ce simple fait pose la question de la constitution des corpus en histoire des sciences.

(diapo : looking at…)

Comment les sources sont-elles sélectionnées par les historiens ? Quel impact ces choix ont-ils sur notre connaissance des sciences anciennes ? Ces questions ont fait l'objet d'un programme de trois ans développé par un groupe de chercheurs de REHSEIS sous la responsabilité de FBE. Il en est sorti un ouvrage qui vient de paraître.

Dans le cadre de ce programme, j'ai commencé à étudier la façon dont les tablettes scolaires ont été traitées par les premiers savants qui ont publiés les textes mathématiques cunéiformes, notamment Hilprecht, Thureau-Dangin et Neugebauer. J'ai en particulier établi un lien entre leur façon de considérer les tables métrologiques scolaires et leur façon de comprendre l'usage des nombres par les scribes. En particulier, le fait que Neugebauer ait écarté les textes métrologiques du corpus des textes qu'il appelait « véritablement mathématiques » a eu des conséquences sur sa façon de comprendre les conceptions anciennes en matière de nombres et de méthodes de calcul.

Poursuivant dans cette voie, je me suis particulièrement intéressée depuis deux ans aux archives de Neugebauer. Confronter les publications de Neugebauer à ses papiers personnels, tels que lettres et notes, m'a permis de mieux comprendre ses méthodes de travail.

(diapo : lettre de ON)

Il me semble par exemple que son approche des problèmes de classification du corpus mathématiques est assez différente dans les premières éditions (MKT, 1935), et dans celle de 1945 (Mathematical Cuneiform Texts, MCT dans ce qui suit). Par exemple, l'hypothèse de travail qui sous-tend la composition des MCT est celle d'une forte homogénéité des mathématiques cunéiformes. Ce point de vue est clairement exprimé dans les lettres, mais moins clairement dans le livre lui-même. Neugebauer souligne dans ses lettres qu'il a évolué sur ce point entre 1935 et 1943. Il s'en suit que les MCT livrent une vision fortement unificatrice des maths cunéiformes, vision qui s'est largement imposée par la suite. Peut-être du fait qu'il n'était pas explicite, ce point de vue n'a guère été discuté, en tous cas à ma connaissance, jusqu'à la publication par Jens Hoyrup de son article de 1998 sur la structure du corpus mathématique cunéiforme (The finer structure of the Old Babylonian mathematical corpus : Elements of classification, with some results).

Ce travail sur Neugebauer s'est inscrit dans la préparation du colloque Neugebauer qui a pu se tenir à New York en novembre de cette année, grâce au soutien de nombreuses institutions, dont NYU et le CNRS, et surtout à l'implication personnelle d'Alexander Jones, qui a transformé une vague idée en magnifique réalisation, incluant une exposition qui a un grand succès.

(diapo : l'expo)

Un de mes projets est de travailler de la même façon sur les archives de Thureau-Dangin.

La question qui traverse ces recherches historiographiques est celle des classifications du matériel mathématique légué par les anciens scribes, question qui à son tour pose celle de la diversité des pratiques mathématiques anciennes.

Contexte d'enseignement

Le deuxième fil est celui du contexte des mathématiques OB. Il est commun de trouver dans les publications spécialisées ou pour le grand public l'affirmation selon laquelle les mathématiques cunéiformes sont des textes d'enseignement. Effectivement, là où les archéologues ont trouvé des tablettes contenant des mathématiques avancées, ils ont généralement aussi trouvé, au même endroit, des tablettes scolaires. Les mathématiques de l'époque paléo-babylonienne furent manifestement produites dans le contexte des écoles de scribes. Cette constatation épuise-t-elle la question du contexte dans lequel les mathématiques ont été élaborées ?

Le problème est que derrière cette constatation simple, se cachent généralement d'autres idées qui paraissent de bon sens mais qui, à mon avis, ont été à la source de beaucoup d'erreurs d'interprétation. On pourrait résumer ces idées, en les caricaturant quelque peu, en quelques équivalences :

1- Les textes scolaires sont des textes enfantins.

2- Les textes utilisés dans l'enseignement ont été forcément été écrits pour l'enseignement.

3- Les textes écrits par des enseignants sont forcément des textes d'enseignement.

4- Les textes d'enseignement sont des textes de transmission d'un savoir constitué, et, de ce fait, ne sont ni créatifs, ni innovants, ni à portée théorique.

Je pourrais fournir des contre exemples pour chacune de ces affirmations.

Comme ces questions ne sont évidemment pas spécifiques à la Mésopotamie, je les ai abordées dans un contexte plus large dans le cadre de séminaires que nous avons organisés avec mon collègue Alain Bernard qui lui-même, travaillant sur les mathématiques grecques, était confronté à des problèmes analogues.

Ce travail collectif nous a amenés à reconsidérer le contexte d'enseignement de façon plus fine, en distinguant notamment les contextes d'élaboration des textes et les contextes d'usages des mêmes textes.

Là encore, c'est la diversité des contextes d'enseignement que nous avons mise en évidence, et, du coup, le caractère vague et finalement peu informatif de la référence à l'enseignement pour caractériser des textes.

Diversité et circulations

On le voit, tous ces chemins mènent à la même question, qui est celle de la diversité des pratiques mathématiques, et de la circulation des idées d'un milieu à un autre, ou d'une génération à une autre.

Cette question est au cœur de l'étude que je mène actuellement sur un corpus peu étudié jusqu'à présent, celui des listes d'énoncés de problèmes.

La science des listes

(diapo : A 24195)

Ce qui m'amène au dernier des fils que je voudrais tirer dans cette présentation, lequel soulève des problèmes de nature plus linguistique concernant la forme des textes, relativement indépendamment de leur contenu. Lorsqu'on travaille sur des textes scolaires qu'ils soient mathématiques ou lexicaux, une évidence s'impose : ce sont des listes.

C'est à cet aspect que je me suis intéressée dans le cadre du travail linguistique sur les propriétés particulières des textes scientifiques qui a été animé à REHSEIS pendant 5 ans par Jacques Virbel.

L'étude des listes en tant que telles est un enjeu important pour l'histoire intellectuelle de la Mésopotamie car les listes sont omniprésentes dans les textes cunéiformes de toutes époques et de tous genres. Ce fait a inspiré une théorisation sous le nom de « *Listenwissenschaft* » qui a son origine dans les travaux des assyriologues Landsberger et Von Soden des années 20 et 30 et que Bottéro a rendue en français sous le nom de « science des listes ». Cette théorisation a par la suite été fortement critiquée pour différentes raisons. Certaines de ces critiques étaient dues, je pense, au caractère problématique de l'usage du mot science par les historiens pour décrire des pratiques très anciennes, bien antérieure à l'émergence de cette notion. Cette discussion a conduit à des querelles de vocabulaire qui me semblent au fond assez peu productives. Sans rejeter ce terme, qui décrit une propriété incontestable des textes mésopotamiens, j'ai préféré le prendre dans un sens plus technique. Il ne s'agit pas pour moi d'une pratique de la science par les listes, mais plutôt d'un art de la fabrication des listes. La question qui m'intéresse est : quelles significations particulières véhiculent les différentes façons de composer des listes ? Que signifie l'acte de faire une liste ? Quelles sont les opérations cognitives à l'œuvre ?

En travaillant sur les listes mathématiques, j'ai été frappée par leur caractère multiforme. Ce que dit une liste est à interpréter de façon très différente selon les contextes. Cette constatation est une illustration d'un phénomène linguistique plus général qui a été mis en évidence par Jacques Virbel : « « énumérer » ne réalise pas un type spécifique d'acte de langage, mais au contraire il permet de *réaliser d'une manière particulière n'importe quel type* de tels actes. ».

Il serait facile d'illustrer ce phénomène en comparant des textes aussi différents que des listes métrologiques scolaires et des listes de prescriptions médicales par exemple. Mais il est plus intéressant de comparer des textes qui, sous bien des aspects, sont très proches. L'exemple que je vais rapidement évoquer est celui des catalogues et des séries mathématiques.

Les catalogues et les séries

(diapo : un catalogue)

Les catalogues sont des listes d'énoncés de problèmes, ne comportant pas d'indication pour leur résolution. Ils sont généralement écrits en sumérien. Les tablettes qui les contiennent se terminent par un colophon précisant le nombre de problèmes inscrits.

(diapo : une série)

Les séries sont également des listes d'énoncés de problèmes, ne comportant pas non plus d'indication pour leur résolution. Elles sont également généralement écrites en sumérien. Les tablettes se terminent aussi par un colophon précisant le nombre de problèmes inscrits. Mais il y a une différence : un catalogue est une liste écrite sur une seule tablette ; une série est une liste écrite sur plusieurs tablettes numérotées. D'autres différences apparaissent dans la typologie des tablettes et dans la structure des textes. J'y reviendrai.

Dans un premier temps, Neugebauer avait reconnu les séries comme une catégorie de textes particulière, à laquelle il a consacré plusieurs articles enthousiastes avant 1935. Découvrant ensuite les catalogues, qui ressemblent beaucoup aux séries, puis les étroites connexions entre les catalogues et certains textes de procédure, c'est-à-dire des listes de problèmes résolus, il était arrivé à la conclusion qu'il n'y avait aucune raison de considérer les séries comme un groupe à part. Et même qu'il n'y avait aucun moyen de discerner des groupes parmi les textes cunéiformes paléo-babylonien sur la base de leur contenu mathématique.

Pourtant, en examinant les textes de près, il m'est apparu clair que les projets intellectuels poursuivis par les auteurs des catalogues et des séries étaient tout à fait différents.

En effet, les catalogues apparaissent comme des compilations de corpus de problèmes préexistants. Leurs auteurs poursuivaient très vraisemblablement des buts d'archivage, peut-être liés à la constitution des premières bibliothèques.

En revanche, les séries ont, me semble-t-il une fonction tout à fait autre.

Les séries

Tablettes du Louvre

(diapo AO)

Prenons l'exemple de la tablette du Louvre, AO 9071, que j'ai publiée en 2009.

Son aspect matériel, typique des séries, se distingue de celui des catalogues : c'est une tablette à plusieurs colonnes. Elle se termine par un colophon contenant le nombre de sections (ici 35) et le numéro de la tablette (ici la 7e).

(diapo texte)

Les premiers énoncés appartiennent au répertoire usuel des mathématiques paléo-babyloniennes. Par exemple dans la section 1, on lit :

> #1
> La longueur et la largeur j'ai accumulé : 50 ninda.
> La longueur excède la largeur de 10 ninda.

Il s'agit d'un problème linéaire à deux inconnues, la longueur et la largeur d'un rectangle, dont on donne la somme (ligne 1) et la différence (ligne 2). L'énoncé ne précise ni la question, ni la méthode résolution, ni la réponse.

Cependant, on voit se produire dès la deuxième section un phénomène typique des séries.

> #2
> 2/3 de la longueur : la largeur.

L'énoncé écrit dans la section 1 comporte deux relations, mais celui qui est écrit dans la section 2 n'en comporte qu'une, ce qui signifie que l'autre relation est celle qui est donnée dans la section 1. En fait, seule la partie ayant subi une modification apparaît dans la section 2.

Ensuite, la liste est construite à partir d'un système de variantes portant tour à tour sur différents segments de l'énoncé initial.

(diapo de la section #7)

Par exemple, dans la section #7, on lit l'énoncé suivant :

> #7
> 2 fois répété, j'ai ajouté : 36.40.

Les différents segments de l'énoncé complet auquel ce bref énoncé se réfère sont à rechercher dans la section 6 (diapo), puis, en remontant plus haut, dans la section 1 (diapo). On obtient un énoncé qui peut être représenté en langage moderne par le système noté à l'écran (diapo).

(diapo de la section #59)

Dans la section 59, on lit :

> J'ai soustrait: 45 (ba-zi-ma: 45)

Une fois que toutes les informations ont été récupérées dans les sections convenables, l'énoncé complet de la section 59 est le suivant, exprimé en langage moderne :

$$\begin{cases} (3\times l+2\times w)\dfrac{1}{13}+l=40 \\ -\left\{\left\langle\left\{\left[(\ldots+l+w+35)\dfrac{1}{11}+l\times 3\right]\dfrac{1}{7}+w\times 2\right\}\dfrac{1}{16}+l+w\right\rangle\times 2-(l+w)+(3\times l+2\times w)\right\}\dfrac{1}{7}+(l+w)=45 \end{cases}$$

(diapo des sections #35-59)

Il a fallu remonter jusqu'à la section 35 pour récupérer toute l'information segment par segment.

(diapo : arbre)

Ces exemples permettent de mettre en évidence la structure du texte : l'information est organisée selon une structure arborescente, et elle est livrée au lecteur de la façon la plus économique possible, c'est-à-dire en ne donnant, dans chaque énoncé, que les segments qui ont été modifiés par rapports aux précédentes.

Structure des séries, lien avec le contenu mathématique

(diapo : tablette et arbre correspondant)

Tous les textes de séries sont construits selon le même procédé : la structure de l'information est arborescente, la répartition de l'information est elliptique. Ce procédé est typique des séries : il ne se rencontre pas dans les catalogues, ni du reste dans les autres textes mathématiques. Notons que le processus enclenché dans les séries est potentiellement sans fin. Et de fait, il s'est trouvé des scribes pour aller encore plus loin. Ils ont englobées les séries dans des structures encore plus vastes, que Neugebauer appelait les super séries.

(diapo : plusieurs arbre)

On obtient, à partir de ce procédé de base, des arborescences plus ou moins profondes (deux, trois quatre ou cinq niveaux), plus ou moins régulières.

Le point intéressant est d'examiner le contenu mathématique des énoncés produit par ces variantes successives.

Dans les séries, le début de la liste est composé de problèmes simples et bien connus des scribes de l'époque. Ces premières sections sont en tous points analogues aux catalogues.

Le mécanisme de production des énoncés de la liste par variantes successives opérées sur ces énoncés initiaux simples, produit un répertoire d'énoncés beaucoup plus étendu que celui qui était connu auparavant par les scribes. Autre conséquence : la nature même du mécanisme produit une classification des problèmes : si l'énoncé initial conduit à un problème quadratique, les variantes conduisent aussi à des problèmes quadratiques ; si on part de problèmes de degrés 4, les variantes sont de degré 4, etc.

Comme les listes des séries sont construites de façon formelle, à partir des énoncés et non pas des méthodes de résolution, les problèmes obtenus ne correspondent plus aux modèles connus à l'époque paléo-babylonienne. Pire, on peut se demander si de tels problèmes étaient réellement destinés à être résolus.

Trois exemples :

(diapo des problèmes impossibles)

1) L'énoncé assez monstrueux qu'on a rencontré dans la tablette du Louvre
2) Une séquence d'énoncés conduisant à des problèmes de degré 4, apparemment non réductibles à des degrés plus bas dans la tablette YBC 4668.
3) Une séquence d'énoncés conduisant à des problèmes de degré 5, eux aussi non réductibles à des degrés plus bas dans la tablette YBC 4710.

Il est clair que les séries témoignent d'une pratique mathématique différente de celles qui ont produit les catalogues : les séries ne sont pas des compilations, mais des créations entièrement nouvelles.

Pour conclure, l'étude des listes en tant que telle permet de percevoir la variété des opérations cognitives impliquées.

On peut faire des listes pour enregistrer des données (tablettes scolaire).

On peut faire des listes pour organiser, classer, archiver du matériel (catalogue)

Ou pour :

- décrire une procédure (textes de procédure, échelle d'un problème)
- établir des résultats mathématiques généraux ou démontrer (textes de procédure, échelle d'un ensemble de problèmes)
- implémenter et produire du matériel nouveau (séries)
- livrer la solution d'un problème indéterminé (Plimpton 322)

Et , pourquoi pas ?, pour explorer un domaine inconnu pour trouver des résultats nouveaux. Sans doute cet aspect est-il aussi présent dans certaines listes mathématiques cunéiformes.