Énoncés ▸ Voir

$$23 = 11+7+5$$

Scénarios ▸ Voir

Comptes Rendus ▸ Voir

◂ Retour au Menu Général du Plus Grand Produit

A l'École Primaire ou en Collège :

Le nombre 23 peut s'écrire de plusieurs façons comme la somme d'entiers : par exemple : $23 = 11+5+7$.
Trouver parmi ces sommes, celle dont le produit des termes est maximum.
Et avec d'autres nombres ?

Avec éventuellement une explicitation pour le calcul des produits :

On peut écrire le nombre 23 sous forme de somme de nombres entiers, par exemple : $23 = 20 + 3$ ou encore $23 = 7 + 8 + 8$
En multipliant tous les termes de chaque somme, on trouve 60 pour la première et 448 pour la seconde.
Parmi toutes les sommes possibles, quelle est celle qui donne le plus grand produit ?
Même question pour le nombre 100. Y-a-t-il une règle ?

◂ Retour au Menu Situations d'apprentissage ▸ Suite

Au Lycée et après :

Parmi les décompositions additives d'un entier, trouver celle(s) dont le produit des termes est le plus grand.

Retour au Menu Situations d'apprentissage

Avec des stagiaires PCL2 ▸ Voir

En classe de Seconde ▸ Voir

Au Cycle 3 ▸ Voir

◂ Retour au Menu Situations d'apprentissage

Le texte qui suit est extrait de l'ouvrage « Vrai ? Faux ? ... On en débat » auquel nous renvoyons pour plus de détails

Déroulement de la situation dans un *CM*1

Cette situation se compose de deux phases bien distinctes [1].

La première phase porte sur la recherche des solutions pour quelques valeurs numériques (10, puis 14, et éventuellement 16). Elle a pour but de permettre l'appropriation du problème : que les élèves comprennent qu'ils ont à décomposer additivement un nombre, à calculer le produit correspondant, à effectuer plusieurs essais, puis à les comparer pour optimiser le résultat. L'objet de cette phase n'est pas de prouver si les résultats obtenus sont les plus grands, ce qui sera proposé à la phase suivante. La recherche est individuelle. Le maître fait formuler les différents résultats en commençant par les décompositions additives erronées (celles dont la somme des termes est différente du nombre donné au départ, par exemple à la suite d'une erreur de calcul), puis par celles qui ne sont pas les plus pertinentes (par exemple $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$), et enfin les meilleures trouvées, mais sans se prononcer sur le fait que le résultat produit est bien le plus grand possible.

[1] Le déroulement est présenté de façon détaillée dans ERMEL CM1.

◂ Retour au Menu Situations d'apprentissage ▸ Suite

Dès la fin de la première phase, les élèves décomposant en plus de deux termes, des constats peuvent aussi être formulés, comme justification des choix avancés, voire des premières propositions de généralisation, par exemple :
- « ce n'est pas parce qu'il y a beaucoup de termes qu'on a forcément un grand produit » ;
- « utiliser 1 ne sert à rien » ;
- « ce n'est pas en ne prenant que deux grands nombres [en décomposant 14 en deux nombres] que l'on a un grand produit »...

Dans une seconde phase les élèves cherchent une méthode plus générale. Cette phase se déroule lors d'une nouvelle séance, un autre jour, pour permettre à chaque élève de se « décentrer » des calculs qu'il a effectués pour des nombres particuliers lors de la séance précédente.
L'objectif de cette phase est de faire prendre conscience aux élèves que, pour chaque proposition, il faut savoir :
- si on est sûr qu'elle est vraie et pourquoi ?
- ou s'il faut chercher à le montrer et comment ?
Dans cette seconde phase, plusieurs étapes :

◂ Retour au Menu Situations d'apprentissage ▸ Suite

a. Étape 1 : les élèves élaborent individuellement des propositions.
Ce moment est particulièrement important pour qu'il y ait un « engagement » personnel ultérieur des élèves sur leurs propositions.
b. Étape 2 : les propositions sont débattues collectivement
   - tri préalable des propositions par le maître (renvoi à l'ouvrage cité pour des détails)
   - débat sur les différents types de propositions.
c. Étape 3 : les élèves ont à se prononcer par petits groupes sur des propositions sur lesquelles il n'a pas été possible de trancher lors de l'étape précédente. Il s'agit de répondre à la question : sont-elles vraies, fausses, et pourquoi ? Chaque groupe rédige sa réponse sur une affiche.
d. Étape 4 : mise en commun : Elle permet de faire expliciter les conclusions de chaque groupe et de mener un débat collectif sur la validité de ces propositions. Le but de cette étape est de critiquer les preuves énoncées précédemment. Les propositions sont examinées, les preuves sont formulées.
e. Étape 5 : une relance de la recherche peut être effectuée si nécessaire.
f. Étape 6 : une synthèse peut être faite par le maître si nécessaire, sinon le maître peut demander aux élèves ce qu'ils pensent avoir appris.

◂ Retour au Menu Scénarios

La séance dure 1h 20 :
La présentation du problème et la recherche individuelle : 10 minutes
La recherche en 4 groupes de 4 ou 5 étudiants : 50 minutes (dont la rédaction de l'affiche).
La mise en commun : 20 minutes

L'énoncé est dicté par le formateur : « Parmi les décompositions additives d'un entier, trouver celle(s) dont le produit des termes est le plus grand »

Les objectifs de cette séance sont les suivants :

- présenter ce qu'est un problème de recherche en en faisant chercher un aux stagiaires, plutôt que de faire un cours magistral à ce propos.
- institutionnaliser, après cette recherche, les éléments théoriques suivants : caractéristiques d'un problème de recherche, objectifs didactiques et pédagogiques poursuivis, gestion de la classe, obstacles à la mise en œuvre, points positifs, mise en évidence des savoirs mathématiques utilisés et des compétences transversales mises en œuvre, etc.

◂ Retour au Menu Situations d'apprentissage

En Seconde ▸ Voir ou ▸ Lire un résumé

Avec des Stagiaires PCL2 ▸ Voir

A l'École Primaire ▸ Voir

◂ Retour au Menu Situations d'apprentissage

Nous renvoyons ici aussi au travail réalisé par l'équipe ERMEL et l'INRP dans l'ouvrage déjà cité : « Vrai ? Faux ? ... On en débat »

En voici un extrait :

Commentaires sur la situation « le plus grand produit » :

Dans les différentes classes où cette situation a été expérimentée, ce problème constitue bien un enjeu intellectuel pour les élèves ; ils sont curieux de trouver le meilleur résultat, ils essaient d'induire une méthode, de l'appliquer à de nouveaux nombres et entrent dans le travail de critique des propositions.
Pour que cet enjeu intellectuel existe tout au long de la situation, il est essentiel que les élèves aient la charge de la critique de leurs propositions.
La résolution sollicite une coopération effective de la classe, car tous les élèves ne perçoivent pas d'eux-mêmes, sans le recours à la confrontation avec les autres, la nécessité de prouver, ni ne peuvent chacun, isolément, apporter la preuve de leur solution ; ils sont obligés de formuler leur méthode, donc de l'identifier ; ils comprennent aussi qu'ils ont besoin d'utiliser des termes précis pour communiquer leurs propositions et pour débattre.

◂ Retour au Menu Situations d'apprentissage ▸ Suite

Le calcul du produit de nombres dans le domaine numérique choisi n'est pas un obstacle (aux erreurs de calcul près).

Dans cette situation les limites, plus que celles des connaissances donc, sont celles relatives à la capacité de s'investir dans un problème de recherche (c'est pour cela que ce problème n'est pas proposé en tout début d'année, il est nécessaire que les élèves aient déjà pris confiance dans leurs capacités à chercher), à l'assurance plus ou moins grande dans l'expression.

Par ailleurs, si l'avis des meilleurs élèves a une influence, il n'est pas « écrasant », car il ne s'appuie pas sur des certitudes (ancrées ou non sur des connaissances) préalables relatives à la solution du problème.

◂ Retour au Menu Situations d'apprentissage ▸ Suite

Les choix du maître

Les choix effectués par le maître lors du déroulement de la situation sont déterminants, en particulier il ne peut pas laisser s'effectuer des recherches pour trop de valeurs numériques différentes, lors de la première phase, sinon les élèves auraient plus de difficultés à se décentrer de ces calculs, pour formuler une proposition générale.

De plus, si les calculs sont accumulés pour beaucoup de nombres, la solution risquerait de se diffuser dans toute la classe ; la seconde phase n'aurait plus pour but que la preuve d'une solution devenue évidente pour beaucoup d'élèves, alors convaincus car ils n'auraient pas de meilleure proposition à faire.

Une autre tâche du maître consiste à effectuer le tri des propositions produites par les élèves, pour en permettre la critique à l'étape 2. Le nombre de propositions soumises à la critique (pour ce problème où leur analyse par chaque groupe prend du temps) ne peut être trop grand.

Le maître veille aussi, à faire formuler ou reformuler les propositions, et les raisonnements les critiquant ou les justifiant, à faire préciser le statut qu'acquièrent les propositions débattues, infirmées/ confirmées et à faire expliciter les preuves.

◂ Retour au Menu Comptes Rendus

Compte-rendu d'expérimentation en PCL2. Durée : 1h20

Bilan de cette séance de recherche :

Les stagiaires se sont pris au jeu ; leur recherche a été active, le travail de groupe dynamique et efficace. Pendant le temps de recherche individuelle, un seul stagiaire a utilisé le calcul algébrique, les autres ont fait des essais numériques.

La conjecture exacte n'est pas apparue tout de suite, même en travail de groupe. Elle a été le fruit de débats utilisant des exemples, des contre-exemples extraits des essais effectués précédemment.

Ensuite, les groupes ayant trouvé la conjecture exacte ont essayé de la démontrer. Tous en ont exprimé la nécessité.

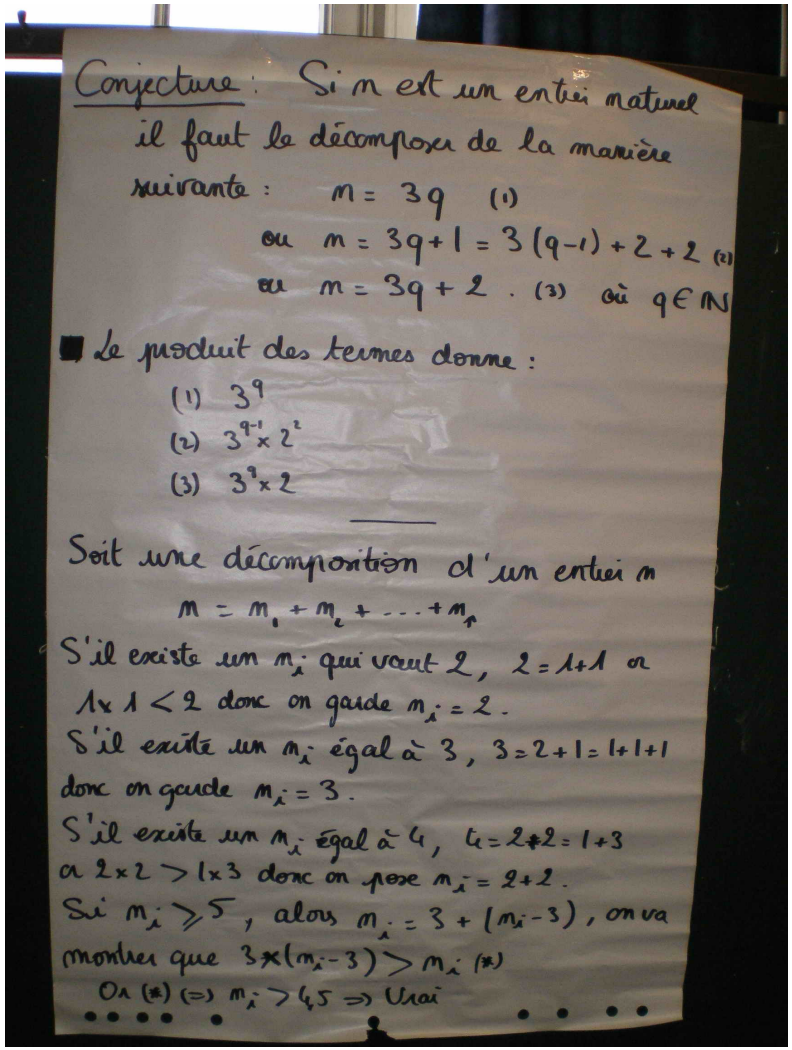
Seul un groupe, et plus précisément un stagiaire dans le groupe, a trouvé une démonstration complète. Un groupe a trouvé la définition algorithmique du plus grand produit.

Deux autres groupes ont tenté une démonstration par récurrence : l'un d'eux n'a pas abouti et n'a pas rédigé ses essais sur l'affiche, l'autre groupe a rédigé sur l'affiche en posant le problème.

Comme l'a résumé l'un des stagiaires à la fin de la mise en commun : « il y en a, des maths, dans ce problème ! ! ».

C'est une réflexion qui revient assez souvent lors de ce genre de séance où l'on fait chercher un problème ouvert à des stagiaires PCL2 : l'énoncé leur paraît simple (il l'est ! ! !), mais assez vite, il leur résiste, et il leur semble alors que la consistance mathématique est présente, qu'il y a « du grain à moudre » en quelque sorte.

◂ Retour au Menu Situations d'apprentissage ◂ Retour au Menu Comptes Rendus ▸ Voir les Affiches



Conjecture : Si n est un entier naturel il faut le décomposer de la manière suivante : $n = 3q$ (1)

ou $n = 3q+1 = 3(q-1)+2+2$ (2)

ou $n = 3q+2$. (3) où $q \in \mathbb{N}$

■ Le produit des termes donne :

(1) 3^q

(2) $3^{q-1} \times 2^2$

(3) $3^q \times 2$

Soit une décomposition d'un entier n

$n = n_1 + n_2 + \ldots + n_p$

S'il existe un n_i qui vaut 2, $2 = 1+1$ or $1 \times 1 < 2$ donc on garde $n_i = 2$.

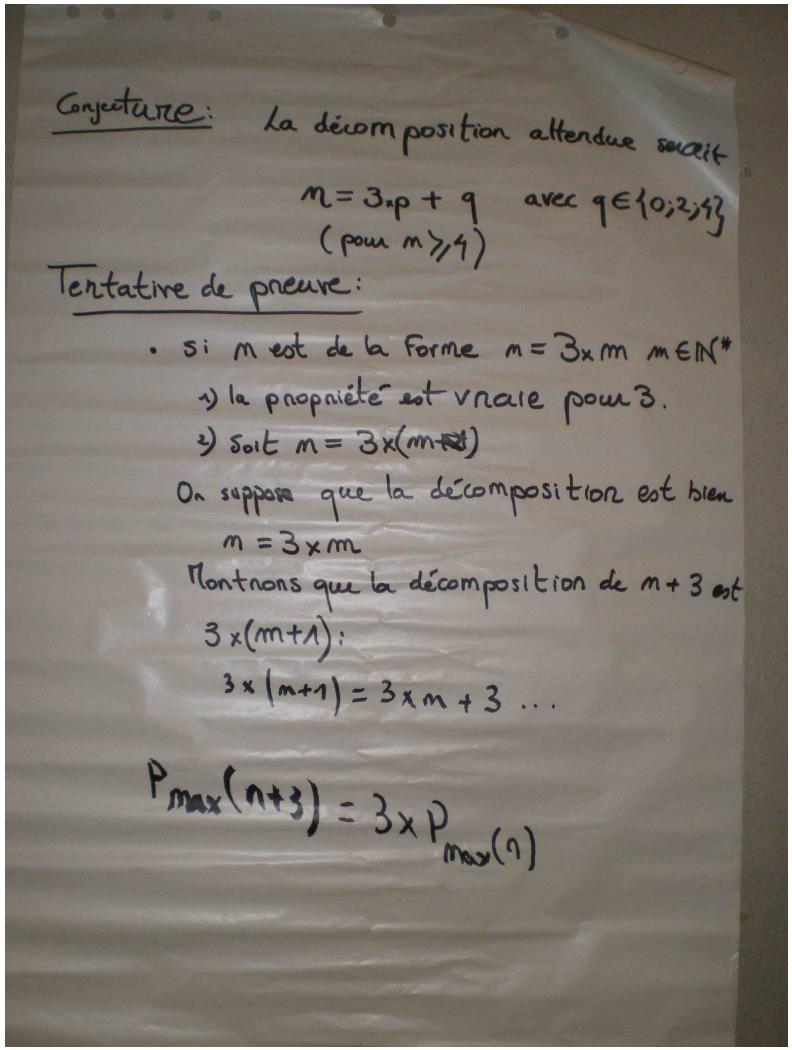
S'il existe un n_i égal à 3, $3 = 2+1 = 1+1+1$ donc on garde $n_i = 3$.

S'il existe un n_i égal à 4, $4 = 2+2 = 1+3$ or $2 \times 2 > 1 \times 3$ donc on pose $n_i = 2+2$.

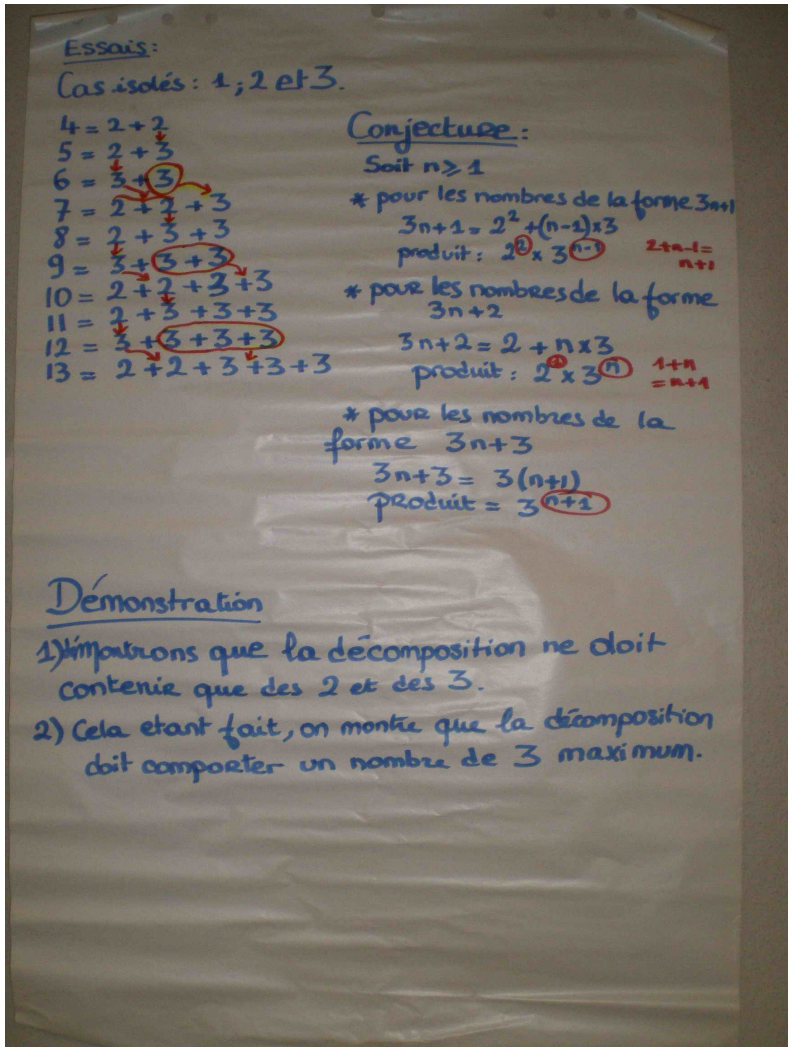
Si $n_i \geq 5$, alors $n_i = 3 + (n_i - 3)$, on va montrer que $3 \times (n_i - 3) > n_i$ (*)

On (*) $\Leftrightarrow n_i > 4,5 \Rightarrow$ Vrai

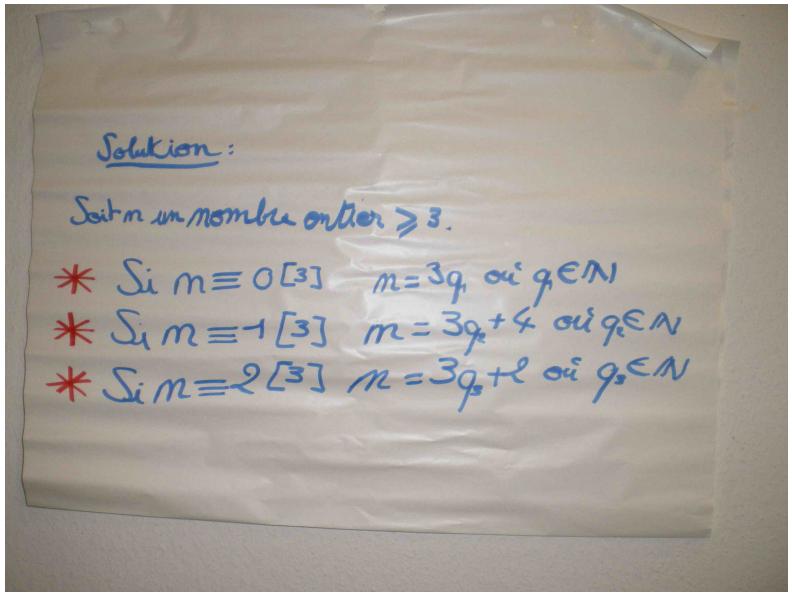
◂ Retour au Menu Situations d'apprentissage ▸ Suite



◂ Retour au Menu Situations d'apprentissage
▸ Suite



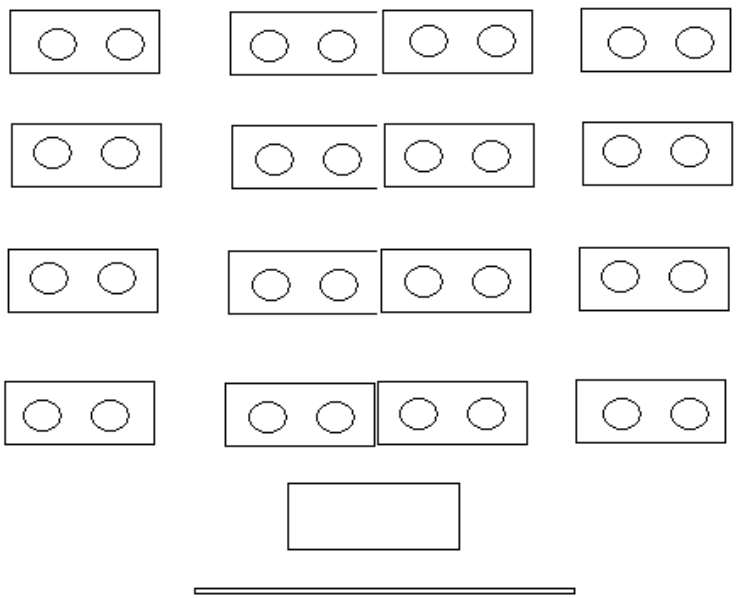
◂ Retour au Menu Situations d'apprentissage
▸ Suite



◂ Retour au Menu Situations d'apprentissage
◂ Retour au Menu Comptes Rendus

Écouter la Présentation du Problème

Une classe de 32 élèves disposés selon le plan ci-dessous.



◂ Retour au Menu Scénarios ▸ Suite

Description du lancement de la séance :

La séance dure 2h
La présentation du problème et si les élèves le demandent explicitation de certains termes de l'énoncé : 10 minutes
La recherche individuelle : 10 minutes
La recherche en groupes de 3 ou 4 élèves : 1h (dont la rédaction de l'affiche)
La mise en commun : 40 minutes (nécessité de créer un débat et d'obtenir des éléments de preuve)

L'énoncé est écrit au tableau par le professeur : « Parmi les décompositions additives d'un entier, trouver celle(s) dont le produit des termes est le plus grand »

◂ Retour au Menu Scénarios

Lire la présentation du problème ▸ Voir

Lire les dialogues d'un des groupes ▸ Voir

Voir les affiches de tous les groupes ▸ Voir

Lire le débat final ▸ Voir

◂ Retour au Menu Comptes Rendus

Prof : Ce qu'on va faire ça s'appelle un problème ouvert, d'accord, donc vous allez devoir chercher la solution d'un problème alors la nouveauté, c'est que c'est vous, entièrement vous qui gérez tout, dans le sens où c'est vous qui recherchez, moi, je ne vous donne aucune indication, et à la fin le but est de convaincre la classe, pas moi, donc ; et ça sera en deux parties, une première partie où chacun va chercher individuellement le problème, après, on se répartira par groupe où il faudra rédiger une affiche et le but de cette affiche, donc je le répète est de convaincre la classe qui essayera de se mettre d'accord sur la solution du problème.
Si vous voulez, c'est comme des équipes de chercheurs, une fois qu'ils ont fait leur recherche, ils doivent convaincre la communauté scientifique de la qualité et de l'intérêt de leur recherche et bien aujourd'hui, la communauté scientifique, c'est vous (*Brouhaha*).
Alors, je vais vous donner le détail du planning...
Le professeur dévoile les horaires prévus écrits sur le tableau et jusque là masqués par une affiche.
Donc, on va commencer, phase de recherche à 8h15 qui prendra fin à 9h20. Alors, d'abord, il y a la recherche individuelle de cinq minutes, donc là vous ne communiquez pas entre vous et vous cherchez sur une feuille de brouillon.
Ensuite je donnerai la répartition des groupes ; il est très important dans chaque groupe que vous désigniez un porte-parole donc, comme son nom l'indique c'est celui qui portera la parole du groupe, c'est à dire que vous devez vous mettre d'accord au sein d'un même groupe, réussir à vous mettre d'accord sur quelque chose et ce porte parole, son rôle sera important dans la phase de débat où il faudra soit qu'il défende son affiche, soit qu'il prenne la parole au nom du groupe pour donner ses remarques sur l'affiche des autres ; voilà, ensuite à 9h10, je donnerai les affiches, et là vous aurez très exactement 10 minutes pour les faire, donc, à et 20 je ramasse les affiches.
Donc vous présentez la ou les solutions si vous avez trouvé, soit des conjectures soit des pistes.
Quoi qu'il en soit vous devez présenter quelque chose, et vous aurez quelque chose à ce moment là. Et donc, comme je vous l'ai dit, le but est de convaincre la classe de la qualité de votre travail.
Alors, il y a une deuxième phase, ensuite la mise en commun avec un débat, mais on y reviendra, je referai le point à ce moment là, on se réunira tous dans cette salle. Le but étant que toutes les affiches aient été présentées...
On passera du temps sur deux affiches principalement, les autres seront présentées un peu plus rapidement, mais je vous expliquerai les modalités au moment voulu.
Sortez une feuille de brouillon... vous n'écrivez rien pour l'instant. *Brouhaha*

◂ Retour au Menu Comptes Rendus ▸ Suite

Élève : c'est sur la leçon ?
Prof : tu regardes le problème, si tu penses que dans la leçon il y a des choses qui peuvent t'aider à résoudre le problème tu peux les utiliser... Oui, oui, par contre vous avez pas besoin de vos cahiers.
Brouhaha
Prof : donc, dans un premier temps, vous n'écrivez rien, pas même l'énoncé... Je ferai un petit point sur l'énoncé, une fois que je l'aurai écrit et ensuite, on lancera la phase de recherche.
Alors le problème est le suivant : *Le professeur écrit au tableau* parmi les décompositions additives
Élève : déjà, c'est mal parti...
Prof : d'un entier naturel, trouvez celle, celle(s) : une ou plusieurs dont le produit des termes est le plus grand.
Élève : j'ai rien compris
Élève : pouvez traduire ?
Élève : ça veut dire quoi ?
Élève : c'est quoi les décompositions additives ?
Prof : alors... un entier naturel, ça ne doit pas vous poser de problème, jusque là ?
Élève : là, ça va...
Prof : d'accord. Le produit, tout le monde sait ce que c'est un produit. Donc, si problème il y a c'est décomposition additive. Donc je vais vous donner un exemple, pour fixer les idées, que tout le monde recherche bien la même chose, qu'on soit bien d'accord. Donc je donne par exemple vingt six, on a ici l'entier naturel ; donner ce qu'on appelle une décomposition additive, c'est l'écrire comme une somme d'entiers. Donc je donne un exemple, on pourrait en prendre beaucoup d'autres, dix plus quinze plus un (*écrit au tableau vingt six=10+15+un*) Voilà, une décomposition additive. Alors est-ce que quelqu'un peut me dire combien cette décomposition additive a de termes, en levant la main ?

◂ Retour au Menu Comptes Rendus ▸ Suite

Élève : trois
Prof : bon, pas besoin de lever la main ! Et quels sont les termes ? dix, quinze et vingt. Donc nous avons ici, ce qu'on appelle, les termes de la décomposition additive. Donc maintenant que vous voyez ce que c'est une décomposition additive d'un entier naturel, la question : parmi les décompositions additives d'un entier naturel, quelles sont celles dont le produit des termes est le plus grand possible ?
Élève : ben tu fais l'infini plus l'infini...
Prof : donc on a pris un peu d'avance, ça vous fera un peu plus de temps pour la recherche individuelle. Donc, allez y sur votre feuille, essayez de résoudre ce problème...*Brouhaha*. Et on ne communique pas, c'est une recherche individuelle.
Élève : c'est obligé trois termes ?
Prof : ça c'était juste un exemple pour voir ce qu'était une décomposition additive... C'est juste un exemple
Élève : c'est des entiers ?
Prof : parmi les décomposition additives **d'un entier naturel** *avec insistance*, trouvez celle dont le produit est le plus grand.
Élève : on peut choisir *inaudible*
Prof : vous faites ce que vous voulez... Vous devez répondre à cette question... Je ne peux pas vous donner plus de détail...*Brouhaha* Allez tout le monde cherche sur sa feuille... C'est individuel...

◂ Retour au Menu Comptes Rendus

Groupe E

Plus il y a de termes, plus le produit sera grand !
Ex : 38
$\rightarrow 3^{12} + 2^1 = 1062882$ $4^9 + 2^1 = 524288$ $2^{19} + 0 = 524288$
$5^7 + 3^1 = 234275$
Le produit qui permet de trouver le plus grand résultat est 3.
On définit les inconnues de l'équation suivante : $x : 3 = y + (z : 2)$ avec x entier naturel, y produit de 3 et z reste.

Retour au Menu Compte-Rendu Seconde
Groupe Suivant

Groupe F

Conjecture : pour trouver le produit le plus grand des termes de la décomposition additive d'un nombre entier naturel, il faut décomposer ce nombre avec le plus de trois possible.

exemples :

$33 \longrightarrow 3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3$

$3^{11} = 177147$

$26 \longrightarrow 3+3+3+3+3+3+3+4$

$3^7 \times 4 = 8748$

Retour au Menu Compte-Rendu Seconde
Groupe Suivant

Groupe G

Étant donné que le chiffre 1 n'a aucun impact dans les multiplications, on ne s'en servira pas durant cette recherche.

$$\begin{array}{lll} 32 & = 2 \times 16 & 2^{16} = 65536 \\ 32 & = 3 \times 10 + 2 & 3^{10} \times 2 = 118098 \\ 32 & = 4 \times 8 & 4^8 = 65536 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} 15 & = 3 \times 5 & 3^5 = 243 \\ 15 & = 2 \times 6 + 3 & 2^6 \times 3 = 192 \\ 15 & = 4 \times 3 & 4^3 \times 3 = 192 \end{array}$$

hypothèse : Il faut toujours essayer de multiplier par le plus de 3 possible.

◂ Retour au Menu Compte-Rendu Seconde

Groupe C

Exemples :

$12 = 2+2+2+2+2+2 = 2^6 = 64$

$12 = 3+3+3+3 = 3^4 = 81$ $\boxed{81 > 64}$

$15 = 2+2+2+2+2+2+3 = 2^6 \times 3 = 192$

$15 = 3+3+3+3+3 = 3^5 = 243$ $\boxed{243 > 192}$

$25 = 2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+3 = 2^{11} \times 3 = 6144$

$25 = 3+3+3+3+3+3+3+2+2 = 3^7 \times 2^2 = 8748$

$\boxed{8748 > 6144}$

Conjecture : pour trouver le produit des termes le plus grand possible, il faut : décomposer ce nombre avec le plus de 3 possible (multiples de 3), si la somme des 3 ne suffit pas, il faut compléter par des 2.

Retour au Menu Compte-Rendu Seconde
Groupe Suivant

Groupe B

Pour tout nombre divisible par 3, on prend pour décomposition additive le nombre de 3 dépend du résultat de la division étudiée.
Exemples : $6 = 3 + 3 : 3 \times 3$ $6 = 2 + 2 + 2 : 2 \times 2 \times 2 = 8$ $\boxed{9 > 8}$
Dans les autres cas qui ne sont pas divisible par 3, il faut décomposer par le plus de 3 possible et compléter par un 2 ou plusieurs si nécessaire...
$8 = 3 + 3 + 2 : 3 \times 3 \times 2 = 18$
$22 = 3+3+3+3+3+3+2+2 : 3\times3\times3\times3\times3\times3\times2\times2 = 2916$

◂ Retour au Menu Compte-Rendu Seconde
▸ Groupe Suivant

Groupe D

1 - Pour les entiers multiples de 3, la solution sera une décomposition de 3.
Ex : 12=3+3+3+3 $3^4 = 81$

2 - Pour les entiers multiples de 3+1, ce sera une décomposition de deux fois 2 et de 3.
Ex : 9+1=10=2+2+3+3 $2^2 \times 3^2$

3 - Pour les entiers multiples de 3+2, ce sera une décomposition d'une fois 2 et de 3.
Ex : 9+2=11=2+3+3+3 2×3^3
Attention : pour 1, ces règles ne marchent pas.

◂ Retour au Menu Compte-Rendu Seconde
▸ Groupe Suivant

Dialogue d'un groupe de quatre élèves :

G1 D'accord... G3 t'avais fait quoi ?

G3 Moi, ben, j'avais pas vraiment trouvé quelque chose...

G1 T'avais pas compris comment fallait partir...

G3 Ouais

G1 Ben nous, avec Rémi ce qu'on a trouvé c'est que plus il y avait de termes... plus y'avait de termes, plus la multiplication des termes après était grande. C'est à dire que, tu définis x ton entier naturel et tu le divises en un maximum de trucs possibles, après quand tu multiplieras, par exemple, ... sur l'exemple si t'as vingt six, pour aller à vingt six tu fais deux fois deux fois trois, le tout pour arriver jusqu'à vingt six et tu vas avoir un nombre super grand et voilà c'est, c'est ce que nous on a trouvé.

G1 F1, t'es d'accord ?

F1 Mhmmm ouais

G2 Oui, mais y'a un truc aussi ; tu peux en mettre plus aussi mais là, je viens de le faire en décomposant les trois en mettant des deux à la place, c'est que, avec ce résultat j'arrive à trois mille deux cent quarante et quand, les trois, avec deux trois je fais ... euh trois deux, ça fait deux mille cinq cent soixante, c'est un résultat plus petit, je pense qu'il faut pas descendre en dessous de trois.

◂ Retour au Menu Compte-Rendu Seconde ▸ Suite

G1 C'est à dire, je pense qu'il faut trouver un maximum de termes, mais les plus grands possibles...

G2 Ben oui, c'est ce qui est demandé !

G1 Non, c'est pour que le produit soit le plus grand ; donc je pense pour que le produit soit le plus grand, il faut trouver le maximum de termes qui soient les plus grands possibles.

G2 Ouais, mais si on fait, donc là trois fois trois, on est à neuf fois trois fois trois, donc là c'est fini fois trois fois trois fois deux fois deux égal ... Donc alors trois fois trois ... *il tape sur sa calculatrice*

G1 Ouais...

G2 8748

Sur la feuille de brouillon de G2 :

$$\begin{aligned} 26 &= 2 \times 3 \times 10 \times 4 \times 2 \times 5 = 2400 \\ &= 10 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3240 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 8192 \\ \\ &= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 1 = 8748 \end{aligned}$$

◂ Retour au Menu Compte-Rendu Seconde ▸ Suite

G1 Donc ça marche...

G2 Voilà, donc faut....voilà

G1 Donc maintenant faudrait le synthétiser

G2 Faut trouver tous les chiffres pour euh faut les réduire au minimum à trois parceque je pense quedeuxdeux on arrivera pas très haut, en fait

G1 Tu tournes en rond parce que deux fois deux quatre fois deux huit

G2 Voilà, c'est pour ça.

G1 Tandis que trois fois trois ouais neuf (*G2 se sert de sa calculatrice pour effectuer les calculs*)

G1 Neuf fois trois t'es déjà à vingt sept donc euh ça va plus vite

G2 Deux fois deux fois deux donc là là c'est pareil... fois deux fois

G1 Tu mettrais des parenthèses, ça irait super bien aussi...

G2 Non j'aime bien

G1 C'est ton choix

G2 Oh, oh !

G1 Tu vas être bai... bloqué (rires)

G2 Trois quatre, cinq six, sept (*il compte les facteurs deux*) huit neuf dix onze

G1 Donc tu vois ça donne moins

G2 Au maximum, il faut faire avec les trois

G1 Il faut trouver le maximum de trois, quoi...

G2 Attends, on va essayer avec des quatre ; on va voir ce que ça donne ; quatre fois quatre huit fois quatre douze fois quatre seize fois quatre vingt fois quatre vingt quatre fois deux (*Il tape en même temps sur sa calculatrice* $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 2$) huit mille cent quatre vingt douze, ouais... Donc c'est avec...

◂ Retour au Menu Compte-Rendu Seconde ▸ Suite

G1 C'est avec un maximum de trois

G2 Ouais... Faut le faire avec les trois... Avec cinq je pense que ça va être pas possible déjà

G1 Oui, non j'pense pas... Cinq fois cinq vingt cinq... Ah si, ça peut monter aussi...

G2 Ouais, mais là cinq fois cinq dix fois cinq quinze ...

G1 Vingt

G2 Vingt, vingt cinq trois deux... Tu multiplies par un ça sert un peu à rien

G1 Ouais

G2 (*montre sa calculatrice*) Ouais faut faire avec les trois...

Prof Je vais vous interrompre deux petites secondes

G1 Oui...

Prof Vous avez choisi qui sera porte-parole et qui sera rédacteur ?

G2 Moi je serai porte parole

G1 J'veux..., ben ch'ais pas ; non F1 t'écris bien non ? Toi t'écris bien ? F1 t'écris bien ? Tu veux écrire ou tu veux pas écrire ?

F1 Non, j'ai une entorse

G1 Bon, ben j'écrirai...

Prof D'accord, c'est bon... (*Le professeur s'éloigne*)

G1 J'écrirai très mal, mais j'écrirai...

◂ Retour au Menu Compte-Rendu Seconde ▸ Suite

G2 Donc...

G1 Donc, ben c'est ça, mais maintenant il faut le synthétiser, il faut trouver le plus grand nombre possible et faire que c'est le maximum de trois.

G2 Ouais il faut...

G1 Laisse on laisse parler les deux autres là...

G2 Non mais je sais pas, je réfléchis... Donc les deux c'est pas possible, donc les trois...

G1 Cinq fois cinq vingt cinq...

G2 (*dans sa barbe*) et si on fait vingt six divisé par... euh...trois...

G1 Vingt six divisé par trois tu vas avoir des virgules...

G2 Oui, mais tu fais... tu trouves,... égal...

G1 Ça va te servir à quoi ?

G2 Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept...

G1 Oui, mais ça m'aide pas...

G2 On peut trouver une équation avec...

G1 Non, là j'crois pas...

G2 Ah mais j'sais pas, j'suis parti comme ça...

G1 Je pense qu'il faut qu'on arrive à trouver une équation maintenant

G2 Oui, ben voilà... faire une équation

G1 Donc,... tu vois elle est très bien mon équation ; on voit pas grand chose mais elle est super bien mon équation... Non ? (*il montre sa feuille blanche*)

G2 *(Rire)* non alors vingt six divisé par ...

G1 T'es pas obligé de prendre vingt six, vingt six c'est un exemple

G2 Oui, mais on peut continuer sur cet exemple... Je trouve ça bien moi...

G1 Si tu veux, si ça peut te faire plaisir...

◂ Retour au Menu Compte-Rendu Seconde ▸ Suite

G2 Huit virgule six six...
G1 666... la malédiction...
G2 Donc voilà, en sachant que quand on fait là, on en a que sept (*Calcule sur sa calculatrice ...*) y'a sept trois, y'a deux deux... dans l'équation là, pour trouver le plus grand.
G1 Ouais
G2 Oui, ben il faut trouver un...
G1 Un subterfuge.
G2 Un système... Pour, qu'avec vingt six, on trouve sept fois trois et deux fois deux... Faut trouver une sorte d'équation qui va faire ça...
G1 Ça donnerait combien ? un virgule deux...
G2 Il faut pas faire comme ça, parce que l'équation... Non ça va être...
G1 Faut déjà qu'on la définisse l'équation... Faut commencer par là.
G2 C'est pour ça...
G1 x, je pense qu'on est d'accord que c'est l'entier
G2 Uhmmm
G1 C'est ce qu'on cherche... x, tu définis x entier naturel
G2 Non mais ouais
G1 Et donc comment on le décompose ? Comment on décompose x ?
G2 x c'est le produit...
G1 x produit des... tu voudrais dire que chaque truc, ce serait des x ?
G2 Ben oui
G1 Et l'ensemble tu le définis par quoi ?
G2 Donc en gros ce sera... y'aura... y'aura un x et un y...
G1 Oui, c'est ce que j'allais dire, ouais
G2 Ce sera une équation à deux inconnues, déjà.
G1 Donc y c'est l'ent...
G2 x
G1 ...tier ; non ben j'vais mettre euh

G2 x produit...

G1 Non j'vais mettre y produit, si ça te gène pas...

G2 y = produit... Mais en fait il faut que ce x il soit

G1 Oui mais si t'as marqué produit produit...

G2 Non mais faut que le x égal obligatoirement trois... en fait

G1 x faut ... Ouais

G2 Faut qu'on trouve... Le x... Le x égal obligatoirement trois pour que le y ensuite...

G1 Soit le plus grand possible...

G2 Fasse le reste...

G1 Ouh la

G2 Ben, là, t'as vu y'a eu 8,66 il faut que x

G1 Mais tu marques $3x$...

G2 Faut qu'on trouve sept et que y on trouve...

G1 $3x = y$... trois fois le nombre de x égal $3y$... Pas ça que tu cherches ?

G2 Non

G1 Non ? Ben qu'est ce tu cherches alors ?... y c'est... Non attend...

G2 y c'est... En fait y, en fait y il faut qu'il égale deux, en fait

G1 Pourquoi, c'est deux produits, c'est pas deux produits...

G2 Regarde là, regarde. Là on a sept fois trois, enfin sept trois. Là on a deux et on trouve ce chiffre ; c'est le chiffre le plus grand qu'on ait pu trouver... Parce que je pense si on fait...

G1 Huit fois trois

G2 (*tape sur sa calculatrice*) un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept... Ça revient au même.

◂ Retour au Menu Compte-Rendu Seconde ▸ Suite

G1 Ben ouais
G2 Bon, on va essayer avec huit
G1 Non, avec huit c'est pas possible(*G2 tape sur la calculatrice*). Ah ouais huit et après fois un.
G2 Un, deux, trois, quatre, cinq, six
G1 Ah non parce que fois trois et fois quatre, c'est plus petit. C'est ça.
G2 Donc, vingt six, faut le partager en trois et en deux ; donc en trois
G1 Donc en sept trois
G2 En fait, on est bête, parce que x, c'est ça, en fait, c'est l'entier naturel d'origine
G1 C'est ce que je te dis depuis tout à l'heure
G2 Ouais mais...
G1 C'est ce que je te dis depuis tout à l'heure... Moi c'est y, donc y fois trois, donc trois fois le nombre d'y... On est d'accord ?
G2 Mais y c'est quoi ?
G1 y c'est le produit pour moi. y c'est le produit et x c'est l'entier naturel. x c'est ton vingt six.
G2 x c'est vingt...
G1 Et y c'est ton trois
G2 Mais y faut pas mettre d'inconnue sachant qu'on sait que c'est un trois !
G1 Et non, parce qu'il faut le multiplier par un certain nombre
G2 Hein ?
G1 Ton trois, tu le multiplies par un certain nombre... T'as un certain nombre de trois dans ton résultat.
G2 La on a vingt six, donc...Putain...
G1 Oui, ben là ça aide moins...
G2 On a x, donc on divise en trois et en deux ; comme ça c'est plus simple
G1 Mais je pense qu'il faut définir que des inconnues, parce que...
G2 On va mettre trois inconnues alors ?
G1 Ben oui, parce que il faut synthétiser en fait, parce que on a aucun résultat, en fait... s'tu veux...
G2 Ouais, ouais

◂ Retour au Menu Compte-Rendu Seconde ▸ Suite

G1 x si tu le connais pas, tu peux pas diviser par quelque chose... Si tu connais pas ton x tu peux pas le diviser.
G2 Donc...
G1 Ouais ? Enfin, ch'ais pas
G2 Ouais, si si, mais en fait, faut... En fait c'est une division avec reste, en fait... tu fais... On a division avec reste sur ce machin ? (*Il désigne sa calculatrice*)
G1 Ouais...Euh... ch'ais plus... j'crois qu'elle y est mais j'crois... Je sais plus...
G2 Vingt six divisé par trois égal vingt sept...
G1 Non
G2 Non, putain, égal sept... vingt et un il reste quatre...non 5, 5 il reste
G1 Ouais, et après ?
G2 5 si on le divise par deux deux, ça fait deux et demi, non ?
G1 On sait qu'ils sont entiers, donc euh...
G2 Et si on fait avec vingt six divisé par trois... vingt quatre, vingt quatre
G1 Et c'est deux...
G2 Il reste deux deux donc une fois deux.
G1 Là, c'est ce que j'avais mis tout à l'heure... Jusqu'au une fois deux, quoi
G2 (*Tape sur sa calculatrice*) Oui, mais je comprend pas pourquoi on a fait... On a fait...
G1 Essaye avec un autre nombre... de le diviser...
G2 Allez... vingt sept
G1 Non !
G2 Non, bon allez hop trente six
G1 Donc divise le aussi par trois.
G2 Douze..non mais non
G1 Ben si...
G2 Non, ça fait, ça fait juste un ent... ça fait normal
G1 Enfin, ça fait normal, ça fait normal...

◂ Retour au Menu Compte-Rendu Seconde ▸ Suite

G2 Ça fait normal, c'est à dire y'a pas de deux...

G1 Ben oui, ça prouve donc qu'avec un maximum de trois on trouve des nombres beaucoup plus grands. Je veux bien le faire avec des deux...

G2 J'ai dit trente... Non mais avec des deux, non mais c'est pour qu'on ait... Pour qu'on puisse finir de diviser... en fait

G1 Oui mais si t'en as pas besoin, parce que vingt six c'est un exemple comme un autre... Si t'arrives à trouver un nombre que tu divises, ça donne des ... En principe, t'as gagné.

G2 Tiens trente sept, essaye avec trente sept, tu vas voir...

G1 Trente sept, trente sept,... trente sept... douze trente trois...

G2 Voilà, douze trente trois... trois fois douze trente six il reste un

G1 Ouais, jusque là

G2 Ou trente huit... Donc il reste deux deux... trois fois douze trente six, il reste une fois deux. C'est pour trouver ce fois deux qu'on met avec le x...

G1 J'avoue que je...

G2 Regarde, trente huit divisé par trois...ça égale... ça égale douze fois trois plus... plus deux

G1 Donc, c'est deux fois un... Ouais mais ton résultat est faux...

G2 Pourquoi ?

G1 Parce que trente sept divisé par trois ça donne douze, donc euh...

G2 Oui, ça donne douze et il reste deux

G1 Ouais

G2 Il reste deux... Donc il faut qu'on essaye de trouver quelque chose pour qu'on le divise par trois et le reste on le divise par deux. Il faut trouver un endroit aussi, où il reste pas deux.

G1 Ouais... Le problème c'est où ? Tu peux essayer avec des nombres gigantesques, mais ça va être super long.

G2 Non, mais pas gigantesques, mais t'sais mais quand il reste un.

G1 Ouais mais quand il t'restera un, t'en fera quoi du un ?

◂ Retour au Menu Compte-Rendu Seconde ▸ Suite

G2 Ben voilà, ben faudra changer, faudra pas le faire par trois quand il restera un

G1 Ouais

G2 Pour trente sept... trente sept divisé par trois... égal douze... douze fois trois, plus un ; tandis que si on fait trente sept avec un autre chiffre, mettons quatre, divisé par quatre, ça fera neuf fois quatre... trente six...OK... Non mais ouais... Non mais chais pas parce que là...

G1 Je pense que notre idée, elle est bonne au départ. Je pense que le plus dur, maintenant c'est de l'exprimer sans donner de nombre, en fait... Enfin, je pense que le trois il faut qu'il apparaisse, mais euh...

G2 On divise x divisé par trois... et deux

G1 Rires, Ouais, enfin là je suis pas sûr que ce soit l'idéal

G2 Si on le divise par trois, puis par deux.

G1 Ouais, si tu veux

G2 (*En tapant sur sa calculatrice*) trois deux,.... Ouais... je sais pas.... quarante et un par trois treize... Il reste deux deux. On fait quarante... treize il reste un... On divise par deux... un divisé par deux...Ça sera pas un entier

G1 Ouais... Ça fait zéro cinq

G2 Ça sera pas bon... Donc faudra faire fois un

G1 Ce qui nous reperd dans les...

G2 Divisé par trois égale treize reste un

G1 Ouais mais ce qu'il faut c'est

G2 Faut trouver un autre... faut pas diviser, faudra diviser par quatre, mettons... Ça fait dix

G1 Ça fait dix

G2 Si tu fais trois... (*Il tape sur sa calculatrice*) ; ça fait ce chiffre (*il compte jusqu'à dix en tapant sur la calculatrice*). Oui, c'est avec le trois, c'est comme on a dit

◂ Retour au Menu Compte-Rendu Seconde ▸ Suite

G1 Donc, on est d'accord, mais, ce qu'il faut, c'est le donner sans donner d'exemples... Parce que là c'est des exemples précis, mais imagine, il prend un entier naturel un million... un million cinq cent mille deux cent trente trois

G2 Mais on s'en fout... Il faudra diviser par trois, et par...

G1 Ben oui, mais ça va faire des nombres infinis, donc euh... il faut trouver un truc, synthétique... Pour euh, qu'il fasse le tout, quoi... Les entiers naturels, y'en a quand même une infinité.

G2 quarante...

G1 Je crois qu'il faut arrêter de travailler sur des exemples...

G2 x divisé par trois

G1 Oui, mais là t'as juste marqué la même chose

G2 Oui, je sais... Non mais je sais, mais je réfléchis

G1 là, t'as marqué la même chose, donc tu vas tourner un peu en rond

G2 Mais c'est pour trouver ensuite... Mais je sais pas comment, c'est pour le deux en fait.

G1 Ben ouais... Faut dire que tu divises ton entier naturel par trois, et que quand il y a un reste faut le diviser par deux.... je pense c'est ça...

G2 Oui, c'est ça...

G1 En fait si y'a un reste qui n'est pas divisible par trois

G2 Y'aura pas de reste s'il est divisible par trois

G1 Ouais... Excuse moi

G2 Divisé par trois égale... un nombre...y mettons

G1 Ouais

G2 Plus reste divisé par deux

G1 Plus reste sur deux... voilà ! ... Ben là, j'pense que là c'est bon

G2 x ton entier naturel divisé par trois

◂ Retour au Menu Compte-Rendu Seconde ▸ Suite

G1 Ça donne y le nombre de fois que

G2 Non ça donne z... Voilà

G1 Plus le reste

G2 Ton nombre du produit, plus le reste... divisé par 2 et ensuite on ajoute les deux...

G1 Met des parenthèses...

G2 T'es chiant (*G2 a finalement écrit sur sa feuille :* $x : 3 = y + (z : 2)$). On fait une conjecture ?

G1 Si on prend un entier naturel, on le divise par trois, t'es d'accord ? Ça donne... Un certain nombre de fois trois et s'il y a un reste, on divise ce reste par deux... Donc on dit que pour avoir une décomposition additive et le produit le plus grand, il faut utiliser un maximum de trois...

G2 Voilà...

G1 Heureusement que j'arrive à me relire...

G2 Si le reste c'est un... plus un... Si il reste un, je suis sûr qu'on peut faire plus grand

G1 Pas certain

G2 J'suis sûr que si... Prend quarante. Quarante c'est quatre fois neuf plus trois fois un *I calcule sur sa calculatrice*

Prof Ou en êtes vous ?

G2 Ben on a trouvé ça : x entier naturel, on le divise par trois, ça fait y fois trois plus un reste z, et ce reste on le divise par deux...

Prof Donc ça serait une division entière ?

G2 Voilà... Ça serait une division entière... On le divise par deux et après on trouve le nombre de trois

G1 On fait y puissance ...

◂ Retour au Menu Compte-Rendu Seconde ▸ Suite

Une partie du dialogue est ici inaudible

Prof Ça c'est votre conjecture ?

G2 ouais

Prof Donc toujours pareil, il va falloir convaincre la classe avec ça ; donc il va falloir voir si elle résiste éventuellement à des contre-exemples,...

G2 Ouais on essaye

Prof Dans environ dix minutes, il y aura l'affiche, donc il faut commencer à y penser

G1 D'accord

G2 Ouais mais là ce qu'on va faire c'est...

G1 On va mettre un exemple

G2 Mais je pense...

G1 Il restera toujours plus petit que trois

G2 Oui, voilà, mais

G1 On met quoi sur l'affiche

G2 Déjà on va commencer par... Faut expliquer la démarche

G1 On est parti de deux, on a fait plusieurs... plusieurs exemples et avec trois on trouve le maximum... ensuite

G2 Ouais (*Il tape sur sa calculatrice*). là, il y a un souci... On a fait une grosse boulette

G1 Toi, t'as fait une boulette...

G2 (*il retape sur la calculatrice* $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 6561$ *et* $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 = 8748$), avec trois...

G1 Mais c'est normal que ça soit plus grand, y'a plus de... y'a plus de termes

G2 Non mais ouais mais...Mais voilà mais c'est pour ça... Non non, j'ai eu peur, j'ai eu trop peur à un moment... Non, non mais c'est bon..

G1 Un moment d'hésitation...

G2 On va peut-être écrire...

Ils rédigent l'affiche en reprenant ce qui avait été noté sur le brouillon

◂ Retour au Menu Compte-Rendu Seconde

Prof : Pour commencer, on va analyser ensemble une affiche. Déjà, pour commencer je vais vous féliciter, parce que vous avez tous trouvé des choses intéressantes, vous avez fait un excellent travail de recherche. A mon avis il va sortir des choses très intéressantes de la phase de débat. On va commencer à regarder une affiche... Pendant un temps, trois minutes, cinq minutes vous allez la lire en silence et vous pouvez, en levant la main intervenir pour demander si vous n'arrivez pas à lire, à comprendre quelque chose, mais il faut qu'il n'y ait aucune critique, aucune opinion personnelle. Pour l'instant, juste, on prend connaissance de l'affiche... On garde ses idées pour soi et on demande que si il y a quelque chose qui n'est pas clair.
Alors, je vais commencer par l'affiche F.
Voilà donc l'affiche du groupe F ; je vous laisse en prendre connaissance et là aucune critique, aucun commentaire pour l'instant.
Alors est-ce qu'il y a des questions de compréhension sur l'affiche... Tout le monde voit bien ?
Alors maintenant, dans une seconde phase vous allez parler au sein de chaque groupe et vous mettre d'accord, pour accepter ou refuser la conjecture ou la solution en donnant des arguments, une liste d'arguments pendant cinq à dix minutes et on réfléchira ensemble pour savoir si on les accepte ou non.
Allez y, vous pouvez discuter entre vous.
10 minutes...
Alors, on commence par le groupe A. Qui est le porte parole du groupe A ? Oui...
Alors vous avez accepté ou refusé ?

Porte Parole A : Refusé, parce que la règle est incomplète. Parce que dans le deuxième exemple on peut remplacer quatre par trois plus un.

Prof : Alors le groupe A nous dit : solution incomplète car... Tu veux dire que quatre c'est pas trois plus un le meilleur ? Le quatre peut se décomposer en trois plus un.
Alors, le groupe B... Qui est le porte parole du groupe B ?

Porte Parole B : Ben on la refuse... C'est à peu près pareil. On peut décomposer quatre en trois plus un et à la fin ça serait plus petit

Prof : Alors, c'est à dire si on décompose quatre en trois plus un... Ça serait trois puissance huit... C'est ça ?

Porte Parole B : *Inaudible*

Prof : Donc, la règle n'est pas appliquée, il n'y a pas un maximum de trois, en fait... On pourrait mettre un trois de plus. Alors maintenant, donc le groupe C ?

Porte Parole C : On a noté la même chose

Prof : Vous acceptez ou vous refusez ?

Porte Parole C : On refuse

Prof : Vous refusez ! Et quel est l'argument ?...

Le groupe D ne rajoute rien... Moment de brouhaha dans la classe ; le professeur ramène le calme...

Prof : On y est... Quand les groupes interviennent, je veux le silence, vous vous écoutez, c'est la moindre des choses ! Alors je demandais pour le groupe E, vous acceptez ou vous refusez ?

Porte Parole E : On accepte

Prof : Vous acceptez, d'accord.

Porte Parole E : C'est une bonne piste mais pas assez exploitée. Mais par contre leur dernier exemple est faux...

Porte Parole F : Oui, on s'est trompé dans l'exemple et personne y avait vu...

Prof : Donc la conjecture est vraie, mais l'exemple qui était donné ici est faux

Porte Parole F : On s'est trompé dans le calcul, en fait.

Prof : D'accord ! Alors groupe G, porte parole du groupe G ?

Porte Parole G : Alors on refuse avec les mêmes arguments

Prof : Porte parole du groupe H ?

Porte Parole H : Ben nous on accepte même si le dernier exemple est faux...

Prof : Maintenant, il faut qu'on se mette d'accord dans la classe ; prochain exemple... prochaine phase. On va prendre chaque argument et voir s'il convainc la classe. Il faut qu'il fasse l'unanimité. Alors pour chaque argument on va décider s'il est valide ou non. Pour commencer, on va laisser réagir à chaud le porte parole du groupe F sur les arguments qui ont été donnés.

Porte Parole F : Ben d'abord c'est faux, parce qu'on s'est trompé dans l'exemple c'est $3^8 \times 2$ au lieu de $3^7 \times 4$; si ce que vous avez dit vous vous êtes basé dessus, ben c'est faux. Prof : Donc là l'argument c'est on s'est trompé dans l'exemple... L'argument qui consiste à dire que la conjecture est incomplète parce que, par exemple, si on veut décomposer quatre avec un maximum de trois ça fait trois plus un et une fois trois c'est plus petit que quatre, est-ce que cet argument est valide ou non ? De dire, si je décompose avec un maximum de trois, admettons que j'arrive à trois plus un, il faudrait que je l'écrive quatre, parce que quatre est plus grand que trois plus un dans le produit ; une fois trois c'est plus petit que quatre. Alors est ce que cet argument vous convainc, est-ce qu'on le garde, est-ce qu'on le raye, est ce qu'il est pertinent ou pas ? Je vous laisse réfléchir un petit moment dans le calme... Je répète l'argument : incomplet car si on a un maximum de trois et qu'au bout du compte on arrive à trois plus un, on aurait mieux fait de mettre quatre au lieu de trois plus un. Puisque une fois trois fait trois et quatre c'est plus grand. Alors levez la main, ceux qui pensent que cet argument est bon et qu'il faut le garder.
Dix élèves lèvent la main

Prof : Donc on est loin d'avoir l'unanimité... Alors levez bien tous la main, ceux qui pensent que c'est un bon argument, ça ! ... Si cet argument, pour mettre à mal cette affiche est vrai...

Élève : M'sieur, avec tous les trois possibles, c'est vrai...

Prof : Alors je répète : si on met le maximum de trois et qu'il reste un un ; à la fin on a trois plus trois plus trois plus un ; dans le produit ça fait un fois un ; si on avait remplacé trois plus un par quatre ça ferait un quatre au lieu du trois, donc ça serait mieux... Donc c'est pas possible qu'il faille mettre le maximum de trois. Donc je repose une dernière fois la question : levez la main, ceux qui pensent que cet argument est bon pour mettre à mal cette affiche...
Environ, la moitié de la classe lève la main

Prof : Donc, il n'y a pas unanimité, là... Donc levez la main ceux qui pensent que ça met pas à mal l'hypothèse. Ceux qui pense que cet argument n'est pas valide, qu'il faut le rayer... Combien y'en a ?
Pas de doigts levés

Prof : Donc, on conserve cet argument.

Élève : Non mais attend c'est pas pareil là...

Élève : Faudrait qu'ils mettent vingt cinq au lieu de vingt six.

Prof : La réponse elle consiste à dire que l'exemple ici était pas bon. Alors est-ce que ça permet de contrer l'argument précédent ? En gros ils disent que ici si on décompose on va pas tomber sur un quatre mais sur un deux et tout ira bien... en gros la conjecture est juste. Levez la main, ceux qui pensent que cette réponse est bonne et permet de contrer cet argument...
Environ une dizaine de doigts levés

Prof : Donc on est loin de l'unanimité, on va dire ... Point d'interrogation.... Alors pour les affiches... Cette affiche ici, il faut essayer de multiplier par le plus de trois possibles... C'est la même conjecture. Là je vous demande si c'est la même conjecture ? C'est la même conjecture, d'accord ? Sauf, que ici, on précise qu'il ne faut pas utiliser de un. D'accord ?
Le professeur, affiche les affiches G, F et E

Prof : Donc là, je rapproche trois affiches, qui d'après moi sont assez proches. *Lecture des affiches*

Prof : Ici, il faut utiliser le plus de trois possible, ici il faut utiliser le plus de trois possible mais il ne faut pas mettre de un, et ici aussi mais si les trois suffisent pas, on complète par des deux. Alors, est-ce que les résultats sont proches ou pas ?

Élève : Ouais c'est pareil...

Prof : Alors nous avons aussi cette affiche...

Prof : Donc là, le produit qui permet de trouver le plus grand résultat est trois ; on doit faire apparaître un produit de trois et ensuite on parle de reste à diviser par deux. On voit dans ces affiches que vous êtes tous assez d'accord pour essayer de mettre beaucoup de trois. La question c'est est-ce qu'on en met le maximum ou pas.

Prof : Alors vous allez réfléchir pendant cinq minutes par groupe et essayer de donner votre préférence sur les quatre affiches et vous devez essayer de justifier pourquoi...

Élève : On lit pas

Prof : Alors il est écrit : Le produit qui permet de trouver le plus grand résultat est $\underline{3}$.
On définit les inconnus de l'équation suivante : $x : 3 = y + (z : 2)$ avec x entier naturel, y produit de 3 et z reste... Donc, réfléchissez par groupe, mettez vous d'accord... Essayez de dégager l'intérêt de chaque affiche, s'il y a quelque chose qui vous paraît pertinent dans chacune de ces affiches.

Élève : L'affiche C parce que ... *inaudible*

Prof : L'affiche C parce qu'ils précisent qu'il faut faire apparaître des deux... D'accord. Groupe B, le porte parole du groupe B ? Oui

Porte Parole B : La C pour les deux

Prof : La C pour la précision sur les deux. D'accord.

Porte Parole D : La E.

Prof : La E, cette fois... Pour quelles raisons ?

Porte Parole D : Parce qu'il a mis des restes pour les deux.

Prof : D'accord, donc vous pensez que l'argument sur les restes est intéressant... *Inaudible* Donc, d'accord, les arguments sont les mêmes pour B et C... Donc c'est celle qui réunit le plus de suffrage... Alors groupe E... Ah oui, y'a votre affiche.. . Ensuite F

Porte Parole F : Ben ça serait C

Prof : Et donc groupe H

Porte Parole H : La G parce qu'il y a les uns, c'est intéressant

Prof : La G parce qu'il y a précision sur les uns... Alors on va finir...
Le professeur enlève les affiches et place l'affiche D

Prof : Alors ici on a une affiche la qui correspond à celle qui a réunit le plus de suffrage. Le plus de trois en faisant apparaître des deux. C'est étayer par un certain nombre d'exemples ; c'est écrit avec un certain nombre de fois trois et un certain nombre de fois deux, par contre le fait d'écarter le nombre un n'est pas précisé ; alors pour finir la séance, donc en silence vous prenez connaissance de cette affiche et pas d'opinion personnelle pour l'instant et maintenant dans chaque groupe vous acceptez ou vous refusez comme pour la première, vous allez réfléchir, et après on fera la synthèse.

◂ Retour au Menu Compte-Rendu Seconde ▸ Suite

Élève : Pourquoi vous avez enlevé les autres ?

Prof : Parce qu'on se concentre sur cette affiche...

Porte Parole B : On accepte parce que je pense que ça marche... Ouais il y a pas de contre exemple

Prof : Donc parce qu'il n'y a pas de contre-exemple... Donc, vous ne sortez pas si je ne vous dis pas de sortir, même si ça sonne... Donc groupe C ?

Porte Parole C : On accepte . Ils ont dit plus de trois et pas de un.

Porte Parole D : Non parce que quatre c'est trois plus un et on peut faire trois plus deux plus deux.

Porte Parole E : Ben on est d'accord parce qu'il y a tous les cas possibles

Porte Parole F : Pareil que le groupe E

Porte Parole G : On accepte parce qu'il y a tous les éléments

Porte Parole H : Comme E...

Prof : Comme le groupe E. Prenez le temps d'écouter la réponse du groupe concerné.

Porte Parole D : Alors quatre c'est trois plus un et ensuite ce sera une condition de deux fois deux et ensuite de trois...

Prof : Donc il nous dit que cet argument ne serait pas valide puisque *Inaudible*... Alors je voudrais dire deux choses pour conclure : premièrement, cette affiche qu'on aura pas eu le temps de commenter trouvait à peu près les mêmes hypothèses, maximum de trois et s'intéressait plus ou moins, sans le dire à savoir ce qu'il reste ensuite. Premièrement, je suis très satisfait de la recherche que vous avez fait. Peu ou prou, vous vous êtes tous mis d'accord, avec quelques petits détails sur la présence de uns ou non. La deuxième remarque que je voulais faire, c'est qu'on se rend compte quand on recherche que si on fait des erreurs et par exemple si on doit avoir le maximum de trois, et que ça ne marche pas dans certains exemples, après vous avez réfléchi pourquoi ça ne marche pas dans ces exemples ; donc on voit bien ici, dans la phase de recherche, que le fait de se tromper et de faire des erreurs peut servir à cerner le problème ; donc l'erreur n'est pas un handicap en soi ; et enfin, je voudrais juste noter que ici, il est quand même à noter qu'il n'y a pas à proprement parler de démonstrations. On découpe entre classes, on dit que ça va marcher mais on ne dit pas pourquoi ça va marcher et on cite seulement des exemples. Mais le jeu est tel que c'est cette affiche qui vous a convenu quand même, donc c'est cette affiche qui est retenue comme étant l'explication de la classe.

◂ Retour au Menu Compte-Rendu Seconde